

메디안 필터의 組合을 이용한 非線形 스므싱 알고리즘

(Nonlinear Smoothing Algorithm by using a Combination of Median Filters)

嚴震燮*, 姜哲豪**, 李晷漢**

(Jin Seob Aoum, Cheol Ho Kang and Chung Han Lee)

要 約

스므싱 필터를 사용하여 spot noise를 갖는 映像을 스므싱할 때에, 雜音은 거의 제거되지만 映像의 blurring을 초래한다. 本 論文에서는 이러한 映像 blurring을 동시에 개선하기 위하여 메디안 필터를 이용한 한 알고리즘을 제안하였다.

本 論文에서 제시한 방법은 雜音映像과 그 雜音映像을 메디안 필터링한 결과와의 차를 이용하였으며, 雜音除去와 동시에 blurring의 감소를 효과적으로 이룩할 수 있음을 보여 주었다. 本 論文에서는 또한 제안한 알고리즘을 여러가지 기존 스므싱 방법과 비교하여 그 특징을 제시하였다.

Abstract

When an image with spot noise is smoothed by smoothing filters, the noise is almost eliminated. However, the image is blurred. The algorithm that reduces such an image blurring is proposed in this paper.

In the algorithm, the difference between noisy image and median filtered noisy image is smoothed. As the re-smoothing method, the absolute value of the difference is median filtered and the sign of the difference is affixed on the result. It is shown that the proposed algorithm is quite effective for noise elimination and also for image blurring decrease at the same time.

In this paper, the algorithm is compared with the other smoothing methods.

I. 序 論

메디안 필터는 雜音除去를 위한 非線形 信號處理 방법으로서 1971년에 Tukey가 時系列 分析(time series analysis)의 tool로서 제안했는데^[1], 이제는 映像處理(image processing)에까지 사용되고 있다.

메디안 필터링은 윈도우(window)내에 있는 畫素(picture element)들이 갖는 그레이 레벨(gray level)들의 메디안을 구해서 윈도우의 中心값과 대치하는 것을 말한다. 즉 윈도우를 畫素들 위로 이동시키면서 메디안을 구해서 윈도우의 中心에 해당하는 다른 어레이(array)의 위치에 저장하는 런닝 메디안을 말한다. 메디안이란 윈도우내에 있는 畫素들의 그레이 레벨을 크기 순서로 나열했을 때 中央에 오는 그레이 레벨을 가리킨다.

메디안 필터는 임펄스(impulse) 雜音을 포함하는 映

*準會員, **正會員, 서울大學校 工科大學 電子工學科 (Dept. of Electron. Eng., Seoul National Univ.)

接受日字: 1983年 10月 17日

像들을 스모싱하는데 있어서 線形 스모싱 필터들보다 더 효과적이다. 그리고 메디안 필터는 적당한 윈도우 크기에 의해서 映像의 edge를 保存하지만 線形 스모싱 필터들은 edge를 blurring시킨다. 즉 edge 부분의 그레이 레벨 변화가 둔화된다.

이러한 임펄스 잡음 또는 spot noise는 예를 들면 PCM(pulse code modulation)과 DPCM(differential PCM) 채널 에러에 의해서 생기는 경우가 많으며, PCM 채널 에러의 발생시에는 點雜音(spot noise)이 생기고 DPCM 채널 에러의 발생시에는 missing line이 생긴다²⁾. 이러한 잡음들에는 메디안 필터가 매우 효과적이다. 따라서 메디안 필터는 先處理 및 後處理에 많이 사용되고 있다.

本 論文에서는 Rabiner가 音聲處理(speech processing)에 적용한 非線形 smoothing 알고리즘³⁾을 映像處理에 적용하려 한다. 그러나 그 알고리즘을 그대로 映像處理에 적용했을 때 많은 blurring이 나타났다. 따라서 smoothing 및 blurring의 감소를 동시에 이복해 주는 알고리즘을 연구해 보았고, 다른 smoothing 방법들과 비교하였다. 또한 제안된 알고리즘에 사용된 메디안 필터의 윈도우 形態에 따른 비교도 하였다. 비교를 위해서 사진, 평균 제곱 오차(MSE) 및 fideogram을 사용하였다.

II. 기존 Smoothing 방법들의 考察

본 논문에서 제안한 알고리즘을 다른 smoothing 필터들과 비교해 보기 위하여 다음과 같은 4가지 smoothing 방법들을 點雜音 映像에 대해 시뮬레이션하고 MSE를 사용하여 비교하였다. 이 방법들은 단 한 번의 smoothing을 시키는 것이다. 결과는 표 1에 나타내었다.

1. 線形 Smoothing

사용된 convolution array H는 다음과 같다.

$$H = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

이밖에도 다른 convolution array들이 있지만 雜音 除去의 효과를 고려하여 위의 어레이를 사용하였다.

2. 非線形 Smoothing⁴⁾

이 방법은 3×3 square window를 사용한다. 현재의 畫素가 X₀일 때 8개의 이웃 화소들의 그레이 레벨의 最大値와 最小値의 차를 구해서 이 값이 限界値보다 크거나 같으면 X₀의 값은 변하지 않고, 限界値보다 작으면 X₀는 이웃 畫素들의 그레이 레벨의 평균 값으로 대체된다. 이 방법은 small variation과 isola-

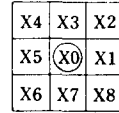


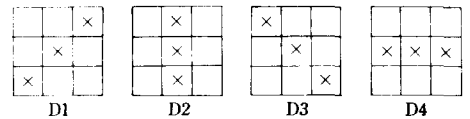
그림 1. 현재의 畫素와 이웃 畫素

Fig. 1. A current pel and its 8 neighbors.

ted picture element를 除去하고 edge를 保存하는 smoothing 方法이다.

3. 方向性 Median Filtering⁵⁾

方向性 메디안 필터링은 3×3 square window에서 4가지의 방향을 정하여 각각의 方向에 대한 메디안을 구하고, 얻어진 4개의 메디안들 중에서 最大値를 택하여 그 값을 윈도우內的 代表値로 성하는 방법이다. 4가지 방향은 그림 2와 같다.



$$g(x, y) = \max_{all i} [median(D_i(x, y))]$$

그림 2. 方向性 메디안 필터링

Fig. 2. Directional median filtering.

이 方向性 메디안 필터링은 多레벨 기록물(multi-level document)을 encoding 하기에 앞서 先處理(pre-processing) 함으로써, 다른 smoothing 필터들을 사용할 때보다 더 높은 壓縮率(compression ratio)을 나타낸다.

4. Median Filtering^{6,7,8,9)}

메디안 필터는 序論에서 언급한 필터로서 다음과 같은 윈도우 形態들에 대하여 시뮬레이션하고 MSE를 사용하여 그 결과들을 비교하였다.

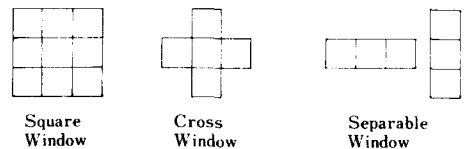


그림 3. 메디안 필터의 윈도우 形態들

Fig. 3. Window types of median filter.

Separable window¹⁰⁾를 사용한 메디안 필터링은 먼저 3×1 윈도우를 가지고 메디안 필터링하고 다음에 1×3 윈도우를 사용하여 다시 메디안 필터링하는 것이다.

윈도우 크기는 3×3 , 5×5 , 7×7 등과 같이 확장된다. 이때 윈도우 크기가 클수록 spot noise 는 많이 除去되지만 映像의 blurring이 심해진다.

2차원 映像을 메디안 필터링하기 위하여 그레이 레벨의 histogram을 이용하는 Histogram method¹¹⁾ 를 사용하였다. 이 방법은 이전에 많이 사용되어온 sorting method보다 훨씬 速度가 빠르다.

III. 非線形 Smoothing 알고리즘

1. 非線形 Smoothing 알고리즘의 解釋

音聲處理에 있어서 임펄스 雜音を 除去하기 위하여 적용된 알고리즘¹²⁾은 그림 4 와 같다.

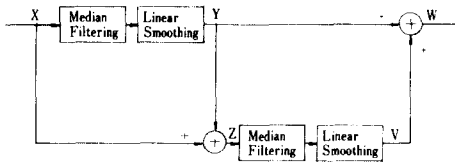


그림 4. 音聲處理에 적용된 알고리즘의 블록다이아그램
Fig. 4. Blockdiagram of algorithm applied to speech processing.

信號X는 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$X = S[X] + R[X]$$

여기서 $S[X]$ 는 雜音を 포함치 않은 信號성분이며 $R[X]$ 는 雜音성분이다. 그림 4에서 보는 바와 같이 Y는 $S[X]$ 의 近似值로 표현 가능하다.

$$Y \approx S[X]$$

또한 차 Z는

$$Z = X - Y \approx R[X]$$

이므로 出力 W는

$$W \approx S[X] + S[R[X]]$$

이다. 여기서 $S[R[X]]$ 는 2次 補正項(second order correction term)이다. 만일 $Z = R[X]$ 이라면 즉, smoother가 이상적이려면 두번째 smoother의 出力 V는 zero가 되어서 2次 補正은 불필요할 것이다.

映像의 경우에 spot noise가 있는 映像X는 雜音이 없는 映像과 雜音으로 구성되므로, 이를 smoothing한 결과 즉 Y에서는 雜音이 제거됨과 동시에 映像의 blurring이 발생하여 映像의 質의 저하를 초래하게 된다.

따라서 차 Z는 보상해 주어야 할 그레이 레벨과 雜音의 합으로 해석할 수 있다. 그러므로 Z를 smoothing 함으로써 다시 잡음은 除去되며, blurring된 映像을 적절히 보상하게 되어 出力 W에서는 映像의 質이 향상되어진다.

2. 제안된 非線形 Smoothing 알고리즘

본 논문에서 제안한 알고리즘을 블록다이아그램으로 나타내면 그림 5, 그림 6과 같다.

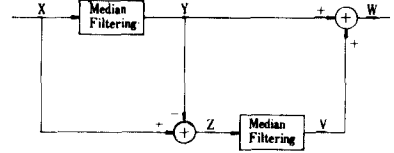


그림 5. 非線形 스무싱 알고리즘의 블록다이아그램
Fig. 5. Blockdiagram of nonlinear smoothing algorithm.

音聲處理에 적용된 알고리즘은 그림 4에서 보듯이 smoothing에서 메디안 필터링과 線形 smoothing을 연속하여 실행했지만, 映像에서 이러한 double-smoothing은 出力映像 W에서의 심한 blurring의 원인이 된다. 따라서 double-smoothing을 피하였고 또한 첫번째 smoothing은 出力映像의 質에 많은 영향을 미치기 때문에 smoothing의 효과가 좋은 메디안 필터를 사용하였다. 그리고 두번째 smoothing에도 메디안 필터를 사용했다. 그림 5의 알고리즘은 차를 그대로 메디안 필터링한 것을 나타내는데, 여러가지 윈도우 形態들에 대해 시뮬레이션하여 비교하였다. 결과를 표2에 나타내었다.

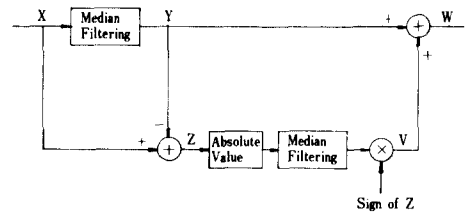


그림 6. 제안된 非線形 스무싱 알고리즘의 블록다이아그램
Fig. 6. Blockdiagram of the proposed nonlinear smoothing algorithm.

그림 6의 알고리즘은 차의 絶對值를 메디안 필터링하고 그 결과에 차의 符號(+, -)를 붙여서 습을 구하는 방법이다. 두번째 smoothing의 경우, 메디안 필터 대신에 II장에서 언급한 線形 smoothing filter, 非線形 smoothing filter 등을 사용하여 비교하였다. 결과는 표3에 나타내었다.

3. 映像의 質 測定 方法

映像의 質을 測定하기 위하여 평균 제곱 오차(MSE)와 fidelogram을 사용하였다.

평균 제곱 오차는

$$NMSE = \frac{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [F(j, k) - \hat{F}(j, k)]^2}{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [F(j, k)]^2}$$

으로 주어지는데 여기서 $F(j, k)$ 는 reference image 이고 $\hat{F}(j, k)$ 는 처리된 映像이다. 本 論文에서 $F(j, k)$ 는 雜音이 없는 원래의 映像을 나타내고 $\hat{F}(j, k)$ 는 點雜音 映像에 알고리즘을 적용한 出力映像을 나타낸다. fidelogram¹²⁾은 다음과 같다.

$$M(l) = \frac{1}{N(l)} \sum_{F(i, j)=l} \hat{F}(i, j)$$

$$\sigma(l) = \sqrt{\frac{1}{N(l)} \sum_{F(i, j)=l} [\hat{F}(i, j) - F(i, j)]^2}$$

윗식에서 $F(i, j)$ 와 $\hat{F}(i, j)$ 는 MSE 때와 같다. $M(l)$ 은 reference image에서 그레이 레벨 l 을 갖는 畫素들의 위치에 해당하는, 처리된 映像의 그레이 레벨들의 평균값을 나타내고 $\sigma(l)$ 은 처리된 영상의 偏差를 나타낸다. Fidelogram은 가로軸에 reference image의 그레이 레벨을 나타내고 세로軸에 처리된 영상의 그레이 레벨을 나타내는 座標로 구성되며 이 座標에 각 그레이 레벨에 따른 $M(l)$ 과 $\sigma(l)$ 을 그린 그래프를 말한다.

IV. 시뮬레이션 結果 및 檢討

시뮬레이션에 사용된 映像은 그림 8 (a)에서 보여지는 64×64 어레이, 16 그레이 레벨을 갖는 映像이다. 點雜音은 uniform(0, 1) random number generator를 사용하여 畫素의 위치를 임의로 정하고 그곳의 그레이 레벨을 15로 하였다. 여기서 15는 가장 밝은 레벨에 해당된다.

1. MSE에 의한 映像 質의 測定

표 1. 여러가지 스무싱 방법에 대한 평균 제곱 오차

Table 1. MSE for smoothing filters.

Smoothing Method	Linear Smoothing	Nonlinear Smoothing	Directional Median Filtering	Median Filtering
MSE	0.02318	0.02336	0.03254	0.01911

표 1은 여러가지 기존 smoothing filter들을 사용하여 點雜音 映像을 처리한 결과이다. 여기서 메디안 필터의 윈도우는 3×3 square 이고, 非線形 smooth-

ing의 경우 限界値는 13으로 하였다. 이는 여러번의 시뮬레이션된 결과들을 비교하여 얻어진 최적값이다. 표 1에서 알 수 있듯이 메디안 필터링이 제일 작은 MSE를 나타내었다. 非線形 smoothing이나 方向性 메디안 필터링은 點雜音이 연속되어 나타날 때에 點雜音을 除去하지 못하는 경우가 있다. 따라서 이러한 필터들은 기록물의 映像을 encoding하기에 앞서 先處理(preprocessing)를 할 때에 효과가 있고 일반적인 映像에서는 별로 효과가 없다.

표 2. 윈도우 形態에 따른 평균 제곱오차(그림5) Table 2. MSE for window types(Fig. 5).

Window Type	3×3 Square	3×3 Cross	3×3 Separable	5×5 Square
Y	0.01911	0.01556	0.01789	0.02918
W	0.01739	0.01574	0.01659	0.02611

표 2는 그림 5의 알고리즘에서 메디안 필터의 윈도우 形態에 따른 MSE를 나타내었다. 그림 8 (a)의 映像에 대해서 cross window가 가장 우수하게 나타났고, 이때 W의 MSE가 Y보다 약간 크게 나타났다. 그러나 일반적으로는 W가 Y보다 더 작은 MSE를 나타내었다. 또한 3×3 square window와 5×5 square window의 MSE를 비교함으로써, 첫번째 메디안 필터의 윈도우의 크기가 매우 중요하다는 것을 알 수 있다. 영상처리에서 윈도우 크기는 잡음의 除去와 映像의 質사이의 타협에 의해 결정된다. 본 논문의 경우 3×3 윈도우 크기가 가장 적당하였다.

표 3. 두번째 스무싱 방법들에 대한 평균 제곱 오차(그림 6)

Table 3. MSE for the second smoothing methods (Fig. 6).

Second Smoothing Method	3×3 Square Median	Linear Smoothing	Nonlinear Smoothing
MSE	0.01194	0.00910	0.00989

표 3은 그림 6의 알고리즘을 사용한 것으로서, 두번째 smoothing의 방법으로서 메디안 필터링 대신에 線形 smoothing과 非線形 smoothing을 사용했을 경우 그에 따른 MSE를 비교한 것이다. 표 3의 결과는 표 1과 표 2의 MSE보다 매우 작은 MSE를 보여 준다. 이는 그림 8에서도 알 수 있다. 표 3에서 메디안 필터의 경우가 다른 필터들보다 약간 큰 MSE를 나타내었다. 그러나 3가지 방법들의 결과를 사진으로 비교해 볼 때, 線形 smoothing과 非線形 smoothing의 경우

메디안 필터링에 비해 映像의 質은 조금 좋으나 雜音除去의 면에서는 뒤떨어짐을 알 수 있다. 이는 MSE가 절대적인 판단기준은 될 수 없다라는 것을 보여 준다. 따라서 spot noise의 除去와 映像의 質 양면을 모두 고려할 때 차의 절대값을 메디안 필터링하는 것이 가장 우수하다는 것을 알 수 있다. 이 방법은 윈도우의 形態가 3×3 square인 경우에 대해서 메디안 필터링을 한 번 할 때에 비해 38%의 減少된 MSE를 나타내었고, 한 번의 線形 smoothing보다는 48%의 減少를 보여 주고 있다.

그림 6에서 메디안 필터의 윈도우 形態에 따른 비교를 표 4에 나타내었다. 표 2와 비교해 볼 때 모든 윈도우 形態에 대해서 상당히 작아진 MSE를 보여 준다.

표 4. 윈도우 形態에 따른 평균 제곱 오차(그림 6)
Table 4. MSE for the window types(Fig. 6).

Window Type	3×3 Square	3×3 Cross	3×3 Separable
MSE	0.01194	0.00885	0.01165

2. Fidelogram에 의한 映像 質의 測定

Fidelogram을 사용하여 II장에서 언급한 한 번의 線形 smoothing, 한 번의 메디안 필터링을 그림 6의 알고리즘과 비교하였다. 이때 메디안 필터의 윈도우는 모두 3×3 square이다.

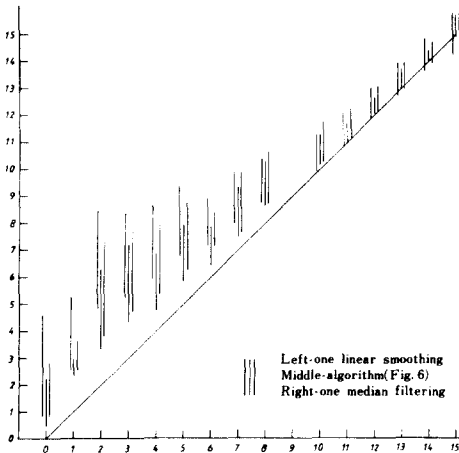


그림 7. 피델로그래
Fig. 7. Fidelogram.

그림 7에서 세로직선의 맨 아래점은 $M(l)$ 을 나타내고 세로직선의 길이는 偏差 $\sigma(l)$ 을 나타낸다. 위 그림은 그림 6의 알고리즘의 결과가 모든 그레이 레벨에

대해서 가장 사선에 가깝고 또 가장 偏差가 작은 것을 보여 준다. 이로써 그림 6의 알고리즘의 결과가 spot noise가 없는 원래의 映像에 가장 가까운 映像임을 알 수 있다. 또한 이 fidelogram으로부터 알 수 있듯이, smoothing을 할 경우 낮은 그레이 레벨 즉 어두운 부분에 해당되는 레벨들은 조금씩 增加되고 높은 레벨은 낮아지므로 映像의 선명도(contrast)가 떨어진다.

3. 映像 質의 視覺的 判별

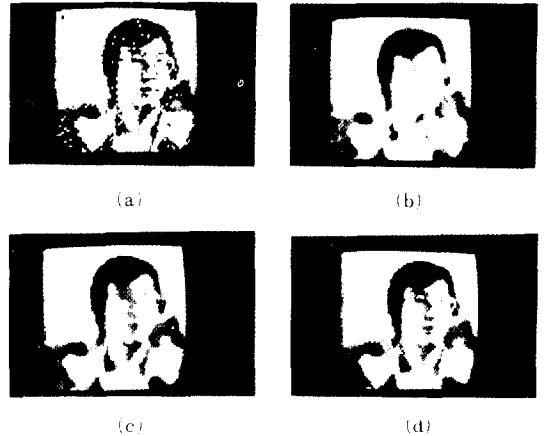


그림 8. 非線形 스모싱 알고리즘(그림 6)의 결과
(a) 點雜音 映像 (b) 한 번의 線形 스모싱의 결과 (c) 한 번의 메디안 필터링의 결과 (d) 그림 6의 알고리즘의 결과

Fig. 8. Result of nonlinear smoothing algorithm (Fig. 6).

(a) spot noisy image (b) one linear smoothing (c) one median filtering (d) result of algorithm at Fig. 6.

그림 8은 映像의 어레이가 64×64 이고 그레이 레벨이 16인 映像에 여러가지 smoothing 방법들을 적용한 결과이다. 이때 사용된 메디안 필터들의 윈도우 形態는 모두 3×3 square이다. 여기서 그림 6의 알고리즘의 결과가 雜音이 없는 원래의 映像에 가장 가깝게 되는 것을 알 수 있다. 그리고 한 번의 메디안 필터링이 한 번의 線形 smoothing보다 더 적게 blurring 되는 것을 알 수 있다.

V. 結 論

Spot noise를 가진 映像을 처리할 때에 線形 smoothing보다는 메디안 필터링이 더 좋은 雜音除去효과와

더 큰 blurring 감소효과를 이룩해 준다. 그러나 人力인 spot noise를 가진 雜音映像과 그 映像을 메디안 필터링한 결과와의 차를 다시 smoothing하여 첫번째 메디안 필터링한 결과와의 습을 구하는 알고리즘을 사용하면 더 좋은 質의 映像을 얻을 수 있다. 알고리즘에서 차를 다시 smoothing할 때에 여러가지 방법이 제시되고 있는데, 시뮬레이션의 결과 雜音除去와 映像의 質 양면을 모두 고려할 경우 차의 絕對值를 메디안 필터링한 후 그 결과에 차의 符號(+, -)를 붙여 습을 구하는 방법이 가장 우수했다.

이러한 알고리즘은 메디안 필터링이 사용되는 여러 가지 응용, 예를 들면 映像을 coding할 때에 그의 先後處理등에 적용될 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] J.W. Tukey, *Exploratory Data Analysis*. Reading, MA : Addison Wesley, 1971, 1977.
- [2] W. K. Pratt, *Digital Image Processing*. Wiley, 1978.
- [3] L. R. Rabiner, M. R. Sambur, and C. E. Schmitt, "Application of a nonlinear smoothing algorithm to speech processing," *IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Processing*, vol. Assp-23, pp. 552-557, Dec. 1975.
- [4] Y. Yasuda, M. Dubois, and T. S. Huang, "Data compression for check processing machines," *IEEE Proc. Digital Encoding of Graphics*, vol. 68, no. 7, July 1980.
- [5] D. Ting, B. Prasada, "Digital processing techniques for encoding of graphics," *IEEE Proc. Digital Encoding of Graphics*, vol. 68, no.7, July 1980.
- [6] N. C. Gallagher, G. L. Wise, "A theoretical analysis of the properties of median filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. Assp-29, no. 6, Dec. 1980.
- [7] T. A. Nodes, N. C. Gallagher, "Median filters: some modifications and their properties," *IEEE Trans. Assp*, vol. Assp-30, no. 5, Oct. 1982.
- [8] T. S. Huang, *Two-Dimensional Digital Signal Processing II*. New York: Springer, 1981.
- [9] E. Ataman, V. K. Aatre, K. M. Wong, "Some statistical properties of median filters," *IEEE Trans. Assp*, vol. Assp-29, no. 5, Oct. 1981.
- [10] P. M. Narendra, "A separable median filter for image noise smoothing," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machines Intelligence*, vol. PAMI-3, no. 1, Jan. 1981.
- [11] T. S. Huang, G. J. Yang, and G. Y. Yang, "A fast two-dimensional median filtering algorithm," *IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Processing*, vol. Assp-27, pp. 13-18, Feb. 1979.
- [12] H. Katsulai, N. Arimizu, "Evaluation of image fidelity by means of the fidelogram and level mean-square error," *IEEE Trans. PAMI*, vol. PAMI-3, no. 3, May 1981.