

流 體 潤 滑 (Ⅱ)

金 敬 雄

<韓國科學技術院 生産工學科>

지난번 講座*에서는 流體潤滑問題를 取扱할때 一般的으로 使用되는 假定과 그 適用限界 및 流體潤滑理論의 基礎方程式에 對하여 說明했다. 이번에는 그 基礎方程式 즉 레이놀즈方程式을 미끄럼베어링에 適用하여 베어링의 諸性能을 求하는 方法에 對해서 記述한다.

3. 流體潤滑理論의 미끄럼 베어링에의 適用

3.1. 平面베어링의 理論的 性能

레이놀즈方程式의 基本的인 應用例로서 그림 1과 같은 傾斜平面 베어링의 性能을 생각해 보기로 한다.

潤滑油의 密度 및 粘度가 變化하지 않는다고 假定하면 레이놀즈方程式은 式 (1)과 같이 表示된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

여기서 P : 油膜의 壓力
 η : 潤滑油의 粘度
 h : 油膜두께이다.

베어링의 基本特性을 알기 위해, 問題를 簡單化시켜 y 方向(紙面に 垂直)으로 無限히 긴 경우를 생각하기로 한다. 흐름이 2次元의 으로 되고 $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ 이 되기 때문에

式 (1)은 式 (2)와 같이 된다.

$$\frac{dP}{dx} = 6\eta U \left(\frac{1}{h^2} - \frac{h_m}{h^3} \right) \quad (2)$$

여기서 h_m 은 $dP/dx=0$ 이 되는 곳에서의 油膜두께이다. 그리고 油膜두께 h 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$h = h_2(a - a\bar{x} + \bar{x}) \quad (3)$$

단, $a = h_1/h_2$, $\bar{x} = x/B$ 이고, h_1, h_2 는 그림 1에 1, 2라고 表示한 潤滑油 入口 및 出口에서의 油膜두께이다.

式 (3)을 式 (2)에 代入하고 $\bar{x}=0$, $\bar{x}=1$ 에서 $P=0$ 이라는 境界條件을 使用해서 積分함으로써 P 및 h_m 이 다음과 같이 求해진다.

$$P = \frac{\eta UB}{h_2^2} \frac{6(a-1)(1-\bar{x})\bar{x}}{(a+1)(a-a\bar{x}+\bar{x})^2} = \frac{\eta UB}{h_2^2} \bar{P} \quad (4)$$

$$h_m = \frac{2a}{a+1} h_2 \quad (5)$$

式 (4)에서 無次元壓力 \bar{P} 는 油膜形狀을 나타내는 값 a 가 주어지면 \bar{x} 만으로 決定된다. \bar{P} 를 實際로 計算하여 各各의 a 에 對한 壓力分布를

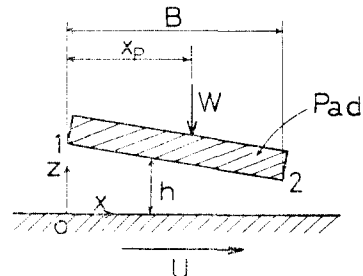


그림 1 平面베어링

* 大韓機械學會誌 第23卷 第5號, pp. 377~383

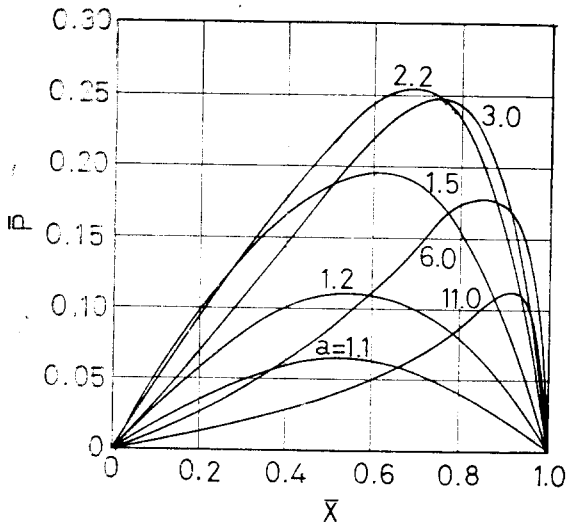


그림 2 平面베어링의 壓力分布

그림 2에 表示한다. 그림 2에서 알 수 있듯이 a 가 약 2.2 정도일 때 負荷容量이 最大가 된다. 또 a 의 變化에 따라 最高壓力 P_{max} 및 最高壓力을 나타내는 位置도 變化하며 다음과 같이 求해진다.

$$P_{max} = \frac{\eta UB}{h_2^2} \frac{3(a-1)}{2a(a+1)}$$

$$\text{at } \bar{x} = \frac{a}{a+1} \quad (6)$$

베어링의 單位幅當의 負荷容量 W 는 式 (4)를 積分하여 式 (7)이 된다.

$$W = \frac{\eta UB^2}{h_2^2} \int_0^1 \bar{P} d\bar{x} = \frac{\eta UB^2}{h_2^2} C_w$$

$$C_w = \frac{6}{(a-1)^2} \left\{ \ln a - \frac{2(a-1)}{a+1} \right\} \quad (7)$$

다음에 摩擦力을 생각한다.

$z=0$ 의 面에 作用하는 單位幅當의 摩擦力을 F_0 剪斷應力을 τ_0 라고 하면 式 (8)이 된다.

$$F_0 = B \int_0^1 \tau_0 dx = B \int_0^1 \left[\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=0} d\bar{x} \quad (8)$$

式 (8)에 지난번 講座에서 이미 求한 速度 u

$$F_0 = -B \int_0^1 \left(\frac{U}{h} + \frac{(h-2z)dP}{2\eta dx} \right) d\bar{x}$$

$$= -\frac{\eta UB}{h_2} C_{f_0}$$

$$C_{f_0} = \frac{1}{a-1} \left\{ 4 \ln a - \frac{6(a-1)}{a+1} \right\} \quad (9)$$

를 代入하고, 壓力 P 에 式 (4)를 使用하여 F_0 는 式 (9)와 같이 表示된다.

단, x 軸方向에 作用할 때 $F_0 > 0$ 라고 한다.

같은 方法으로 $z=h$ 의 面에 作用하는 摩擦力 F_h 도 式 (10)과 같이 求할 수 있다.

$$F_h = -\frac{\eta UB}{h_2} C_{f_h}$$

$$C_{f_h} = \frac{1}{a-1} \left\{ 2 \ln a - \frac{6(a-1)}{a+1} \right\} \quad (10)$$

式 (7), (9), (10)에서 C_w, C_{f_0}, C_{f_h} 의 사이에는 式 (11)과 같은 關係가 있는 것을 알 수 있는데,

$$(a-1)C_w + C_{f_0} + C_{f_h} = 0 \quad (11)$$

이것은 元來 레이놀즈方程式 (1)이 油膜의 慣性項을 無視하여 誘導한 式이기 때문에 油膜에 作用하는 힘은 恒常均衡이 잡히고 있는 것을 나타내고 있다.

摩擦係數는 式 (7), (9)를 使用해서 式 (12)와 같이 表示할 수 있다.

$$\mu = \frac{|F_0|}{W} = \frac{h_0}{B} \frac{C_{f_0}}{C_w} = \sqrt{\frac{\eta U}{W}} C_\mu$$

$$C_\mu = \frac{C_{f_0}}{\sqrt{C_w}} \quad (12)$$

또 베어링에서의 單位幅當, 單位時間當의 摩擦損失에너지 E 는 式 (13)과 같이 된다.

$$E = |F_0| U = \frac{\eta U^2 B}{h_2} C_f \quad (13)$$

베어링의 壓力中心의 位置 x_p 는 式 (14)

$$x_p W = \int_0^B P x dx \quad (14)$$

를 使用하여 求할 수 있고, 傾斜平面베어링의 경우 x_p 는 式 (15)와 같이 表現된다.

$$x_p = \bar{x}_p B; \bar{x}_p = \frac{2a(a+2) \ln a - (a-1)(5a+1)}{2(a-1)\{(a+1) \ln a - 2(a-1)\}} \quad (15)$$

以上과 같이 求한 $C_w, C_{f_0}, C_\mu, \bar{x}_p$ 등의 傾斜平面베어링의 各特性値는 모두 a 만의 函數이므로 油膜의 形狀이 決定되면 다른 運轉條件에는 關係 없이 一定한 값을 가지게 된다. 그림 3은 이러한 各特性値와 a 의 關係를 나타낸 것이다. 여기서 그림 3을 利用해서 베어링의 最適條件을 생각해 보기로 한다.

베어링을 設計 및 使用할 때 選擇해야 될 最適

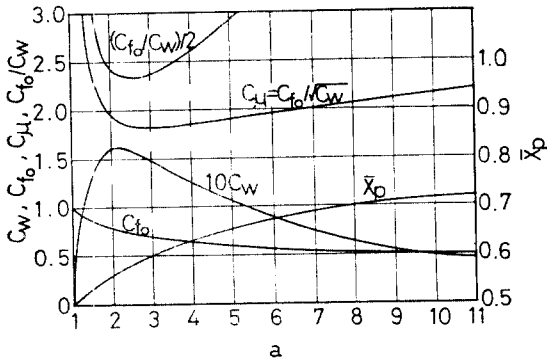


그림 3 平面베어링의 諸特性에 미치는 a의 影響

條件으로서는 여러가지가 있을 수 있는데 자주 사용되는 條件은 最大負荷容量의 條件과 最小摩擦損失에너지의 條件이다. 負荷容量은 式 (7)로 주어지므로 C_w 가 最大値가 되는 潤滑膜의 形狀일때 最大値가 된다. 이와같이 最大負荷容量의 條件은 B, h_2, U, η 가 주어졌을때 適切한 a 의 값을 選擇함으로써 滿足 시킬수 있으나, 最小摩擦損失에너지의 條件을 B, h_2, U, η 가 주어졌을때 式 (13)을 利用하여 求하려고 해도 그림 3에 나타낸 바와 같이 C_f 의 最小値가 없기 때문에 不可能하다. 따라서 最小摩擦損失 에너지 條件의 實現은 荷重 W 가 주어졌을때 η, U, B, h_2 中的 하나를 適切한 값에 設定함으로써 可能하게 된다.

式 (7), (13)에서 $\eta, h_2/B, U$ 를 各各 消去하여 E 를 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$E = \frac{WUh_2}{B} \frac{C_{f0}}{C_w} = \sqrt{W\eta} U^3 \frac{C_{f0}}{\sqrt{C_w}} = \frac{W^2}{\eta} \frac{h_2^3}{B^3} \frac{C_{f0}}{C_w^2} \quad (16)$$

즉 W, U, h_2, B 가 주어지면 E 를 最小로 하기 위하여 C_{f0}/C_w 를 最小로 하는 潤滑膜의 形狀(a 의 값)이 決定되므로 그 潤滑膜의 形狀에 對應하는 C_w 를 求하고 또한 그 C_w 의 값에 對應한 最適粘度 η 를 式 (7)에서 決定할 수 있다.

W, η, U 가 주어졌을때는 $C_{f0}/\sqrt{C_w}$ 를 最小로 하는 潤滑膜의 形狀이 E 를 最小로 하는 것이고 그에 對應하는 C_w 를 選擇하면 h_2/B 의 最適値를 式 (7)에서 決定할 수 있다. 또 W, h_2, B, η 가

주어졌을때는 C_{f0}/C_w 의 最小値에서 $\eta, h_2/B$ 의 最適値를 求할 때와 같은 方法으로 U 의 最適値를 求할 수 있다.

上記와 같이 潤滑膜에 適切한 形狀을 주는 것을 媒介로하여 決定되는 傾斜平面베어링의 最適條件은 그림 3에서 即時알 수 있다. 즉 C_w 의 最大値, $C_{f0}/\sqrt{C_w}$ 의 最小値, C_{f0}/C_w 의 最小値등에 對應하는 a 의 값은 모두 相違하는 것이다. 그러나 多幸히도 그것들의 a 의 값은 比較的 비슷한 값이어서 實用上은

$$a = 2.2 \sim 3.0 \quad (17)$$

의 範圍의 값을 選擇해 놓으면 負荷容量의 觀點에서도 摩擦損失에너지의 觀點에서도 거의 理想的인 性能을 實現할 수 있다.

다음에 패드의 傾斜角과 壓力中心에 對해서 檢討해 보기로 한다. 패드의 傾斜角이 定해져 있는 固定傾斜平面베어링에서는 h_1-h_2 가 一定하기 때문에 h_2 가 減少하면 a 가 커지며 負荷容量은 增大한다. 즉 베어링에 걸리는 荷重이 커지면 그에 對應하는 만큼 h_2 가 작아져 어떤 h_2 의 값에서 均衡을 이루게 된다. 그러나 荷重이 더욱더 커지고 油膜두께가 얇아 지며 a 의 값이 負荷容量에 對한 最適値보다 커지면 h_2 의 減少에 比해서는 負荷容量이 增加하지 않게 된다. 그런데 만약 그 段階에서 面의 傾斜角을 작게하면 a 의 값을 最適値로 維持할 수 있다. 다시 말해서 最大負荷容量, 最小油膜두께가 最大가 되는 條件下에서 運轉할 수 있다. 이것을 實現한 것이 피벗으로 傾斜可能하게 패드를 支持하는 形式의 베어링(틸팅 패드 드러스트 베어링)이다. 固定傾斜의 패드의 壓力中心 附近을 피벗으로 支持하면 自動적으로 피벗 周圍의 모우멘트가 均衡을 이루는 油膜의 形狀이 된다. 그 理由는 그림 3에 表示한 바와 같이 \bar{x}_p 는 a 에 따라 增加하기 때문이다. 즉 피벗의 位置보다 \bar{x}_p 가 클때는 a 를 작게하는 方向의 모우멘트가 패드에 作用하여 \bar{x}_p 가 작아지고, 피벗의 位置보다 \bar{x}_p 가 작을 때는 a 를 크게 하는 方向의 모우멘트가 패드에 作用하여 \bar{x}_p 가 커지기 때문에 피벗 支持된 패드는 安定한 것이다.

틸팅 패드 드리스트 베어링은 2면의 작은 傾斜角을 正確하게 加工할 必要도 없으므로 많이 使用되고 있다. 베어링의 最適條件 式 (17)에 對應하는 支持位置는 式 (15)에서

$$\bar{x}_p = 0.58 \sim 0.61 \quad (18)$$

의 곳에 있는 것을 알 수 있다.

實際의 드리스트 베어링은 그림 4와 같이 圓形으로 配置된 扇形의 드리스트 패드로 構成되고 있는 경우가 많고, 여기서 取扱한 無限幅의 傾斜平面 베어링과는 定量的으로는 약간의 差異가 있으나 베어링의 基本的 特性은 거의 같다고 생각할 수 있다.

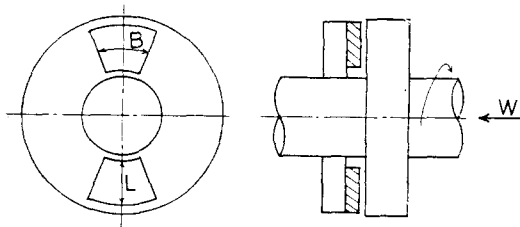


그림 4 드리스트 베어링

3.2. 저어널 베어링의 理論的 性能

저어널 베어링에 있어서의 油壓發生機構의 原理인 것은 지난 講座에서 이미 叙述한 대로이다. 潤滑油膜壓力에 比較하여 油膜의 遠心力을 無視하면 油膜이 휘어 있는 것에 依한 效果는 없으며, 特殊한 形狀의 油膜두께의 分布를 가진 平面베어링의 問題와 같아 진다.

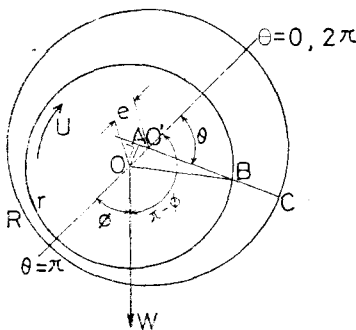


그림 5 저어널 베어링

그림 5와 같이 周速 $U (=rw)$ 로 軸이 同轉하는 저어널 베어링을 생각하고 軸의 表面이 平面이 되도록 展開해서 軸의 表面에 x 軸, 軸方向에 y 軸을 잡으면 레이놀즈方程式은 平面베어링과 마찬가지로 式 (1)과 같이 表示된다.

軸의 中心을 O , 베어링의 中心을 O' , 軸의 半徑을 r , 베어링의 半徑을 R , 偏心(eccentricity)을 e 라고 하여 角位置 θ 에 있어서의 油膜두께 h 를 생각하면

$$\begin{aligned} h &= AC - AB = R + e \cos \theta - \sqrt{r^2 - e^2 \sin^2 \theta} \\ &= R + e \cos \theta - r \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{e}{r} \right)^2 \sin^2 \theta + \dots \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

가 된다.

(e/r) 은 10^{-3} 程度이므로 $(e/r)^2$ 以下の 項을 省略하여 普通은 h 의 式으로서 式 (20)을 使用한다.

$$h = R - r + e \cos \theta = C(1 + e \cos \theta) \quad (20)$$

여기서 C 는 베어링의 半徑틈새 $(R-r)$ 이고, e 는 偏心率 (e/c) 이다. 따라서 저어널 베어링의 油膜形狀은 그림 6과 같은 餘弦曲線이라고 생각할 수 있다.

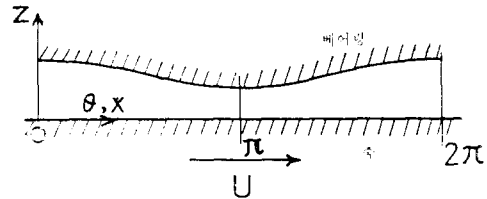


그림 6 저어널 베어링의 油膜의 形狀

우선 問題를 簡單하게 하기위해서 軸方向으로 無限히 긴 베어링을 생각하고 壓力分布를 求解한다. 이러한 無限幅 베어링의 경우에는 平面베어링의 경우와 마찬가지로 式 (1)은 式 (2)와 같이 된다. 式 (20)을 式 (2)에 代入하고 $x=r\theta$ 의 關係를 使用하여 積分함으로써 式 (21)이 된다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{6\eta U r}{C^2} \left\{ \int \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^2} - \frac{h_m}{C} \right. \\ &\quad \left. \times \int \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^3} \right\} + C_1 \end{aligned} \quad (21)$$

式 (21)中の 積分은 Sommerfeld가 使用한 다음과 같은 變數變換을 行함으로써 쉽게 遂行할

수 있다.

$$1 + \varepsilon \cos \theta = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \quad (22)$$

이렇게 變數를 變換하면 θ 와 φ 의 사이에는

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{\varepsilon + \cos \theta}{1 + \varepsilon \cos \theta} : \cos \theta = \frac{\cos \varphi - \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \\ \sin \theta &= \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} \sin \varphi}{1 - \varepsilon \cos \varphi} : d\theta = \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{1 - \varepsilon \cos \varphi} d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

의 關係가 있으므로 式 (21) 中の 積分은

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int \frac{d\theta}{1 + \varepsilon \cos \theta} = \frac{\varphi}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \\ I_2 &= \int \frac{d\theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} = \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \times \\ &\quad (\varphi - \varepsilon \sin \varphi) \\ I_3 &= \int \frac{d\theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} = \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^{5/2}} \times \\ &\quad \left(\varphi + \frac{\varepsilon^2}{2} \varphi - 2\varepsilon \sin \varphi + \frac{\varepsilon^2}{4} \sin 2\varphi \right) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式 (24) 와 같이 求할 수 있다. 따라서 式 (21) 은 式 (25) 와 같이 된다.

$$P = \frac{6\eta Ur}{C^2} \left\{ \frac{\varphi - \varepsilon \sin \varphi}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} - \frac{h_m}{C(1 - \varepsilon^2)^{5/2}} \right. \\ \left. \times \left(\varphi - 2\varepsilon \sin \varphi + \frac{\varepsilon^2}{2} \varphi + \frac{\varepsilon^2 \sin 2\varphi}{4} \right) \right\} + C_1 \quad (25)$$

여기서 境界條件으로서 式 (26) 을 使用하면

$$P = P_a \text{ at } \theta = 0, 2\pi \quad (\varphi = 0, 2\pi) \quad (26)$$

C_1 및 h_m 은 式 (27) 과 같이 定決된다.

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= P_a \\ h_m &= 2C(1 - \varepsilon^2)/(2 + \varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式 (25) 의 φ 를 θ 로 變換하고 式 (27) 을 代入 함으로써 壓力分布가 式 (28) 과 같이 求해진다.

$$P - P_a = \frac{6\eta Ur}{C^2} \frac{\varepsilon(2 + \varepsilon \cos \theta) \sin \theta}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} \quad (28)$$

境界條件 式 (26) 은 $P_a = 0$ 이라고 하면 Sommerfeld 의 境界條件과 一致 하는데, 베어링의 틈새 內部에는 $\theta = 0 \sim 2\pi$ 까지 粘性油膜이 充滿되어 흐르고 있다는 것을 前提로 하고 있다. 이 경우의 壓力分布를 나타내면 그림 7 과 같으며, $\theta = \pi$, $P = P_a$ 의 點을 中心으로 하는 對稱形이 되고 $\pi < \theta < 2\pi$ 의 範圍에서는 負의 壓力이 發生

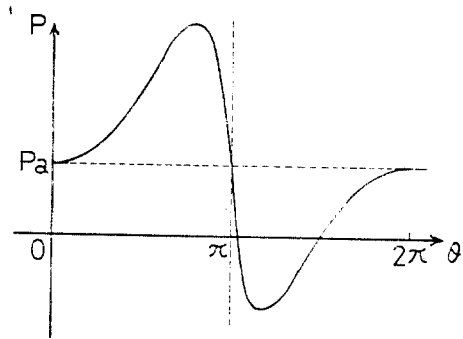


그림 7 저어널베어링의 壓力分布

하게 된다. 이 負壓의 크기는 給油位置 및 給油 壓力에 따라 다르다.

油膜의 壓力分布가 求해지면 그 合力(單位幅當)과 荷重 W 의 均衡을 고려해서 다음과 같은 關係式이 얻어진다.

$$W \cos \phi = - \int_0^{2\pi} r P \cos \theta d\theta \quad (29)$$

$$W \sin \phi = \int_0^{2\pi} r P \sin \theta d\theta \quad (30)$$

이 積分을 行하면 式 (29) 는 式 (31) 이 된다.

$$W \cos \phi = -r [P \sin \theta]_0^{2\pi} + r \int_0^{2\pi} \frac{dP}{d\theta} \sin \theta d\theta \quad (31)$$

右邊의 第1項은 0 이 되며, 第2項의 $dP/d\theta$ 에 式 (2), (20) 을 代入하면

$$W \cos \phi = \frac{6\eta Ur^2}{C^2} \left[\frac{1}{\varepsilon(1 + \varepsilon \cos \theta)} - \frac{h_m}{C} \right. \\ \left. \times \frac{1}{2\varepsilon(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} \right]_0^{2\pi} = 0 \quad (32)$$

가 된다. $W \neq 0$ 이므로 式 (33) 이 얻어진다.

$$\phi = \pi/2 \quad (33)$$

이것은 壓力 P 의 合力은 OO' 에 直角으로 作用하고, 荷重 W 의 方向이 주어져면 軸의 中心 O 는 베어링의 中心 O' 에 對해 恒常 荷重方向에 直角으로 移動하는 것을 뜻하고 있다.

한편 式 (30) 에 式 (33) 을 適用 함으로써 荷重 W 는 式 (34) 와 같이 表示된다.

$$W = W \sin \phi = -r [P \cos \theta]_0^{2\pi} - r \int_0^{2\pi} \frac{dP}{d\theta} \cos \theta d\theta$$

$$\begin{aligned}
 &= -r \int_0^{2\pi} \frac{dP}{d\theta} \cos\theta d\theta \\
 &= \frac{6\eta U r^2}{C^2} \left\{ \frac{h_m}{C} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta}{(1+\epsilon\cos\theta)^3} d\theta \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta}{(1+\epsilon\cos\theta)^2} d\theta \right\} \quad (34)
 \end{aligned}$$

式 (34)의 定積分을 部分 分數로 分解하고 h_m 에 式 (27)을 代入하면 式 (35)가 된다.

$$\begin{aligned}
 W &= -\frac{6\eta U r^2}{C^2 \epsilon} \left[\frac{2(1-\epsilon^2)}{2+\epsilon^2} I_3 \right. \\
 &\quad \left. - \left\{ \frac{2(1-\epsilon^2)}{2+\epsilon^2} + 1 \right\} I_2 + I_1 \right]_{0}^{2\pi} \\
 &= \eta U \left(\frac{r}{C} \right)^2 \frac{12\pi\epsilon}{(2+\epsilon^2)\sqrt{1-\epsilon^2}} = \frac{\eta U r^2}{C^2} C_w \quad (35)
 \end{aligned}$$

W 는 $\epsilon=0$ 즉 同心狀態에서 0이 되고, $\epsilon=1$ 즉 軸과 베어링이 接觸할 경우에는 無限大가 된다. 다시 말하면 理論적으로는 有限의 荷重으로는 2面은 接觸할 수 없다는 것이다.

式 (35)를 式 (36)과 같이 變形하여 얻어지는 無次元數를 Sommerfeld 數라고 한다.

$$S = \frac{\eta N}{W/2r} \left(\frac{r}{C} \right)^2 = \frac{(2+\epsilon^2)\sqrt{1-\epsilon^2}}{12\pi^2\epsilon} \quad (36)$$

여기서 N 은 回轉數($N=U/2\pi r$)이다. 式 (36)에서 알 수 있듯이 Sommerfeld 數는 偏心率 函數이므로, Sommerfeld 數를 構成하는 作動條件이 決定되면 偏心率 따라서 最小油膜두께를 計算할 수 있다. 또 Sommerfeld 數를 使用하면 $\eta, N, W/2r$ 및 C/r 등이 서로다른 많은 베어링의 性能에 關한 實驗值 및 計算值를 整理할 때 便利하다.

다음에 摩擦力에 對해 생각 하기로 한다. 軸表面에 作用하는 單位幅當의 摩擦모멘트의 크기 M_0 는 平面베어링의 摩擦力과 같은 方法으로 式 (37)과 같이 求해진다.

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{h}{2r} \frac{dP}{d\theta} + \frac{\eta}{h} U \right\} r^2 d\theta \\
 &= \eta U \frac{r^2}{C} C_{f_0} : C_{f_0} = \frac{4\pi(1+2\epsilon^2)}{(2+\epsilon^2)\sqrt{1-\epsilon^2}} \quad (37)
 \end{aligned}$$

베어링에 作用하는 摩擦모멘트 M_h 도 表面에 作用하는 剪斷應力을 積分함으로써 式 (38)과

같이 求해진다.

$$M_h = \frac{\eta U r^2}{C} C_{f_h} : C_{f_h} = \frac{4\pi\sqrt{1-\epsilon^2}}{2+\epsilon^2} \quad (38)$$

摩擦係數 μ_0, μ_h 는 다음과 같이 計算된다.

$$\mu_0 = \frac{M_0}{W r} : \mu_h = \frac{M_h}{W r} \quad (39)$$

式 (37), (38)을 比較하면 M_0 는 항상 M_h 보다 크고, M_0, M_h, W 의 사이에는 式 (40)과 같은 關係가 있다는 것을 알 수 있다.

$$M_0 = M_h + W e \quad (40)$$

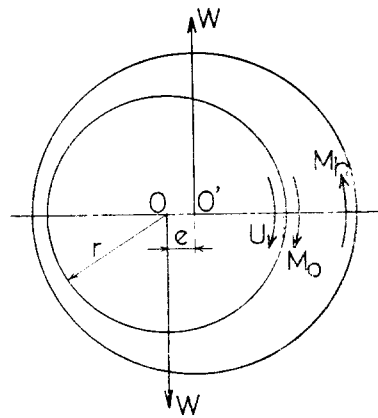


그림 8 M_0 와 M_h 의 均衡關係

이것은 平面베어링에서의 摩擦力에 對한 式 (11)과 같은 理由로 油膜에 作用하는 모우멘트는 항상 均衡이 잡히고 있다는 것을 나타내고 있다.

以上の 理論結果는 式 (26)의 境界條件에 依한 것이고 偏心率이 커지면 實際의 實驗結果와 一致하지 않는 경우도 많다. 이것은 偏心率이 커지면 負壓의 最低值가 潤滑劑의 飽和蒸氣壓보다 낮아져서 캐비테이션이 發生하는 것과, 베어링의 側面에서 周邊의 空氣가 流入하여 定常的인 油膜破斷이 生기는 것을 理由로 베어링 틈새 內의 넓은 範圍에서 油膜의 不連續領域을 形成하기 때문이다. 다시 말하면 베어링 틈새의 全周에 걸쳐서 連續的인 油膜이 存在한다는 境界條件 (26)의 基礎的인 假定이 成立하지 않게되는 것이다.

이러한 油膜破斷을 생각하면 式 (26)과는 다

은 境界條件의 適用이 必要하게 된다. 자주 使用되는 境界條件으로서는 式 (41)과 (42)가 代表的이다.

$$\left. \begin{aligned} P=0 \text{ at } \theta=0, \theta=\pi & \text{ (41) : G\u00fcmbel의 境界條件} \\ P=0 \text{ at } \pi \leq \theta \leq 2\pi & \\ P=0 \text{ at } \theta=0 & \\ P=\partial P/\partial \theta=0 \text{ at } \theta=\pi+\delta & \text{ (42) : Reynolds의 境界條件} \end{aligned} \right\}$$

以上の 理論은 베어링의 幅이 無限히 넓다고 假定하고 있으나 베어링의 幅이 좁을때는 問題가 된다. 이러한 베어링에 對해서는 無限小幅베어링의 近似를 使用하면 數學的 取扱이 簡單하고 便利하다. 이것은 式 (1)에 있어서 左邊 第1項을 第2項에 比해서 省略하는 것이고, 베어링의 幅과 直徑의 比 (L/D)가 작은 경우 이러한 近似的 取扱이 可能하게 된다. 또 이것은 軸表面의 速度 U 에 의한 剪斷흐름에 對해, 回轉方向의 壓力 勾配에 의한 흐름을 無視하는 일에 對應한다. 따라서 荷重에 比해 速度가 큰 경우, 偏心率이 작은 경우에도 適用할 수 있다.

無限小幅近似를 使用하면 레이놀즈方程式 (1)은 式 (43)과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 6\eta \frac{U}{h^3} \frac{dh}{dx} \quad (43)$$

베어링의 兩側面 ($y = \pm \frac{L}{2}$)에서는 大氣壓이므로 $P=0$ 이라고 하여 式 (43)을 積分하면 式 (44)가 된다.

$$P = -\frac{3\eta U}{C^2} \frac{\epsilon \sin \theta}{(1 + \epsilon \cos^3 \theta)} \left(\frac{L^2}{4} - y^2 \right) \quad (44)$$

이 壓力分布의 θ 의 函數部分은 Sommerfeld의 境界條件에 依한 式 (28)의 壓力分布와 거의 비슷한 形態의 周期函數이고, $\theta=0, \pi, 2\pi$ 에서는 $P=0$ 이 되며 $\pi < \theta < 2\pi$ 에서는 負壓이 發生한다는 것을 나타내고 있다. 또 y 의 函數部分은 이 壓力分布가 軸方向으로는 放物線形의 分布를 하는 것을 나타내고 있다. 여기서 G\u00fcmbel의 境界條件과 같이 $\pi < \theta < 2\pi$ 에서 $P=0$ 이라고 하고 負壓部分을 除去하여 생각하면 式 (45)~(48)이 구해진다.

$$\begin{aligned} W \cos \phi &= - \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_0^\pi P \cos \theta r d\theta dy \\ &= \frac{8\eta U r \epsilon^2}{(1 - \epsilon^2)^2} \left(\frac{r}{C} \right)^2 \left(\frac{L}{D} \right)^3 \quad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W \sin \phi &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_0^\pi P \sin \theta r d\theta dy \\ &= \frac{2\pi \eta U r \epsilon}{(1 - \epsilon^2)^{3/2}} \left(\frac{r}{C} \right)^2 \left(\frac{L}{D} \right)^3 \quad (46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{2\eta U r \epsilon}{(1 - \epsilon^2)^2} \sqrt{16\epsilon^2 + \pi^2(1 - \epsilon^2)} \left(\frac{r}{C} \right)^2 \\ &\quad \times \left(\frac{L}{D} \right)^3 \quad (47) \end{aligned}$$

$$\tan \phi = \frac{\pi \sqrt{1 - \epsilon^2}}{4\epsilon} \quad (48)$$

回轉方向으로는 壓力分配를 原因으로 한 흐름은 없다고 假定하면 摩擦토크 M , 摩擦係數 μ 는 式 (49)(50)으로 計算된다.

$$M = \eta U L \frac{r^2}{C} \frac{2\pi}{(1 - \epsilon^2)^{1/2}} \quad (49)$$

$$\mu \left(\frac{r}{C} \right) \left(\frac{L}{D} \right)^2 = \frac{2\pi(1 - \epsilon^2)^{3/2}}{\epsilon \sqrt{16\epsilon^2 + \pi^2(1 - \epsilon^2)}} \quad (50)$$

無限小幅베어링의 近似理論에는 베어링의 幅의 影響이 包含되어 있기 때문에 베어링 性能과 그것을 支配하는 모든 因子의 關係를 簡便한 解析的 表現으로 나타내고 있다고 말할 수 있다. 따라서 그 適用範圍는 좁지만 베어링의 基本特性을 豫상하는데는 有效하다.

4. 後 記

流體潤滑理論의 基礎方程式 및 미끄럼 베어링에의 適用에 關하여 아주 基本的인 概念에 重點을 두고 叙述했다. 實際的인 問題를 풀기 위해서는 使用하는 假定의 適用限界에 對하여 充分히 注意할 必要가 있다. 좀더 자세히 알고 싶은 독자들은 다음에 기술하는 各種 文獻을 參考하면 도움이 되리라 생각한다.

參 考 文 獻

(1) Pinkus, O. and Sternlicht, B.; "Theory

- of Hydrodynamic Lubrication”, McGraw-Hill, 1961
- (2) Szeri, A.Z.; “Tribology-Friction”, Lubrication and Wear, McGraw-Hill, 1979
- (3) 曾田範宗; “軸受”, 岩波書店, 1976
- (4) 森早苗; “すべり軸受と潤滑”, 幸書房, 1980
- (5) Gross, W.A.; “Gas Film Lubrication”, John Wiley & Sons, 1962
- (6) 森美郎; すべり軸受の流體潤滑理論, 潤滑 Vol. 12, No. 10, 1967
- (7) Walowit, J.A. and Anno, J. N.; “Modern Developments in Lubrication Mechanics”, John Wiley and Sons, 1975
- (8) Tipei, N.; “Theory of Lubrication”, Stanford Univ. Press, 1962
- (9) Cameron, A.; “The Principles of Lubrication”, Longmans, 1966

◆

國際學術大會案內

1985年度流體制御 및 測定國際學術大會

(International Symposium on Fluid Control and Measurement)

日 時 : 1985年9月2日~6日(5日間)

場 所 : 日本 東京

主 管 : 日本計測 및 制御工學會

連絡處 : The Organizing Committee of the International Symposium on Fluid Control and Measurement, Tokyo, 1985

Attn. Mr. T. Inose

The Society of Instrument and Control Engineers, Japan

Hongo 1-35-28-303, Bunkyo-ku, Tokyo, 113 Japan

Phone: (03)814-4121