Journal of the KSQC
Vol. 11, No. 1, 1983

數學的 시스템 理論에 의한 在庫管理의 合理化에 관한 硏究

—A Study on the Systematic Inventory Control based on the Mathematical System Theory—

金 光 燮,* 黃 義 徹**

ABSTRACT

For the optimal achievement of system goals through a systematic analysis of the complex problems, systems engineering provides us the concepts and methodology that include comprehensive interpretability (or understandability), universal applicability, and feasibility.

Under this aspect, the main objective of this study is that it introduces mathematical system theory (MST) as the fundamental tool of SE into the Inventory Control among the related parts with IE, and review it's applicability.

Through its work, we can find that it has the alternative aspects with which it can replace other existing methods for problem-solving in understanding and analyzing structurally systems in themselves as well as being considerable of the time evolutionary process of a given system.

Ⅰ. 서 론

시스템공학에 있어서의 수학적 시스템 이론은 해당 시스템의 운영상황에 관련된 계량적 특징을 결정하기 위한 모형화(modelling), 시간에 관련된 시스템의 행위(system behavior)와 구조변화의 동적 특성(dynamic characteristics)및 가능한 여러 대안 중 가장 최선인 정책이나 디자인을 채택하는 최적화(optimization) 등의 3가지 개념[4]을 토대로 하고 있다. 또한 이 이론의 운영목표(operating goal)는 전체 시스템의 목표를 달성하기 위해 시스템의 구성요소들을 상호 유기적으로 여하히 조정·통합할 것인가 하는 문제를 해결하기 위한 하나의 포괄적 접근방법으로써, 특히 이러한 일련의 사항들을 수학적 언어로 기술하여 해당 시스템의 구조분석과, 장·단기 행위분석을 하는 것을 주요 목표로 삼고 있다.

선형의 가정하에 의한 「모델링」의 절차나 최적화 이론 및 각종 시스템의 구조 및 행위에 관한 분석기법은 이미 선형시스템이론(Linear sy-

* 亞洲大學校 産業工學科 敎授
** 漢陽大學校 産業工學科 敎授

stem Theory)[5] 으로써 완성을 보고 있으며,최근에는 비선형시스템에 관한 각종 이론적 연구[6]와 샘플링 절차에 의한 경험적 자료에 입각한 이산형 「디지탈」시스템(discrete digital system)에 관한 연구[7]가 진행되고 있다.

종래의 투입/산출변수에 의거한 시간적 차원의 서술방법이 복잡한 시스템의 구조를 분석하고, 구성요소들간의 상호작용을 연구하는 데 부적합하였으나, 시스템분석에 새로이 상태변수(state variables) 개념을 도입하여 상태공간 접근법(atate space approach)에 의한 서술을 하게 됨에 따라 복잡한 시스템을 구성하고 있는 각 요소들의 상호의존적 행위 분석까지도 가능하게 되었으며, 특히 제어공학분야에 있어서의 그 성과는 자동제어 시스템의 등장을 보았으며, 기타의 응용분야에 있어서도 해당 시스템의 질적 이해 뿐 아니라, 계량적 특성의 파악에 상당한 기여를 하고 있다.

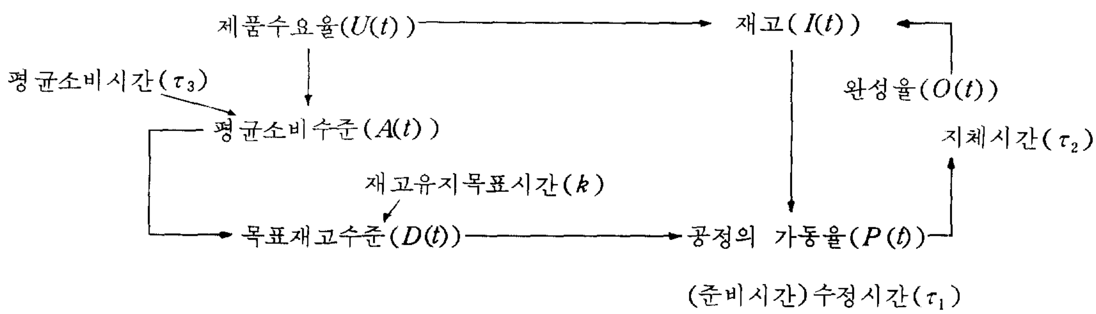
본 연구는, 산업공학(IE)에 있어서의 재고관리(inventory control) 분야에, 시스템공학의 기본 이론으로서의 수학적 시스템이론을 도입함으로써 그 적용가능성을 검토하는 것을 주목적으로 삼기도 한다.

Ⅱ. 재고관리시스템에의 응용

2.1 대상시스템의 개요

단일 제품에 대한 수요율(unit/unit time)이 주어짐에 따라 재고 요구수준이 결정되고, 제품 수요율에 직접 관련되어 변화하는 재고수준에 따라 결정되는 공정가동율이 결정되며, 따라서 평균소비수준과 그에 따른 목표재고수준의 변화에 의하여 공정가동율을 결정하고, 그와 함께 재고수준의 변화에 영향을 미치는 재고수준의 변화에 따른 가동율의 변경을 통하여 생산제품의 완성율이 결정되는 시스템을 대상으로 한다.

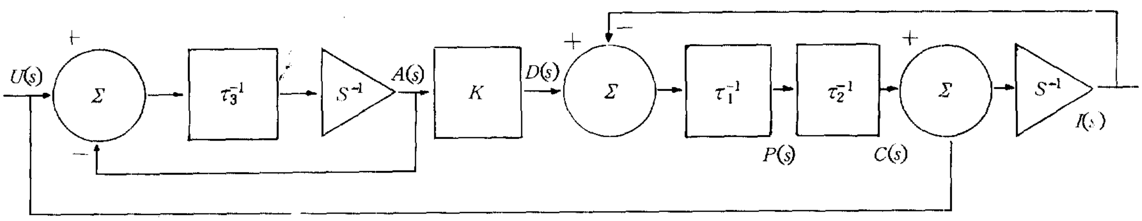
2.2 흐름도(〈Fig. 1〉 참조)



〈**Fig.1**〉 대상 시스템의 흐름도

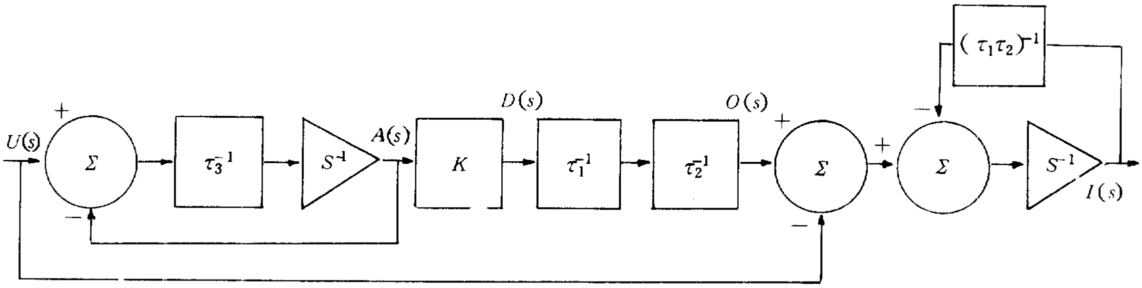
2.3 시스템 분석

① Laplace 변화형에 의거한 분석도 (〈Fig.2〉)



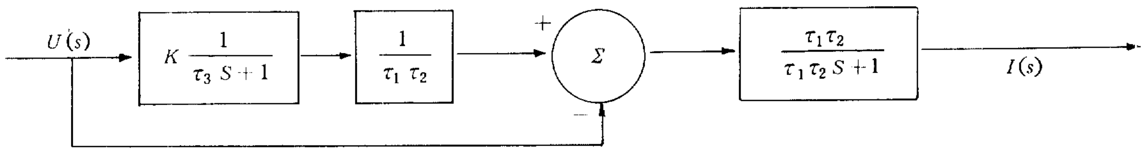
〈**Fig.2**〉 시스템 분석도(I)

② 변형(수정형) 분석도(〈Fig. 3〉)



〈Fig.3〉 시스템 분석도(2)

③ 축소형 분석도(〈Fig. 4〉)



〈Fig.4〉 시스템 분석도(3)

2.4 투입/산출관계 방정식의 유도

〈Fig. 4〉로부터,

$$\frac{I(s)}{U(s)} = H(s)$$

$$= \frac{K-(\tau_3 s+1)\tau_1\tau_2}{(\tau_3 s+1)(\tau_1\tau_2 s+1)} \qquad (1)$$

$$= \frac{K}{(\tau_3 s)(\tau_1\tau_2 s+1)} - \frac{\tau_1\tau_2}{(\tau_1\tau_2 s+1)}$$

지금,

$$M(s) = \frac{K}{(\tau_3 s+1)(\tau_1\tau_2 s+1)}$$

$$N(s) = \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1\tau_2 s+1}$$

이라고 하면,

(1)은, $I(s) = M(s)U(s) - N(s)U(s)$ (2)

부분분수에 의한 확장을 하면,

$$I(s) = \left\{ (m-1)\frac{\tau_1\tau_2}{s+\frac{1}{\tau_1\tau_2}} - m\frac{\tau_3}{s+\frac{1}{\tau_3}} \right\} U(s) \qquad (3)$$

단, $m = \frac{K}{\tau_1\tau_2 - \tau_3}$ $(\tau_1\tau_2 \neq \tau_3)$

2.5 안정성 분석

(1)에서,

$$s = -\frac{1}{\tau_1\tau_2} < 0$$

$$s = -\frac{1}{\tau_3} < 0$$

그러므로, $\frac{1}{\tau_1\tau_2} > 0$, $\frac{1}{\tau_3} > 0$

따라서, $\tau_1 > 0$, $\tau_2 > 0$ 및 $\tau_3 > 0$ 가 성립하면 시스템은 단기적으로 안정적임을 알 수 있다. 즉, 시스템의 흐름도에서 보는 각 변수와 관련되어 있는 시간지체 상수가 양(陽)의 값을 취할 때, 시스템은 안정하다고 볼 수 있으며, 이에 근거하여 시스템의 단기적 행위와 장기적 행위의 분석이 가능하다.

2.6 시스템의 행위분석

(1) 단위충격함수(unit impulse - input function)에 대한 반응(안정상태반응의 연구)

투입함수 : $U(s) = 1$ (단, 초기상태 $I(0) = 0$)

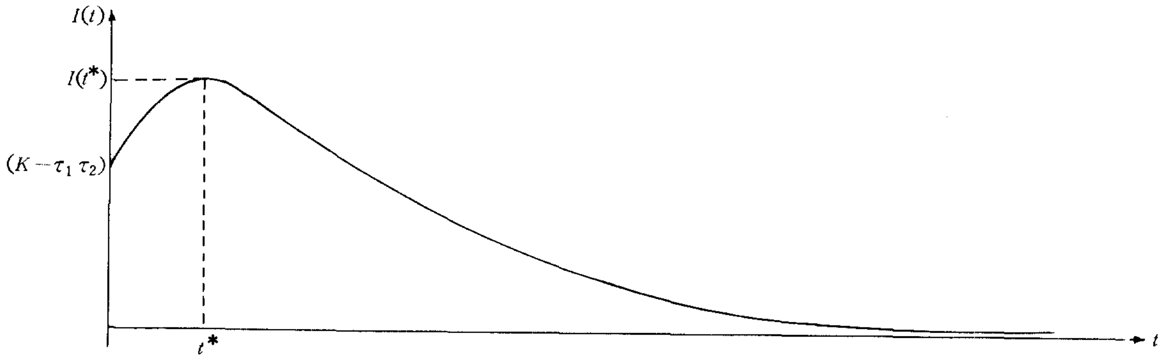
(3)式으로부터,

$$I(s) = (m-1)\ \frac{\tau_1\tau_2}{s+\frac{1}{\tau_1\tau_2}} - m\,\frac{\tau_3}{s+\frac{1}{\tau_3}}$$

$\mathfrak{L}^{-1}$ - 변환에 의해,

$$I(t) = \tau_1\tau_2(m-1)\ exp\left(-\frac{1}{\tau_1\tau_2}\cdot t\right) - \tau_3\, m\cdot exp\left(-\frac{1}{\tau_3}\cdot t\right) \qquad (4)$$

단, $K - \tau_1\tau_2 > 0$



〈**Fig. 5**〉 단위충격함수에 대한 반응

(2) 스텝투입함수(step input function)에 대한 반응

$$I(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

(3)式으로부터,

$$I(s) = (m-1)\ \frac{\tau_1\tau_2}{(s+\frac{1}{\tau_1\tau_2})\,s} - m\,\frac{\tau_3}{(s+\frac{1}{\tau_3})\,s}$$

$$= \tau_1^2\tau_2^2(m-1)\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1}{\tau_1\tau_2}}\right)$$

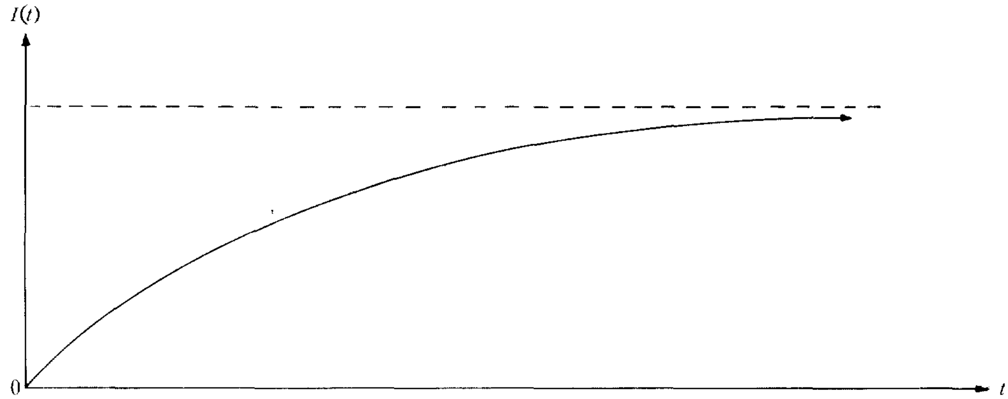
$$- \tau_3^2 m \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_3}} \right)$$

$\mathcal{L}^{-1}$ - 변환에 의해,

$$I(t) = \tau_1^2 \tau_2^2 (m-1) - \tau_3^2 m$$

$$- \tau_1^2 \tau_2^2 (m-1) \, exp\left(-\frac{1}{\tau_1 \tau_2} t\right)$$

$$+ \tau_3^2 m \cdot exp\left(-\frac{1}{\tau_3} t\right)$$



〈**Fig. 6**〉 스텝 투입함수에 대한 반응

(3) 단순증가형 투입함수(ramp function) 에 대한 반응

$$U(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ t, & t > 0 \end{cases}$$

$$U(s) = \frac{1}{s^2}$$

式 (3)에서,

$$I(s) = \left\{ (m-1) \frac{\tau_1 \tau_2}{s + \frac{1}{\tau_1 \tau_2}} - m \frac{\tau_3}{s + \frac{1}{\tau_3}} \right\} \frac{1}{s^2}$$

$$= \frac{1}{s} \left\{ m \tau_3^3 - (m-1) \tau_1^3 \tau_2^3 \right\}$$

$$- \frac{1}{s^2} \left\{ (m-1) \tau_1^2 \tau_2^2 - m \tau_3^2 \right\}$$

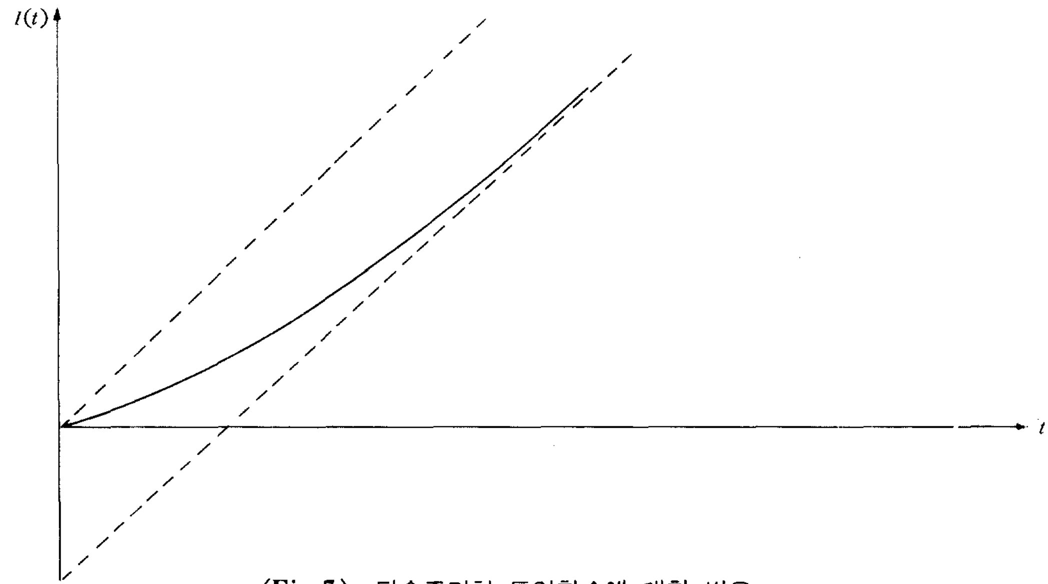
$$+ (m-1) \tau_1^3 \tau_2^3 \left(\frac{1}{s + \frac{1}{s + \tau_1 \tau_2}} \right)$$

$$- \frac{m \tau_3^3}{s + \frac{1}{\tau_3}}$$

$\mathcal{L}^{-1}$ - 변환에 의해,

$$I(t) = m\tau_3^3 - (m-1) \tau_1^3 \tau_2^3$$

$$+\left\{(m-1)\tau_1^2\tau_2^2 - m\tau_3^2\right\}\cdot t + (m-1)\tau_1^3\tau_2^3\ exp\left(-\frac{1}{\tau_1\tau_2}t\right) - m\tau_3^3\ exp\left(-\frac{1}{\tau_3}t\right)$$



〈**Fig.7**〉 단순증가형 투입함수에 대한 반응

Ⅲ. 사례연구

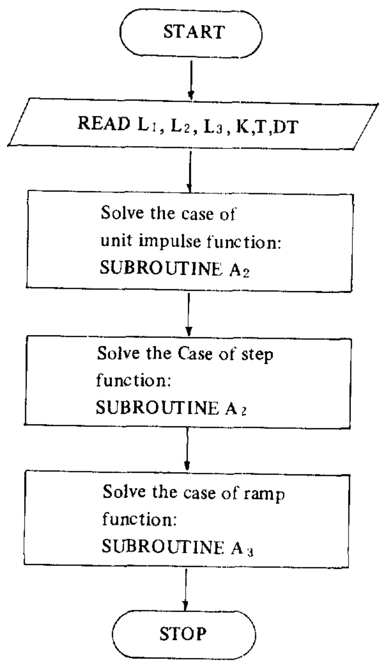
3.1 데이터

1. Desired time for keeping inventory (K) : 8 (unit time)
2. Process setting time (or replace time (τ_1) : 2 (unit time)
3. Delaying time for product-finishing (τ_2) : 3 (unit time)
4. Average consuming time (τ_3) : 2 (unit time)
5. Demand level according to each type of input function.

* 1 unit time = one day (8 hours)

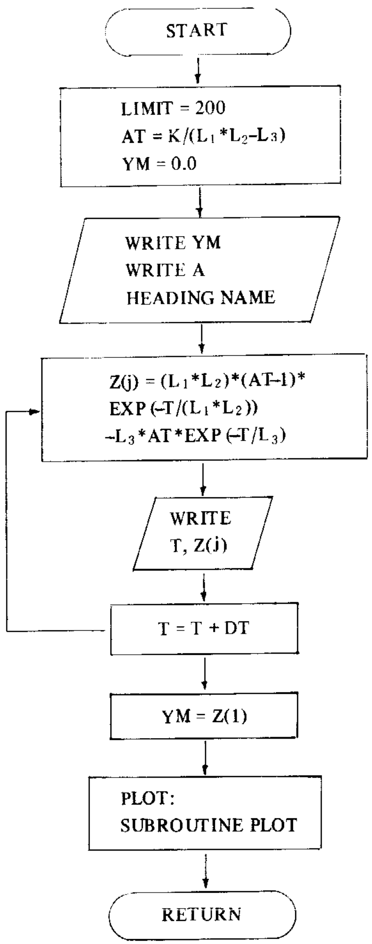
3.2 컴퓨터 프로그램을 위한 흐름도
(컴퓨터 프로그램은 생략)

* Program Flow Chart
Main Program

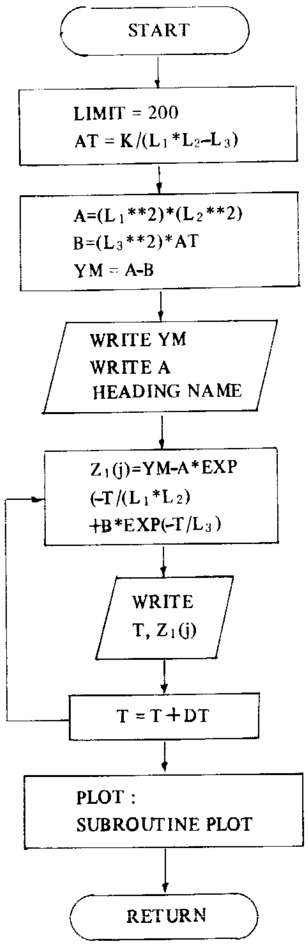


* Subprogram

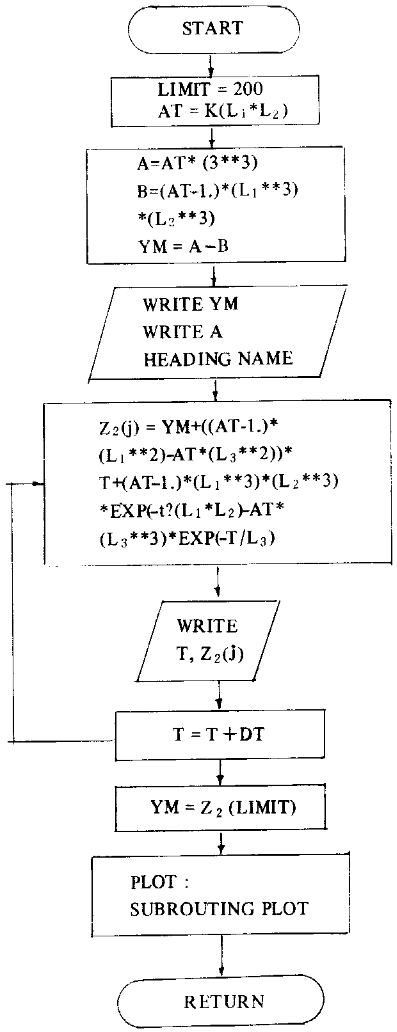
1) Subroutine A_1



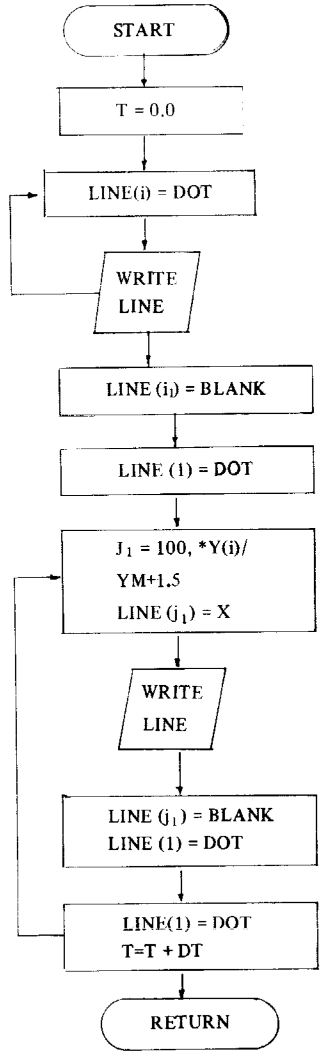
2) SUBROUTINE A_2



3) SUBROUTINE A_3



4) SUBROUTINE PLOT



3.3 결과 분석

(1) 단위충격함수에 대한 반응

증분시간을 0.25 단위 시간으로 했을 경우, 2.0 단위 시간에서 재고수준이 2.82767 (千단위)로 최고수준에 이르렀다가 이후 계속 감소하는 추세를 보였다. 따라서 이미 재주문점이 결정되어 있는 경우에, 그 수준에 도달했을 때 재고를 다시 증가시키는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

(2) 스텝투입함수에 대한 반응

앞에서와 같은 증분시간 하에서, 81.25단위시간에서 재고수준이 2.8 (千단위)로 최고수준에 이르러, 재고필요량이 안정상태에서 계속적으로 유지되어 이에 대처한 재고유지정책이 필요하다고 하겠다.

(3) 단순증가형 투입함수에 대한 반응

수요의 지속적 증가에 대한 재고수준(필요량) 역시 일정하게 계속 증가하는 추세를 보이고 있다. 이럴 때에는 생산능력의 확충이 고려되어야 할 것이다.

Ⅳ. 결 론

모든 가정을 매우 단순화하여 구성한 모델을 통하여 원래의 시스템의 행위를 분석하는 것이 현실적으로 타당성이 결여될 수 있다는 것을 인정하더라도, 수학적 시스템 기법은 본 연구에서 나타난 결과로부터, 해당 시스템의 시간적 진화과정 (time evolutionary process) 뿐만 아니라 시스템 자체를 구조적으로 이해하고 분석하는데 있어서 종래의 운용과학적 기법에 대체될 수 있다는 사실을 알 수 있다.

투입변수의 형을 보다 현실에 가까운 함수형으로 채택함에 따라 보다 만족할 만한 결론을 얻을 수 있게 되나, 수학적 시스템 이론은 이론 그 자체만으로도 매우 광범위한 분야이기 때문에, 그에 상응하는 결론을 얻기 위하여는 개발시간과 사용비용에 있어서 다른 경쟁적 대안보다 덜 우수한 기법일 수도 있다.

그러나 문제구성 이후의 단계에 있어서는 이미 공식화되어 있는 절차에 따라 정확히 이루어질 수 있기 때문에, 결국 이 이론의 현실적용에 있어서의 성공여부는, 시스템 분석자가 해당 시스템의 특성을 얼마나 정확히 파악하고 있으며, 그에 따른 현실성 있는 자료를 수집할 수 있겠는가의 문제와 시스템 이론가와 실무자간의 밀접한 상호관계와 원활한 의사소통에 의해 시스템 모델의 개발과 응용에 효율적으로 공동참여하는 방안 등에 관한 문제들이 중요한 요소로 작용한다고 말할 수 있다.

參 考 文 獻

(1) Benett R.J. and R.T. Chorley, "Environmental Systems; Philosophy, Analysis and Control", Princeton Univ. Press, 1978.

(2) Fortmann T.E. & K.L. Hitz, "An Introduction to Linear Control Systems", Marcel Dekker Inc., 1977.

(3) Luenberger D.G., "Introduction to Dynamic Systems; Theory, Models and Applications", John Wiley & Sons, 1979.

(4) Mehra R.K., "System identification; Advanced and Case Studies", Academic Press Inc. 1976.

(5) Shinners S.M., "Modern Control System; Theory and Application", Addison-Wesley, 1978.

(6) Singh M.G. & A. Titli, "Systems; Decomposition, Optimization and Control", Pergamon Press, 1978.

(7) Truxal J.G., "Introduction to Systems Engineering", McGraw-Hill-Kogakusha Ltd., 1979.