

μ PCM 信號에 대한 Walsh영역에서의 데이터 壓縮率 고찰

(A Study on Data Compression Rates of μ PCM Signals in Walsh Domain)

* 김장복 (Chang Bock, Kim)
** 박규태 (Kyu Tae, Park)

(要約)

고속 Walsh-Hadamard 변환방식을 사용하여 근사적으로 週期的인 信號의 μ PCM 데이터를 압축할 수 있음을 확인하였으며 최대 壓縮率은 기준 SQNR 을 30dB 로 할 경우 6 이상임을 보였다.

또한 decion level 을 변화시킬때 SQNR 변화를 조사하였으며 시스템 특성에 따라 decion level 의 최적화를 얻을 수 있었다. 또한 양자화 레벨을 조정하여 SQNR 을 검토한바 대체로 선형적임을 나타내었다.

(Abstract)

Using a high speed Walsh-Hadamard transform algorithm, this paper proves that there is method of compressing μ PCM data of approximately periodic signals and show that the maximum compression rates are more than 6 in a reference SQNR of 30dB.

SQNR variation is examined with varying decision level from 0 to norm 1. The result confirms that decion level can be optimized in a certain range according to system characteristics.

Also SQNR with varying quantization level is tested and show that the relation between SQNR and quantization level is generally linear.

디지털 信號의 測定方式으로는 일반적으로 Fourier級數를 응용하고 있다. 이 方式에서는 信號를 체계적으로 標本化하여야 하고 그 표본값에 sine函數와 cosine函數값을 곱하여 주어야 하는데 보통 built-in store로부터 그 값이 주어진다. 또한 標本化 時間과 곱셈을 위한 號出時間이 信號의 기본 周波數에 의한 函數로 나타나

는데 이 값이 명확히 정의되어야만 한다. 만약 信號의 周波數에 대한 전제조건이 주어지지 않는다면 최소한 週期的의 두배 정도 시간을 사용하여 기본 성분의 週期를 결정하여야 한다. 또한 곱셈에 쓰이는 저장된 수를 處理하는 시간도 필요하므로 信號자체를 lock 할 필요가 있다.

이런 면에서 불매 週期的인 信號를 處理함에

*정회원 : 홍익대학교 전자공학과 교수

**연세대학교 전자공학과 교수

있어서 Fourier 級수가 필수적이라고 볼 수가 없으며 오히려 orthonormal 函數인 Walsh 級수가信號에 대해 低周波數의 제한이 없고 集積回路를 직접 사용함으로써 신뢰도를 높힐 수 있으므로 효과적일 경우가 많다.¹¹⁾

다지들적으로 標本化된 信號를 Walsh 函數와 결합시켜서 處理를 행할때 μ -law PCM 이 A-law PCM, L-PCM 또는 PAM 의 경우보다 데이터 壓縮特性이 양호하며¹²⁾ decision level, μ 값 등의 조정에 의하여 最適特性을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 우선적으로 decion level 을 미소 변동하였을 경우의 데이터 壓縮率 變化를 조사하고 부수적으로 한 標本에 대한 量化 level 을 변경할 때의 SQNR(Signal-to-quantized Noise Ratio) 變化를 考察하였다.

標準信號로는 근사적으로 週期的인 랜덤 信號를 취하였으며,¹³⁾ 標本化 周波數로는 標準信號의 Nyquist rate 보다 조금 높게 - 標準信號의 2.5배 내지 4 배 - 사용하였다.

II. 컴퓨터 模擬實驗

Gram-Schmidt 이론에 의하여 유한구간 (O,T) 에 주어지는 M 개의 有限에너지函數 $\{X_m(t)\}$ 는 다음 관계식 (1) 을 만족시키는 N 개의 正規化 orthogonal 函數 $\{\phi_n(t)\}$ 로 표현되어질 수 있다.

$$X_m(t) = \sum X_{mn} \phi_n(t) \quad m=1, 2, \dots, M \quad (1)$$

$$X_{mn} = \int_0^T X_m(t) \phi_n(t) dt \quad \dots (2)$$

또한 $X_m(t)$ 가 M 次元 空間을 span 하면 $N=M$ 이고, 중속적일 때는 $N < M$ 이다.¹⁴⁾

따라서 信號를 orthogonal 變換하였을 경우 원래의 信號가 redundancy 가 큰 信號였으면 變換된 信號는 $N (< M)$ 개의 線型結合으로 재생할 수가 있으며, redundancy 가 작은 信號일지라도 變換係數가 임의 기준값보다 매우 작은 경우 이를 무시함으로써 $N (< M)$ 개의 獨立變數만을 信號재

생에 사용할 수가 있다. 물론 이 경우에는 출력단에서 요구하는 SNR 을 만족할 수 있도록 기준값을 조정해 주어야 한다. 재생에 사용되는 係數의 個數 N 와 원래의 係數의 個數 M 에 의해 주어지는 값 M/N 을 본 논문에서는 壓縮率로 정의하였으며 이 壓縮率의 最大化를 얻기 위해서 decision level 의 變化에 따른 컴퓨터 模擬實驗을 다음과 같이 행하였다.

1. 標準信號의 발생 및 처리

實驗에 사용된 標準信號는 그림 1 과 같은 흐름도에 의하여 발생시켰는데 亂數는 Gaussian 分布로 주어지는 것을 사용하였고 Risch 와 같은 방법으로 標本데이터를 발생시켰으며¹⁵⁾ μ -law 變換에 적합하도록 標本데이터는 正規化 되어졌다.

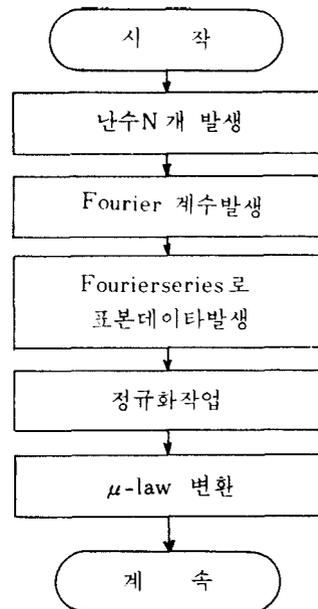


그림 1. 標準信號 발생 흐름도
Fig1. Source Signal Generation Flow-chart

標準信號의 기본 형태는 PAM 信號로서 일반적으로 시간의 흐름에 따라 振幅變化가 감소되어지도록 하였으며 반복實驗때마다 임의적으로

이 현상을 확인하였고, 標準信號의 周波數 및 그 envelope 은 랜덤하게 나타나나 標準化率은 일정범위안에 존재하도록 하였다.

μ-law 變換은 식 (3)으로 행하였고 PCM 信號의 발생은 量子化 level 을 2, 4, 8, 16 bit 등으로 2ⁿ 형태를 취하여 高速演算特性을 활용할 수 있도록 하였다.

$$X_i = \frac{\ell_n(1+\mu X_i)}{\ell_n(\mu+1)} \quad 0 < X_i \leq 1 \dots\dots\dots (3)$$

標本數 N도 역시 2ⁿ 형태로 8, 16, 32, 64, 128 등으로 고정하였다.

2. WHT 및 SQNR

주어진 標準信號 X(j)를 사용하여 walsh係數 A(k)는 다음 식 (4)에 의하여 구하였다.

$$A(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} X(j) \text{wal}(k, j) \dots\dots\dots (4)$$

단 j, k, N은 양정수

또 係數 A(k)를 sorting 하여, 큰값에서 작은 값 순으로 사용係數의 個數를 늘려감에 따라 발생하는 재생信號 X(j)는 다음 變換式 (5)에 의하여 구하였다.^[7]

$$X(j) = \sum_{k=0}^{N-1} A(k) \text{wal}(k, j) \dots\dots\dots (5)$$

WHT(Walsh Hadamard Transform)에서는 Hadamard 매트릭스를 사용하였고 매트릭스 요소는 식 (6)에 의하여 natural ordering으로 규정하였는데 N = 8일때의 特性을 보면 그림 2 (a), 그림 2 (b)와 같다.^[7]

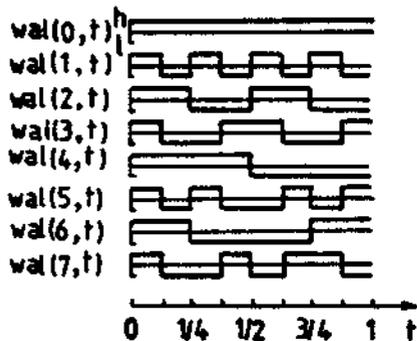


그림 2(a) N=8일때의 Walsh 파형
Fig. 2(a) Walsh waveforms (N=8)

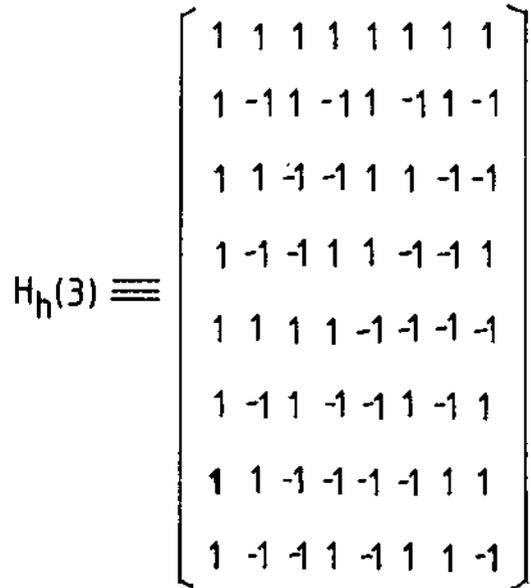


그림 2(b) Hadamard 매트릭스 (N=8)
Fig. 2(b) Hadamard matrix (N=8)

$$h_{uv} = (-1)^{\sum_{k=0}^{N-1} u_k v_k} \dots\dots\dots (6)$$

단 U, V = 0, 1, 2, ..., N-1

$$(U)_{10} = (U_{N-1}, U_{N-2}, \dots, U_1, U_0)_2$$

$$(V)_{10} = (V_{N-1}, V_{N-2}, \dots, V_1, V_0)_2$$

한편 標準信號 X(j)와 재생信號 X(j)에 의하여 주어지는 SQNR은 다음식 (7)에서 얻었다.

$$10 \log \frac{\sum_j x(j)}{\sum_j |X(j) - \hat{X}(j)|^2}$$

3. 模擬實驗 및 結果考察

컴퓨터 模擬實驗은 그림 3과 같은 演算 흐름에 따라 행하였다.

實驗特性을 일반화하기 위하여 PDP-11/03, Z-80A, Apple-II 등의 마이크로 컴퓨터를 활용하였으며, 따라서 演算에 소요된 시간이 매우 길었는데 대체적인 평균값은 표 1과 같다.

단 이 시간은 演算 후 結果를 display 또는 print out 할때의 시간까지 포함되어 있다.

얻어진 結果를 보면 그림 4(a), 그림 4(b), 그림 (5)와 같다.

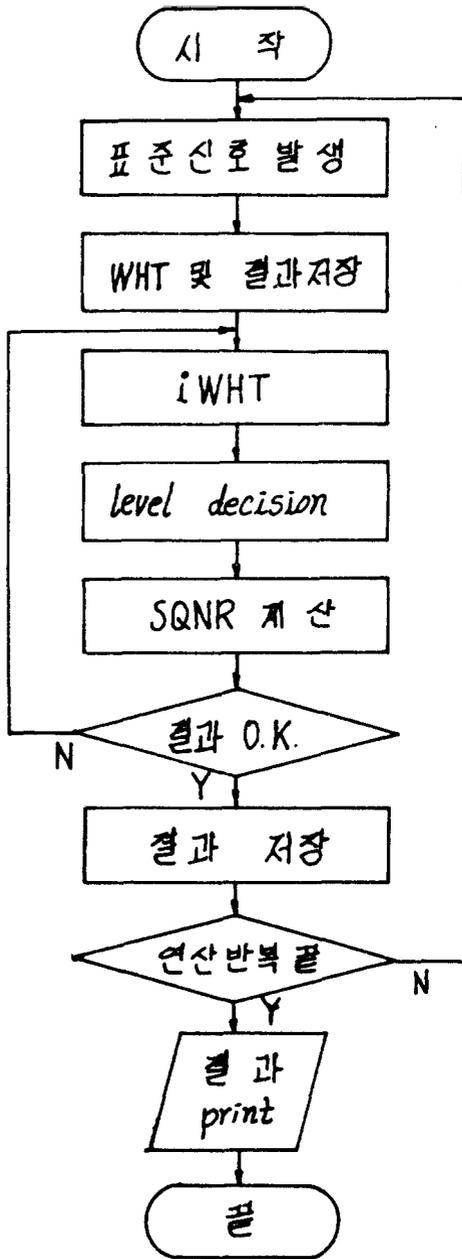


그림 3. 연산흐름도
Fig. 3 Signal Processing Flow-chart

그림 4(a)는 量子化 level 수가 256일 경우, 그림 4(b)는 量子化 level 수가 65536일 때의 데이터 壓縮率변화를 보인 것으로 decision level이 변화함에 따라 最大壓縮효과를 나타내는 부분이 존

재함을 확인할 수 있다. 대체로 N이 증가하면서 最大壓縮 가능부분의 폭이 좁아지고 있다.

量子化 level 수가 훨씬 큰 그림 4(b)에서 보면 N = 8일때와 N = 16일때의 壓縮率이 비슷한 양태를 보이고 있다.

그림 4(a), 그림 4(b) 전반적으로 N이 증가함에 따라 壓縮率이 떨어지고 있는데 이는 WHT에서 變數의 개수가 많아짐에 따라 오차의 총합이 증가되기 때문이다. 어쨌든 두 경우 모두 最大壓縮率이 4이상임을 보이고 있다.

또한 일반적으로 사용되는 decision level 0.5가 항상 最大壓縮特性을 주지는 않음을 알수있다. 그러나 N가 증가함에 따라 最大壓縮 特分分布는 대략 level 0.5 근방으로 수렴해감을 볼 수 있다

그림 5는 데이터 標本數 N와 量子化 레벨이 변화할때 임의의 標準信號에 대한 각 랜덤패턴의 SQNR 최대치중에서 최소값을 보인 것이다.

量子化 비트수와 min-max(SQNR)은 거의 線型的으로 비례함을 알 수 있다.

단 그림 4의 decision level은 랜덤신호의 진폭은 정규화하여 0~1 사이의 값으로 사용하였다. 또한 threshold SQNR은 30dB로 고정 사용하였다.

표 1. 연산소요시간
Table 1. Computer running time

N	TIME (SEC)	VAR.*
8	56.75	8.2
16	115.82	29.9
32	839.76	170.9
64	4031.5	1241.0
128	16588	data 불충분

(*랜덤신호 각각의 처리시간 사이의 variance)

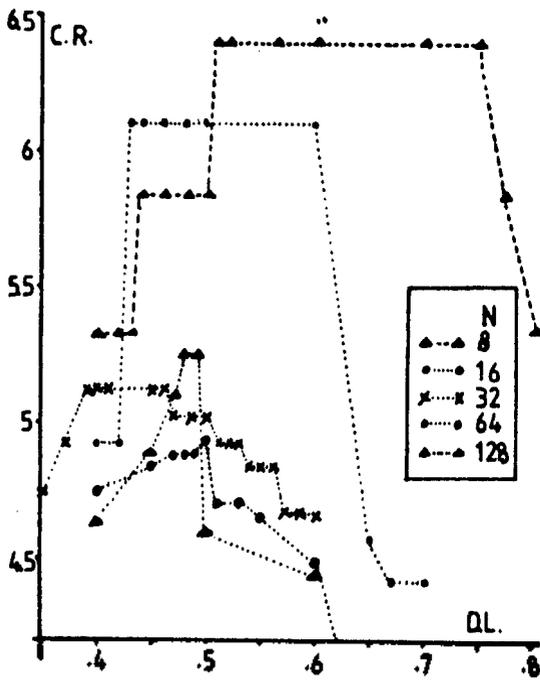


그림 4(a) decision level 에 따른 압축율 (NQL=8)
Fig. 4(a) Compression ratios with decision level (NQL=8)

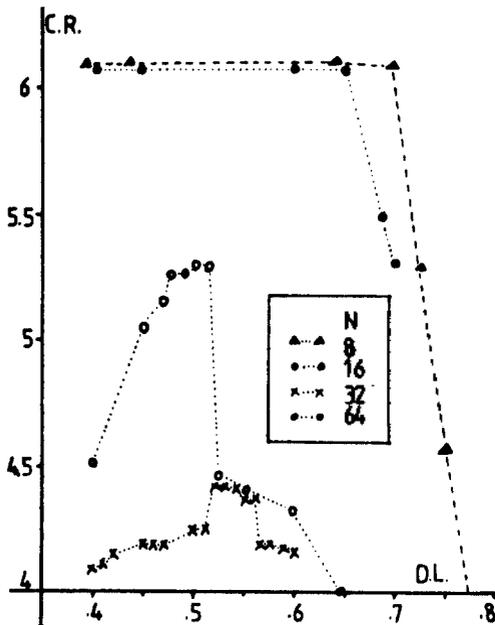


그림 4(b) decision level 에 따른 압축율 (NQL=16)
Fig. 4(b) Compression ratios with decision level (NQL=16)

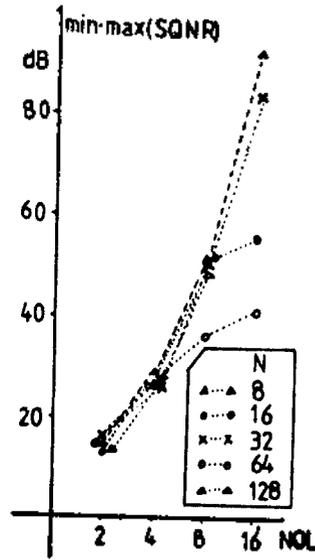


그림 5. NQL에 따른 min, max(SQNR)
Fig. 5 min, max(SQNR) Nth NQL

III. 結 論

컴퓨터 모의 실험에 의하여 얻어진 데이터는 사용된 마이크로 컴퓨터에 따라 약간의 차이는 있었지만 대체로 그 평균값과 같은 envelope을 보였다.

또한 標本數와 최대壓縮率 포화영역의 幅과는 반비례 관계로 주어짐을 확인할 수 있는데 이는 일반 시스템의 gain-bandwidth-product와의 관련성을 시사하고 있다.

N이 증가함에 따라 SQNR의 감소현상은 μPCM 자체의 특성에 기인되는 것으로 標準信號를 μPCM으로 code化 할때 이미 최대 SQNR이 N이 작을 때보다 低下한다.

따라서 본 실험에서 μPCM으로 code化된信號로 잡을 경우 SQNR이 크게 향상됨이 당연하며 이때의 최대 SQNR은 N의 값에 따라 별 변동이 없다.

따라서 이상적인 μPCM coding 시스템을 사용할 수 있다면 최대 壓縮率은 매우 커질 것이다.

또한 본 실험에서는 SQNR의 threshold 30dB로 취하였으나 실제 응용 시스템에서는 이보다 훨씬 낮은 level을 threshold로 정할 수 있으므로 이에 따라 최대 壓縮率을 더 큰값으로 얻을 수 있다.

$N=16$ 일 때 최대 壓縮率이 6 이상임을 보이고 있는데 이는 비주기적인信號에 대해 얻어진 값의 두배 정도로 근사적으로 주기적인信號에 대하여는 효율성이 더욱 높아짐을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] H. F. Harmuth, "A Generalized concept of frequency and some applications", IEEE vol IT-14 May 1968 pp. 375-372
- [2] G. W. Morgenthaler, "On Walsh-Fourier Series," Trans. AMS, vol. 65, 1949, pp. 472-507
- [3] 김장복, "Sequence 영역에서의 디지털 신호처리 방법에 관한 연구," 홍대논문집 제14집 1982 pp. 349-355
- [4] P. R. Risch, T. A. Brubaker, "Evaluation of Data Reconstruction using Walsh Functions," Electronics Letters vol 9:21, 1973, pp. 489-490
- [5] A. J. Viterbi, J. k. Omura, Principles of Digital Communication and Coding, McGraw-Hill, Inc. 1979, ch. 2
- [6] N. Ahmed, K. R. Rao, Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing, Springer-Verlag, 1975
- [7] S. W. Golomb, Digital Communications with Space Applications, Prentice-Hall, Inc. 1964, pp. 53-61

```

77 1 4:D 1 PROCEDURE PCM;
78 1 4:0 0 BEGIN
79 1 4:1 13 FOR I: =1 TO N DO
80 1 4:2 13 BEGIN
81 1 4:3 31 BA: =SD(I)
82 1 4:3 43 N1: =(I-1)*NQL+1;
83 1 4:3 55 NS: =N1+NQL-1;
84 1 4:3 65 IF BA>1 THEN
85 1 4:4 66 BEGIN
86 1 4:5 81 FOR J: =N1 TO NS DO
87 1 4:6 81 BEGIN
88 1 4:7 105 A(J): =TRUNC(BA*2);
89 1 4:7 127 BA: =BA*2-A(J)
90 1 4:6 132 END
91 1 4:4 139 END
92 1 4:3 141 ELSE
93 1 4:4 141 BEGIN
94 1 4:5 141 FOR J: =N1 TO NS DO
95 1 4:6 156 BEGIN
96 1 4:7 156 A(J): =1
97 1 4:6 167 END
98 1 4:4 171 END;
99 1 4:2 178 END;
100 1 4:0 185 END;
101 1 4:0 206
183 1 8:D 1 PROCEDURE IPCM;
184 1 8:0 0 BEGIN
185 1 8:1 0 ET: =0;
186 1 8:1 7 FOR I: =1 TO N DO
187 1 8:2 20 BEGIN
188 1 8:3 20 N1: =(I-1)*NQL+1;
189 1 8:3 32 NS: =N1+NQL-1;
190 1 8:3 44 RG(I): =0;
191 1 8:3 58 FOR J: =N1 TO NS DO
192 1 8:4 73 BEGIN
193 1 8:5 73 BJ: =EXP((J-N1+1)*LN(0.5));
194 1 8:5 104 CJ: =A(J)*BJ;
195 1 8:5 128 RG(I): =RG(I)+CJ
196 1 8:4 150 END;
197 1 8:3 165 ET: =ET+SQR(RG(I)-SD(I))
198 1 8:2 200 END
199 1 8:0 203 END;
200 1 8:0 228

```