Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 9, No. 2, December 1983

GERT Network 의 感度分析에 관한 考察

(A Study on the Sensitivity Analysis of GERT Network)

李 相 道*
鄭 重 喜*
朴 基 柱**

Abstract

In this paper, a sensitivity analysis is proceeded to improve the network of manufacturing process by converting the qualitative network into GERT Network and by finding equivalent probability, MFG's of variables and sensitivity equation in GERT Network. Sensitivity analysis of GERT Network is important in evaluating, reviewing and improving system. System improvement in GERT Network is achieved by increasing the equivalent probability and by decreasing the equivalent time.

1. 序 論

企業의 生産性 向上을 위해 製品의 製造工程에 대한 合理的인 分析方法과 그에 따른 改善을 위한 定量的인 尺度가 필요시 되고 있다. 따라서 製造工程에 대한 工程體係를 Model化 하여 좀더 明確하게 把握할 수 있는 方法이 要求된다.

一般的으로 製造工程은 Network로 表現이 可能하고 Network를 取하는 問題의 分析 技法으로 GERT가 알려져 있다.

GERT (Graphical Evaluation and Review Technique)의 基本的인 槪念은 Pritsker, Happ, 와 Whitehouse [1, 2, 5]에 의해서 수립되어 있으며 確率的(stochastic)이고 論理的(logical)인 特性을 가진 Network 의 分析技法으로 適用되고 있다.

製造工程의 Network는 그 構造나 作業科程에 있어서 選擇的 이거나 代替的인 경우가 많으며 이런 經路를 따르는 論理的인 節點을 포함하여 實現된Activity를 다시 實現하도록 하는 selfloop나 feedback 事象이 포함되게 된다. 이와같은 論理的 特性을 가진 Network를 確率的 Network라 부르고 이 Network를 利用하여 製造工程의 Network를 GERT Model化 하여 感度(Sensitivity) 分析이 可能하다.

感度의 重要한 의미는 Network 改善을 위해 Network를 評價하고 再吟味하여 System 改善의 定量的 尺度로 利用할 수 있다는 것이다. Network의 感度分析은 每數變化에 따른 函數로써 performance function을 만들고 이 評價函數의 變化量 計算을 위해

* 東亞大學校 工科大學
** 大邱工業專門大學

GERT 基本概念과 感度分析의 槪念을 應用하여 感度方程式을 求하여 이용한다.

System 의 改善이나 意思決定의 必要한 基本資料로써 이 方程式의 係數를 이용하고 Network 의 等價期待確率을 增加시키거나 期待時間을 줄임으로써 GERT Network 의 System 改善의 目的을 達成한다. 이 小論에서는 不確定要素를 포함하는 旋盤와 主軸製造工程중에서 熱處理 및 硏削部分의 Network 를 GERT 化 하여 確率을 增加시키고 期待時間을 줄이기 위한 基準尺度로 感度係數를 조절하기 위하여 感度方程式을 誘導하고 感度를 分析함으로써 製造工程에 대한 分析技法을 소개하고 GERT에 의한 製造工程의 管理可能性을 考察해 보는데 있다.

2. 感度의 槪念과 理論的 背景

System 에 있어서 각각의 요소 Parameter 의 變化가 어느 정도까지 전체 System 에 影響을 주는가를 決定하고자 할 때 物理學의 瞬間速度의 개념을 이용하거나 經濟學의 需要에 의한 價格이나 所得의 彈力性을 利用하여 每數變化에 따른 感度를 分析한다.

y를 出力, X를 Parameter 로 하여 彈力性의 槪念을 導入한 Bade 의 定義에 의해

$$S_x y = \frac{d(\log y)}{d(\log x)} = \frac{dy}{y} \Big/ \frac{dx}{x} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} \text{ ——— (1)}$$

로 表現되며 $S_x y$는 Parameter X에 관한 y의 感度를 의미한다. 일반적으로는 System의 performance measure 는 많은 Parameter 로 구성되므로 복수 Parameter 의 感度는 多重 Parameter 의 感度이며 다음과 같이 표기된다.

$$Sx_i y|_{x_i=x_0} = \left[\left(\frac{x_i}{y}\right) \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right) \right]_{x_i=x_0} (i=1,2,\cdots N) \text{ —— (2)}$$

여기서 $x_i=x_0$는 基準值(nominal value)로써 平均値나 初期値를 이용한다. Performance function y를 N개의 Parameters의 columm vector 로 표현하면 平價函數 y의 增分 $\triangle y$는 Taylor 展開後 $\triangle X$에 관한 二次이상의 項을 無視하면

$$\triangle y = y(x-\triangle x) - y(x)$$

$$= \frac{\partial y}{\partial x_1}\Big|_{x=x_0} \triangle x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2}\Big|_{x=x_0} \triangle x_2 + \cdots + \frac{\partial y}{\partial x_N}\Big|_{x=x_0} \triangle x_N = \sum_{t=1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i}\Big|_{x_i=x} \triangle x_i \quad t \text{ —(3)}$$

여기서 $\triangle y$와 y와의 比로 나타낸 式은 다음과 같은 多量 Parameter 感度와 Parameter 增分과 函數로 된다. 즉,

$$\frac{\triangle y}{y} = \left[\frac{x_1}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_1}\right]\left(\frac{\triangle x_1}{x_1}\right) + \left[\frac{x_2}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_2}\right]\left(\frac{\triangle x_2}{x_2}\right) + \cdots + \left[\frac{x_N}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_N}\right]\left(\frac{\triangle x_N}{x_N}\right)$$

$$= Sx_1 y\left(\frac{\triangle x_1}{x_1}\right) + Sx_2 y\left(\frac{\triangle x_2}{x_2}\right) + \cdots + Sx_N y\left(\frac{\triangle x_N}{x_N}\right) = \sum_{i=1}^{N} Sx_i y\left(\frac{\triangle x_N}{x_i}\right) \text{ ——— (4)}$$

그러나 GERT Network 의 出力(y)의 增分($\triangle y$)는 Parameter 전체의 갯수 N중에서 확률 Parameter의 갯수를 K라 하면 $\triangle y$는 식 (6) 과 같이 표현된다.

$$\triangle y = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i \text{ ——— (5)}$$

$$\triangle y = \triangle y_1 + \triangle y_2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=K+1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i \text{ ——— (6)}$$

確率 Parameter 갯수 K개 중에는 等式 制約條件이 成立되는 M개의 式이 존재한다. 즉,

$$fm(x) = 0 \quad (m=1,2,\cdots M) \text{ ——— (7)}$$

確率 Parameter 가운데는 等式制約條件에 영향을 받는 Parameter L개와 영향을 받지 않는 Parameter $(K-L)$개로 나눌수 있으므로 $\triangle y$는

$$\triangle y = \triangle y_1 + \triangle y_2 + \triangle y_3$$

$$= \sum_{i=1}^{L} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=L+1}^{K} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=K+1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i \text{ ——— (8)}$$

로 表示되고 식(7)에서 등식제약조건의 Parameter 의 갯수 L개 중에서 M개의 상태변수(state variable)와 T개의 決定變數(decision variable)로 나누어 보면

$L = M + T$가 되고

$x_i = Sm(m=1,2,\cdots M)$: 狀態變數(state variable)

$x_i = dt(t=1,2,\cdots M)$: 決定變數(decision variable)

이때 L개의 Parameter 중에 어느 것이 決定 변수가 되던 狀態變數가 되든 관계 없으며,

$$\triangle y_1 = \sum_{i=1}^{L} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i$$

$$= \sum_{m=1}^{M} \frac{\partial y}{\partial S_m} \triangle Sm + \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial y}{\partial d_t} \triangle d_t \text{ ——— (9)}$$

$\triangle y_1$ 의 變量을 표현할 수 있고 식(11)에서 確率 Parameter 의 增分을 고려하면

$\triangle x_i (i=1, 2, \cdots L)$ 의 變數들은 M개의 線型方程式을 만족시켜야 하므로

$$\sum_{i=1}^{L} \frac{\partial f_m}{\partial x_i} \triangle x_i = 0 \quad (m=1, 2, \cdots M) \qquad (10)$$

狀態變數(Sm)나 決定變數(d_t)를 고려한 等式約條件의 增分은

$$\sum_{i=1}^{L} \frac{\partial f_m}{\partial x_i} \triangle x_i = \sum_{m=1}^{M} \frac{\partial f_j}{\partial s_m} \triangle s_m + \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial f_j}{\partial d_t} \triangle d_t$$

$$(j=1, 2, \cdots M) \qquad (11)$$

식(9)와 식(11)에서 $\triangle y_1$ 에 대하여 정리하면

$$\triangle y_1 = \left\{ \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial y}{\partial d_t} d_t - \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{m=1}^{M} \frac{\partial y}{\partial s_m} s_m \gamma_{mt} \right) \right\}$$

$$\cdot \sum_{t=1}^{T} \frac{\triangle d_t}{d_t} \qquad (12)$$

식(8)을 y로 나누어 식 (12)을 代入하면

$$\frac{\triangle y}{y} = \frac{\triangle y_1}{y} + \frac{\triangle y_2}{y} + \frac{\triangle y_3}{y}$$

$$= \frac{1}{y} \sum_{i=1}^{L} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \frac{1}{y} \sum_{i=L+1}^{K} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \frac{1}{y} \sum_{i=K+1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

$$\cdot \triangle x_i$$

$$= \sum_{i=1}^{L} Sx_i y \frac{\triangle x_i}{x_i} + \sum_{i=L+1}^{K} Sx_i y \frac{\triangle x_i}{x_i} + \sum_{i=K+1}^{N} Sx_i y \frac{\triangle x_i}{x_i} \qquad (13)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \left\{ Sd_t y - \sum_{m=1}^{M} Ss_N y \, \gamma_{mt} \right\} \frac{\triangle d_t}{d_t} + \sum_{i=K+1}^{K} Sx_i y$$

$$\frac{\triangle x_i}{x_i} + \sum_{i=K+1}^{N} Sx_i y \frac{\triangle x_i}{x_i}$$

여기서 $\sum_{i=1}^{L} Sx_i y \frac{\triangle x_i}{x_i}$ 는 確率 Parameter 의 變動을 고려한 것을 나타내며 식 (13)을 感度方程式이라 부르고 Parameter 의 變化 $\left(\frac{\triangle x_i}{x_i} \right)$ 의 係數가 感度係數 $Sx_i y$이므로 계수의 값이 크면 큰 感度를 수반하며 이 Parameter 는 評價函數 y에 큰 영향을 미치게 된다.

3. GERT Network의 感度分析

旋盤의 主軸製造에 수반되는 主要作業은 Turning, Milling 및 Heat treatment와 Grinding 作業으로 이루어진다.

Heat treatment와 Grinding 부분의 작업개요는 고주파 열처리기로 표면담금질을 하여 Crack 檢査를 한후 Grinding machine 으로 외경, 내경을 연삭한다. 아들 工鋼에 대한 Network를 작업개요에 따라 Network으로 나타내 보면Qualitative GERT Network는 Fig. 1., 每數變動에 따른 GERT Network 는Fig.2. 와 같이된다.

GERT Network 의 각 branch 實現에 所要되는 確率과 時間에 대한 Data 는 Table 1과 같다. 각 branch 에 대한 確率과 時間 分布는 장기간의 測定에 의해 직접 Simulate 하여 求해야 正確한 結果를 얻을 수 있으나 여러가지 制約으로 인해 現場 에서의 실측 평균치를 nominal value 로 사용하였다.

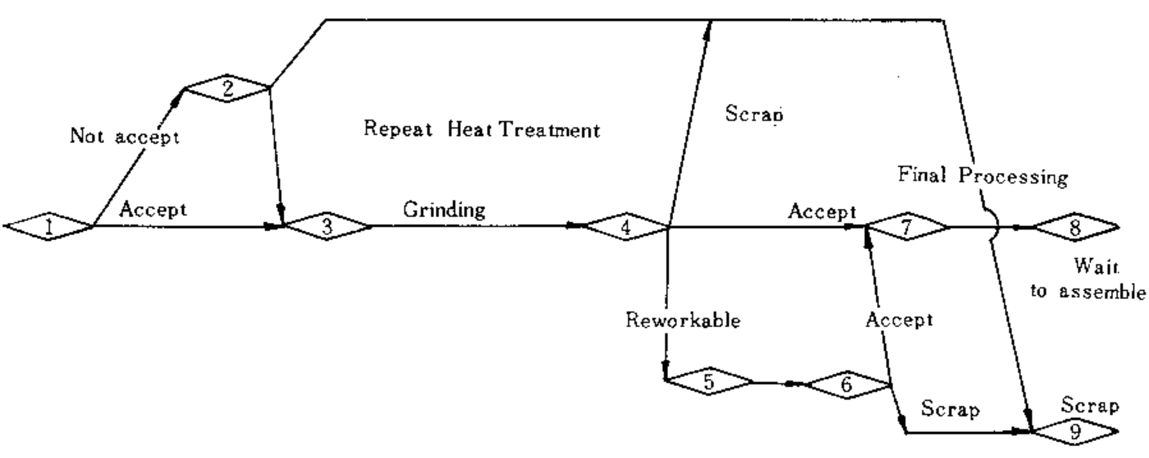

Fig. 1. Qualitative GERT Network

Table 1. Probability and MFG's of Each Branch Parameter

branch $(i \cdot j)$	P	Prob.	Mt (S)
1 · 3	Pa	0.8710	$(1-\frac{S}{a})^{-1}$
1 · 2	Pb	0.1290	$(1-\frac{2s}{3})^{-1}$
2 · 3	Pc	0.9010	$e^{\frac{2}{3}s}$
3 · 4	P	1	$e^{\frac{3}{2}s}$
4 · 7	Pd	0.6993	$(1-\frac{S}{a})^{-1}$
4 · 5	Pe	0.2960	$(1-S)^{-1}$
5 · 6	P	1	$e^{\frac{1}{2}s}$
6 · 7	Pf	0.9646	$(1-\frac{S}{f})^{-1}$
6 · 9	Pg	0.0354	$(1-2s)^{-1}$
2 · 9	Ph	0.0990	$e^{\frac{1}{3}s}$
4 · 9	Pi	0.0057	$(1-S)^{-1}$
7 · 8	P	1	$e^{\frac{1}{3}s}$

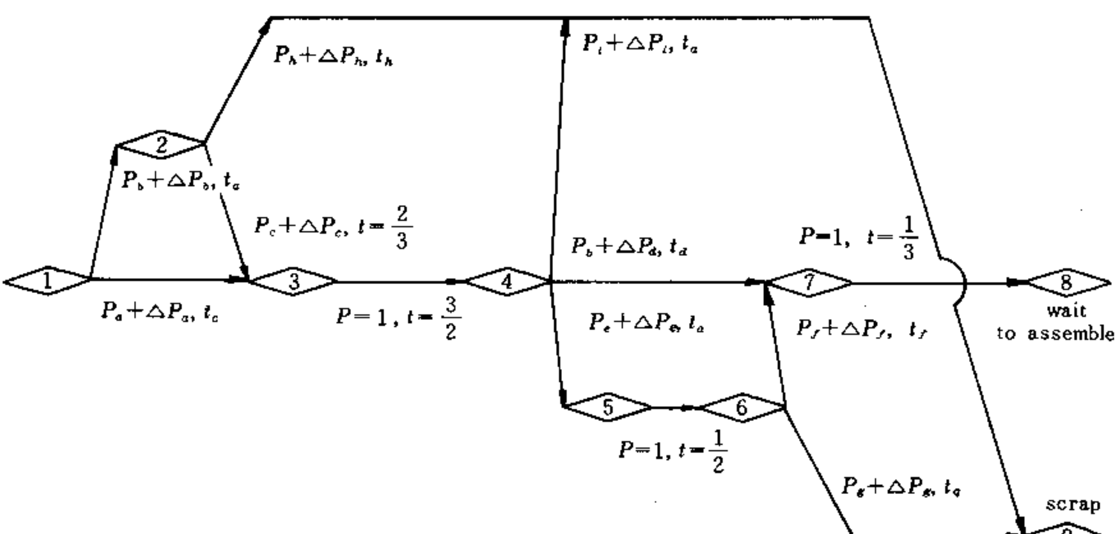

Fig. 2. GERT Network with Parameter Variations

Fig. 2. 의 節點 1 에서 節點 9 에 이르는 熱處理 및 研削部分의 等價 確率 P_E와 等價時間의 평균 μ_E를 구하기 위하여 W 함수를 구하면,

$$W_E(S)W_{1,9}(S)=(W_a+W_bW_c)\cdot W_j\cdot(W_d+W_eW_f)\cdot W_2=\{P_a(1-\frac{S}{a})^{-1}+P_b(1-\frac{S}{a})^{-1}P_ce^{\frac{1}{2}s}\}\cdot e^{\frac{1}{2}s}\{P_d(1-\frac{S}{d})^{-1}+P_e(1-\frac{S}{d})^{-1}e^{\frac{1}{2}s}P_f(1-\frac{S}{f})^{-1}\}e^{\frac{1}{2}s} \quad (14)$$

節點 9 를 실현시키는 等價確率(epuivalent probability) P_E는

$$P_E=W_E(0)=(P_a+P_bP_c)\ (P_d+P_eP_f)=0.9722 \quad (15)$$

식 (14)에서 積率母函數(MGF)를 구하고 μ_E를 計算하면

$$M_E(S)=\frac{W_E(S)}{W_E(0)}$$

$$\mu_E=\frac{\partial}{\partial S}M_E(S)\Big|_{S=0}=\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{W_E(S)}{W_E(0)}\right)\Big|_{S=0}$$

$$=[P_aP_d(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{11}{d})+P_aP_eP_f(\frac{1}{a}+\frac{1}{d}+\frac{1}{f}+\frac{14}{b})+P_bP_cP_d(\frac{1}{a}+\frac{1}{d}+\frac{15}{6})+P_bP_cP_eP_f(\frac{1}{a}+\frac{1}{d}+\frac{1}{f}+\frac{18}{b})]\ /\ (P_a+P_bP_c)\cdot(P_d+P_eP_f)=4.29(\text{時間})$$

위의 과정에서 熱處理 및 研削部分의 등가確率은 0.9722 이며 等價時間은 4.29 時間이다.

1) P_E의 變動量計算

等價確率 P_E의 경우, 評價函數 y를 $y=P_E$로 놓고 $x_1=P_a$, $x_2=P_b$, $x_3=P_d$, $x_4=P_e$, $x_5=P_t$, $x_6=P_c$, $x_7=P_f$라 하면 變數의 갯수는 $K=N=7$이고 等式制約條件을 만족시키는 變數의 갯수는 $L=5$이다. 이중에 狀態(state) 變數를 $S_1=P_a$, $S_2=P_d$로 하여 $M=2$, 決定變數(decision variable)를 $d_1=P_b$, $d_2=P_e$, $d_3=P_t$라 하면 $T=3$이 된다.

$$P_a+P_b-1=0=f_1(P_a,P_b)=f_1(x_1,x_2)=f_1(x)$$

$$P_d+P_e+P_t-1=0=f_2(P_d,P_e,P_t)=f_2(x_3,x_4,x_5)=f_2(x)$$

評價函數 $y=P_E$에서 y의 變動 $\triangle y$는

$$\triangle y=\triangle y_1+\triangle y_2+\triangle y_3=\sum_{i=1}^{L}\frac{\partial y}{\partial x_i}\triangle x_i+\sum_{i=L+1}^{K}\frac{\partial y}{\partial x_i}\triangle x_i+\sum_{i=K+1}^{N}\frac{\partial y}{\partial x_i}\triangle x_i \quad (16)$$

에서 $K=7$이고 $L=5$이므로

$$\triangle y=\triangle y_1+\triangle y_2=\sum_{i=1}^{5}\frac{\partial y}{\partial x_i}\triangle x_i+\sum_{i=6}^{7}\frac{\partial y}{\partial x_i}\triangle x_i \quad (17)$$

식 (17)에서 $\triangle y_1$을 狀態變數, 決定變數로 나누어表現하면

$$\triangle y_1=\sum_{i=1}^{5}\frac{\partial y}{\partial x_i}\triangle x_i=\sum_{m=1}^{2}\frac{\partial y}{\partial S_m}+\sum_{t=1}^{3}\frac{\partial y}{\partial d_t}\triangle d_t \quad (18)$$

또 確率 Parameter 갯수 5 개중에서 等式制約條件은 $f_m(x)=0$ $(m=1,2)$이므로

$$\sum_{i=1}^{L}\frac{\partial f_m}{\partial t_i}\triangle x_i=0\ \ (m=1,2) \quad (19)$$

식 (19)에서 狀態變數(S_m)나 決定變數(d_t)를 고려한 增分은

$$\sum_{i=1}^{5}\frac{\partial f_m}{\partial x_i}\triangle x_i=\sum_{m=1}^{2}\frac{\partial f_j}{\partial S_m}\triangle S_m+\sum_{t=1}^{3}\frac{\partial f_j}{\partial d_t}\triangle d_t \quad (20)$$

여기 $J, C, \nabla_s y, \nabla_d y$를 다음과 같이 두면 식 (18)은 식 (21)로, 식 (20)은 식 (22)로 表現된다.

$$J=\begin{pmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial P_a} & \frac{\partial f_1}{\partial P_d}\\ \frac{\partial f_2}{\partial P_a} & \frac{\partial f_2}{\partial P_d}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial P_b} & \frac{\partial f_1}{\partial P_e} & \frac{\partial f_1}{\partial P_t}\\ \frac{\partial f_2}{\partial P_b} & \frac{\partial f_2}{\partial P_e} & \frac{\partial f_2}{\partial P_t}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$\nabla_s y=\begin{pmatrix}\frac{\partial y}{\partial S_1} & \frac{\partial y}{\partial S_2}\end{pmatrix}$$

$$\nabla_d y=\begin{pmatrix}\frac{\partial y}{\partial d_1} & \frac{\partial y}{\partial d_2} & \frac{\partial y}{\partial d_3}\end{pmatrix}$$

$$\triangle y_1=\nabla_s y\triangle S+\nabla_d y\triangle d \quad (21)$$

$$0=J\triangle S+C\triangle d \quad (22)$$

식 (22)로 부터 $\triangle S=-J^{-1}C\triangle d$이므로 식 (21)은

$$\triangle y_1=[\nabla_d y-\nabla_s yJ^{-1}C]\triangle d \quad (23)$$

그리고 狀態變數와 決定變數의 diagonal matrix 를 S, D라면 SS^{-1}, DD^{-1}를 식 (23)에 作用시킨후 $\triangle y_1$을 y로 나누면

$$\triangle y_1=[\nabla_d y-\nabla_s y\,SS^{-1}J^{-1}C]DD^{-1}\triangle d \quad (24)$$

$$\frac{\triangle y_1}{y} = \frac{1}{y}[\nabla_d y D - (\nabla_s y S) R] D^{-1} \triangle d \tag{25}$$

여기서 $R = S^{-1} J^{-1} CD = \begin{pmatrix} \frac{P_b}{P_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{P_e}{P_d} & \frac{P_e}{P_t} \end{pmatrix}$

식 (25)를 식 (2)의 형태로 표기하면

$$\frac{\triangle y_1}{y} = \frac{1}{y}\left\{ \sum_{t=1}^{3} \frac{\partial y}{\partial d_t} d_t - \sum_{t=1}^{3} \left(\sum_{m=1}^{2} \frac{\partial y}{\partial S_m} S_m \gamma_{mt} \right) \right\}$$

$$\sum_{t=1}^{3} \frac{\triangle d_t}{d_t} = \sum_{t=1}^{3} \left[\frac{d_t}{y} \frac{\partial y}{\partial d_t} - \sum_{m=1}^{2} \frac{S_m}{y} \frac{\partial y}{\partial S_m} \gamma_{mt} \right]$$

$$\frac{\triangle d_t}{d_t} = \sum_{t=1}^{3} \left\{ Sd_t y - \sum_{m=1}^{2} S_{sm} y \gamma_{mt} \right\} \frac{\triangle d_t}{d_t}$$

식 (17)에서 y의 增分 $\triangle y$를 y로 나눈 비는

$$\frac{\triangle y}{y} = \frac{\triangle y_1}{y} + \frac{\triangle y_2}{y}$$

$$= \sum_{t=1}^{3} [Sd_t y - \sum_{m=1}^{2} S_{sm} y \gamma_{mt}] \frac{\triangle d_t}{d_t} + \sum_{i=6}^{7} Sx_i y \frac{\triangle x_i}{x_i}$$

$$= [Sp_b y - Sp_a y \gamma_{11}] \frac{\triangle d_1}{d_1} + [Sp_e y - Sp_d y \gamma_{22}] \frac{\triangle d_2}{d_2}$$

$$+ [Sp_t y - Sp_d y \gamma_{23}] \frac{\triangle d_3}{d_3} + Sp_c y \frac{\triangle P_c}{P_c} + Sp_f y$$

$$\frac{\triangle P_f}{P_f} = (-0.0129) \frac{\triangle P_b}{P_b} + (-0.0106) \frac{\triangle P_e}{P_e} +$$

$$(-0.0007) \frac{\triangle P_t}{P_t} + 0.1117 \frac{\triangle P_c}{P_c} + 0.1263$$

$$\cdot \frac{\triangle P_f}{P_f} \tag{26}$$

위의 結果에서 等價確率 P_E를 增加시키고자 하면 P_b와 P_e를 減少 시키고 P_c와 P_f를 增加시키면 된다. P_t에는 크게 影響을 받지 않음을 알 수 있다.

2) μ_E의 變動量 計算

等價期待時間의 感度方程式을 導出하고 그것으로부터 等價時間을 줄일 수 있는 부분을 찾아보면 評價函數 y를 $y = \mu_E$, $x_1 = P_a$, $x_2 = P_b$, $x_3 = P_d$, $x_4 = P_e$, $x_5 = P_t$, $x_6 = P_c$, $x_7 = P_f$, $x_8 = a$, $x_9 = d$, $x_{10} = f$라 놓으면 變數의 갯수 $N = 10$, 確率變數의 갯수 $K = 7$이고 等式制約의 영향을 받는 變數는 $L = 5$로 $S_1 = P_a$, $S_2 = P_d$라 놓으면 狀態變數는 $M = 2$가 된다. 決定變數는 $T = 3$이 되므로 $d_1 = P_b$, $d_2 = P_e$, $d_3 = P_t$라 놓으면

$$P_a + P_b - 1 = 0 = f_1(x)$$

$$P_d + P_e + P_t - 1 = 0 = f_2(x)$$

여기서

$$\triangle y = \triangle y_1 + \triangle y_2 + \triangle y_3$$

$$= \sum_{i=1}^{5} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=6}^{11} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=\sigma}^{10} \frac{\partial y}{\partial x_i} \tag{27}$$

식 (24)에서

$$\triangle y_1 = [\nabla_d y D - (\nabla_s y S) S^{-1} J^{-1} CD] D^{-1} \triangle d_t$$

$$= [\sum_{t=1}^{3} \frac{\partial y}{\partial d_t} d_t - \sum_{m=1}^{2} \frac{\partial y}{\partial S_m} S_m R] D^{-1} \triangle d_t \tag{28}$$

$\triangle y_1$을 y로 나누면

$$\frac{\triangle y_1}{y} = \sum_{t=1}^{3} [\frac{d_t}{y} \frac{\partial y}{\partial d_t} - \sum_{m=1}^{2} \frac{S_m}{y} \frac{\partial y}{\partial S_m} \gamma_{mt}] \frac{\triangle d_t}{d_t}$$

$$= \sum_{t=1}^{3} [Sd_t y - \sum_{m=1}^{2} S s_m y \gamma_{mt}] \frac{\triangle d_t}{b_t\, d} \tag{29}$$

식 (27)을 y로 나누어 식 (29)를 代入 하면

$$\frac{\triangle y}{y} = \frac{\triangle y_1}{y} + \frac{\triangle y_2}{y} + \frac{\triangle y_3}{y}$$

$$= \sum_{t=1}^{3} [Sd_t y - \sum_{m=1}^{2} S s_m y \gamma_{mt}] \frac{\triangle d_t}{d_t} + Sx_6 y \frac{\triangle x_6}{x_6} +$$

$$Sx_7 y \frac{\triangle x_7}{x_7} + St_\sigma y \frac{\triangle x_8}{x_\sigma}$$

$$= \sum_{t=1}^{3} [Sd_t y - (Ss_1 y \gamma_{1t} + Ss_2 y \gamma_{2t})] \frac{\triangle d_t}{d_t} + Sx_6 y$$

$$\frac{\triangle x_6}{x_6} + Sx_7 y \frac{\triangle x_7}{x_7} + Sx_8 y \frac{\triangle x_8}{x_8}$$

$$= (Sd_1 y - Ss_1 \gamma_{11}) \frac{\triangle d_1}{d_1} + (Sd_2 y - Ss_2 y \gamma_{22}) \frac{\triangle d_2}{d_2}$$

$$+ (Sd_3 - Ss_2 y \gamma_{23}) \frac{\triangle d_3}{d_3} + Sx_6 y \frac{\triangle x_6}{x_6} + Sx_7 y \frac{\triangle x_7}{x_7}$$

$$+ Sx_8 y \frac{\triangle x_8}{x_8}$$

$$= (Sp_b y - Sp_a y \frac{P_b}{P_a}) \frac{\triangle P_b}{P_b} + (Sp_e y - Sp_d y \frac{P_e}{P_d})$$

$$\frac{\triangle P_e}{P_e} + (Sp_t y - Sp_d y \frac{P_t}{P_d}) \frac{\triangle P_t}{PP_t} + Sp_c y \frac{\triangle P_c}{P_c} +$$

$$Sp_f y \frac{\triangle P_f}{P_f} + Say \frac{\triangle a}{a} + S_d y \frac{\triangle d}{d} + S_f y \frac{\triangle f}{f}$$

$$= 0.0184 \frac{\triangle P_b}{P_b} + 0.1711 \frac{\triangle P_e}{P_e} + 0.00098 \frac{\triangle P_t}{P_t} +$$

$$0.0162 + 0.0162 \frac{\triangle P_c}{P_c} + 0.1202 \frac{\triangle P_f}{P_f} + (-0.1554)$$

$$\frac{\triangle a}{a} + (-0.2331) \frac{\triangle d}{d} + (-0.2608) \frac{\triangle f}{f} \tag{30}$$

식 (30)에서 感度係數는 P_e의 값이 가장 크며 d및

f의 값이 가장 적게 나타나고 있다. 그러므로 等價時間 μ_E를 줄이기 위해서는 P_e의 값을 減少시키고 d와 f의 값을 增加시킴으로써 作業時間을 줄일 수가 있다.

4. 結 論

本 論文은 工程이 지니는 特殊性으로 因하여 그동안 分析이 없었던 製造工程에 GERT Network 技法을 利用하면 工程을 合理的으로 分析, 管理할 수 있으며 GERT의 利用可能性의 立證과 GERT의 適用事例를 通하여 GERT의 有用性을 보였다.

製造工程의 여러 現象은 각 要素 Parameter의 變化로 因하여 생기며 이들이 미치는 評價函數의 變動을 알아보기 위하여 感度方程式을 求하고 그 感度係數로서 System의 改善에 利用될 수 있음을 보았다.

System의 改善은 等價期待確率이나 期待時間에대한 變動量의 變化에 따른 感度係數를 포함한 等價確率을 增加시키고 等價期待 時間을 줄임으로써 그 目的을 達成한다.

GERT는 解析이 곤란한 製造工程등에 널리 應用될 것으로 豫想이 되며 복잡한 Network에 대해서는 相等函數(equivalent function)를 利用하여 科學的이고 定量的인 方法으로 工程의 合理的인 解析이 容易하다. 그러나 GERT Network의 각 branch 變數에 대한 Data의 正確性과 特性值의 分析推定의 어려움이 問題가 되므로 이에 대한 硏究가 앞으로 요망된다.

參 考 文 獻

(1) Pritsker, A. A. B., and Happ, W. W., "GERT;Graphical Evaluation and Review Technipue, Part Ⅰ. Fundamental, "*Journal of Industrial Engineering*, Vol. XVII, No. 5, May pp. 267-274, 1966.

(2) Pritsker, A. A. B., and Whitehouse, G. E., "GERT;Graphical Evaluation and Review Technique, Part Ⅱ. Probabilistic and Industrial Engineering Applications," *Journal of Industrial Engineering*, Vol. XVII, No. 6, June pp. 293-301, 1966.

(3) Raju, G. V. S., "Sensitivity Analysis of GERT Network," *AIIE Transactions*, Vol. Ⅲ, No. 2, June pp. 133-141, 1971.

(4) Whitehouse, G. E., "*System Analysis and Design Using Network Techniques*," Prentice-Hall, Inc., 1973.

(5) Whitehouse, G. E. and Pritsker, A. A. B., "GERT;Part III-Further Statistical Results;Counters, Renewal Times, and Correlations," *AIIE Transactions*, Vol. I, No. 1, March pp. 45-50, 1969.