

밑面에서 部分加熱을 받는 傾斜 4 角形 密閉空間內的 自然對流 熱傳達 및 流動特性*

金 尚 浩* · 鄭 仁 基** · 金 重 燁***

Natural Convective Heat Transfer and Flow Characteristics in
Inclined Rectangular Enclosures with Localized Heating from
Below

Sang Ho Kim · In Kee Chung · Jung Yeup Kim

ABSTRACT

The effect of inclination on the steady, two-dimensional, laminar natural convection in rectangular enclosures with localized heating from below has been investigated numerically.

The enclosure was uniformly heated with a partial heat source at the center of the bottom wall and cooled from the upper wall while the other walls were insulated. The governing equations were solved numerically by using the ADI finite difference method with the SOR method. The computations were carried out with air, $Pr=0.733$, in the Grashof number range, $1 \times 10^4 \sim 3 \times 10^4$, for the inclination of the enclosures was varied from 0° to 90° .

The effects of Grashof number and aspect ratio on the inclination for the transition of the flow pattern in enclosures were determined. From the results, it was found that the transition angles of the flow in the enclosures were greater in localized heating than in uniform heating from below, and that the inclination was to strongly effect on the heat transfer and the flow pattern within the enclosure.

* 1984 年度 空氣調和 · 冷凍工學會 春季論文發表會에서 發表

* : 嶺南大學校 大學院 機械工學科, 現 韓國電子技術研究所

** : 正會員, 嶺南大學校 工大 船用機械工學科

*** : 嶺南大學校 工大 機械工學科

記 號 說 明

- c_p : 定壓比熱
- g : 重力加速度
- Gr : Grashof 數 ($= g \beta (T_h - T_c) H^3 / \nu^2$)
- H : 密閉空間의 높이
- h : 熱傳達係數
- k : 流體의 熱傳導率
- ℓ : 熱源의 길이
- L : 熱源의 無次元 길이 ($= \ell / H$)
- Nu : 局所 Nusselt 數
($= hH / k = \frac{1}{2} (\partial \theta / \partial Y) |_{y=0}$)
- \bar{Nu} : 平均 Nusselt 數
- p' : 初期壓力
- P : 無次元壓力 ($= p' H^2 / \rho \nu^2$)
- Pr : Prandtl 數 ($= \mu c_p / k$)
- s : 右側壁에서 熱源의 中心까지 거리
- S : 熱源의 無次元位置 ($= s / H$)
- t : 時間
- T : 溫度
- u : x 方向 速度
- U : X 方向의 無次元 速度 ($= uH / \nu$)
- v : y 方向 速度
- V : Y 方向의 無次元 速度 ($= vH / \nu$)
- W : 密閉空間의 幅
- x, y : 直交座標
- X, Y : 無次元 直交座標 ($= x / H, y / H$)
- β : 熱膨脹係數
- θ : 無次元 溫度 ($= (T - T_o) / (T_h - T_o)$)
- ρ : 流體의 密度
- μ : 粘性係數
- ν : 動粘性係數 ($= \mu / \rho$)
- ϕ : 密閉空間의 傾斜角 (Fig. 1)
- ψ : 無次元 流動函數 (式 4)
- τ : 無次元 時間 ($= t \nu / H^2$)
- ζ : 無次元 Vorticity (式 4)
- ∇^2 : Laplacian operator

下添字

- c : 低温 (冷却) 壁
- h : 高温 (加熱) 壁
- o : 初期值

1. 緒 論

密閉空間內에서의 自然對流는 壁面境界層과 中心領域 (core region)이 相互 影響을 미치 는 複雜한 內部流動現象 (internal flow)이므로 理論的 解析이 매우 어렵다. 그러나 이러한 現象들은 工學의 여러分野에서 볼 수 있으므로 오래전부터 研究對象이 되어 왔으며, 最近에는 各種 形狀의 密閉空間에 對해서 多樣한 境界條件을 適用하여 實驗 및 數值解法을 통한 研究가 활발히 이루어지고 있다.

그 中 4角形密閉空間에 對해서는 Batchelor¹⁾ Wilkes²⁾ de Vahl Davis³⁾ 등이 單純密閉空間內의 自然對流現象을 研究發表한 以來 많은 研究結果가 報告되고 있으며 점차 多樣하고 細分化 되어가는 傾向이다. 특히 電子裝置, 太陽熱 集熱器나 建築空間 內에서 自然對流流動 및 熱傳達現象을 解析하기 위하여 隔板이나 內部物體가 存在하는 複雜한 形狀의 密閉空間을 擇하거나 傾斜 및 部分加熱등의 影響에 對한 研究가 많아지고 있다.

Hart⁴⁾는 큰 縱橫比의 4角密閉空間에 對하여 傾斜에 따른 流動의 不安定과 臨界 Rayleigh 數를 實驗的으로 觀察하였으며, Ozoe 등^{5,6)}은 縱橫比와 傾斜角의 變化에 따른 流動의 遷移를 實驗的으로 究明하였다. 이 外에도 4角密閉空間內의 自然對流 및 熱傳達에 미치는 空間의 縱橫比, 傾斜角, Grashof 數 또는 Rayleigh 數의 影響에 對하여 많은 研究結果가 報告되었다.^{7~11)}

한편으로는 密閉空間의 바닥이나 壁面에서 部分的으로 加熱을 받는 경우에 對한 研究가 遂

行되어 왔다. Torrance 등^{12,13)}은 圓筒形 密閉空間의 바닥中心에서 局所加熱을 받는 경우에 自然對流現象을 數值解析과 實驗的 結果로서 比較한 바 있으며, Greenspan 등¹⁴⁾은 같은 形狀에 對하여 數值的으로 解析하였다. 또 Chu 등¹⁵⁾은 한쪽 垂直壁이 部分的으로 加熱되는 4 角形密閉空間에 對하여 縱橫比, Grashof 數, 熱源의 크기 및 位置變化에 따른 2次元 自然對流熱傳達을 數值解析 하였으며, 같은 形狀에 對하여 Turner 등¹⁶⁾은 實驗的으로 研究, 比較하였다. 著者 등¹⁷⁾은 바닥에서 部分加熱을 받는 4 角密閉空間에 對하여 陽函數方法으로 數值解析한 바 있다. 그리고 最近에 Chao 등¹⁸⁾이 밀면의 半은 加熱되고 半은 斷熱된 4 角密閉空間에 對하여 傾斜가 內部流體의 自然對流에 미치는 影響을 3次元 ADI 方法(alternating direction implicit method)으로 數值解析하여 이를 實驗結果와 比較한 바 있다.

本 研究에서는 4 角形 密閉空間이 밀면의 中央部에서 部分的으로 加熱되고, 뒷面은 均一하게 低温으로 維持되며, 兩側面과 加熱部分 이외의 밀면이 斷熱되어 있는 모델을 擇하여 傾斜角 및 Grashof 數의 變化에 따른 2次元 層流自然對流現象을 數值的인 方法으로 豫測하였다. 密閉空間은 縱橫비가 1과 2인 두가지를 擇하였고 內部流體는 Prandtl 數가 0.733인 空氣로 假定하였으며, Grashof 數의 範圍는 $1 \times 10^4 \sim 3 \times 10^4$ 까지이다. 傾斜角은 水平位置인 0° 에서 垂直位置인 90° 까지 變化시키면서 內部的 流動과 溫度分布 및 熱傳達現象을 觀察하고, 특히 正常狀態에서 2細胞流動이 單細胞流動(unicellular circulation)으로 變하는 遷移傾斜角을 求하였다.

2. 基本方程式과 數值解析 方法

Fig.1은 本 研究에서 모델로 設定한 密閉空間의 座標系와 熱的 境界條件을 나타낸 것이다.

그림에서 보는 바와 같이 밀면의 中央에 크기 (ℓ/W) 가 0.4이고 均一溫度 T_h 로 維持되는 加熱面이 있고, 뒷面은 一定溫度 T_c 인 低温冷却面이며, 그 外 壁面은 斷熱이 되어 있는 4角

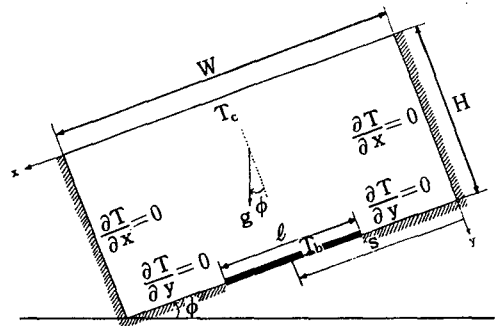


Fig.1 Coordinate System and Thermal Boundary Conditions of a Rectangular Enclosure

形 密閉空間으로서 傾斜角 ϕ 는 0° 에서 90° 까지 變化시킨다. Boussinesq approximation 과 2次元 層流 流動으로 假定하여 Navier-Stokes 方程式과 에너지 方程式을 單純化하고, stream function을 適用하여 無次元 基本方程式들을 나타내면 아래와 같다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \zeta}{\partial X} + V \frac{\partial \zeta}{\partial Y} = \frac{Gr}{2} \cdot \sin \phi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{Gr}{2} \cdot \cos \phi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} + \nabla^2 \zeta \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \cdot \nabla^2 \theta \quad \dots \dots \dots (2)$$

이때 無次元 變數 및 無次元數, 無次元 vorticity와 stream function 들은 각각 다음과 같이 定義하였다.

$$\left. \begin{aligned} U &= u \cdot H / \nu, V = v \cdot H / \nu, X = x / H, \\ Y &= y / H \\ \tau &= t \cdot \nu / H^2, \theta = (T - T_0) / (T_h - T_0), \\ S &= s / H, L = \ell / H \\ P &= p' H^2 / \rho \nu^2, Gr = g \beta (T_h - T_c) H^3 / \nu^2, \\ Pr &= \mu c_p / k \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\nabla^2 \psi = -\zeta, \quad U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \dots\dots (4)$$

또 無次元화된 初期條件과 境界條件은 다음과 같다.

$$\tau = 0 \text{ 인 때 } 0 \leq X \leq W/H, \quad 0 \leq Y \leq 1 \text{ 에서 } \theta = 0, \quad \psi = 0, \quad \zeta = 0 \dots\dots (5)$$

$$\tau > 0 \text{ 인 때 } (1) \quad 0 \leq X \leq W/H, \quad Y = 0 \text{ 이면 } \theta = -1, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0 \dots\dots (6)$$

$$(2) \quad S - \frac{L}{2} \leq X \leq S + \frac{L}{2}, \quad Y = 1 \text{ 에서 } \theta = 1, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0 \dots\dots (7)$$

$$(3) \quad 0 \leq X < S - \frac{L}{2}, \quad S + \frac{L}{2} < X \leq W/H, \quad Y = 1 \text{ 에서 } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0 \dots\dots (8)$$

$$(4) \quad X = 0 \text{ 및 } W/H, \quad 0 \leq Y \leq 1 \text{ 에서 } \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0 \dots\dots (9)$$

위의 基本方程式들의 近似解를 求하기 위하여 4角格子網을 使用하여 有限差分方程式으로 만들었으며, 格子網은 縱橫比에 따라 10×10, 또는 20×10 으로 分割하였다. 數值解析은 ADI 方法을 利用하여 vorticity 및 에너지方程式을 差分化하고, vorticity를 求한후 SOR方法 (successive over-relaxation method) 으로 溫度, 速度 및 stream function을 計算하였다. 이때 壁面節點에 對한 vorticity는 壁面에 인접한 節點에서의 stream function을 Taylor級數로 展開하고 境界條件을 代入하여 求하며, 모서리節點의 vorticity는 近接한 壁面節點에 對한 값을 算術平均하여 求하였다. 그리고 定常狀態의 解는 非定常狀態의 解가 收斂될때 값으로 擇하였으며, 이를 위하여 時間區間을 충분히 길게 取하였다.

또한 定常狀態에서의 溫度分布가 求해지면 低溫壁面에서 溫度勾配를 Taylor級數로 求하고

局所Nusselt數 및 平均Nusselt數를 計算하였다.

本 研究에서의 計算條件은 4角密閉空間의 縱橫比, $W/H = 1$ 과 2이고, 流體는 空氣 ($Pr = 0.733$)이며, 加熱面은 크기, $\ell/W = 0.4$ 로서 바닥面의 中央部에 位置 ($s/W = 0.5$)한 境遇이며, Grashof數는 10,000, 20,000, 30,000 등의 階段로 나누었다. 그리고 傾斜角은 0° 에서 90° 까지 5° 씩 變化시켰으며, 특히 遷移傾斜角 附近에서는 0.01° 간격으로 微細하게 變化시키면서 流動의 遷移를 調査하였다.

3. 結果 및 考察

바닥으로부터 部分加熱을 받는 傾斜 4角形 密閉空間內에서의 流動 및 熱傳達 特性을 알기 위하여 流線 및 等溫線의 分布와 冷却壁에서 局所Nusselt數의 分布, 平均 Nusselt數 등을 考察하고, 바닥面 全體가 均一하게 加熱되는 경우와 比較하였다.

3-1 流線과 等溫線의 分布

Fig.2는 4角密閉空間의 縱橫比 $W/H = 1$ 이고, Grashof數 $Gr = 20,000$ 인 경우에 몇가지 傾斜角度에 對한 流線 및 等溫線의 分布를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 水平 ($\phi = 0^\circ$)인 경우에는 流線과 等溫線이 左右對稱을 이루며 흐름은 2細胞流動形態로 나타나고 加熱面의 上部에서 thermal plume이 發生하여 上昇하고 있다. 그리고 本稿에는 省略하였으나 $Gr = 10,000$ 일 때는 thermal plume이 發生하지 않았고 等溫線이 거의 水平으로 層을 이루어 自然對流의 영향은 적고 傳導에 支配되는 熱의 移動이 일어났으며, $Gr = 30,000$ 인 경우는 thermal plume의 幅이 넓어지고 上面에 衝突한 후 兩側壁을 따라 降下하여 側壁境界層流動에 의한 溫度反轉 現象과 對流의 영향이 더욱 뚜렷이 나타났다. 이 現象은 또 空間의 縱橫

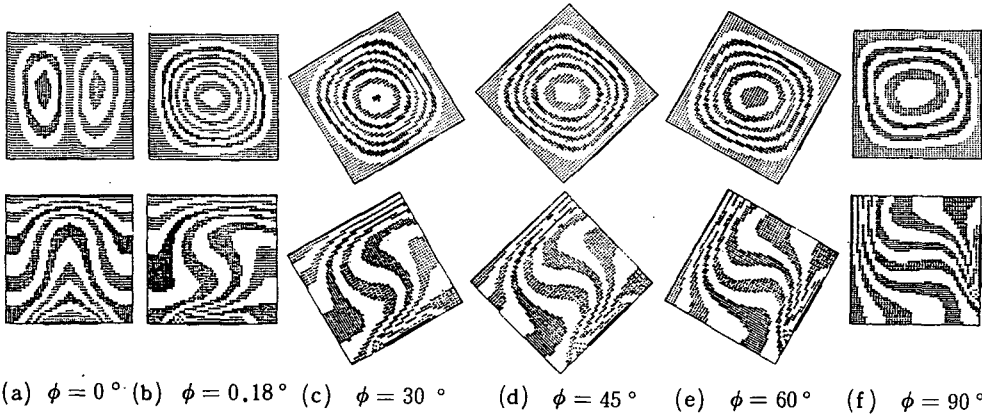


Fig.2 Effect of Inclination on Streamlines and Isotherms, $W/H = 1.0$,
 $Gr = 20,000, \ell/W = 0.4, s/W = 0.5$

비가 클수록 더욱 顯著하게 나타났는데, 이는 plume이 衝突후 左右로 퍼져가는 공간이 넓기 때문에 思料되며 縱橫비가 크고 Grashof 數가 增加할수록 thermal plume이 上昇하면서 퍼지고 對流에 의해 等溫線의 分布가 더욱 크게 變하였다. 또 內部的 流動強度는 윗面과 兩側面이 모두 冷却壁인 경우¹⁷⁾에 比하여 매우 弱해 짐을 알았다. 그리고 이때 加熱面의 크기 $\ell/W = 0.4$ 로 擇하였는데, ℓ/W 가 그 以上 增加하여도 流動形狀과 stream function의 最大값은 거의 變하지 않는다는 것을 以前의 研究¹⁷⁾에서 確認한 바 있다. Fig.2 (b)에서와 같이 傾斜角 $\phi = 0.18^\circ$ 에서 흐름은 單細胞流動으로 遷移되었으며 이 때 等溫線의 分布도 크게 달라졌다. 計算過程에서는 이 角度에서 흐름 및 溫度分布가 遷移하여 定常狀態에 이르는 過程을 볼 수 있었는데 右側의 流動이 弱해지고 左側流動이 活潑해져서 全體로 擴張되며 이때 空間內 流動은 一時的으로 不安定하고 停滯되는 現象을 보였다.

流動은 $\phi = 30^\circ$ 부근에서 가장 活潑하여 無次元 stream function이 最大값을 나타내었으며, 傾斜角이 더욱 增加할수록 中心部의 流動強度는 弱해지나 空間 全體로 擴散되어 $\phi = 50^\circ$ 부근에

서 가장 넓게 퍼졌다. 따라서 다음에 平均 Nusselt 數의 計算結果에서도 볼 수 있는 것과 같이 이때가 熱傳達이 最大가 되었다. 그러나 傾斜가 더욱 增加하면 流動이 弱화되고 熱傳達率도 오히려 減少하였다.

Fig.3에는 本 研究에서 채택한 모델에 대하여 몇가지 代表的인 Grashof 數에 對한 遷移傾斜角에서의 流線과 等溫線 分布를 나타 내었다 Fig.2 (b)와 함께 比較하여 보면, 縱橫比 $W/H = 1$ 인 경우에는 $Gr = 10,000, 20,000$ 및 $30,000$ 에 對해서 遷移傾斜角이 各各 $0.01^\circ, 0.18^\circ$ 및 0.85° 로 매우 작은 角度에서 流動의 遷移가 나타났으나, $W/H = 2$ 인 경우는 $Gr = 20,000$ 및 $30,000$ 에서 各各 $\phi = 18^\circ$ 와 19° 로서 상당히 큰 角度에서 遷移가 일어남을 알 수 있었다. 이 값들은 바닥面이 均一하게 加熱되는 경우와는 상당한 差異를 보이고 있으며¹¹⁾, 바닥 中央部에서 部分加熱을 하는 경우가 全面加熱의 경우보다 遷移傾斜角이 크게 增加함을 알았다. 또 같은 縱橫比에 對해서는 Grashof 數의 增加에 따라 遷移傾斜角이 약간 增加하였으나, 密閉空間內에서 流動의 遷移는 Grashof 數보다는 縱橫比에 더 큰 影響을 받게됨을 알 수 있었고, 이러한 現象은 實驗的 結果와도 一致

하였다.^{6,7,11)}

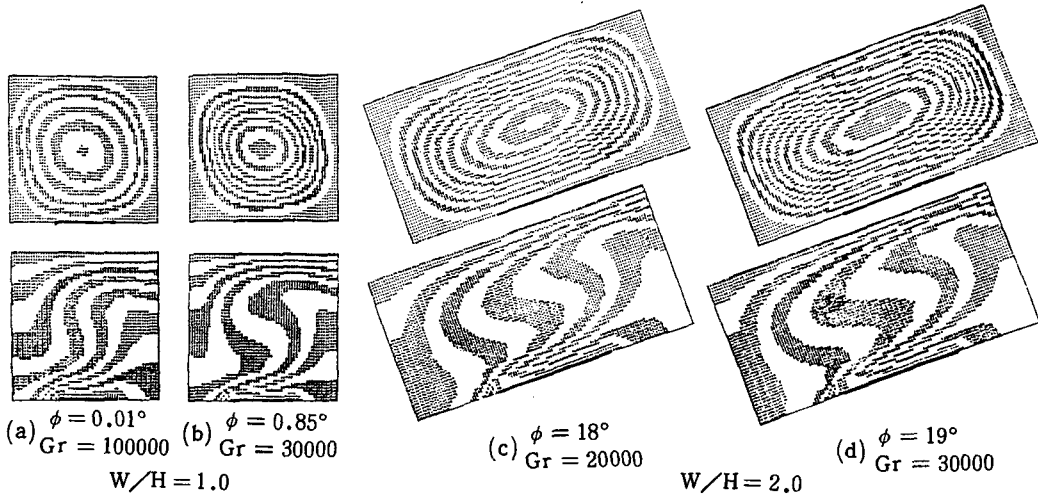


Fig.3 Streamlines and Isotherms at Transition Angle
 $\ell/W=0.4, s/W=0.5$

3-2 熱傳達率

Fig.4와 Fig.5는 각각 縱橫比 $W/H=1$ 과 2인 경우에 대하여 冷却壁面에서의 局所Nusselt數 分布를 Grashof數에 대해 나타낸 그림이다. 그림에서 實線은 密閉空間이 水平일 때 값이며, 點線은 各各의 遷移傾斜角에 對한 것이다. 局所Nusselt數의 分布는 $\phi=0^\circ$ (水平)인 경우 thermal plume이 衝突하는 冷却壁의 中央部에서 最大가 되며 2細胞流動의 影響으로 左右對稱分布를 나타내나, 遷移傾斜角에서는 最大值가 나타나는 位置가 右側으로 移動하고, 따라서 冷却面의 右側部分에서 많은 熱傳達이 일어날 것으로 생각된다. 또 最大값의 位置는 Grashof數에 對해서는 無關하게 보이며, 縱橫比에 따라 變함을 알 수 있었다. 즉 $W/H=1$ 인 경우는 右側壁으로 부터 無次元 位置 $X=0.3$ 附近에서 最大가 되고, $W/H=2$ 인 경우에는 $X=0.4$ 近處에서 最大가 되었으나 같은 바닥幅으로 比較할 때는 $W/H=2$ 인 경우가 더 右側으로 移動하였다. 이러한 現象들은 Fig.2와 3에서도 볼 수 있는 것처럼 流動이 遷移되어 單細胞流動으로 바뀌면서 右側壁을 따라 高

溫 氣流가 上昇하여 冷却壁의 右側부근에 等溫線이 조밀하며 溫度句配가 커져서 熱傳達이 活潑하기 때문이다. 또 縱橫比가 클때는 右側壁의 境界層두께가 약간 두꺼워지나 密閉空間의 幅의 增加에 比하여 相對的으로는 오히려 減少한 때므로 생각된다. 또 密閉空間內에서 流動의 遷移가 일어날 때는 水平인 경우, 즉 2細胞流動인 경우보다도 局所Nusselt數의 最大값 및 全體값이 減少하였다. 이는 Ozoef⁶⁾, Arnold⁷⁾등의 研究에서도 밝혀진 바 있으며, 이 現象은 空間內에서 循環의 形狀이 바뀌면서 흐름의 逆流, 停滯등으로 不安定한 流動이 일어나기 때문으로 생각된다. 그러나 Fig.4에서 나타난 것과 같이 Grashof數가 낮을 때에는 오히려 반대의 現象이 나타났는데, 이것은 實際의 遷移傾斜角이 本計算에서 調査한 角度 0.01° 보다 더욱 微細한 角度일 것으로 思料되며 그 理由는 本 遷移傾斜角에서 定常狀態로 이르는 計算過程의 途中에서 停滯된 흐름과 微少한 Nusselt數의 값이 나타났기 때문이다.

遷移傾斜角에서 Nusselt數의 減少 現象과 傾斜에 따른 平均Nusselt數의 變化를 더욱 뚜렷

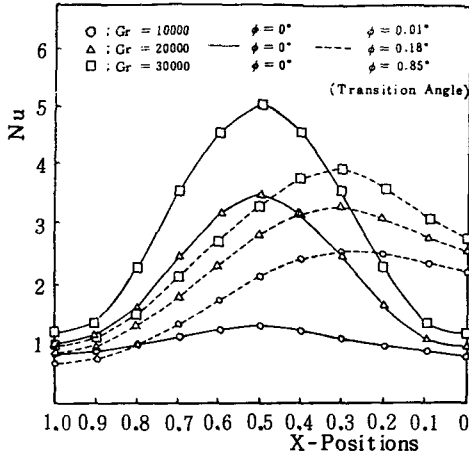


Fig. 4 Local Nusselt number on the Cold Wall $W/H = 1.0, l/W = 0.4, S/W = 0.5$

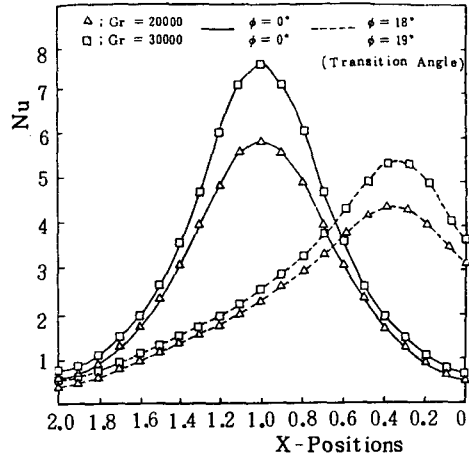


Fig. 5 Local Nusselt number on the cold Wall $W/H = 2.0, l/W = 0.4, s/w = 0.5$

이 나타낸 그림이 Fig.6 이다. 그림에서 보는 바와 같이 流動의 遷移時에 熱傳達は 顯著히 減少하게 되며 이러한 現象은 Grashof 數와 縱橫比에 크게 影響을 받을 것으로 보인다. 또 前述한 바와 같이 遷移傾斜角을 지나서는 熱傳達率이 서서히 增加하여 流動이 密閉空間 전체로 擴散되는 50°附近에서 最大値가 나타나고, 傾斜가

더욱 急해지면 다시 減少하여 垂直 ($\phi = 90^\circ$) 일때 最小값을 나타내었다. 따라서 주어진 縱橫比와 Grashof 數에 對하여 密閉空間의 熱傳達을 最大로 하는 最適傾斜角이 存在할 것으로 생각 된다.

Fig.7 은 縱橫比 $W/H = 1$ 인 密閉空間에서 傾斜角과 Grashof 數의 影響에 對한 平均 Nusselt

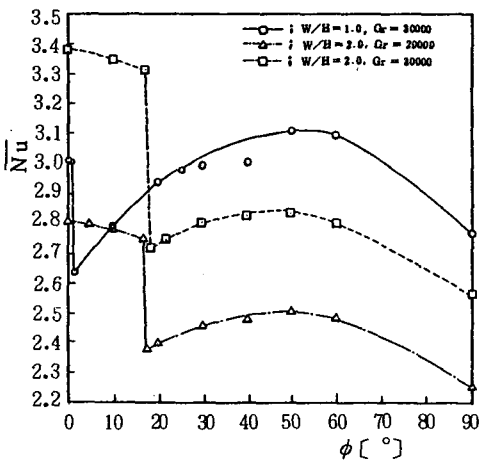


Fig.6 Mean Nusselt Number on the Cold wall for Various Inclinations. $l/W = 0.4, s/W = 0.5$

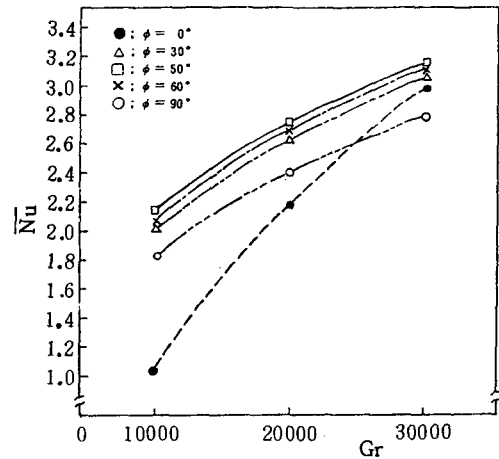


Fig.7 Effect of Grashof Number on Nu for Various Inclination of Angle. $W/H = 1.0, l/W = 0.4, s/W = 0.5$

數를 나타낸 것이다. 傾斜角이 一定할 때는 Grashof 數의 增加에 따라 平均Nusselt 數는 크게 增加하였으며, 特히 水平인 경우에 그 傾向이 더욱 顯著하였다. 또 모든 Grashof 數에 對해서 最大 熱傳達이 일어나는 傾斜角度는 50° 근방으로 나타났다. $W/H = 2$ 인 경우에도 같은 傾向을 보여 주었으나 Fig.6에서 圖示된 것과 같이 縱橫比가 클때는 遷移傾斜角보다 작은 傾斜에서 더욱 熱傳達이 活潑한 것으로 나타났는데, 이것은 縱橫比가 클때 遷移傾斜角 以前の 2 細胞流動에서 thermal plume의 衝突이 熱傳達을 크게 向上시키는 것으로 생각된다.

4. 結 論

4 角形 密閉空間의 밑面 中央部에서 部分的으로 加熱하는 경우, 空間內的 流體의 自然對流 流動 및 熱傳達 特性에 미치는 傾斜의 影響을 자세히 把握하기 위해서는 보다 詳細한 條件과 많은 計算이 要求된다.

本 研究는 그 基礎研究로서 前述한 條件에 對하여 數值解析한 結果 다음의 結論을 얻었다.

(1) 密閉空間內에서 流動의 遷移는 縱橫比 $W/H = 1$ 인 경우는 1° 미만의 작은 角度에서 일어나지만, $W/H = 2$ 인 경우에는 $18^\circ \sim 19^\circ$ 근방에서 일어나며 바닥面의 全體가 均一하게 加熱되는 경우와 상당한 差異가 있다.

(2) 遷移傾斜角은 Grashof 數의 增加에 따라 약간 增加하지만, 縱橫比에 더욱 큰 影響을 받는다.

(3) 遷移傾斜角에서는 流動形狀의 變化로 熱傳達의 急激한 減少가 일어난다.

(4) 密閉空間內的 熱傳達은 縱橫比, Grashof 數 및 傾斜에 크게 影響을 받으며, 遷移傾斜角보다 큰 傾斜에서는 50° 附近에서 平均Nusselt 數가 最大가 된다.

參 考 文 獻

1. Batchelor, G.K. : Heat Transfer by Free Convection across a Closed Cavity between Vertical Boundaries at Different Temperatures, Quart. J. Appl. Math., 12, 3. (1954) pp.209-233.
2. Wilkes, J.O. and Churchill, S.W. : The Finite-Difference Computation of Natural Convection in a Rectangular Enclosure, A.I.Ch.E. Journal, 12, 1, (1966) pp.161-166.
3. de Vahl Davis, G. : Laminar Natural Convection in an Enclosed Rectangular Cavity, Int. J. Heat Mass Transfer, 11(1968) pp.1675-1693.
4. Hart, J.E. : Stability of the Flow in a Differentially Heated Inclined Box, J. Fluid Mechanics, 47 (1971) pp.547-576
5. Ozoe, H., Yamamoto, K., Sayama, H. and Churchill, S.W. : Natural Circulation in an Inclined Rectangular Channel Heated on One Side and Cooled on the Opposing Side, Int. J. Heat Mass Transfer, 17(1974) pp.1209-1217.
6. Ozoe, H., Sayama, H. and Churchill, S.W. : Natural Convection in an Inclined Rectangular Channel at Various Aspect Ratio and Angles - Experimental Measurements-, Int. J. Heat Mass Transfer, 18(1975) pp.1425-1431.
7. Arnold, J.N., Catton, I. and Edwards, D.K. : Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Regions of Differing Aspect Ratios, ASME J. Heat Transfer, 98 (1976) pp.67-71.

8. Buchberg, H., Catton, I. and Edwards D.K. : Natural Convection in Enclosed Spaces. -A Review of Application to Solar Energy Collection-, ASME J. Heat Transfer, 98(1976) pp.182-189.
9. Randall, K.R., Mitchell, L.W. and El-Wakil, M.M : Natural Convection Heat Transfer Characteristics of Flat Plate Enclosures, ASME J. Heat Transfer, 101 (1979) pp. 120-125.
10. Ruth, D.W., Hollands, K.G.T. and Raithby, G.D. : On Free Convection Experiment in Inclined Air Layers Heated from Below, J. Fluid Mech., 96 (1980) pp.461-476.
11. 강병하, 고철균, 이재현, 이택식 : 공기로 채워진 사각형 밀폐공간에서 경사각도에 따른 자연대류 유동의 천이, 대한기계학회 춘계 학술대회 초록집 (1982), pp.166-174.
12. Torrance, K.E. and Rockett, J.A.: Numerical Study of Natural Convection in an Enclosure with Localized Heating from Below-Creeping Flow to the Onset of Laminar Instability, J.Fluid Mech., 36 (1969) pp. 33-54.
13. Torrance, K.E. and Orloff, L. and Rockett, J.A.: Experiments on Natural Convection in an Enclosure with Localized Heating from Below, J. Fluid Mech., 36 (1969) pp.21-31.
14. Greenspan, D. and Schultz, D. : Natural Convection in an Enclosure with Localized Heating from Below, Comp. Meth. in Applied Mech. and Eng., 3 (1974) pp. 1-10.
15. Chu, H.H.S., Churchill, S.W., and Patterson, C.V.S. : The Effect of Heater Size, Location, Aspect Ratio, and Boundary Conditions on Two-Dimensional, Laminar, Natural Convection in Rectangular Channels, ASME J. Heat Transfer, (1976) pp.194-204.
16. Turner, B.L. and Flack, R.D. : The Experimental Measurement of Natural Convective Heat Transfer in Rectangular Enclosures with Concentrated Energy Sources, ASME J. Heat Transfer, 102 (1980) pp. 236-241.
17. 김중엽, 정인기, 김점수 : 밀면이 부분적으로 가열되는 4 각밀폐공간내의 자연대류, 영대공업기술연구소 연구보고, 12, 1 (1984) pp.83-92.
18. Chao, P.K.B., Ozoe, H., Churchill, S.W. and Lior, N. : Laminar Natural Convection in an Inclined Rectangular Box with the Lower Surface Half-Heated and Half-Insulated, ASME J. Heat Transfer, 105 (1983) pp.425-432.