

# 충격가진에 의한 진동판의 방사음에 대한 동특성

## Dynamic Characteristics of Sound Radiated from a Vibrating Plate by Impact Force

\*오재용 (Oh Jae Eung)

### Abstract

The transient sound radiation from the impact between a steel ball and a thick plate is analyzed theoretically and compared with experimental results. The derivation process itself is difficult to analyze sound radiation characteristics theoretically for a thick plate with some resonances but may be investigated from measured data. During mechanical impacts, arbitrary driving point inertance for an elastic system enables to predict by using mechanical inertance method. In order to obtain approximate solution for an impact model testing, the surface Helmholtz integral formulation based on the integral expression for pressure in the field in terms of surface pressure and normal velocity is used as a basis. A simple expression is developed for an impulsive response function, which is time dependent velocity potential and pressure for an impact may then be computed by a convolution of exciting force. In estimating of elastic-acoustical correlation problems, mechanical inertance, overall transfer function and radiation resistance obtained by signal processing techniques are used. The usefulness is confirmed by applying these methods prediction of arbitrary driving point inertance, radiated sound pressure and exciting force.

### 1. 서 론

최근 공해대책 및 작업환경 개선이 크게 문제화 되고 있으며, 특히 충격성 소음 및 진동 현상도 주목되고 있다. 예를 들어서 금속가공기계, 즉 단조기계 및 프레스기계 혹은 교통기관으로부터 방사되는 소음 중에는 많은 충격성 소음원이 포함되어 있다. 따라서 이러한 소음·진동원을 검출하여 소

음저하를 위해 유효한 대책을 세울 필요가 생기게 된다. 이와같은 소음 문제를 해결하기 위해서 문제가 되는 구조물에 외부로부터 성질이 다른 가진력을 가해서 이때 발생하는 응답을 이용하여 소음원을 검출할 수도 있다. 이와같은 소음·진동의 발생원을 사전에 예측하고 적절한 조

치를 취하면 소음대책에 유효하고 환경공학상 중요한 수단의 하나로 되리라고 생각한다. 따라서 임펄스가진에 의한 판의 진동 및 발생음에 대해서 각각의 과형해석은 진동 소음원의 검출에 기초적 연구로서 도움이 되리라고 생각된다<sup>1, 2</sup>. 이에 대한 연구로서 구와 슬라브(slab)의 충돌에 의한 방사음에 관한 연구는 A. Akay<sup>3</sup> 등이 실험적으로 검토하였으나, 이론적 설명이 불충분하였다.

본 연구에서는 구조물의 진동-소음 전달특성을 설명하는 기초적 연구로서 강구와 철판의 충돌에 의한 과도현상을 나타내는 충격성 임펄스가진에 의한 진동-소음의 전달응답특성에 대해서 최근에 널리 사용되는 데이터 처리기술을 이용해서 검토하였다. 먼저 임펄스성 충격에 의한 두꺼운판의 전달특성을 검토하기 위하여 기계인너턴스(Mechanical Inertance; Acceleration / Force)법을 이용하여 해석하였다. 즉 판 일점을 가진하여 각 측정점의 가속도를 측정하여 가진력과 관계로서 기계 인너턴스를 구하였다. 이와 동시에 기계 구조물로 부터 방사되는 방사음을 예측하기 위한 기초적 연구로서 두꺼운 판에 대한 충격에 의해 발생하는 진동과 방사음과의 상관성을 검토하는데 본 연구의 목적이 있다. 이와같은 목적에 있어서 보다 정확한 방사음의 특성을 평가하기 위해서 가진력과 방사음과의 관계로부터 구해지는 총전달함수(Overall Transfer Function; 방사음/가진력), 기계 인너턴스 및 Green 함수를 이용하여 예측한 총전달함수를 비교·검토하였다<sup>4, 5</sup>. 더욱더 진동-음향의 전달특성 및 방사저항을 명확하게 함으로써 가진력이 실측치와 예측치를 비교·검토함에 따라 실제로 미지의 가진력을 예측할 수 있는 가능성을 제시하였다. 이와같은 관계가 소음·진동원의 정보로서 어느 정도로 응용 가능하는지를 검토하기 위해서 입력원으로서 시스템의 충격기구를 해명하고 진동

판의 음향방사 특성에 대하여 이론적으로 할 및 기초실험 결과를 나타내고자 한다.

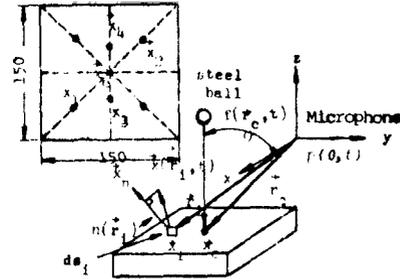


Figure 1. Experimental apparatus and measuring points for a square plate simply supported its around by impact force.

## 2. 진동판의 전달특성 및 방사특성<sup>6)</sup>

### 2.1 임펄스가진에 의한 판의 전달함수

Fig. 1에 보인바와 같이 가진점  $\bar{r}_c$ 에서 가진력  $f(\bar{r}_c, t)$ 에 의한 변위  $x(\bar{r}_i, t)$ 는 계가 선형적 임펄스 응답이라고 하면 가진력은 기지의 방향에 일정한 가진력으로 작용하기 때문에 임의의 측정점  $\bar{r}_i$ 에서의 수직방향의 변위  $x_n(\bar{r}_i, t)$ 는 convolution 적분에 의해 다음과 같이 된다.

$$x_n(\bar{r}_i, t) = \int_0^t h_n(\bar{r}_i | \bar{r}_c, \tau) f(\bar{r}_c, t - \tau) d\tau \quad (1)$$

$h_n(\bar{r}_i | \bar{r}_c, \tau)$ 은  $\bar{r}_c$ 로부터  $\bar{r}_i$ 까지의 전달에 의한  $\bar{r}_i$ 에 있어서 수직방향의 응답이다. 식(1)의 양변을 Fourier 변환하면

$$X_n(\bar{r}_i, f) = H_n(\bar{r}_i | \bar{r}_c, \omega) F(\bar{r}_c, \omega) \quad (2)$$

여기서 기호  $\rightarrow$ 은 벡터를 표시하고 있다. 똑같은 원리에 의해  $\bar{r}_i$ 에서의 수직방향의 속도  $\dot{x}_n(\bar{r}_i, t)$  가속도  $\ddot{x}_n(\bar{r}_i, t)$ 에 대해서 각각의 Fourier 변환한 주파수 응답함수는 다음과 같이 된다.

$$\dot{X}_n(\bar{r}_i, \omega) = \dot{H}_n(\bar{r}_i | \bar{r}_c, \omega) F(\bar{r}_c, \omega) \quad (3)$$

$$\ddot{X}_n(\bar{r}_i, \omega) = \ddot{H}_n(\bar{r}_i | \bar{r}_c, \omega) F(\bar{r}_c, \omega) \quad (4)$$

여기서 식(2), (3)과 (4)의  $H_n$ ,  $\dot{H}_n$  그리고  $\ddot{H}_n$ 은 각각 receptance, mobility, inertance를 나타낸다. 가진력과 응답에 의한 입출력 스펙트럼을 이

용하여 측정점에 있어서 상관성을 검토하기 위하여 전달함수를 다음과 같은 식에 의하여 구할 수 있다<sup>7)</sup>.

$$\ddot{H}_n(\bar{r}_i | \bar{r}_c, \omega) = S_{f\ddot{x}}(\bar{r}_i, \omega) / S_{f\ddot{x}}(\bar{r}_c, \omega) \quad (5)$$

$S_{f\ddot{x}}$ 은 가진력의 power-spectrum을 표시하고  $S_{f\dot{x}}$ 은 가진력과 가진력에 의해 발생하는 가속도 응답과의 cross-spectrum을 나타낸다.

## 2.2. 임펄스가진력에 의한 계의 전달특성<sup>8)</sup>

내부감쇠가 적은 판(plate)에 대해서 전달력, 가진점 인너턴스(driving point inertance) 및 전달 인너턴스(transfer inertance)을 이용하여 단순 지지된 판의 중앙부  $\dot{x}_c$ 에 가진했을때 미분방정식은 다음과 같이 된다.

$$L \left\{ w(\bar{x}, t) \right\} + C \frac{\partial w(\bar{x}, t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w(\bar{x}, t)}{\partial t^2} = f(\bar{x}, t) \quad (6)$$

$w(\bar{x}, t)$ 은 임의의 점  $\bar{x} = (x, y)$ 에 있어서 변위이고  $c$ 은 감쇠계수,  $m$ 은 단위면적당 질량분포,  $L$ 은 operator를 각각 표시하고 있다. 특히 식(6)의 operator  $L$ 은 균일한 평탄한 판에 대해서는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L = D \left[ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right] \quad (7)$$

여기서  $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$ 를 표시하고 있으며,  $E$ 는 Young's modulus,  $h$ 는 판의 두께,  $\mu$ 는 Poisson비를 나타낸다. 판의 변위에 대한 해는 판의 진동 모우드들을 고려하여서 나타내면 다음과 같이 된다.

$$w(\bar{x}, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} q_{km}(t) Y_{km}(\bar{x}) \quad (8)$$

여기서  $q_{km}(t)$ 은 일반화된 좌표이며,  $Y_{km}(\bar{x})$ 은 공진모우드를 나타낸다. 또한  $(k, m)$ 은 모우드수(mode number)를 나타낸다. 다음은 측정점  $\dot{x}_c$ 에 있어서 가진력에 대한 임펄스 응답함수  $h(\dot{x}' | \dot{x}_c, t)$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L \left\{ h(\dot{x}' | \dot{x}_c, t) \right\} + c \frac{\partial h(\dot{x}' | \dot{x}_c, t)}{\partial t}$$

$$+ m \frac{\partial^2 h(\dot{x}' | \dot{x}_c, t)}{\partial t^2} = \delta(\dot{x} - \dot{x}_c) \delta(t) \quad (9)$$

$\delta$ 은 Dirac delta 함수를 나타내고 있다. 식(9)의 해를 다음과 같은 식으로 놓으면

$$h(\dot{x}' | \dot{x}_c, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{km}(\dot{x}_c) h_{km}(t) \quad (10)$$

$h_{km}(t)$ 은 가진력에 의한  $(k, m)$ 번재의 응답함수이다. 여기서  $Y_{km}(\dot{x})$ 은 공진모우드이기 때문에 다음과 같은 특성을 가진 식으로 표시할 수 있다.

$$m_{km} \omega_{km}^2 \bar{x} = L \left\{ Y_{km}(\bar{x}) \right\} \quad (11)$$

식(10), (11)을 식(9)에 대입하여 공진모우드의 직교성을 이용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$m_{km} h_{km}(t) + C_{km} \dot{h}_{km}(t) + m_{km} \omega_{km}^2 h_{km}(t) = \delta(t)$$

$\omega_{km}$ 은  $(k, m)$ 번재의 공진모우드 공진모우드  $m_{km}$ ,  $C_{km}$ 은 각각  $(k, m)$ 번재의 공진모우드에 있어서 일반화된 질량, 감쇠계수를 나타낸다. 여기서 식(12)의 해를 구하여 Fourier 변환을 하면 가속도의 응답함수는 다음과 같이 된다.

$$H_{km}(j\omega) = (j\omega)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \omega_{km}^2 - \omega^2 + 2j\omega_{km} \omega \xi_{km} \right]^{-1} \quad (13)$$

여기서  $\xi_{km}$ 은  $(k, m)$ 번재의 모우드에 있어서 감쇠율을 나타낸다.

한편 Hertz 이론에 의한 구와 판의 충돌에 의한 접촉점의 응답이 임펄스 응답이라고 하면 다음과 같은 식이 성립한다<sup>9)</sup>.

$$(k_2)^{-2/3} \left[ f(t) \right]^{2/3} = v_2 t - (1/m_1) \int_0^t dt \int_0^t f(t) dt - w(\dot{x}_c, t) \quad (14)$$

식(14)은 얇은 판에 대한 이론적 해석이지만, 두꺼운 판과 Ball과의 충돌에 대한 관계식은 다음과 같이 쓸 수 있다<sup>10), 11)</sup>.

$$f(t) = m_1 \alpha_m (\pi/\tau)^2 \sin(\pi t/\tau) \quad 0 \leq t \leq \tau \quad (15)$$

이때 Ball의 가속도 응답은 다음과 같이 된다.

$$\ddot{w}_0(t) = f(t)/m_1 = \alpha_m (\pi/\tau)^2 \sin(\pi t/\tau) \quad (16)$$

이상의 식 (14), (15), (16)에서  $m_1$ 은 Ball의 질량,

$$\alpha_{m_1} = \left[ 5v_0^2 / 4k_1 k_2 \right]^{1/2}, \text{ 즉 Ball과 판의 상대변위를 나타내고, 접촉시간 } \tau = 2.9432\alpha_{m_1} / v_0, \text{ 충돌속도 } v_0 = \sqrt{2gh_1}, h_1 \text{은 Ball의 낙하높이 } k_1 = 1/m_1, k_2 = (4/3\pi) \sqrt{r} / \left[ (1-\mu_1^2) / \pi E_1 + \right.$$

$$\left. (1-\mu_2^2) / \pi E_2 \right], r \text{은 Ball의 반경, } \mu_1 \text{과 } \mu_2 \text{은}$$

Ball과 판의 Poisson비,  $E_1$ 과  $E_2$ 은 Ball과 판의 Young's modulus을 표시하고 있다. 식 (16)의 가속도 파형은 수치계산을 간단히 하기 위해서 임펄스 응답으로 간주하였다. 또한 가진력의 파형은 식 (15)에 표시한 바와같이 half-sine pulse로 간주하였다. 이와같은 가진력이 가해졌을 때 판의 변위  $w(\bar{x}, t)$ 은 다음과 같이 표시할 수가 있다.

$$w(\bar{x}, t) = \left\{ (1/h'\rho) \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{km}(\bar{x}_c) / w_{km} \int_0^t f(\tau) \sin w_{km}(t-\tau) d\tau \right\} Y_{km}(\bar{x}) dx d\tau \quad (17)$$

여기서  $\rho$ 은 판의 밀도이고  $Y_{km}(\bar{x}) = \sin(k\pi x/a) \times \sin(m\pi y/a)$ ,  $w_{km} = (h'\pi^2/a^2)(k^2+m^2) \times \sqrt{E_2/3\rho(1-\nu_2^2)}$ ,  $a$ 은 판의 길이를 나타낸다. 다음에 식 (17)에 두꺼운 판의 경우 가진력  $\approx u_0$ 식을 대입하여 임의의 두점간의 전달 특성은 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$\bar{H}_{km}(\bar{x}_1 | \bar{x}_c, w) = (jw)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{km}(\bar{x}_1) Y_{km}(\bar{x}_c) \times \bar{H}_{km}(jw) \quad (18)$$

$$\bar{H}'_{km}(\bar{x}_2 | \bar{x}_c, w) = (jw)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{km}(\bar{x}_2) Y_{km}(\bar{x}_c) \times (\bar{x}_c) \bar{H}'_{km}(jw) \quad (19)$$

$\bar{x}_c$ 와  $\bar{x}_1$ 의 두점간의 cross-correlation 관계를<sup>11)</sup>을 이용하여 계의 감쇠가 적은 경우 두점간의 cross-correlation 함수는 다음과 같이 된다.

$$R_{12}(w) = (S_{ff}/8) \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ Y_{km}(\bar{x}_1) Y_{km}(\bar{x}_2) Y_{km}(\bar{x}_c) (jw)^2 / (\zeta_{km} m_{km} w_{km}^2) \right\} \quad (20)$$

이와같이 cross-correlation 함수를 이용하여 전달 인너턴스는 다음과 같은 관계식에 의해서 구할 수가 있다.

$$\bar{H}_{12}(jw) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{km}(\bar{x}_1) Y_{km}(\bar{x}_2) Y_{km}^2(\bar{x}_c) \left\{ (jw)^2 / \zeta_{km} m_{km} w_{km}^2 \right\} \bar{H}_{km}(jw) \times \left[ j(w/w_{km}) + 2\zeta_{km} \right] \quad (21)$$

식(21)은 가진력과 가속도 응답과의 관계를 나타내고 있지만 중앙점  $\bar{x}_c$ 를 가진점으로 해서 측정점  $\bar{x}_1$ 에 있어서 전달 인너턴스를 구하는 경우는 다음과 같이 쓸 수가 있다<sup>12)</sup>.

$$\bar{H}_{1c}(jw) = (jw)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ {}_{km}A_{1c} / (w_{km}^2 - w^2 + 2j\zeta_{km} w_{km} w) \right\} \quad (22)$$

여기서  ${}_{km}A_{1c}$ 은 전달 인너턴스  $\bar{H}_{1c}(jw)$ 에 대한  $(k, m)$ 번째의 modal 형상 계수이다. 그리고  ${}_{km}A_{1c}$ 은 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$${}_{km}A_{1c} = {}_{km}\phi_1 \cdot {}_{km}\phi_c \quad (23)$$

${}_{km}\phi_1$ ,  ${}_{km}\phi_c$ 은 각각 측정점 및 가진점의 modal 형상 계수이다. 측정점  $\bar{x}_1$ 에서 modal 계수는 가진점 modal 형상 계수를 이용하여 나타내면 다음과 같이 된다.

$${}_{km}A_{1c} = ({}_{km}\phi_1)^2 = {}_{km}A_{1c}^2 / {}_{km}A_{cc} \quad (24)$$

이와 같은 관계식을 이용하여 가진점 인너턴스  $\bar{H}_{cc}(jw)$ 을 계산 혹은 측정 가능하다면 임의의 측정점에서의 전달 인너턴스  $\bar{H}_{1c}(jw)$ 을 같은 방법으로 추정할 수가 있다. 그리고 임의의 가진점 인너턴스는 다음과 같은 식으로 구할 수가 있다.

$$\bar{H}_u(jw) = (jw)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} ({}_{km}A_{1c})^2 / ({}_{km}A_{cc}) (w_{km}^2 - w^2 + 2j\zeta_{km} w_{km} w) \quad (25)$$

### 2.3. 임펄스가진에 의한 음의 방사특성<sup>16)</sup>

Fig. 1에 보인바와 같이 가진점으로 부터 음압의 측정점까지의 좌표축을 고려하여 그 측정점의 음압  $p(0, t)$ 은 Helmholtz 적분에 의해 Fourier 변환하면 다음과 같이 된다<sup>13)</sup>.

$$P(0, \omega) = \int_{S_{sc}} \left[ P(\vec{r}_i, \omega) \frac{\partial G}{\partial n}(\vec{r}_i, \omega) - \frac{\partial P}{\partial n}(\vec{r}_i, \omega) G(\vec{r}_i, \omega) \right] dS_i \quad (26)$$

$G(\vec{r}_i, \omega)$ 은 Green 함수이고 그리고  $G(\vec{r}_i, \omega)$ 은 판의 표면위에 있어서 임펄스성 점음원에 의한 측정점의 음압응답에 대한 Fourier 변환을 나타내고 있다. 적분은 판의 표면  $S$ 로부터 세공간  $S_c$ 까지 하였다. 수직면에 대한 모우멘텀식을 고려하면

$$\rho \ddot{x}_n(\vec{r}_i, t) = - \frac{\partial P}{\partial n}(\vec{r}_i, t) \quad (27)$$

되면, 식(27)을 Fourier 변환하여 식(26)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$P(0, \omega) = - \int_{S_{sc}} \left[ P(\vec{r}_i, \omega) + \rho \ddot{X}_n(\vec{r}_i, \omega) \times G(\vec{r}_i, \omega) \right] dS_i \quad (28)$$

식(28) Green 함수  $G(\vec{r}_i, \omega)$ 의 해는 임펄스가진력에 대해서 방사음이 가속도항에 충분히 포함되어 있다고 가정하거나, 또는 far-field에 있어서 방사음을 관측할때 식(28)은 다음과 같이 된다.<sup>10)</sup>

$$P(0, \omega) = - \rho \int_S \left[ \ddot{X}_n(\vec{r}_i, \omega) \right] dS_i \quad (29)$$

여기서 방사음과 임펄스 가진력과의 관계는계의 인너턴스 식(4)를 식(29)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$P(0, \omega) = \left[ -\rho \int_S \ddot{H}_n(\vec{r}_i | \vec{r}_c, \omega) G(\vec{r}_i, \omega) dS_i \right] F(\vec{r}_c, \omega) \quad (30)$$

식(30)은  $\vec{r}_c$ 에 있어서 가진력에 의한 자유공간의 방사음  $P(0, \omega)$ 가 가진력과 총전달함수로서 표시하고 있음을 알 수 있다<sup>11)</sup>. 즉 계의 인너턴스와 Green 함수에 의해서 계산되어지는 자유공간상의 방사음과 가진력에 의해서 총 전달함수  $M(\vec{r}_c, \omega)$ 을 정의하면 다음과 같다.

$$P(0, \omega) = M(\vec{r}_c, \omega) F(\vec{r}_c, \omega) \quad (31)$$

그러나 실제문제에 있어서 구조물에 가진력이

가해졌을때 발생되어지는 임펄스 응답을 이용하여 유용한 전달특성을 추정하기 위해서 수직가속도와 음압과의 상관성(correlation)을 검토할 필요가 생기게 된다. 즉 진동모우드와 음향모우드의 관계를 검토하기 위해서 식(29)에 가속도의 복소공액(complex conjugate)항  $\ddot{X}_n^*(\vec{r}_i, \omega)$ 를 곱하여 그리고 판 표면상의 수직 가속도는 면적분에 독립적이라고 하면 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$S_{\ddot{x}\ddot{x}}(0, \omega) = - \rho \int_S \left[ G(\vec{r}_i, \omega) dS_i \right] S_{\ddot{x}\ddot{x}}(\vec{r}_i, \omega) \quad (32)$$

여기서  $S_{\ddot{x}\ddot{x}}$ 은 가속도응답과 음압과의 cross-spectrum를 표시하며,  $S_{\ddot{x}\ddot{x}}$ 은 가속도응답의 power-spectrum을 나타낸다. 식(4), (30)과 (31)를 이용하여 식(32)을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$S_{\ddot{x}\ddot{x}}(0, \omega) = M(\vec{r}_c, \omega) S_{\ddot{x}\ddot{x}}(\vec{r}_i, \omega) / \ddot{H}_n(\vec{r}_i | \vec{r}_c, \omega) \quad (33)$$

따라서 Green 함수는 식(31)과 식(33)에 의해 추정할 수 있다. 다시 말해서, 계의 최적 전달함수 즉 인너턴스 및 Green 함수는 시간적, 공간적 데이터의 평균화(averaging)를 함에 따라 얻어지는 것을 알 수 있다. 이와 같은 경우 정도가 높은 전달함수 추정을 위해서 각 공진 주파수마다 coherence 함수 및 위상(phase)의 정보를 이용하고 있다<sup>12)</sup>.

#### 2.4. 총 전달함수와 방사특성에 의한 입력과위의 추정

진동-음향계에 있어서 변환 특성을 나타내는 방사저항(radiation resistance)은 다음과 같이 정의한다<sup>13)</sup>.

$$R_{rad} = \langle p^2 \rangle / \langle \dot{x}_n^2 \rangle \quad (34)$$

( ) 기호는 시간적, 공간적 평균을 의미한다. 어떠한 계에서 공진모우드를 주목할때 충격과 같은 과도적인 입력에 대한 응답 즉 가속도 및 방사음의 유한한 데이터를 FFT(Fast Fourier Transform)법을 이용하기 위해서 Parseval 정의

에 의한 두개의 응답간의 상관함수 (correlation function)을 Fourier 적분하여 식 (34)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$R_{rad}(0, \omega) = P(0, \omega) / \dot{X}_n(\bar{r}_c, \omega) = \omega P(0, \omega) / \ddot{X}_n(\bar{r}_c, \omega) \quad (35)$$

식 (35)에 식 (31)을 대입하여 즉 총전달 함수와 방사저항과의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M(\bar{r}_c, \omega) = \frac{1}{\omega} R_{rad}(0, \omega) \ddot{H}_n(\bar{r}_c, \bar{r}_c, \omega) \quad (36)$$

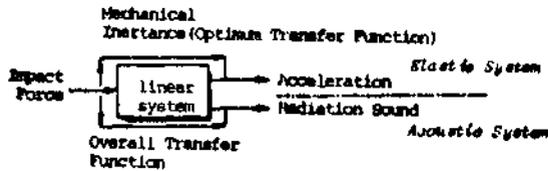


Figure 2. Consideration of data analysis and physical phenomena for a linear system.

이상의 관계식을 종합해서 나타내면 Fig.2에 보인 바와 같다. 먼저 (i)충격가진에 의한 진동계의 전달특성으로서 기계 인너턴스(Mechanical Inertance)를 이용하여 계의 전달함수를 최적화할 수 있고, (ii)방사음은 기계 인너턴스와 총전달 함수를 이용하여 추정 가능하고, (iii) 공진모우드에 주목하여 진동-음향계의 상관성 및 음향 진동변환특성<sup>11)</sup>을 이용하여 입력파워를 추정하는 것등이 가능하게 된다.

### 3. 실험

#### 3.1. 측정계 및 실험장치

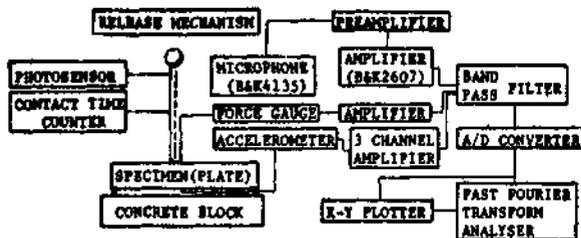


Figure 3. Instrumentation and data processing

진동·소음원의 전달특성을 측정하기 위해서 측정계의 개요도를 Fig.3에, 실험장치의 개요도를 Fig.1에 각각 보였다. 시험편은 SS41 정방형의 철판과 베어링 SUJ 강구를 이용하였다. 그리고 사용한 철판과 강구의 크기 및 측정 조건을 Table.1에 보였다. 일정한 충격력 및 가진점 위치에 있어서 충격물체의 낙하명중률을 높이기 위해서 photo sensor를 이용하여 제속하였다. 충격에 의해 발생하는 가진력, 가속도 및 방사음에 관한 정보는 Fig.3에 보인 순서에 의한 통계적인 수법을 이용하여 계산하였다. 본 실험은 간이 무향실에서 수행하였고, 특히 철판은 4번지지로써 단순지지 되도록 노력하였다.

#### 3.2. 실험방법 및 데이터처리

충격발생원은 Table 1에 보인 바와같은 강구(구경일정)의 낙하높이(충돌속도)를 바꿔가면서 실험을 수행하였다. 또한 강구의 직경을 바꿔가

Table 1 Specifications for plate, ball and experiment conditions

Specification	Ball	Plate	Ball dropping height
Material	SUJ	SS41	200, 250, 300 (mm)
Diameter (d)	10, 15, 20, 25 (mm)		Fixed dropping height; 250mm
Length (a)	150 (mm)		Fixed ball diameter 10 mm
Width (a)	150 (mm)		
Thickness (h')		20 (mm)	

면서 낙하높이와의 조합에 의한 충격기구를 검토하였다. 이때 가진력은 충격면에 부착시킨 force 변환기에 의해서 측정하였고, 가속도 응답은 충격면의 반대편에 부착한 가속도 측정기에 의해 측정하였다.

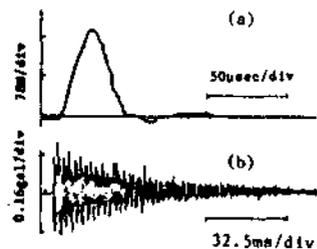




Figure 4. Waveforms by impact. (a) force, (b) acceleration, (c) sound pressure (ball diameter  $d=10\text{mm}$ , dropping height  $h=250\text{mm}$ , thickness  $h'=20\text{mm}$ )

이와 동시에 음압은 Fig.3에 표시한 바와같은 충격면으로부터 250mm 떨어진 위치에 마이크로폰을 설치하여 측정하였다. 측정할 각종 데이터는 디지털 파형기록기에 의해 A/D 변환하였다. 디지털화된 각 데이터는 Fig.3에 나타낸 순서에 의해서 마이크로 컴퓨터에 의해서 FFT법을 이용하여 주파수 분석을 수행하였다. A/D 변환할 때의 sampling시간은 Nyquist 정리 및 예측되는 판의 공진모우드 주파수밴드를 고려하여  $50\mu\text{sec}$ 를 선택하였다. 디지털 처리에 있어서 error를 적게 하기 위해서 즉 anti-aliasing을 위한 Band pass filter를 이용하여 계측을 수행하였다. 이상과 같은 측정계 및 데이터 처리 방법을 이용해서 가진점 및 측정점의 위치를 바꾸었을 때 가진점 인너턴스와 전달 인너턴스 및 총전달 함수를 구하였다. 실험에 의해서 얻어진 결과와 데이터처리 기술에 의해서 얻어진 결과를 비교 검토하기 위해서 Fig.1에 보인 바와같은 가진점  $\bar{x}_c$  및 대각선상의 2점 ( $\bar{x}_2$ 와  $\bar{x}_1$ ), 평행선상의 2점 ( $\bar{x}_3$ 과  $\bar{x}_4$ ) 등 다섯점을 선택하였다. 특히 중앙부  $\bar{x}_c$ 와 강구의 직경 10mm, 낙하높이 250mm의 조건은 충격기구 및 임의의 가진점에서 기계인너턴스와 방사음의 예측치를 비교하기 위해서 이용되었다.

4. 결과 및 고찰

4.1. 충격기구에 의한 주파수 응답 특성

진동과 방사음과의 관계를 명확히 규명하기 위하여 충격기구에 대한 주파수 응답을 검토하였다. 충격기구에 대한 이론적 고찰은 식(15) Hertz 이론에 기초를 두고 행해졌다. 본 실험에는 충격원

으로서 여러가지 직경의 강구와 일정한 낙하높이에 의한 판의 주파수 응답을 비교 검토하였다. 해석에 이용된 충격압력, 가속도 및 음압을 동시에 관측한 대표적인 예를 Fig.4에 나타내고 있다. 충돌에 의한 판의 응답은 과도적 현상을 나타내고 있는데 가진력과 가속도 및 가진력과 방사음을 각각 데이터처리 기술을 이용하여 주파수 분석을 수행하였다. 일정한 낙하높이에 직경이 다른 강구에 대한 진동관 응답특성을 Fig.5

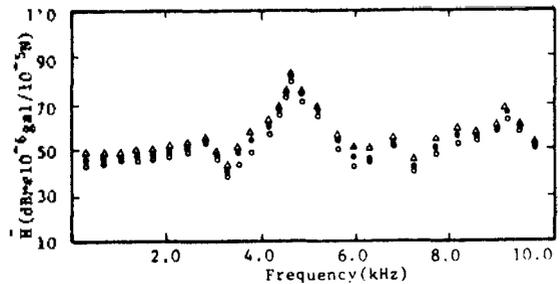


Figure 5. Inertance for impact mechanism of various ball diameters.  $\circ$ ,  $d=10\text{mm}$ ;  $\bullet$ ,  $d=15\text{mm}$ ;  $\Delta$ ,  $d=20\text{mm}$ .

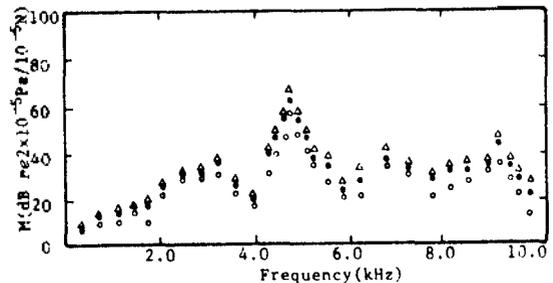


Figure 6. Overall transfer function for impact mechanism of various ball diameters.  $\circ$ ,  $d=10\text{mm}$ ;  $\bullet$ ,  $d=15\text{mm}$ ;  $\Delta$ ,  $d=20\text{mm}$ .

와 Fig.6에 나타내고 있다. Fig.5에는 가진점 인너턴스를 Fig.6은 총전달 함수를 나타낸다. 이와같은 결과는 강구의 직경이 크게됨에 따라 레벨은 전 주파수영역에 걸쳐서 높게되는 경향을 나타내고 있다. 더욱이 진동 및 방사음의 응답레벨은 진동계에서의 전달함수에 의한 접촉면의 강제진동과 자유진동의 상호관계가 의한 것으로 판단되어진다.

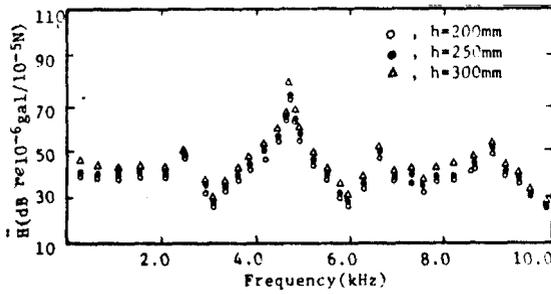


Figure 7. Inertance for an impact mechanism of various dropping heights(or impact velocities).

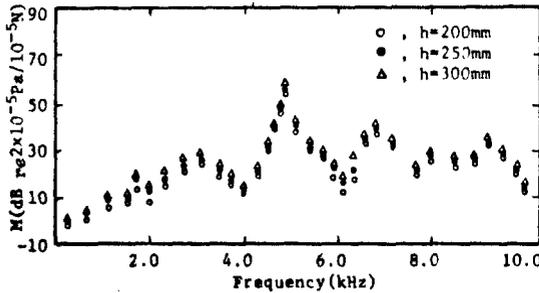


Figure 8. Overall transfer function for various dropping heights(or impact velocities).

다음에 낙하높이를 바꾸었을때 즉 충돌속도를 바꾸는 것에 의해 얻어지는 기계 인너턴스와 총 전달함수를 각각 Fig. 7과 Fig. 8에 나타내고 있다. 충돌속도가 빠르게 따라서 접촉시간은 약간 짧아지지만 충돌 속도를 빠르게 함에 따라 계에 작용하는 입력이 증가하면 진동 및 방사음의 주파수 응답레벨이 증가하는 것을 알 수가 있다. 강구의 직경 및 낙하높이의 변화에 의한 접촉시간에 대해서 이론치 및 실측치를 Fig. 9에 도시했다.

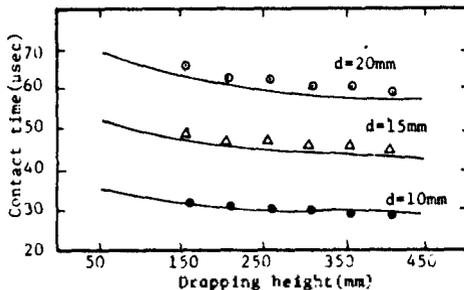


Figure 9. A comparison of contact time between theory and experiment. —, theory; ●, d=10mm; △, d=15mm; ●, d=20mm; experiment.

충돌속도가 빠르게 됨에 따라 접촉시간은 짧게 되고 가속도 및 음압은 높게 응답되는 것을 추정할 수 있다. 그리고 기계 인너턴스와 전달함수의 주파수 응답에 있어도 똑같은 경향이 보여졌다. 즉 접촉시간이 짧게 되면 식 (15)에 나타낸 바와같이 충격력이 크게 되고 계의 방사특성을 잘 나타낼 수 있는 것을 알 수 있다. 이와같은 특성은 측정점 및 가진점 위치를 바꾸었을 경우도 똑같은 경향을 나타내고 있는 사실을 발견하였다.

#### 4.2. 진동계의 전달특성

중양부  $\bar{x}_c$ 에 가진시킬 때 대각선상의  $\bar{x}_1, \bar{x}_c$ 의 각 측정점 기계 인너턴스를 이용하여 동일선상의  $\bar{x}_2$ 에서의 가진점 인너턴스에 대한 예측치와 실측치와의 비교 결과가 Fig. 10에 나타내고 있다.

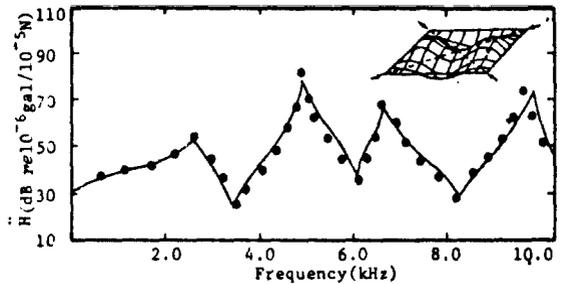


Figure 10. A comparison between measured and predicted inertance  $\bar{H}_{22}$ , derived from  $\bar{H}_{11}$  and  $\bar{H}_{21}$  for diagonal to nodal line measuring point. —, predicted; ●, experimental (h'=20mm, h=250mm, d=10mm)

가진점  $\bar{x}_2$ 의 예측치는 측정점  $\bar{x}_1$ 의 가진점 인너턴스  $\bar{H}_{11}$ 와 전달 인너턴스  $\bar{H}_{21}$ 을 이용하여 예측하였다. 다음에 중양부  $\bar{x}_c$ 로부터 대각선상 방향과 동일한 거리의 주변에 평행선상의  $\bar{x}_3$ 에서 가진점 인너턴스에 대한 예측치 및 실측치를 Fig. 11에 도시하였다. 가진점  $\bar{x}_c$ 에서 예측치는 측정점  $\bar{x}_2$ 의 가진점 인너턴스  $\bar{H}_{22}$ 과의 임의의 측정점  $\bar{x}_3$ 까지의 전달인너턴스  $\bar{H}_{32}$ 를 이용하여 얻어진 것이다. 지금까지의 결과는 식 (25)을 이용하여 구한 가진점 인너턴스이다. 예측치와 실측치의 오차는 전주파수 영역의 걸쳐서  $\bar{x}_c$ 에서는 1.2

dB 를  $x_2$ 에서는 1.3dB 를 각각 나타내고 있다. 상관계수는 양쪽 모두 0.92 이상의 높은것을 보여주고 있다. 그러나 고주파 영역에 있어서 예측치와 실측치는 약간 차가 보이지만 Fig. 4(a)에 나타내는 가진력의 스펙트럼 특성에 의한 것으로 추측되어진다. 즉 임펄스 가진은 충돌 접촉 시간에 의한 영향을 받는 것으로 여겨지지만 이와같은 영향을 식제하기 위해서는 가진력과 가진력에 의해 발생하는 가속도 응답을 이용하여 관의 기계인너턴스가 얻어진다. 기계 인너턴스의 위상 및 coherence 함수는 계의 전달특성을 추정 할때 유효한 수단으로 이용된다. 본 실험에 얻어진 위상과 coherence 함수는 Fig. 12에 도시하였다. 공진모우드에 있어서 위상은  $-\frac{\pi}{2}$ 에서  $\frac{\pi}{2}$ 에의 변화를 나타내고 coherence 함수는 0.86 이상의 높은 상관성을 나타내고 있는 것을 알수 있다. 이상의 결과로부터 대각선상 및 평행선상의 계에 대한 modal 형상 계수가 기계 인너턴스법에 의해 측정 가능하다면 임의 측정점 기계 인너턴스는 예측 할 수 있다. 이와같은 modal 형상 계수에 대해서는 가진점 및 측정점의 위치를 바꿈에 따라서 실험적으로 얻어진다. 이때 modal 형상 계수는 진동판의 감쇠계수에 의해 변하기 때문에 본 실험에서는 narrow band 디지털 필터를 이용하여 대수감쇠율로부터 얻어진 감쇠계수를 이용하여 계산하였다. 이와같은 파라미터와 위상 및 coherence 함수를 이용하여 예측한 기계 인너턴스는 진동계의 최적전달함수로 이용된다.

#### 4. 3. 총전달함수를 이용한 방사음 예측

충격가진에 의해 방사되는 음압은 가진력과 가속도 응답에 의해서 얻어진 최적전달함수 (기계 인너턴스)와 Green 함수를 이용한 총전달 함수에 의해서 예측할 수가 있다. 예측치는 식(36)를 이용한 결과이며, 충격가진에 의한 가속도 및 방사음의 주파수 응답특성은 강구와 철판의 충돌에

의해 발생하는 모우멘텀 관계식을 이용하여 얻어진 Green 함수의 해 즉 임펄스 가진에 의한 방사음은 진동판에 수직인 가속도에 의존하는 것으로 추측된다. 그러나 Green 함수의 해를 구하는 것이 어렵기 때문에 본 연구에서는 (i) 진동계의 최적전달함수와 임펄스 가진력에 의해서 진동판의 가속도 응답이 추정되고 (ii) 추정된 임의 측정점에 대한 가속도와 자유공간에 있어서 방사음과의 관계로부터 Green 함수를 추정한다. (iii) 이와같은 (i) (ii)의 순서에 의해서 진동판의 가속도 응답과 Green 함수를 이용한 총전달 함수에 의해서 임의 가진점에 있어서 방사음이 예측된다.

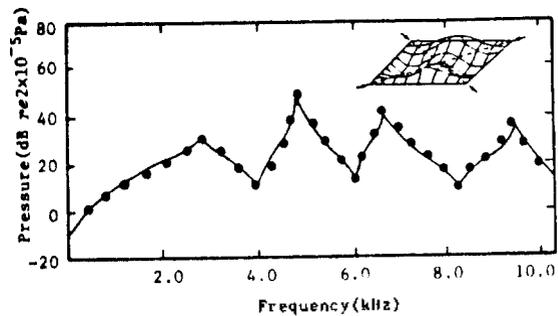


Figure 13. A comparison between measured and predicted pressure, derived from overall transfer function for diagonal to nodal line exciting point. —, predicted; •, experimental.

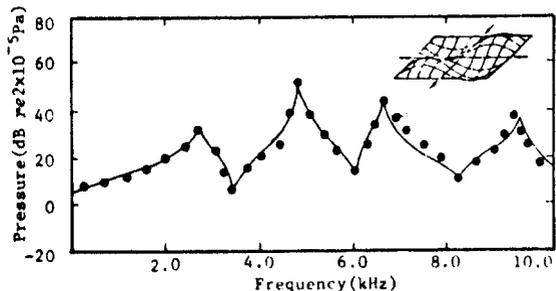


Figure 14. A comparison between measured and predicted pressure, derived from overall transfer function for parallel to nodal line exciting point. —, predicted; •, experimental.

Fig. 13과 Fig. 14은 총전달함수를 이용해서 얻어진 예측치와 실측치를 도시하였다. 고주파수 영역에 있어서 약간 차가 보이지만 이것은 진동계의 충격기구 및 진동계의 감쇠에 의한 far-

field에서의 지향성에 의한 것으로 추정된다.<sup>14)</sup>

#### 4.4. Cross-spectrum을 이용한 충격 가진력의 추정

식(30)에 나타낸 바와같이 진동판의 전달 특성 및 방사 특성을 실험적 및 이론적 고찰에 의해서 명확하게 하였다. 이들의 결과를 이용하여 충격 가진력을 예측하는 가능성을 검토하였다. 실측한 가속도와 방사음의 correlation 함수 즉 방사저항과 총전달함수를 이용하여 가진력을 예측하였다. Fig. 15은 강구의 직경 10mm, 낙하높이 250mm인 경우 실측치와 예측치의 대표적인 예를 도시하였다. 또한 가속도 측정점을 대각선상과 평행선

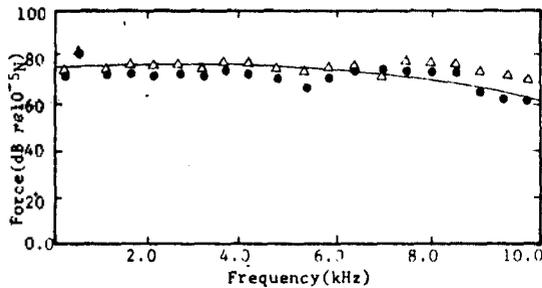


Figure 15. A comparison between measured and predicted impulsive force derived from overall transfer function and radiation resistance for measuring points. (a) diagonal to nodal line, ●; (b) parallel to nodal line, Δ; —, EXP-imental.

상에 설정한 측정치와 예측치를 비교한 결과이다. 실측치와 예측치는 일부를 제외하고는 잘 일치하고 있는 것을 보여주고 있다. 총전달함수와 기계 인너턴스를 이용하여 음향특성이 추정되어 이와같은 특성을 고려하면 가진력의 주파수 응답 특성이 예측 가능하다고 볼 수 있다.

#### 5. 결 론

두꺼운 판에 충격가진력을 가했을 때 발생하는 가속도 및 방사음에 대한 예측치 및 실측치로부터 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) 충격에 의해서 발생한 가속도 및 방사음의 주파수 응답 특성은 강구의 직경과 충돌속도에 의해서 결정된다. 이와같은 특성은 기계 인너

턴스법을 이용하여 진동판의 임의 측정점 기계 인너턴스를 예측할 수가 있다.

2) 방사음의 주파수 응답 특성은 가속도의 응답 특성에 의존하고 있으며, 즉 음향모우드 패턴과 진동모우드 패턴이 상호 상관성을 가지고 있는 것을 확인하였다.

3) 충격을 받는 철관에 대한 방사특성은 기계 인너턴스와 총전달함수를 이용하여 얻어진 예측치와 실측치가 잘 일치하고 예측치의 유효성을 각종 충격기구에 대해서 평가하였다.

4) 방사저항과 총전달함수를 이용하여 임펄스성 충격의 입력과 위 주파수 특성을 추정하였다.

이상의 결과로 부터 본 연구의 해석수법은 계의 선형성 및 가속도와 방사음과의 상관성에 주목하여 즉 cross-spectrum을 이용하면 두꺼운 판에 대한 음향 특성을 명확히 예측할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- 1) A. Akay, "A Review of Impact Noise," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 64, pp. 977-987, 1978.
- 2) J. E. Oh et al., "Impulsive Noise Source on the Structure by Mechanical Inertance," Proc. Inter Noise '81, pp. 317-320, 1981.
- 3) J. E. Oh et al., "Frequency Response on the Structure by Impulsive Noise Source," Symp. of Noise, J. Acoust. Soc. Japan, 80N-11-4, pp. 19-24, 1980.
- 4) J. E. Oh et al., "Impulsive Noise Source on the Structure by Mechanical Inertance Method," Proc. J. Acoust. Soc. Japan, pp. 3-4, 1981.
- 5) J. E. Oh et al., "Overall Transfer Function for Impulsive Noise Radiated from a Vibrating Structure, Proc. J. Acoust. Soc.

- Japan, pp. 5-6, 1981.
- 6) J. E. Oh et al., "Sound Radiation Characteristics of a Vibrating Plate by Impact Force, Symp. of Noise, J. Acoust. Soc. Japan, N-8111, pp. 1-8, 1981.
  - 7) J. S. Bendat and A. G. Piersol, Random Data, Wiley Int., New York 1971.
  - 8) Y. K. Lin, Probabilistic Theory of Structure Dynamics., McGraw-Hill, 1967.
  - 9) W. Goldsmith, Impact, London, Edward Arnold, 1960.
  - 10) A. Akay et al., "Acoustic Radiation from Elastic Impact of a Sphere with Slab," Applied Acoust., Vol. 11, pp. 285-304, 1978.
  - 11) H. Mintrop and W. Ecker, "Verwirklichung von Sprung and Stoßfunktion mit großen Kräften Zur Analyse Mechanischer Systememe," messen prüfen/automatik, Vol. 5, pp. 321-325, 1974.
  - 12) R. E. D. Bishop and D. C. Johnson, The Mechanics of Vibration, Cambridge Uni. Press, 1960.
  - 13) P. M. Morse and K. U. Ingard, Theoretical Acoustics, Mc Graw-Hill, New York, 1968.
  - 14) M. C. Junger and M. Feit, Sound Structures and Their Interaction, MIT Press, 1968.
  - 15) G. Maidanik, "Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields," Vol. 34 (6), pp. 809-826, 1962.
  - 16) J. E. Oh, "Impact Noise Source of Forge Machine by Using Multi-Dimensional Spectral Analysis (Part I)," Proc. Korea-Japan Joint Symp. on Acoust., pp. 169-172, 1981.