

物理的 特性들을 위한 降雨와 基底流出的 線形解析

A Linear Analysis of the Relationship between Rainfall and Base Flow for Physical Characteristics

金 再 韓*
Kim, Jae Han

Abstract

The parameter of impulse response of groundwater proposed by Kraijenhoff, that is, the reservoir coefficient j is determined on the basis of the least squares criteria. The degree (α) which expresses how much each sequential storm contributes to groundwater flow through the saturated soil is obtained by the optimization techniques which minimize deviations between observed and derived runoff hydrograph, and the convolution summation for the linear theory is used. A numerical example for this study is carried out for a storm event of Goose Creek basin near Leesburg, Virginia. As the results, the groundwater unit hydrograph and baseflow were able to be obtained. The used optimization technique is suited to the purpose of this study in case of the constraints. It is judged that the results allow the determination of baseflow.

要 旨

Kraijenhoff 에 의하여 提案된 地下水의 衝擊應答의 媒介變數, 即 貯溜係數 j 는 最小自乘基準에 의하여 決定된다. 一連의 各 豪雨가 飽和된 흙을 通하여 地下水에 얼마만큼 寄與하는가를 나타내는 程度(α)는 觀測된 流出水文曲線과 誘導된 流出水文曲線 사이의 偏差를 最小로 하는 最適化 技法에 의하여 求하여진다. 線形理論을 解析하기 위하여 廻旋累積을 使用하였다. 本 研究에 使用한 數值例는 Virginia, Leesburg 附近의 Goose Creek 流域의 豪雨事象에 對하여 遂行하였다. 그 結果로서 地下水 單位圖와 基底流出的 推定이 可能하였다. 試圖된 最適化 技法은 制約條件만이 本 研究結果를 얻는데 充足할 수 있었으며, 本 研究方法은 基底流出 算定에 寄與될 수 있으리라 判斷된다.

1. 序 論

降雨로부터 流出을 解析함에 있어서 非線形論의 複雜性和 實用性에 비추어 最近까지도 單位圖의 理論이 活潑히 展開되어지고 있음은 周知의 事實이다.

그 例로서 이의 最近 研究動向을 살펴보면, Gupta, Waymire 와 Wang⁽¹⁾이 地形學的인 見地로부터 代表瞬間單位圖를 誘導하였으며, Ways 와 Coles⁽²⁾ 및 Mays 와 Taur⁽³⁾는 單位圖의 誘導을 線形 및 非線形計劃 模型에 의하여 行하여진 바 있다. 金⁽⁴⁾은 單位圖를 近似的으로 얻을 수 있는 數值解法을 提示한 바 있다. 이와 같이 現今에 이르기까지 單位圖의 理論이 擡頭되고 있

*正會員·忠南大學校 工業教育大學 土木科 助教授

는 것은 解析上 嚴格한 意味에서 矛盾性을 內包하고 있으나, Liu 와 Brutsaert⁽⁶⁾가 이미 言及한 바 있듯이 實際目的에 符合할 만큼 正確性을 가지고 있기 때문이다.

線形論에 立脚하여 지금까지 誘導된 單位圖는 大部分 直接流出이며, 直接流出이 얼마만큼 正確하게 求하여지는가에 따라서 獲得된 單位圖의 正確性도 상당한 意味를 갖는다고 할 수 있겠다. 그러나 이를 誘導하기 위하여 分離된 基底流出은 一般的으로 既往의 經驗的인 方法에 의하는 境遇가 許多하며, 이로부터 얻어진 直接流出이나 超過雨量的 信賴度가 問題視된다고 하겠다. 따라서, 流域과 같은 動的系를 線形論에 依하여 行하여질 때, 數學的인 模型上 가지는 誤差 以外에도 이와 같은 水文學 算定들로 인한 誤差들에 의하여 誘導된 單位圖가 振動할 뿐만 아니라 때로는 負值를 갖게 되는 現象을 나타낸다. 特히 Black box 와 같은 假定에 依한 線形解析은 이의 좋은 例라 할 수 있으며, 代表的인 例가 Boneh의 研究結果를 들 수 있다. 그⁽⁶⁾⁽⁷⁾는 現實性을 갖도록 單位圖의 縱距가 陰(-)의 값을 나타내지 않겠음 誘導한 바 있으며, 그 後의 研究結果⁽⁸⁾로부터 陰의 縱距를 가진 單位圖도 가끔 實際系를 代表할 수 있다고 하였다. 이는 Black box 와 같은 線形理論이 資料가 가지는 固有의 誤差와 流域의 複雜한 要素들로 因하여 流域과 같은 動的系의 適用에 限界를 가진다는 것을 示唆해 준다 하겠다. 그러나 이와 같은 線形論은 複雜한 流域系를 勘案한다면 어쩔 수 없는 것이라 하겠지만, Black box의 理論은 降雨와 流出解析에서 너무 簡單한 數學的 模型으로 最近 看做되고 있는 實情이다. 뿐만 아니라, 流域의 物理的 特性因子를 전혀 考慮하는 것 없이 基底流出이 너무 簡單하게 處理되고, 이로부터 分離되는 直接流出을 數學的 模型에 依하여 單純히 曲線推定(Curve fitting)을 試圖한 後, 그 結果值에만 依存케 되어 往往 論難의 對象이 되어 오고 있다. 最近 Mays 와 Coles⁽²⁾의 單位圖 誘導理論에 對한 여러 學者들의 討論中 Ford⁽⁹⁾가 超過雨量에 關하여 論한 것이 이의 좋은 例라 하겠다.

따라서, 本 研究에서는 單位圖의 誘導뿐만 아니라 降雨와 流出解析에서 重要視되고 있는 基

底流出의 核心인 地下水가 流出에 미치는 時間別 影響 및 一連의 任意 時間別 降雨가 地下水에 미치는 程度를 線形論에 依하여 求함과 同時에 地下水 理論에 必須的인 貯溜係數(Reservoir coefficient)를 推定코자 한다.

2. 地下水 單位圖

線形論은 地表水 흐름뿐만 아니라 地下水 흐름에도 適用이 可能하다^{(10)~(13)}. Brutsaert 와 Nieber⁽¹⁴⁾는 그들의 研究結果로부터 地下水 흐름에 線形論의 適用 可能性을 否定하지는 않았으며, 이를 爲해서는 더 많은 研究와 檢討가 이루어져야 할 것을 提示한 바 있다. 그러나 實際 地下水의 여러 가지 複雜한 要素들로 因하여 地下水 흐름을 正確하게 推定하기란 거의 不可能하며, 流域內 既存 資料나 여러 가지 假定에 依하여 그 近似值를 推定하여 오고 있는 實情이다. 이와 같은 近似 理論中의 代表的인 하나가 Kraijenhoff⁽¹⁰⁾의 地下水 單位圖 理論이라 하겠다. Dooge⁽¹³⁾는 地下水 流入量과 流出量을 안다면 Kraijenhoff의 理論으로부터 地下水의 單位圖가 誘導될 수 있다고 하였다.

여기서 Dooge의 單位圖 理論에 依하면 地下水 흐름에서 排水溝나 開水路로의 流出量은 (1)식과 같이 나타내어진다.

$$Q_B(t) = 2[q(t)]_{x=0} \quad (1)$$

(1)식에서 x 는 排水溝나 開水路로부터 水平距離이다. 또한 流出量 $q(t)$ 는 (2)식처럼 주어진다.

$$q(t) = \frac{8K\bar{h}(h_0 - D)}{S} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \exp(-n^2 t/j) \quad (2)$$

(2)식에서 記號들은 다음과 같다.

K = 흙의 飽和 透水係數

\bar{h} = 地下水面下의 不透水層까지의 깊이

h_0 = 地下水面의 最大水深

D = 排水溝나 開水路內 水面의 不透水層上의 水深

S = 排水溝나 開水路의 間隔

$$j = fS/(\pi^2 K\bar{h}) \quad (3)$$

(3)식에서 f 는 排水할 수 있는 空間間隔이며

j 는貯溜係數이다.從來 여러學者들^(10,13,15,16)에 의하여 (2)式의 特性係數值들 f, S, K 및 \bar{h} 를一定하게 假定해 주었던 것처럼, 이와 같은條件下에서 上記 j 도 常數項으로 處理될 수 있다.

만약 瞬間流入量의 初期높이, 即 h_0-d 가 流入量의 體積인 V 및 S 와 f 의 項으로 나타내면 (2)式은 (4)式처럼 되어질 수 있다.

$$q(t) = \frac{8K\bar{h}V}{S^2f} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \exp(-n^2t/j) \quad (4)$$

(4)式에서 만약 V 가 單位體積의 瞬間流入量과 같다면 이 式은 알려진 單位幅當의 單位流出量이 된다.

$$q(t) = \frac{8}{\pi^2j} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \exp(-n^2t/j) \quad (5)$$

또한 (4)式에서 $q(t)$ 는 單位幅當에 對한 流出量이기 때문에 만약 總幅 B 가 兩邊에 곱하여지고 두 배 한다면 이것은 時間 t 에 對한 排水溝나 開水路의 減水量 $Q(t) [=B \cdot q(t)]$ 로 된다. 그러므로, 上記 言及된 $Q(t)$ 는 (5)式의 $q(t)$ 가 B 와 V 에 依하여 곱하여진다는 것을 意味한다. 여기서 B 가 常數로, 또한 V 가 一定한 體積으로 看做하면 V 배한 B , 即 $V_B (=V \cdot B)$ 는 一定한 값을 갖는 媒介變數로 處理될 수 있다. 上式에서 $q(t)$ 의 變數 t 와 j 는 日의 單位를 가지므로 만약 t 와 j 를 24時間으로 나누고, 任意 時間들로 곱한다면 이것은 (6)式처럼 時間들의 單位로 代置할 수 있다.

$$Q(t) = \frac{8V_B}{\pi^2jd} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \exp[-n^2t/(jd)] \quad (6)$$

(6)式에서 d 는 $t/(24/\text{任意時間})$ 이다.

3. 一般概念과 提案된 方法

基底流出 $Q_b(t)$, 또한 直接流出 $Q_d(t)$ 및 降雨로부터 地下로 完全浸透와 蒸發로 因한 損失들 $Q_i(t)$ 에 의한 $Q_{dt}(t) [=Q_d(t) + Q_i(t)]$ 로부터 總流量 $Q_t(t)$ 는 (7)式처럼 된다.

$$Q_t(t) = Q_b(t) + Q_{dt}(t) \quad (7)$$

이들 $Q_b(t)$ 와 $Q_{dt}(t)$ 를 (8)式처럼 廻旋積分을 使用하여 線形的으로 表示하면 (7)式은 (8)式과 같

이 된다.

$$Q_t(t) = \int_0^t \alpha(t) x(t) g(t-\tau) d\tau + \int_0^t [1-\alpha(t)] x(t) h(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

(8)式에서 $g(t)$ 와 $h(t)$ 는 Q_b 와 Q_{dt} 에 關한 核函數들이다. 그리고 $\alpha(t)$ 는 同一時間軸上에서 一連의 各 豪雨가 基底流出에서 얼마만큼 寄與되는가를 나타내는 程度로서 이 값들은 0이나 1과 같든지, 또는 그 사이에 있어야 한다.

만약 飽和狀態下에 排水溝가 開水路內의 흐름이 降雨가 끝난 後 時間이 經過함에 따라 基底流出만에 依하여 이루어진다고 看做하면 (7)式과 (8)式의 오른쪽 두번째 項을 無視할 수 있다. 따라서, (8)式은 (9)式처럼 되어진다.

$$Q_t(t) = \int_0^t \alpha(t) x(t) g(t-\tau) d\tau \quad (9)$$

(9)式의 廻旋積分은 (10)式처럼 廻旋累積에 依하여 離散量으로 處理하므로써 近似化할 수 있다.

$$Y_i = \sum_{n=1}^i \alpha_n X_n G_{i+n-1}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (10)$$

(10)式에서 Y_i, α_i, X_i 및 G_i 는 (9)式의 $Q_t(t), \alpha(t), x(t)$ 및 $g(t)$ 에 各各 該當되는 離散量이다. 또한 N 는 時間軸上에서 一定한 時間幅의 出力值들이 가질 수 있는 最大 길이를 뜻한다. 따라서, $i=1$ 의 境遇는 降雨가 始作된 以後의 流量 上昇起點으로부터 時間軸上에서 첫번째 區間을 뜻한다. 여기서 入力, 出力 및 核函數의 離散量 採擇方法은 Diskin과 Boneh⁽⁷⁾가 使用한 技法에 準한다. 만약 (10)式에서 X, Y 및 G 의 값들이 既知라면 數學的으로 α 의 값들을 얻는 것은 可能하다. 이 α 值들이 貯溜係數와 더불어 본 研究에서 追究될 要素이다.

(10)式에서 Y 및 X 는 觀測資料들로부터 얻을 수 있는 값들이기 때문에 이들을 既知로 한다면 α 值를 얻기 爲하여는 地下水 單位圖인 G 의 縱距들이 求하여져야 한다. 이를 爲하여는 2의 方法이 適用된다. 2의 (6)式으로부터 (5)式의 單位圖를 얻기 爲하여는 V_B 와 j 가 求하여져야 하며, 이때 無限值를 갖는 n 의 適切한 選定이 要求되어진다. 다시 말해서, Kraijenhoff의 地下水 單位圖인 (5)式의 n 值를 無限한 값으로 計算하여야 하나, 實際的으로 電子計算機에 依하여 無

限대의 指數값을 處理하기란 不可能하다. 뿐만 아니라, 이미 Dooge⁽¹³⁾가 밝힌 바도 있지만, 級數에서 n 의 큰 값에 對한 項들은 結果值에 거의 影響을 주지 못한다. 그러나 만약 任意 n 의 整數(Integer)를 擇하여 計算이 遂行될 때, 나머지 級數項들은 잘리게 되므로 이 結果值은 切斷誤差(Truncation error)를 內包하게 된다. 本研究에서는 이에 對한 論議가 意圖하고자 하는 바가 아니므로 電子計算機에서 處理될 수 있는 可能한 큰 값을 擇한 後, 單位圖의 理論에서 가장 基本的이며 重要視되고 있는 質量保全의 原理에 適合한지 檢討하여 決定되어진다.

j 와 V_B 의 媒介變數值들은 前述한 n 과 後述되어지는 過程에 根據를 두고, 試行錯誤法에 依하여 推定되어진다.

降雨가 始作된 長時間後, 만약 開水路內의 減水量이 一定한 流入量 V_B 만에 依하여 發生되어진다면 兩媒介變數 j 와 V_B 는 (6)式으로부터 算定되어진 값들과 觀測減水量들 사이의 偏差自乘合이 最小가 되도록 要求하는 最小自乘基準에 依하여 얻어질 수 있다. 이 境遇 (6)式의 t 가 0이 되는 Q_0 가 減水曲線上의 어느 流量에 該當되는 지의 問題가 擡頭된다. 그러나 이에 關해서는 Brutsaert와 Nieber⁽¹⁴⁾에 依하여 言及되었던 것처럼, 正確하게 決定하기란 거의 不可能한 것으로 알려져 있다. 그러므로, 本研究에서 Q_0 는 時間軸을 따라 水文曲線上에서 一定한 間隔을 두고서 段階的으로 取하여 주므로써 試行錯誤的으로 處理되어진다.

上記 方法들에 依하여 算定된 地下水의 無次元單位圖와 後述되는 最適化 技法으로부터 α 의 값들이 求하여진다. 이때 獲得된 α 值들과 媒介變數의 값들 가운데 現實的 妥當性에 가장 充足되어진 것을 最終值로 採擇한다.

4. 數值解法

降雨로부터 流出을 解析함에 있어서 最適化 技法은 지금까지 많은 學者들에 依하여 使用되어져 왔다. 예를 들면, Snyder⁽¹⁷⁾ 및 Newton과 Vinyard⁽¹⁸⁾에 依한 線形系와 Liu와 Brutsaert^(5,19) 및 Liu⁽²⁰⁾의 非線形系의 同定을 爲한 最小自乘法

適用, Eagleson, Majia와 March⁽²¹⁾의 Wiener-Hopf方程式과 逆 메트릭스(Matrix inversion)의 使用 및 Diskin과 Boneh^(7,22)의 Fletcher과 Powell⁽²³⁾ 및 페널티 函數(Penalty function)法⁽²⁴⁾을 利用한 急速 收斂 下降法(Rapidly convergent descent method)을 들 수 있다. 또한 Mays와 Coles⁽²⁾ 및 Mays와 Taur⁽³⁾가 線形 및 非線形計劃에 依하여 各各 單位圖를 誘導한 바 있다.

本研究에서는 數值解析을 爲한 最適化 技法으로 無制約 條件은 Fletcher과 Powell方法을 利用한 反復計算法⁽²⁵⁾에 依하였으며, 制約條件은 Beale^(26,27,28)의 方法을 適用하였다.

(10)式의 廻旋累積은 (11)式과 같이 Vector形으로 나타낼 수 있다.

$$(GX)A=Y \quad (11)$$

(11)式에서 G 와 X 는 $N \times N$ Matrix들이며, A 와 Y 는 $N \times 1$ 列(Column) Vector들이다. 그리고 이들 Y, A, X 및 G 는 (10)式의 Y, α, X 및 G 를 各各 뜻한다. (11)式에서 GX 를 R 로 代置한다면 (12)式처럼 나타낼 수 있다.

$$RA=Y \quad (12)$$

最適化를 爲한 目的函數은 出力의 算定值와 觀測值의 縱距偏差 自乘合이다. 여기서 觀測值와 誤差 Vector들을 各各 Q 및 E 라고 하면 이들과 (12)式으로부터 (13)式과 같이 나타낼 수 있다.

$$E=Y-Q=RA-Q \quad (13)$$

여기서 個個의 偏差自乘合을 S_E 라고 하면 (14)式과 같이 된다.

$$S_E = \sum_{i=1}^N E_i^2 \quad (14)$$

(14)式에서 D_E 를 直接流出이 끝났다고 假定되어지는 點으로부터 減水曲線上에 該當되는 時間軸上의 任意點까지라고 하면, r 는 流量 上昇起點으로부터 D_E 까지의 距離를 뜻한다. 따라서, (13)式의 Matrix 次數들이 E 와 Y 는 $(N-r+1) \times 1$ 列 Vector, R 과 A 는 $(N-r+1) \times N$ 과 $N \times 1$ 의 行列과 列 Vector로 各各 되어진다.

(14)式의 S_E 를 最小로 하는 α 의 값들은 아무런 制約條件을 加하지 않는 無制約 條件의 境遇와 (15)와 (16)式과 같은 두가지 各 制約條件을 加하는 境遇에 對하여 試圖된다.

$$\sum_{i=1}^{NX} \alpha_i X_i \leq \sum_{i=1}^{NX} X_i, \quad \text{모든 } \alpha_i \geq 0 \quad (15)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq 1, i=1, 2, \dots, N_x \quad (16)$$

여기서 N_x 는 流量 上昇起點에 該當되는 降雨 發生始點에서부터 終點까지의 時間길이이다. 또한 上記 式들 가운데 (15)式은 質量保全만을 滿足시키는 境遇에 該當되며, 이때 모든 α 值들은 陰의 값을 가지지 말아야 한다. 이는 各 區間別 基底流出에 寄與되는 雨量이 0보다는 작지 않아야 한다는 現實性에 符合되기 爲해서다. 그리고, (16)式은 各 區間別 雨量에 基底流出의 寄與度(α)를 加해 준다는 것을 뜻한다. 그러므로, 이 α 值들은 0과 1과 같든지, 또는 그 사이에 있어야 한다는 條件이 成立되어야 하며, 勿論 이는 質量保全도 同時에 滿足시킬 수 있다.

本 研究에서 上記 Beale의 方法에 依한 (15)와 (16)式의 두 境遇의 制約條件에 對한 프로그램은 內容의 變更없이 入力值만 바꾸어 줌에 따라 結果值가 獲得될 수 있도록 되어 있다.

上記 方法들의 計算過程을 表示하면 그림 1과 같다.

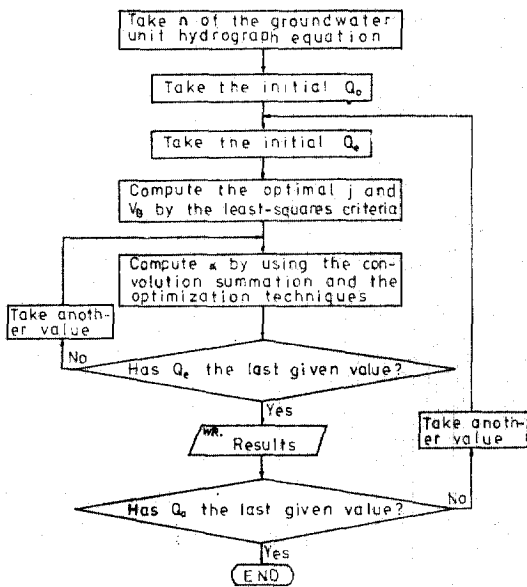


그림 1. 計算過程 Flow Chart

5. 數值 例 및 檢討分析

本 研究의 數值 例를 爲하여 使用된 資料는 美陸軍工兵團⁽²⁸⁾에 依하여 提示된 Virginia, Leesburg 附近의 Goose Creek 流域의 것이다. 流域面

積은 875 km²(338 mi²)이며, 降雨와 流量의 觀測 日字는 1956年 7月 19~24日이다. 觀測時間單位는 2時間이며, 降雨始作時間은 19日 午後 4時, 流量 上昇時刻은 20日 午前 8時이다. 流域平均 雨量은 4個 觀測點에서 測定된 雨量을 Thiessen 法에 依하여 求하여진 것이다.

本 研究에서 使用한 電子計算機는 IBM 4341A 이고, 言語는 FORTRAN IV를 보다 簡單하게 翻譯한 WATFIV이다.

j 와 V_0 를 求하기 爲하여 擇하여진 Q_0 는 時間 軸上의 間隔을 20時間씩 一定하게 增加시키면서 試圖되어졌으며, 이와 같은 時間間隔은 α 를 求하기 爲하여 擇해진 D_E 點의 流量 Q 의 境遇에 도 똑 같이 適用된다.

n 값의 選擇을 爲하여 各 $n(n=1, 3, 5, \dots)$ 에 對하여 (17)式의 質量保全 原理를 檢討分析하였다.

$$\int_0^{10} g(t) d(t) = 1.0 \quad (17)$$

(17)式에서 $g(t)$ 는 (5)式의 $q(t)$ 에 該當되는 核 函數이므로 (17)式을 (18)式과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_{nr} = \frac{8}{\pi^2 j} \int_0^{\infty} \left[\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \exp(-n^2 t/j) \right] dt \quad (18)$$

여기서 各 n 에 對하여 (18)式의 T_{nr} 를 計算한 結果, $n=1$ 의 境遇는 0.81057로서 1에 尙當히 못 미치는 것으로 나타났으며, n 이 漸次 增加함에 따라 1에 近接하였다. 本 研究에서는 電子計算機의 容量을 勘案하여 먼저 모든 數值 例를 $n=7$ 의 境遇에 對하여 試圖한 後, 各 最適化 技法에 依하여 算定되어지는 값들이 追求하고자 하는 所期의 目的에 符合되는지를 檢討分析하므로써 比較의 符合된다고 判斷되는 境遇에만 n 의 增加를 試圖하였다. $n=7$ 일 때 T_{nr} 는 0.94960이다.

여기서 T_{nr} 의 값이 完全 1이 되어야 原則이나 計算上의 有效숫자(Mantissa)를 考慮한다면 數值 解法等에서는 完全 1을 얻기가 거의 不可能한 狀態이다. 뿐만 아니라, 實際적으로 資料의 限界로 因하여 이와 같은 制約事項을 반드시 附加시킬 必要는 없는 것으로 Liu와 Brutsaert⁽¹⁹⁾는 言及한 바 있으며, 또 그들⁽⁶⁾은 그 後의 研究結果로

는 것으로 나타났다.

表 1은 $n=7$ 일 때 Fletcher와 Powell의 방법에 의하여 算定되어진 α 值들이며, 그림 2는 反復施行回數가 3일 때 算定值를 나타낸 것이다. 여기서 Q_0 는 $i=31$ 의 $0.03377 \text{ cm}/2\text{-hr}$ 이고, Q_i 는 $i=25$ 의 $0.04378 \text{ cm}/2\text{-hr}$ 일 때이다. 이들로부터 獲得된 j 는 8.0日이었으며, V_B 는 0.999이다.

無制約條件은 本 研究 結果를 얻는데는 適合하지 못할지라도 減水量만을 推定하고자 할 때는 상당히 意味있는 것으로 判斷된다. 그 理由로서 設定된 模型과 複雜한 流域因子들의 簡便化 및 各種 水文量 推定方法에 基因된 誤差들이 加重되어지는 特定係數 即 加重係數(Weighting factor)에 依하여 解決되어지므로써 算定值와 觀測值를 보다 더 一致시킬 수 있기 때문이다. 다시 말해서 α 를 이와 같은 加重係數로 看做하고 發生되어질 수 있는 誤差가 各 區間別 雨量에 α 를 곱하므로써 解決될 수 있다는 것을 뜻한다.

그러므로, 減水量만을 推定코자 할 때, α 에 對하여 아무런 制約을 加하지 않는 것이 보다 더 좋은 結果를 주게 될 것이라 判斷되어진다.

制約條件 (15)式의 結果들을 分析하였을 때, 制約事項이 時間軸上의 各 區間別 雨量에 適用되는 것 없이 質量保全에만 依하였음에도 不拘하고, 各 α 值는 0과 1 사이의 값에 거의 接近되어질 뿐만 아니라 算定 基底流出도 現實性에 適合한 現象을 나타내었다. 그러나 本 研究에서 追求하고자 하는 α 값의 範圍를 完全히는 滿足시키지 못한다고 하겠다. 이 解法은 本 研究에서 얻고자 하는 目的에 상당히 近接시킬 수 있었으므로 n 值를 11까지 增加시켜 試圖하였다. $n=11$ 일 때 T_w 는 0.96630이다.

結果 例로서 $n=11$, Q_0 가 $i=40$ 인 $0.02441 \text{ cm}/2\text{-hr}$ 일 때, Q_i 가 $i=30$ 인 $0.02517 \text{ cm}/2\text{-hr}$ 의 境遇를 提示하면 그림 3과 같다. 여기서 算定된 j 와 V_B 는 各各 12.4日과 4.488이다.

(16)式의 制約條件은 表 2에서 나타낸 바와 같

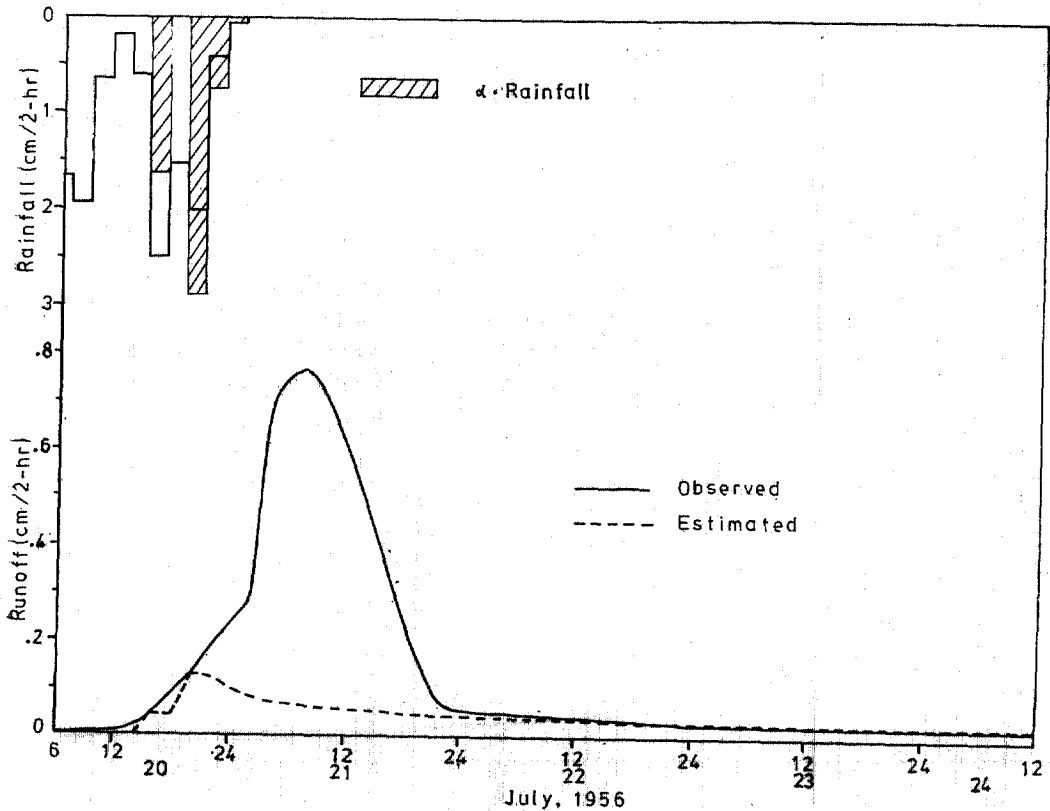


그림 3. (15)式의 制約條件下의 算定值

表 2. $n=11$ 일 때 (16)식에 의한 α 와 媒介變數值

$Q_0=0.035 \text{ cm/2-hr}, j=12.0 \text{ 日}, V_B=6.256$

Q_0 / α 및 i	α									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
①	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
②	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	0.214	0.134

$Q_0=0.024 \text{ cm/2-hr}, j=12.4 \text{ 日}, V_B=4.488$

Q_0 / α 및 i	α									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
①	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
②	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	0.297	0.186

※ ① : 0.147 ② : 0.035 單位 : cm/2-hr

이 D_E 를 $i=20$ 과 30 의 두 境遇에 대하여 試圖하였을 때, $i=20$ 일 때는 모든 α 가 1의 값을 갖는 現象을 나타내었다. 이는 直接流出이 끝났다고 假定한 點이 時期的으로 너무 빠르게 取하여짐

으로써 이 以後의 減水曲線 觀測值와 算定值와의 偏差를 最小로 하기 위하여는 α 值가 상당히 큰 값이 되어져야 한다는 것을 意味한다.

Q_0 의 $i=30$ 과 40 의 두 境遇에서는 그림 4에서

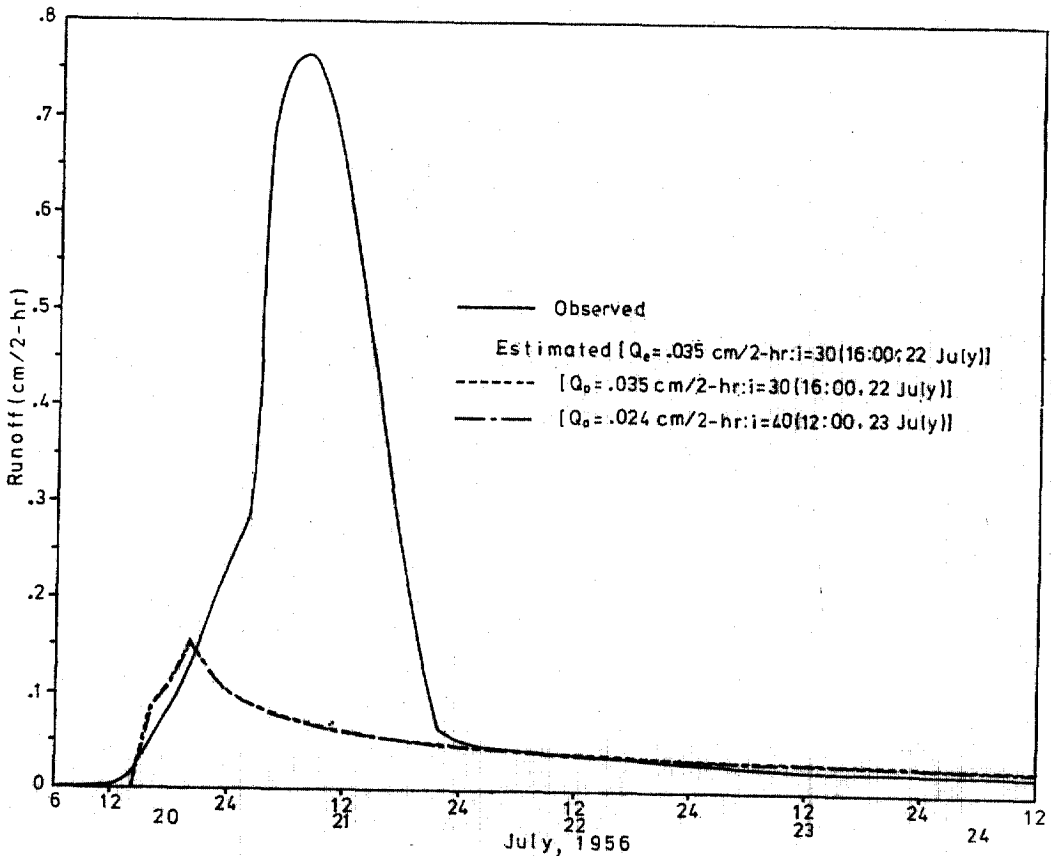


그림 4. (16)식의 制約條件下의 算定值

提示한 바와 같이, 兩者는 거의 一致되는 現象을 보였으며, 이들은 모두 流量 上昇初期와 減水曲線上의 後尾에서 算定-基底流出量이 觀測流量보다 큰 값을 갖게 되는 非現實의 性格을 나타내었다. 그러나 i 가 40일 때가 30일 때보다 이와 같은 現象이 多少 解決되어질 수 있었으므로 長時間 持續的인 減水曲線이 可能한 資料가 求하여지고, 이들로부터 보다 많은 境遇에 對하여 論하여진다면 더 좋은 結果를 期待할 수 있으리라 思料된다.

α 의 時間分布에 對한 結果值를 分析하여 보면 流量 上昇起點에서부터 降雨強度가 次次 弱해지는 中盤까지는 0의 값을 보이고, 以後 急激히 增加하였다가 다시 작아져가는 現象을 나타내고 있다. 이와 같은 原因은 流量 上昇起點 以前의 先行降雨로 이 起點에서부터 浸透能이 弱하게 되어 많은 雨量이 直接流出로 되어진 後, 降雨強度가 弱하여짐에 따라 浸透率이 커졌다가 降雨에 依하여 다시 작아지기 때문이라고 看做된다. 그러

나 α 值가 0이나 1과 같이 極端的으로 나타나는 現象은 流域系 線形假定과 流域 平均雨量과 같은 水文學 解析에서 오는 誤差들에 基因된다고 判斷되며 이들에 對한 研究은 앞으로 繼續 遂行되어져야 할 課題라 하겠다.

그림 5는 Q_0 가 $i=30$ 인 0.035 cm/2-hr 과 $i=40$ 인 0.024 cm/2-hr 의 두 境遇에 對한 地下水 單位圖를 나타낸 것이다.

6. 結 論

Kraijenhoff의 地下水 單位圖를 最小自乘法에 依하여 減水曲線 始作點을 異動시키므로써 試行錯誤的으로 求한 後, 이것을 利用하여 時間軸上의 各 區間別 雨量이 基底流出에 미치는 程度를 觀測減水量과 算定值의 誤差를 最小로 하는 最適化 技法에 依하여 推定하였다. 이의 數值例을 위하여 Goose Creek 流域의 資料를 利用하였으며, 그 結果로서 다음과 같은 事項이 把握될

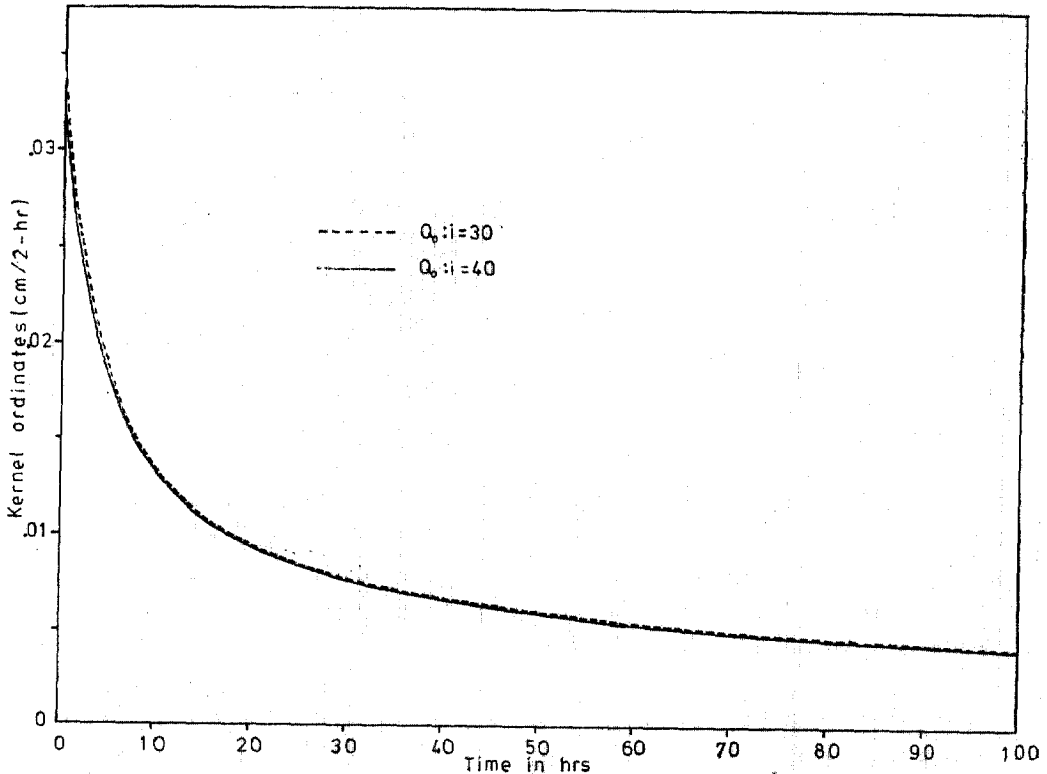


그림 5. 最終 獲得되어진 地下水 單位圖

수 있었다.

Kraijenhoff의 單位圖에 依하여 算定된 α 値는 無制約 條件인 境遇에 그 振動이 상당히 甚하게 일어났으며, 本 研究의 結果를 兪고자 함에는 不適合한 것으로 나타났다. 그러나 減水量만을 推定하고자 할 때는 이 解法이 比較的 좋은 結果를 줄 것이라 判斷된다. 또한 制約條件의 境遇는 (16)式이 (15)式보다 좋은 結果를 주었으나 그 差異는 僅少함을 보여 주었다.

最終的으로 받아들일 수 있는 α 는 Q_0 가 $i=40$ 인 Q_i 가 $i=30$ 일 境遇의 것이며, 이들은 流量上 昇起點에서부터 10 時間까지는 0 의 값을 가진 後 1로 增加하였다가 增次 減少되어지는 現象을 나타내었다. 이때 算定된 j 는 12.4日이며, V_B 는 4.488이다.

本 研究方法은 數值解法에 의하여 物理的 特性值가 推定되어졌는데 그 意義가 있으며, 算定된 基底流出은 現實的으로 妥當함을 보여 주었다.

計算의 便宜上 本 研究에서는 地下水의 特性值들을 一定하게 假定하여 주었으나, 이들에 對한 研究는 繼續되어져야 할 課題라 하겠다.

謝 辭

本 研究를 위하여 처음부터 끝까지 指導하여주신 美國 Cornell大學校의 W.H. Brutsaert 教授와 財政的 後援을 하여주신 韓國科學財團과 Cornell大學校에 謝意를 表한다.

參 考 文 獻

1. Gupta, V.K., E. Waymire, and C.T. Wang, "A Representation of an Instantaneous Unit Hydrograph from Geomorphology," *Water Resour. Res.*, 16(5), pp. 855~862, 1980.
2. Mays, L.W., and L. Colos, "Optimization of Unit Hydrograph Determination," *J. Hydraul. Div., ASCE, 106(HY1)*, pp. 85~97, 1980.
3. Mays, L.W., and C-K Taur, "Unit Hydrograph via Nonlinear Programming," *Water Resour. Res.*, 18(4), pp. 744~752, 1982.
4. 金再韓, "線形 水文系의 核 數值 近似 解法", 大韓土木學會誌, 第29卷 第4號, pp. 111~121, 1981.
5. Liu, C. C-K, and W.H. Brutsaert, "A Nonlinear

Analysis of the Relationship between Rainfall and Runoff for Extreme Floods," *Water Resour. Res.*, 14(1), pp. 75~83, 1978.

6. Diskin, M.H., and A. Boneh, "The Kernel Function of Linear, Non-stationary Surface Runoff System," *Water Resour. Res.*, 10(4), pp. 753~761, 1974.
7. Diskin, M.H., and A. Boneh, "Determination of an Optimal IUH for Linear Time Invariant Systems from Multistorm Records," *J. Hydrol.*, 24, pp. 57~76, 1975.
8. Boneh, A., and A. Golan, "Instantaneous Unit Hydrograph with Negative Ordinates-Possible?," *Water Resour. Res.*, 15(7), pp. 121~130, 1979.
9. Ford, D.T., "Discussion-Optimization of Unit Hydrograph Determination," *J. Hydraul. Div., ASCE, 106(HY 9)*, pp. 1557~1558, 1980.
10. Kraijenhoff van de Leur, D.A., "A Study of Nonsteady Groundwater Flow, with Special Reference to a Reservoir Coefficient," *Ingenieur*, 70(19), pp. 87~94, 1958.
11. Polubarinova-Cochina, P. Ya., *Theory of Groundwater Movement*, Translated from Russian by F.J.M. De Wiest, Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., pp. 518~551, 1962.
12. Dagan, G., "Linearized Solutions of Free-surface Groundwater Flow with Uniform Recharge," *J. Geophys. Res.*, 72(4), pp. 1183~1193, 1967.
13. Dooge, J.C.I., *Linear Theory of Hydrologic Systems*, U.S. Dep. Agr. Tech. Bull., No. 1468, pp. 283~293, 1973.
14. Brutsaert, W., and J.L. Nieber, "Regionalized Drought Flow Hydrographs from a Mature Glaciated Plateau," *Water Resour. Res.*, 13(3), pp. 637~643, 1977.
15. Dumm, L.D., "Drain-Spacing Formula," *Agr. Engin.*, 35, pp. 726~730, 1954.
16. Singh, K.P., "Some Factors Affecting Baseflow," *Water Resour. Res.*, 4(5), pp. 985~999, 1968.
17. Synder, W.M., "Hydrograph Analysis by the Method of Least-Squares," *J. Hydraul. Div., ASCE, 81* (Paper No. 793), pp. 1~25, 1955.
18. Newton, D.W., and J.W. Vinyard, "Computer-Determined Unit Hydrographs from Floods," *J. Hydraul. Div., ASCE, 93 (HY5)*, pp. 219~

- 234, 1967.
19. Liu, C. C-K., and W. Brutsaert, "Optimal Identification of a watershed Rainfall-Runoff System," The Hydrological Characteristic of River Basins, *Proceedings of the Tokyo-Symposium, Int. Ass. Hydrol. Sci. Publ.*, 117, pp. 33~341, 1975.
 20. Liu, C. C-K., Numerical Evaluation of Response Functions of a Nonlinear Rainfall-Runoff Model, *Ph. D. Thesis, Cornell Univ.*, Ithaca, N.Y., 1976.
 21. Engleson, P.S., R. Majia, and F. March, "The Computation of Optimum Realizable Unit Hydrograph, *Water Resour. Res.*, 2(4), pp. 755~764, 1966.
 22. Diskin, M.H., and A. Boneh, "Determination of Optimal kernels for Second-Order Stationary Surface Runoff Systems," *Water Resour. Res.*, 9(2), pp. 311~325, 1973.
 23. Fletcher, R., and N.J.D. Powell, "A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization," *Comput. J.*, 6(2), pp. 163~168, 1963.
 24. Osborn, M.R., and D.M. Ryan, "On Penalty Function Methods for Nonlinear Programming Problems," *J. Math. Anal. Appl.*, 31(3), pp. 559~578, 1970.
 25. Jacoby, S.L.S., J.S. Kowalik, and J.T. Pizzo, *Iteration Methods for Nonlinear Optimization Problems*, Prentice-Hall, Inc., pp. 163~173, 1972.
 26. Beale, E.M.L., "On Quadratic Programming," *Naval Res. Log. Quart., Office of Naval Res.*, 6(3), pp. 227~243, 1959.
 27. Abadie, J., *Nonlinear Programming*, North-Holland Publ. Co. Amsterdam, pp. 143~153, 1967.
 28. Künzi H.P., H.G. Tzschach, and C.A. Zehnder, *Numerical Methods of Mathematical Optimization*, Academic Press N.Y. and London, pp. 68~73, 1968.
 29. U.S. Army Engineer, *Civil Works Investigations. Project 152-Unit Hydrographs Part 1. Principles and Determinations*, Corps of Engineers, pp. 31~39, 1963.

(接受: 1983.9.5)