

U-groove가 있는 平板材끝 Hole의 安定性 問題

金 時 榮* · 金 永 守**

A Study on the Hole Stability in the U-grooved Plates

Si-young KIM*, Young-soo KIM**

In the stability problem of the U-grooved plate, it has a circular hole, the site of the hole determines some different deformation mode when it was loaded. To determine the optimal position of the circular hole-center which not to get large distortion of the hole itself, in this paper, we studied the distributions of stresses in the neck area between hole and U-groove and the distortion mode of the deformed hole by B. E. M(Boundary Element Method) and compared with experimental results in four cases.

For a distributed load, according to the center of the hole moves closer to the U-groove center (c.-c. line), the shape of the circular hole was transformed to the elliptical one(it's major axis perpendicular to the c.-c. line).

In this problem, the results by Boundary Element Method was well accorded with Experiments.

緒 論

一般的으로 大形보일러 및 熱交換裝置의 管路部의 中間固定 또는 送水라인의 中間支持部를 위하여서 平板에 圓形구멍(hole)을 加工하여 그 内部로 管을 통과시키는 것이 普通이다.

이런 境遇에 固定平板이 外力을 받게 되면 이 外力에 의하여 内部圓形 구멍에 影響을 주어 그 形狀이 變化되며, 同時에 管에 外部應力이 作用하게 되며 이로 인해 管의 파괴나 비틀림 저그러짐(distortion)이 發生하게 되면 주어진 管系에 惡影響을 미치게 되므로 外力에 의한 圓形구멍의 變形樣狀에 대한 詳細한 資料와 구멍주위의 應力分布에 대한 解析이 必히 要求된다고 하겠다.

本 研究에서는 U-groove를 갖는 “L”字形의 평판 끝에 위치하는 구멍에 의하여 支持되는 管固定部에 있어서 支持平板에 分布荷重이 作用할 때 管이 通過하는 圓形구멍(circular hole)이 어떻게 變形되고, 또 圓形구멍주위의 應力分布에 대한 解析을 구멍의

中心을 U-groove 方向으로 移動시키면서 行하여 그 資料分析을 통하여 임의로 주어진 形狀에 따른 支持 圓形구멍의 最適位置를 選定할 수 있도록 하였다.

本 모델에 있어서의 解析法은 最近에 쓰여지게 된 數值的 解法인 境界要素法¹⁾(Boundary Element Method)을 適用하였으며, 境界要素法의 적용에 있어서 均질재료²⁾(Isotropic Material)로의 假定이 불가피하였으며 사용된 컴퓨터(H. P. 3000 Computer)가 小形인 關係로 더욱 精밀한 解를 얻지 못함이 아쉬운 點이며, 實際的의 實驗을 통하여 理論解와 比較한 結果 잘 一致함을 알 수 있었다.

더욱 詳細한 研究를 위하여 外力만이 아니라 內壓 및 溫度³⁾에 의한 作用도 考慮되어야 하고 加速度項도 첨가되어야 할 것으로 생각된다.

本 論

〈記號說明〉

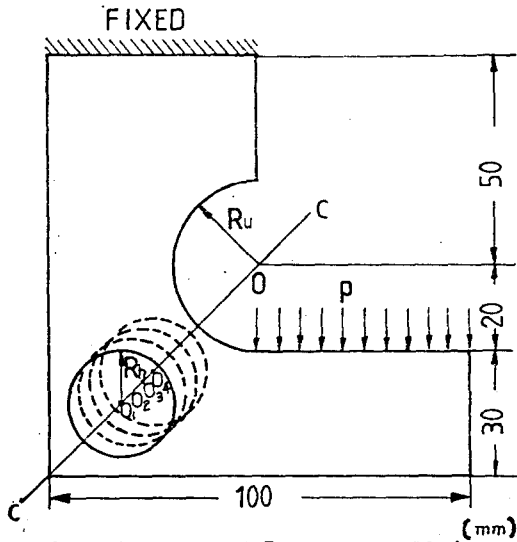
G: 材料의 剪斷彈性 係數(kg/mm²)

ν: 프와송 비(Poisson's ratio)

* 釜山水産大: National Fisheries University of Busan

** 釜山大學校: Busan National University

- t: 板材의 두께(mm)
- P: 總荷重(kg)
- p: 單位길이 分布荷重(kg/mm)
- R_u: U-groove의 半徑(mm)
- R_h: 圓形구멍의 半徑(mm)
- O_u: U-groove의 中心
- O_h: 圓形구멍의 中心(h=1, 2, 3, 4)
- c.-c: 圓形中心의 移動線



R_u = 20, R_h = 12.5, O_u = (50, 50)
 O₁ = (17.5, 17.5), O₂ = (20, 20)
 O₃ = (22.5, 22.5), O₄ = (25, 25)

Fig. 1. The model of the plate in this paper.

1. 基礎理論

1) 2次元 彈性理論

위 Fig. 1과 같은 모델에 대한 變形解析을 위하여 彈性方程式들의 適用에 앞서 線形彈性 B. E. M을 위한 몇가지 假定이 必要하다.

- 1) 주어진 材料는 線形 應力-變形度 關係를 만족하는 等방체(isotropic body)이다.
- 2) 초기응력, 변형도 및 熱과 時間에 의한 變形은 없다고 본다.

그러므로 재료는 Euler Eq. 으로부터

다음의 平衡條件 式(1) 및 變形度-變位條件 式(2)을 만족해야 한다.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} + b_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \dots (1)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \dots (2)$$

또한 應力-變形度의 關係도 만족하므로

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{pmatrix} \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \frac{2\nu}{(1-2\nu)} & \frac{2\nu}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \frac{2\nu}{(1-2\nu)} & \frac{2\nu}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \frac{2\nu}{(1-2\nu)} & \frac{2\nu}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{23} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

sym.

여기서 $\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ 이며, $\epsilon_{33} = \epsilon_{31} = \epsilon_{32} = 0$ 이 된다.

2) 假想일의 原理에 의한 B. E. M理論

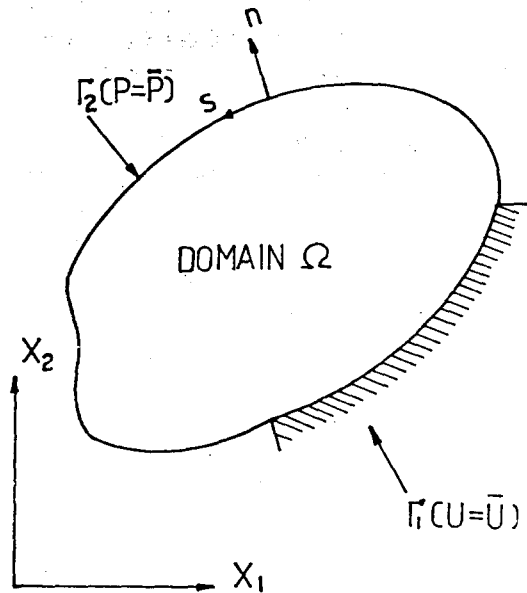


Fig. 2. A schematic diagram of the two-dimensional elastic body.

Fig. 2에 圖示한 線形彈性體의 假想일의 原理⁴⁾(Virtual Work Theorem)의 式은

$$\int_{\Omega} (\sigma_{jk,j} + b_k) u_k^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (p_k - \bar{p}_k) u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{u}_k - u_k) p_k^* d\Gamma \quad (4)$$

essential condition $u = \bar{u}$ on Γ_1

natural condition $p = \bar{p}$ on Γ_2 , $p_k^* = n_j \sigma_{jk}$

위 式(4)를 두번 部分積分 하게 되면

$$\int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{jk,j} u_k^* d\Omega = - \int_{\Gamma_2} \bar{p}_k u_k^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} p_k u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \bar{u}_k p_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_2} u_k p_k^* d\Gamma \quad (5)$$

式(5)를 평형조건식 式(1')을 적용하면

$$\sigma_{jk,j} + \Delta_i^j = 0, \quad (1')$$

여기서 Δ_i^j 은 Dirac delta function이며 i 點에서 l 方向의 單位荷重을 表示한다. 즉

$$u_i^j + \int_{\Gamma} u_k p_k^* d\Gamma = \int_{\Gamma} p_k u_k^* d\Gamma + \int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega \quad (6)$$

여기서 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$, u_i^j 는 i 點에서의 l 方向의 變位를 表示한다. 이 式을 3次元의 問題에 대한 一般化된 式⁵⁾으로 수정하면

$$c^i u_i^j + \int_{\Gamma} u_k p_k^* d\Gamma = \int_{\Gamma} p_k u_k^* d\Gamma + \int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega \quad (7)$$

여기서 c^i 는 境界點의 거칠기係數이며 内部點에 대하여서는 $c^i = 1$ 이 된다. 또한 p_k^* 및 u_k^* 는 式(6)과 마찬가지로 l 方向으로 作用하는 單位荷重에 대한 k 方向의 應력(traction)과 變位를 나타낸다.

2次元 平面 strain을 받는 等方體에 대한 p_k^* , u_k^* 는 각각

$$u_k^* = \frac{1}{8\pi G(1-\nu)} \left\{ (3-4\nu) \Delta_{ik} \left(\frac{1}{r} \right) \Delta_{lk} + \frac{\partial r}{\partial X_l} \frac{\partial r}{\partial X_k} \right\} \quad (8)$$

$$p_k^* = - \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left(\frac{\partial r}{\partial n} \left\{ (1-2\nu) \Delta_{kl} + 2 \frac{\partial r}{\partial X_k} \frac{\partial r}{\partial X_l} \right\} - (1-2\nu) \left(\frac{\partial r}{\partial X_l} n_k - \frac{\partial r}{\partial X_k} n_l \right) \right) \quad (9)$$

여기서 $(\partial r / \partial X_l) = (r_l / r)$ 이다.

式(7)을 matrix 형태로 바꾸어 쓰면

$$c^i u_i^j + \int_{\Gamma} p^* u d\Gamma = \int_{\Gamma} u^* p d\Gamma + \int_{\Omega} u^* b d\Omega \quad (10)$$

여기서 $p^* = \begin{bmatrix} p_{11}^* & p_{12}^* \\ p_{21}^* & p_{22}^* \end{bmatrix}$ $u^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* \end{bmatrix}$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

이다. 여기서 system은 n 개의 境界要素로 나누어져 있으므로 數值的인 積分形은 다음과 같이 쓸 수

있다.

$$c^i u_i + \sum_{j=1}^n \bar{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} p_j + b_i \quad (11)$$

여기서 $c^i = \begin{bmatrix} c^i & 0 \\ 0 & c^i \end{bmatrix}$ 이며 smooth한 표면에서는

$c^i = \frac{1}{2}$ 의 값이 주어지는 것이 普通이다. 또 $H_{ij} = \bar{H}_{ij} + c^i$ ($i=j$ 일때)을 도입하여

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} p_j + b_i \quad (12)$$

벡터形으로 表示하면 다음과 같이 된다.

$$HU = GP + B \quad (13)$$

以上에서 式(12)로 表示되는 2次元 彈性問題의 Governing Equation을 數值的인 方法으로 解析하는 것이 境界要素法에 의한 結果를 얻는 것이다 하겠다.

2. 數值解析

1) Program Flow-chart

本 研究에서 쓰인 프로그램의 흐름도는 아래와 같다.

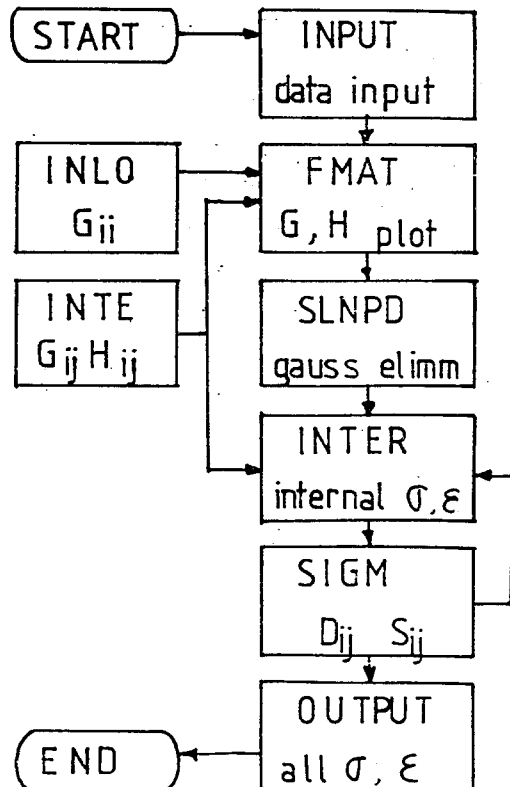


Fig. 3. A schematic flow-chart of the program.

2) 境界要素의 分割

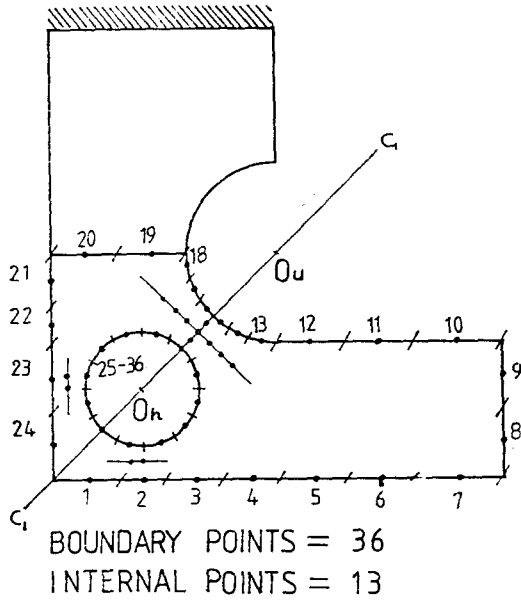


Fig. 4. The diagram of the divided boundary element mesh.

本 論 文 에 서 는 Fig. 4 와 같 은 要 素 分 割 에 의 하 여 경 계 절 점 은 36 개 의 점 으 로, 內 部 점 은 13 개 의 점 을 잡 았 으 며 圓 形 구멍 이 U-groove 에 接 近 함 에 따 라 경 계 면 과 內 部 점 들 의 應 力 및 變 位 상 태 가 變 하 므 로 다 음 의 각 각 에 대 하 여 圓 의 中 心 을 c-c 線 을 따 라 移 動 시 켜 전 부 4 가 지 의 경 우 에 대 하 여 解 析 하 였 다.

- ㄱ) 中 心 이 $O_1(17.5mm, 17.5mm)$ 인 경 우-경 우<1>
 - ㄴ) 中 心 이 $O_2(20mm, 20mm)$ 인 경 우-경 우<2>
 - ㄷ) 中 心 이 $O_3(22.5mm, 22.5mm)$ 인 경 우-경 우<3>
 - ㄹ) 中 心 이 $O_4(25mm, 25mm)$ 인 경 우-경 우<4>
- 주 어 진 재 료 는 SPC1(구 조 용 강 판)의 steel 을 적용 하 였 으 며 $G=0.8165 \times 10^4 (kg/mm^2)$, $\nu=0.29$ 로 하 였 다.

3) 實 驗

本 研 究 에 서 B. E. M 에 의 하 여 求 하 여 지 각 각 의 경 우 에 대 한 內 部 점 들 의 應 力 狀 態 의 檢 證 을 위 하 여 Fig. 5 와 같 은 모 양 의 市 中 의 SPC1 강 판 두께 4mm 를 절 단 하 여 U. T. M 으 로 strain gauge 를 붙 여 實 驗 하 였 다.

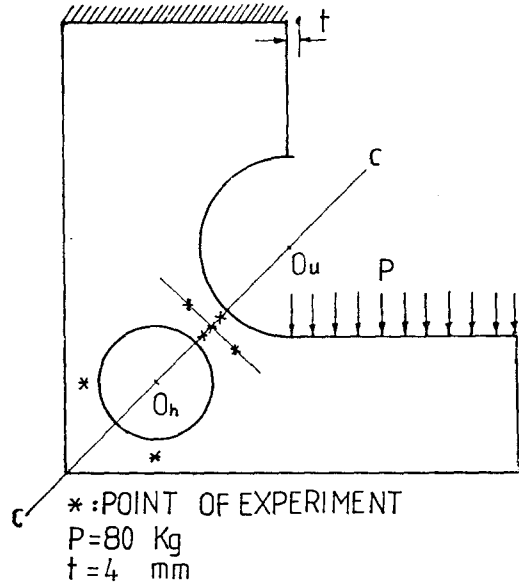
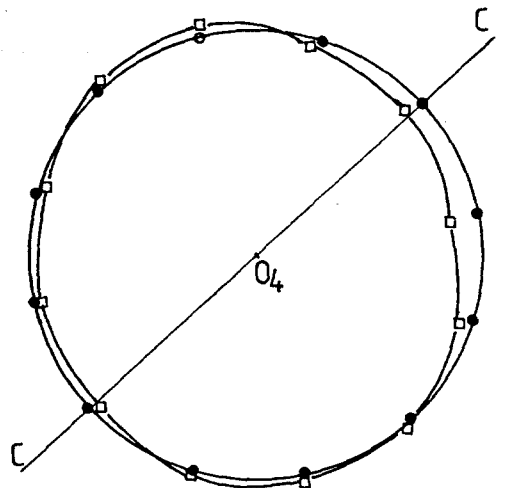


Fig. 5. The diagram of the experimental specimen.
*: test point by strain-gauge

結 果 및 考 察



- : ORIGINAL HOLE SHAPE
- : DEFORMED HOLE SHAPE

Fig. 6. The enlarged view of the deformed hole in case<4> which was compared by original one.

U-groove가 있는 平板材끝 Hole의 安定性 問題

앞의 경우<1>, <2>, <3>, <4>에 대한 解析과 實驗에 의하면 圓形구멍의 中心을 c.-c.線을 따라 U-groove 쪽으로 移動시키 감에 따라 그 구멍의 모양이 圓形에서 점점 橢圓形으로 變形됨을 發見할 수 있다. 이는 경우<1>에서와 같이 圓中心과 U-groove의 間隔이 어느 정도 떨어져 있을 때는 그목(neck)部分의 c.-c.線을 따르는 橫斷部는 일종의 굽힘(Bending)作用이 發生하여 引張과 壓縮應力이 同時에 存在하므로 形狀變化가 크지 않으나, 圓의 中心이 점점 移動하여 경우<4>와 같이 되면 U-groove 주위의 목(neck)部分의 斷面積이 감소함에 따라 全斷面이 引張應力을 받게 되므로 위 그림 Fig. 6에서 보여지는 바와 같은 橢圓形狀을 갖게 되며 그 特徵적인 現狀을 보면 橢圓의 形狀은 長軸이 c.-c.線과 수직을 이루게 됨을 알 수 있다. 本 解析에서는 경우<1>, <2>에 대해서는 引張과 壓縮이 同時에 일어남을 알 수 있으며 경우<3>에 있어서는 壓縮領域이 減少하여 경우<4>에서는 거의 全領域이 引張域이 됨을 알 수 있었다.

Beam의 中立面처럼 되어서 引張力이 미미한 狀態이지만 경우<4>에 있어서는 급격히 變化하여 中心部가 他部分과 同一한 크기의 引張應力을 받고 있음을 알 수 있다. 또한 strain-gauge에 의한 實驗結果도 위 事實을 뒷받침 함을 그림을 통하여 알 수 있다. 以外에도 圓形구멍과 鏡판의 境界面과 만나는 목(neck)部分에 대하여서 解析한 結果 이 部分은 形狀비에 無關하며 경우<1>로 부터 경우<4>에 達할 때까지 同一한 壓縮域으로 나타났으며 그 때의 應力値는 각 경우에 있어서 線形的인 減少를 나타냄을 알 수 있었으며 이는 實驗에 의해서도 同一한 現象을 얻을 수 있었다. 本 研究에서 考慮하지 못한 溫度와 時間의 項을 첨가하면 더욱 完全한 解를 얻을 수 있으나 現在까지의 方法으로써는 數值解法에 適用한 例가 흔치 않다. 앞으로 계속적인 研究가 必要하다고 생각되며 本 例題와 같은 問題에 적용이 可能한 最適設計에 대한 프로그램 개발이 시급하다.

結 論

境界要素法에 의하여 U字形 홈(groove)을 가진 平板이 측면 分布荷重을 받을 때 끝부에 위치할 圓形 Hole의 最適 위치의 解析을 行하고 同一한 모델(model)에 대하여 實驗結果를 比較하여 다음과 같은 結論을 얻게 되었다.

1. 圓形 Hole이 U字形 홈(groove)에 가까이 接近하게 됨에 따라 초기의 圓形 Hole은 c.-c.線에 垂直方向이 그 長軸이 되는 橢圓形(elliptic hole)로 變化됨을 알 수 있다.
2. 圓形 Hole이 U-groove에 접근함에 따라 Hole과 Groove 사이의 Neck部는 그 橫斷面應力이 引張 및 壓縮이 同時에 存在하다가 점점 全體가 引張域이 됨을 알 수 있다.
3. 圓形 Hole이 Groove에 접근함에 따라 板材境界와 Hole 사이의 목(neck)部分은 계속적인 壓縮狀態를 유지한다.
4. U-groove쪽의 Neck area의 應力分布는 그 最大應力値가 Hole로 접근함에 따라 加速的으로 증가하고 Hole의 찌그러짐(distorsion)의 방지를 위한 Hole의 最適中心의 위치는 Neck部의 Hole 측면의 壓縮應力値가 0이 되지 않는 범위가 限界임을 알 수 있다.

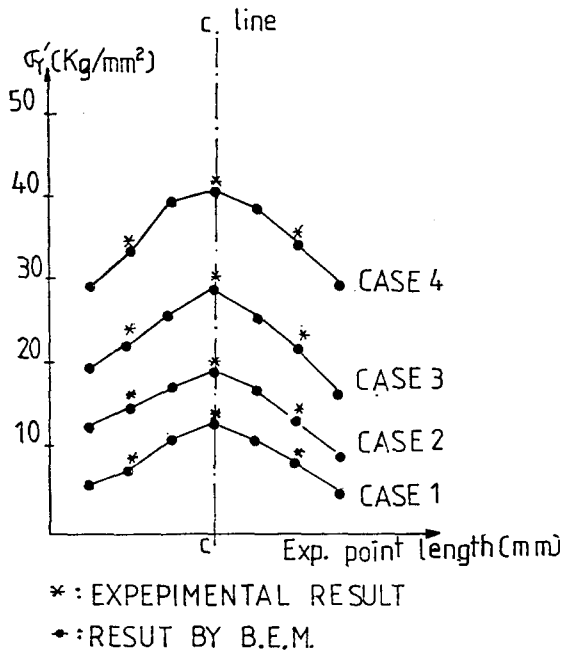


Fig. 7. A figure of the stress distribution in the neck area.

Fig. 7에서 表示한 것은 c.-c.線과 垂直하는 方向으로 作用되는 목中心線을 따른 應力分布를 圖示하였으며 여기서 경우<1>에 있어서는 굽힘作用을 받는

文 献

- 1) C.A. Brebbia(1980): The Boundary Element Method for Engineering. Pentech Press Co.
- 2) Lee A. Segel(1977): Mathematics Applied to continuum mechanics. Macmillan Pub. Co., 144—184.
- 3) L. J. Segerlind(1976): Applied Finite Element Analysis. John Wiley & Sons Inc., 138—170.
- 4) Cornelius Lanczos(1970): Mathematics Exposition Series 4, "The variational principle of mechanics", 70—87.
- 5) Rashid, Y.R.(1969): Three dimensional analysis of elastic solid- I, II. I.J. Solids Structu., 5, 1131—1331.
- 6) Morley, L.S.D.(1971): The constant-momentplate bending element. J. of Strain Analysis., 6, No.1, 20—24.
- 7) Bergan, P.G. and Hanssen, L.(1977): A new approach for deriving good stiffness matrix. Academic Press.