<論 文>

間隔이 均一한 水平楕圓 環狀空間에서의 自然對流에 관한 理論的 硏究[†]

李 載 淳*・徐 廷 一**

(1984年 5月 17日 接受)

A Theoretical Study of Natural Convection in the Annuli between Two Horizontal Elliptic Cylinders with Uniform Gap

Jae Soon Lee and Jeong Il Suh

Abstract

A theoretical study has been carried out on natural convection in the annuli made by two isothermal horizontal inner and outer elliptic cylinders with uniform gap. The eccentricity of inner elliptic cylinder for the model was 0.5078 throughout the study.

The Galerkin's finite element method was used to analyze the effects of Rayleigh number, gap ratio, Prandtl number and positions of annulus (lying and standing) in the region of two dimensional laminar flow. The mean equivalent conductivities could be expressed as follows;

For the effect of Rayleigh number when $G=0.363$ $(3\times10^3 \leqq Ra_L \leqq 2.5\times10^4)$

$$\overline{K}eq_{LY}=0.134\ Ra_L^{0.271}$$

$$\overline{K}eq_{ST}=0.137\ Ra_L^{0.274}$$

For the effect of gap ratio when $Ra_d=99,488$ $(0.181 \leqq G \leqq 0.544)$

$$\overline{K}eq_{LY}=3.682\ G^{0.938}$$

For the effect of Prandtl number when $G=0.363$ and $Ra_L=9\times10^3$ $(0.7 \leqq Pr \leqq 10)$

$$\overline{K}eq_{LY}=1.615\ Pr^{0.021}$$

$$\overline{K}eq_{ST}=1.689\ Pr^{0.024}$$

記 號 說 明

G : 間隔比$\left(\dfrac{2(\text{內外部管間의 空間幅})}{\text{內部管短徑}+\text{內部管長徑}}\right)$

Gr : Grashof 數$\left(\dfrac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2}\right)$

K : 密閉 空間內의 流體의 熱傳導係數

Keq, $\overline{K}eq$: 局所 및 平均 等價 熱傳導係數

l_x, l_y : 重方方向과 x 및 y 軸이 이루는 角度의 cosin 값

L : 環狀空間幅

Nu, $\overline{N}u$: 局所 및 平均 Nusselt 數

N, M : 形態函數

p, P : 壓力 및 無次元 壓力

Pr : Prandtl 數

† 1984年度 大韓機械學會 春季學術大會(4.28)에서 發表

* 正會員, 建國大學校 工科大學 機械工學科
** 正會員, 漢陽大學校 工科大學 機械工學科

q : 熱流束
Ra : Rayleigh 數
s : Perimeter
t, T : 流體의 溫度 및 無次元 溫度分布
u, v, U, V : x 및 y 方向의 速度 및 無次元 速度成分
x, y, X, Y : 直交 및 無次元 直交座標
α : 熱擴散率(thermal diffusivity)
β : 體積膨脹係數
ε : 偏心率(eccentricity)
θ : 圓周方向 角度
μ, ν : 粘性係數, 動粘性 係數
ρ_0 : 平均溫度에서 測定한 密度
Ψ : 無次元 流量函數(stream function)
ω : 無次元 渦度(vorticity)
Ω : 各 3角形 要素의 領域
e : 各 要素
E : 要素數
n : Iteration 數
— : 平均值

첨 자

Cond : Conduction
i, o : 內部와 外部表面
L : 環狀空間幅
LY, ST : 臥狀 및 立狀
w : 壁面

1. 序 論

最近에는 密閉 空間內에서의 自然對流 現象에 關하여 많이 硏究되고 있으며 其 幾何學的 形狀은 덕트(duct), 管, 太陽熱 集熱器等과 같은 4角形 또는 圓形 密閉 空間이나 二重壁 容器에서 볼 수 있는 環狀空間等이 있다. 本 硏究는 이 環狀空間에 關한 것으로서 容器속에 들어있는 流體의 熱遮蔽를 위한 最適의 가스 두께를 決定하기 위하여 필요한 知識을 얻기 위한 熱傳達 硏究이다.

低溫流體(cryogenic fluid)輸送用 容器製作을 위하여서는 터널이나 橫斷路橋의 通過高의 制限때문에 其 斷面이 主로 楕圓形 二重管 形態로 製作되나 內外部 管이 同心楕圓管(confocal elliptic cylinder)[1]은 아니고 그 사이의 間隔이 均一한 水平楕圓 二重管 形態로 製作될 수 밖에는 없다. 여기서 均一한 間隔이란 水平 및 垂直軸에 대한 內外部 楕圓管 間의 간격을 말하며 本 硏究를 통하여 사용한 內部楕圓의 偏心率은 0.5078인 것을 택하여 사용하였다. 이와같은 均一한 간격을 갖는 內外部 楕圓管 間의 環狀空間에 대한 自然對流 熱傳達 硏究는 아직까지 없다.

이 간격이 균일한 水平楕圓 二重管은 그 內外部 楕圓의 偏心率(eccentricity)이 相異하므로 不規則한 幾何學的 形狀에 대하여 널리 사용되고 있는 有限要素法(F.E.M)을 導入하여 數値計算을 하였다. 有限要素法 中에서도 variational statement를 求하지 않아도 interpolational function만 알면 쉽게 프로그램할 수 있는 Galerkin's weighted residual方法을 사용하였다. 이 一般性을 지니는 F.E.M.프로그램을 이용하여 Goldstein과 Kuehn[2]이 有限差分法 方法을 사용하여 연구한 水平同心圓 環狀空間에 대하여 적용하여 이들에 의한 旣存 硏究結果와 比較 檢討 함으로서 그 妥當性에 대하여 입증하고 이어서 本 硏究모델에 대하여 數値計算을 하였다.

水平楕圓 二重管 容器 設計를 위하여서는 그 幾何學的 形態는 물론 Rayleigh 數 間隔比 및 Prandtl 數의 넓은 범위에 걸친 熱傳達係數의 지식이 필요하게 된다. 本 硏究는 熱傳達係數의 이와같은 變數의 영향에 대하여 연구하였다. 그리고 理論的 硏究가 遂行되지 않는 幾何學的 形態에 대한 熱傳達 係數의 推定을 위하여 平均等價 熱傳導 係數의 Rayleigh 數와 間隔比 및 Prandtl 數에 關한 간단한 相關關係式을 提示하였다.

2. 理論的 硏究

2.1. 支配方程式

硏究하고저 하는 문제는 간격이 均一한 水平楕圓 環狀空間에 있어서의 相異한 溫度의 內外部 等溫管間의 作動流體에 대한 2次元 定常 自然對流에 關한 것이다. 實驗에 의하면 간격을 特性길이로한 Ra_L 數가 2.5×10^4 까지는 流動領域이 層流로 된다. 浮力에 의한 層流流動이므로 Boussinesq approximation[3]을 포함하여 약간의 간략화가 필요하다. 여기서 택한 3개의 가정은 다음과 같다. 即 (1) 密度는 浮力發生 이외에는 一定하다. (2) 作動流體의 모든 性質의 값은 一定하다. (3) 粘性消散項은 無視한다.

直交座標系로 2次元 定常流에 대한 Boussinesq approximation을 적용한 支配方程式은 다음과 같다.

連續方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

運動量方程式

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}-g\beta l_x(t-t_0)$$

$$+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{2}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y}-g\beta l_y(t-t_0)$$
$$+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

에너지方程式

$$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=\alpha\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) \tag{4}$$

다음과 같은 無次元 變數를 도입하면

$$X=\frac{x}{L},\quad Y=\frac{y}{L},\quad U=\frac{uL}{\nu}$$

$$V=\frac{vL}{\nu},\quad P=\frac{p}{\mu^2(L^2\rho_0)},\quad T=\frac{t-t_0}{t_i-t_0}$$

$$Gr=\frac{g\beta L^3(t_i-t_0)}{\nu^2},\quad Ra_L=GrPr,\quad Pr=\frac{\nu}{\alpha}$$

支配方程式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{5}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial p}{\partial X}-Grl_xT$$
$$+\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \tag{6}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial p}{\partial X}-Grl_yT$$
$$+\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) \tag{7}$$

$$U\frac{\partial T}{\partial X}+V\frac{\partial T}{\partial Y}=\frac{1}{Pr}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}\right) \tag{8}$$

2.2. 境界條件

(1) 固體境界面에서는 流體粒子의 no-slip 조건($U=V=0$)을 적용하였고, (2) 內外壁面溫度는 一定하다고 가정하여 $T_i=1$, $T_0=0$이 되고, (3) $X=0$인 流動對稱線에서는 $U=\frac{\partial T}{\partial X}=\frac{\partial V}{\partial X}=0$과 같이 된다. 그리고 (4) 모든 境界線에 따른 壓力 境界條件은 모르나 stiffness matrix의 singularity를 제거할 목적으로 1個의 內部절점에 任意의 壓力을 參考壓力으로 부여 하였다.

2.3. 有限要素式 誘導

一次的으로는 各 要素內에서의 主要 變數들은 아래와 같은 trial function을 사용하여 推算하였다.

$$U^e=\sum_{i=1}^{n} N_iU_i \tag{9a}$$

$$V^e=\sum_{i=1}^{n} N_iV_i \tag{9b}$$

$$T^e=\sum_{i=1}^{n} N_iT_i \tag{9c}$$

$$p^e=\sum_{i=1}^{m} M_ip_i \tag{9d}$$

여기서 n와 m은 한 要素內의 nodal pont의 數를 나타내며 N_i와 M_i는 形態函數(shape function)로서 N_i가 통상 壓力에 대한 形態函數 M_i보다 한 次元 높다. 왜냐하면 壓力에 의한 理想的인 運動量 傳達은 1次이나 變形率에 의한 粘性運動量 傳達은 2次라고 주장되고 있기 때문이다.[4] 그리고 이는 通常 주장되고 있는 誤差 一貫性 要求(error consistency requirement)[5]에도 잘 일치한다. 一般的으로 U, V, T에 대한 形態함수는 2次이나 p에 대해서는 1次이다.

여기서 形態函數 M_i와 N_i는 3角形 要素에 對한 自然座標系 L_n을 사용하여 式 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_1=L_1,\quad M_2=L_2,\quad M_3=L_3 \tag{10a}$$

$$\left.\begin{array}{ll} N_1=(2L_1-1)L_1, & N_2=(2L_2-1)L_2 \\ N_3=(2L_3-1)L_3, & N_4=4L_1L_2 \\ N_5=4L_2L_3, & N_6=4L_3L_1 \end{array}\right\} \tag{10b}$$

이때 3角形에 대한 自然座標系($L_i=A_i/A$)는 直交座標系와 다음과 같은 關係를 갖는다.

$$x=L_1x_1+L_2x_2+L_3x_3$$
$$y=L_1y_1+L_2y_2+L_3y_3$$

여기서 x_i와 y_i는 3角形 要素의 각정점의 座標값을 표시한다. 式 (9)를 式 (5)~(8)에 代入하고 N을 運動量과 에너지方程式에, M를 連續方程式에 Weighting function으로 사용하였다[4]. Galerkin's weighted residual method와 Gauss-Green theoren을 사용하면 다음과 같은 有限要素式을 얻을 수 있다.

連續方程式

$$\int_{\Omega^e}\left(M_k\frac{\partial N_i}{\partial x}U_i+M_k\frac{\partial N_i}{\partial Y}V_i\right)d\Omega=0 \tag{11}$$

運動量方程式

$$\int_{\Omega^e}\left(N_kN_jU_j\frac{\partial N_i}{\partial X}U_i+N_kN_jV_j\frac{\partial N_i}{\partial Y}U_i+\frac{\partial N_k}{\partial X}\frac{\partial N_i}{\partial X}U_i\right.$$
$$\left.+\frac{\partial N_k}{\partial Y}\frac{\partial N_i}{\partial Y}U_i+N_k\frac{\partial M_i}{\partial X}P_i+\frac{Ra}{Pr}l_xN_kN_iT_i\right)$$
$$d\Omega=\int_{S^e}N_k\frac{\partial U^e}{\partial n}dS \tag{12}$$

$$\int_{\Omega^e}\left[N_kN_jU_j\frac{\partial N_i}{\partial X}V_i+N_kN_jV_j\frac{\partial N_i}{\partial Y}V_i\right.$$
$$+\frac{\partial N_k}{\partial X}\frac{\partial N_i}{\partial X}V_i+\frac{\partial N_k}{\partial Y}\frac{\partial N_i}{\partial Y}V_i+N_k\frac{\partial M_i}{\partial Y}P_i$$
$$\left.+\frac{Ra}{Pr}l_yN_kN_iT_i\right]d\Omega=\int_{S^e}N_k\frac{\partial V^e}{\partial n}dS \tag{13}$$

에너지方程式

$$\int_{\Omega^e}\left[N_kN_jU_j\frac{\partial N_i}{\partial X}T_i+N_kN_jV_j\frac{\partial N_i}{\partial Y}T_i\right.$$
$$\left.+\frac{1}{Pr}\left\{\frac{\partial N_k}{\partial X}\frac{\partial N_i}{\partial X}+\frac{\partial N_k}{\partial Y}\frac{\partial N_i}{\partial Y}\right\}T_i\right]d\Omega$$

$$=\int_{s^e} N_k \frac{\partial T^e}{\partial \bar{n}} dS \tag{14}$$

여기서 $\bar{n}$는 한 要素領域 Ω^e의 境界 s^e에 對한 垂直外向 單位벡터이다. 윗 式 (11)~(14)은 1個의 要素에 대한 有限要素式이므로 全領域에 대한 計算을 위해서는 全有限要素에 대한 計算合을 구하여야 한다. 故로 上式의 左右側에 $\sum_{e=1}^{E}$의 記號가 있다고 생각하여 계산하면 된다.

위의 4個의 方程式은 메트릭스 형태로 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$[A][X]=[F],\ [X]^T=[U_i,\ P_i,\ V_i,\ T_i] \tag{15}$$

여기서 $[A]$는 global stiffness matrix이며 $[F]$는 Force Vector이다.

2.4. 流量函數, Nusselt 數 및 等價 熱傳導 係數

2次元 流動에서 流動現象을 圖示하는데 매우 效果的인 變數는 流量函數이다. 速度分布를 알 境遇에 流量函數는 渦度와의 關係로 부터 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$\nabla^2\Psi=-\omega \tag{16}$$

여기서 ω는 渦度를 나타낸다. 경계조건은 모든 壁面에서는 $\Psi=0$이다.

局所 Nusselt 數 Nu와 平均 Nusselt 數 $\overline{Nu}$는 각각 다음과 같이 정의한다.

$$Nu=\frac{\partial T}{\partial n}\Big|_w \tag{17}$$

$$\overline{Nu}=\frac{1}{s}\int_s Nu\,dS \tag{18}$$

局所 熱傳導 係數(local equivalent heat conductivity) Keq와 平均等價熱傳導係數 $\overline{Keq}$도 다음과 같이 정의한다.

$$Keq=\frac{Nu}{Nu_{\mathrm{cond}}} \tag{19}$$

$$\overline{Keq}=\frac{1}{S}\int_s Keq\,dS \tag{20}$$

Keq값이 1인 것은 순수 傳導에 의한 열전달을 뜻하며 Keq값이 1보다 큰 값은 대류에 의한 증가량을 표시한다.

2.5. 數値計算

本 數値計算에서는 successive under relaxation iteration(S.U.R)方法[6]과 Newton Raphson 方法[4,7]을 겸용하였다. Newton Raphson 方法은 收斂이 빠르다는 장점이 있으나 初期値에 민감하다는 단점이 있다. 여기에 비해 S.U.R 方法은 수렴이 느리기는 하지만 收斂해가는 過程이 安定되어 있다. S.U.R 方法에서 weighting value 값은 참고문헌 (8,9) 및 (10)을 참조하여 0.5가 가장 좋은 값으로 판명되어 0.5로 정하여 사용하였다.

수렴판정기준은 $\left|\frac{X_{\mathrm{new}}-X_{\mathrm{old}}}{X_{new}}\right|<0.05$로 정하여 사용하였으며 여기서 X는 field variable 값으로 溫度, 速度 및 壓力이다.

Mesh 등분에 있어서는 이를 위하여 우선 여러가지 형태의 密閉 空間에 대한 內外壁面에서의 熱境界層의 두께에 대하여 조사하였다. 그 결과 密閉 空間의 간격을 1로 보았을때 그 두께는 모두 0.1보다 큰 것으로 나타났으며 경우에 따라서는 0.2를 넘는것도 있었다[2,11,12]. 따라서 本 數値計算을 위한 半徑方向 mesh 等分에 있어서는 內外部 壁面에서는 0.03, 중앙에서는 0.2로 잘라서 사용하였다. 그리고 圓周方向의 등분은 15°씩 절단하였으나 heat plume이 강한 상부공간인 145°에서 180° 間은 5°씩 절단하였다. 그리고 3角形 要素를 자를때 Fig. 1에 나타난 바와같이 90°를 기점으로 mesh의 아랫 부분과 윗 부분의 3角形 要素의 方向을 서로 달리 하였을 때가 解의 收斂과 正確度가 훨씬 더 우수 하였다.

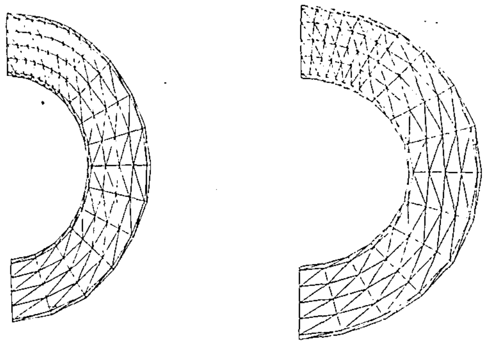


Fig. 1 Mesh generation for horizontal general elliptical annuli between inner and outer elliptic cylinders at standing and lying position

컴퓨터 프로그램은 Frontal elimination method[13]를 사용하였다. Element stiffness matrix가 모아져 이루어진 global stiffness matrix size가 작은 경우에는 matrix inversion을 통하여 간단히 해를 구할 수 있으나 본 문제와 같은 경우는 그 size가 대단히 크므로(대략 1300×1300) Frontal elimination method를 사용하므로서 편리하게 해를 구할 수 있었다.

2.6. FEM 컴퓨터 프로그램의 타당성 확인

Kuehn과 Goldstein[2]이 FEM方法으로 계산한 水平同心 圓筒 環狀空間에 대하여 Ra_L수가 1×10^4일때 본 프로그램으로 계산하여 본 결과 최고유량함수값의 위치

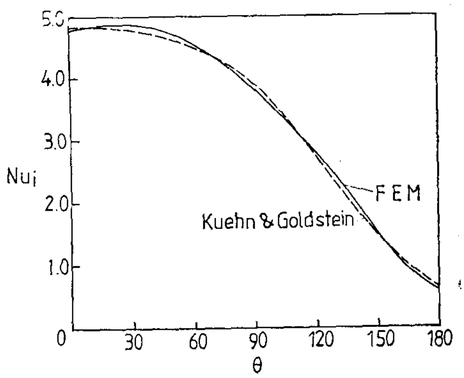


Fig. 2 Comparison of inner cylinder local Nusselt number between the result of Kuehn & Goldstein and FEM for $Ra_L=10^4$, $Pr=0.7$

나 등온선의 모양이 잘 일치하고[14] Fig. 2에 나타난 바와 같이 Nu값이 대단히 잘 일치함을 알 수 있었다.

2.7. 計算結果 및 考察

環狀空間에서의 溫度分布, 速度分布, 流動現象 및 等價 熱傳導 係數에 대한 Ra_L數, 間隔比 및 Pr數에 관한 영향에 대하여 논하여 보겠다.

(1) Ra_L 數의 영향

$G=0.363$일때 Ra_L數를 3×10^3에서 2.5×10^4까지 변경시키면서 數値計算을 하였다. 먼저 등온선에 대하여 고찰하여 보겠다. Fig. 3과 4를 비교하여 보자. Ra_L數가 3×10^3에서 2×10^4으로 증가함에 따라 등온선이 Fig. 3에서는 준전도로 되나 Fig. 4에서는 溫度反轉 現象이 심함을 볼 수 있다.

溫度反轉 現象이란 冷表面 가까운 지점의 온도가 加熱表面 가까운 지점의 온도보다 더 큰 현상으로서 Fig. 4를 보면 45°부터 온도반전 현상이 나타나는 것을 볼 수 있다. Fig. 5의 원주방향 속도분포를 보면 내부가

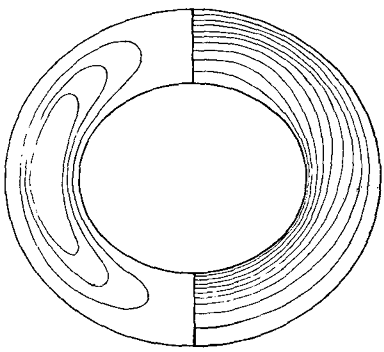


Fig. 3 Isotherms and streamlines for $Ra_L=3\times10^3$, $Pr=0.7$ at lying position
$\Delta T=0.1$, $\Psi=0.3, 0.6, 0.9$

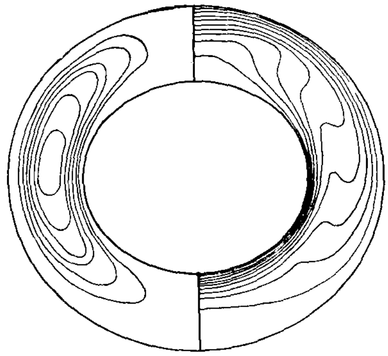


Fig. 4 Isotherms and streamlines for $Ra_L=2\times10^4$, $Pr=0.7$ at lying position
$\Delta T=0.1$, $\Psi=0.8, 1.4, 2.0, 2.6, 3.2, 3.8$

열표면을 따라 작동유체가 상승하고 외부 냉각표면을 따라 하강하는 것을 볼 수 있다. 따라서 내외부 열경계층이 상호 접촉 하므로써 온도반전 현상이 생기는 것으로 사료된다. Fig. 6에는 반경방향 속도분포로서 heat plume이 가장 큰 180°지점에서 제일 큼을 볼 수 있다. 그리고 Fig. 4에서 등온선이 내관에서는 0°부근에서 조밀하고 외관에서는 180°지점에서 가장 조밀하므로 열유속이 내관으로 부터는 0°부근에서 가장 크고

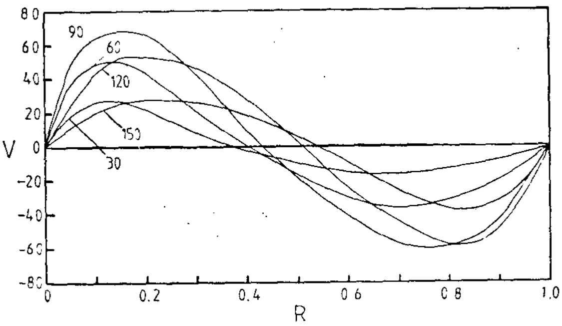


Fig. 5 Dimensionless circumferential velocity distribution for $Ra_L=9\times10^3$ at lying position

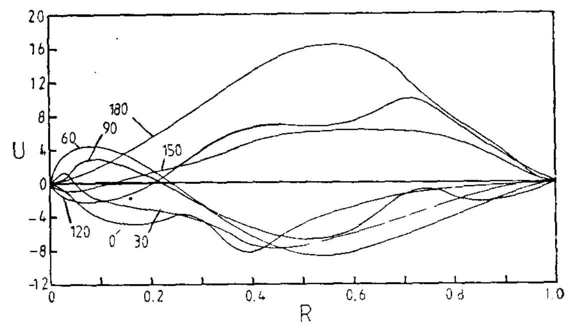
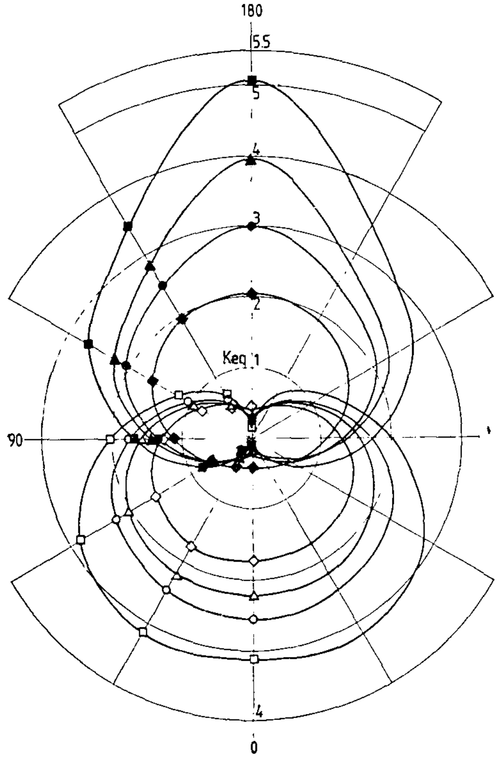


Fig. 6 Dimensionless radial velocity distribution for $Ra_L=9\times10^3$ at lying position



	Inner	Outer
$Ra_L=3\times10^3$	◇	◆
$Ra_L=6\times10^3$	○	●
$Ra_L=9\times10^3$	△	▲
$Ra_L=2\times10^4$	□	■

Fig. 7 Influence of Rayleigh number on local equivalent conductivity at lying position

외관으로는 180°지점이 가장 큼을 알 수 있다. 따라서 臥狀時 *Keq*값의 내외부 관의 부위에 대한 표시가 Fig. 7에 잘 표시되어 있다.

Streamline은 Kuehn과 Goldstein[2]의 Cylindrical annulus에 대하여서는 Ra_L수가 10^4에서도 최고유동함수값이 130°정도 상승 하였으나 본 모델에서는 편심율이 0.5078인 까닭으로 Ra_L數가 2×10^4인데도 최고유동함수 값이 90°에 머무르고 있음을 알 수 있다.

Fig.8에는 등가 열전도 계수의 표시로서 Ra_L數가 10^2에서는 *Keq*값이 1이다. 이는 열전달이 순수 전도임을 표시하고 Ra_L수의 증가와 더불어 *Keq*값이 증가함을 알 수 있다. 180°부근에서 *Keq*값이 1이하인 것은 Fig. 4의 등온선에서 나타난 바와같이 가열된 유체가 135° 지점부터 내부표면에 떨어져 상승하고 유동대칭선인 180°지점에서는 좌우 heat plume이 상호충돌하여 외부관쪽으로 수직 상승한다. 따라서 내부관의 180°지점은 정체점으로 되기 때문에 이점에서 내부관으로 부터 열전달은 아주 적음을 표시한다.

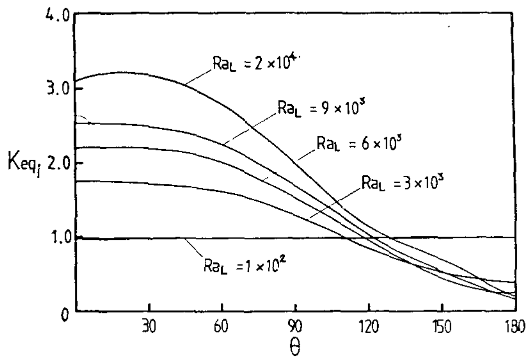


Fig. 8 Local Nusselt number for inner cylinder at lying position

환상공간의 위치에 대한 것으로서는 立狀때가 臥狀때보다 온도반전 현상이 더 심하고 내관의 0°와 외관의 180°의 등온선의 밀집도가 더 큼을 알 수 있다[14]. 이는 立狀때가 臥狀때보다 환상공간의 구배가 덜 심하므로 대류현상이 더 활발해 지므로서 생기는 현상이라고 사료된다.

Fig. 9를 보면 立狀때의 $\overline{Keq}$값이 臥狀때보다 平均 3.44% 더 큼을 볼 수 있다. $\overline{Keq}$값의 Ra_L數에 대한 상관관계식은 다음과 같이 표시된다.

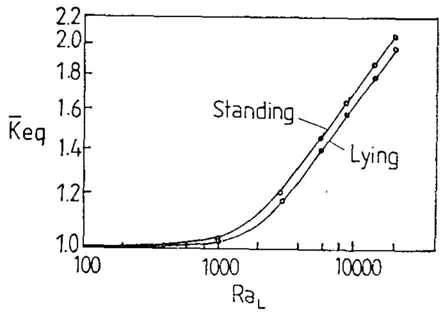


Fig. 9 Comparison of the mean equivalent conductivity between lying and standing positions for various Rayleigh numbers

$$\left.\begin{aligned}\overline{Keq}&=0.134\ Ra_L^{0.271}\\ \overline{Keq}&=0.137\ Ra_L^{0.274}\end{aligned}\right\}\quad (3\times10^4\leq Ra_L\leq 2.5\times10^4)$$

(2) 間隔比의 영향

內部管短徑을 특성길이로 한 Ra_d數가 99,488로 일정할 때 간격비를 0.181～0.544로 변경시키면서 *Pr*數를 0.7로 일정히 유지하고 臥狀의 경우에 대해서만 계산하였다.

Fig. 10과 11를 보면 등온선, 열유속, heat plume,

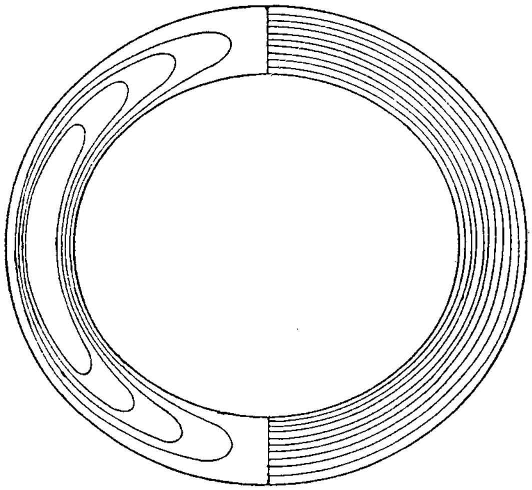


Fig. 10 Isotherms and streamlines for $G=0.181$, $Ra_L=750$, $Pr=0.7$ at lying position $\Delta T=0.1$, $\Psi=0.12$, 0.19, 0.26, 0.40

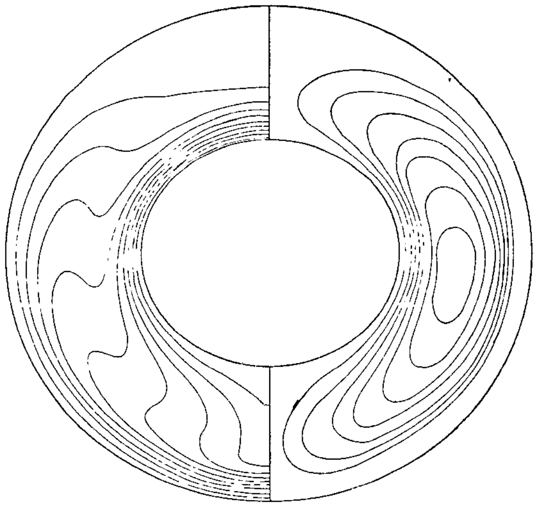


Fig. 11 Isotherms and streamlines for $G=0.544$, $Ra_L=20,250$, $Pr=0.7$ at lying position $\Delta T=0.1$, $\Psi=0.4$, 0.8, 1.3, 1.8, 2.3, 2.8, 3.3

온도반전현상, 속도분포, 유선분포등은 (1)항과 같은 현상을 볼 수 있다. 이는 일정한 간격비에서 내외부관의 온도차를 증가시켜 Ra_L 數를 증가시킨 경우가 내외부관간의 일정한 온도차에서 간격비를 변경시킨 경우와 같은 물리적인 현상이 생긴다는 것을 실증한 것으로 보여진다.

Keq_i 값도 Fig. 12에서 보면 (1)항과 같은 경향을 보이며 Fig. 13에서 $\overline{K}eq$ 값의 G에 관한 상관관계식은 다음과 같이 표시된다.

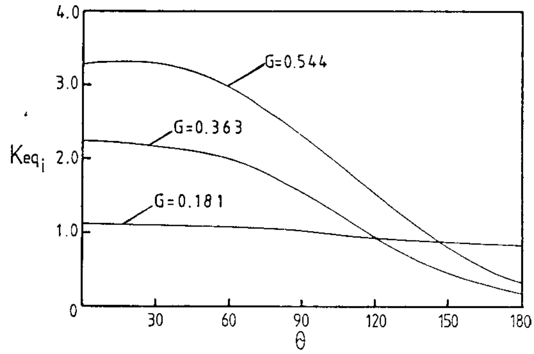


Fig. 12 Local equivalent conductivity of inner cylinder for various gap ratios versus circumferential angle

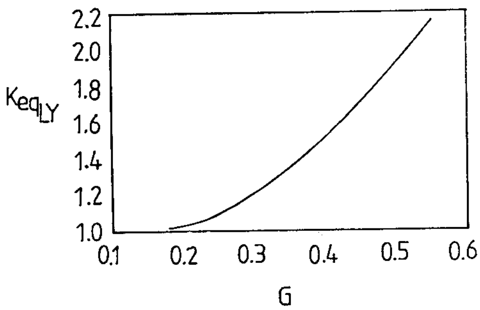


Fig. 13 Mean equivalent conductivity between inner and outer cylinders for various gap ratios

$\overline{K}eq_{LY}=3.682G^{0.938}(0.181\leq G\leq 0.544)$

(3) Pr 數에 관한 영향

$G=0.363$이고 $Ra_L=9\times10^3$일때 Pr 數를 0.7～10 범위에서 계산하였다. Kuehn[12]의 연구를 보면 Pr 數가 0.1이면 실제로 Pr 數<0.1의 모든수를 대표하고, Pr 數 10은 Pr 數>10의 모든수를 대표하는 것으로 되어 있다. 본 연구는 응용적 관점에서 기체와 액체를 작동

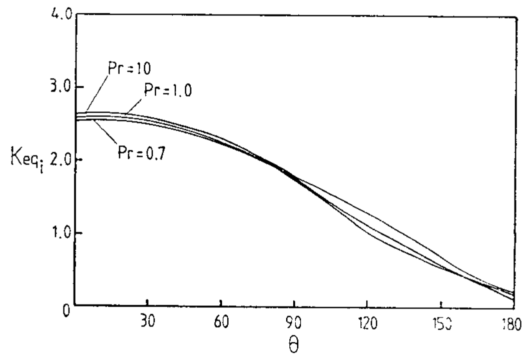


Fig. 14 Local equivalent conductivity of inner cylinder for various Prandtl numbers at lying position

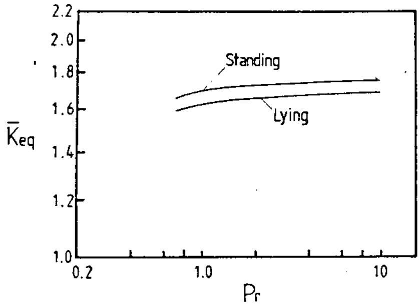


Fig. 15 Comparison of the mean equivalent conductivity between lying and standing positions for various Prandtl numbers

유체로 보았기 때문에 0.1~0.7 間의 Pr 數는 제외시키고 Pr 數를 0.7~10 범위로 제한하여 계산하였다.

온도와 유선분포등은 Pr 數에 대해서는 큰 변동이 없었다[14]. Fig. 14에서 Keq_i 값도 Pr 數에 대해서는 큰 변동이 없이 평균 0.33%의 차이를 보였다. $\overline{K}eq$ 값의 立狀과 臥狀의 차이는 Fig. 15에서 평균 4.3%의 차이를 보이고 있다. $\overline{K}eq$ 값의 Pr 數에 관한 상관관계식은 다음과 같이 표시된다.

$$\left.\begin{aligned}\overline{K}eq_{LY}&=1.615\ Pr^{0.021}\\ \overline{K}eq_{ST}&=1.689\ Pr^{0.024}\end{aligned}\right\}\quad(0.7\leq Pr\leq 10)$$

3. 結　論

간격이 均一한 水平楕圓 環狀空間의 自然對流에 관한 數値解析을 통하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) FEM 컴퓨터 프로그램

본 연구에서와 같은 不規則한 幾何學的 形態에 관한 自然對流 熱傳達 硏究에 있어서 Galerkin's weighted residual method의 FEM 컴퓨터 프로그램이 잘 適用됨을 確認하였다. 따라서 어떠한 形態의 不規則한 幾何學的 密閉 空間에 있어서의 自然對流 熱傳達 解析이라도 本 프로그램을 이용하면 쉽게 解決될 수 있을 것이다.

(2) Ra_L 數의 영향

$G=0.363$, $\varepsilon=0.5078$ 일때 Ra_L 數가 10^2~2.5×10^4 범위로 변할시 Ra_L 數 증가에 따라 열전달과 유동의 세기가 臥狀, 立狀 모두 증가하였으며 立狀때가 臥狀때보다 더 현저히 증가하였다. $\overline{K}eq$ 값의 Ra_L 數에 따른 상관관계식은 $3\times10^3\leq Ra_L\leq 2.5\times10^4$ 에서 다음과 같이 된다.

$$\overline{K}eq_{LY}=0.134\ Ra_L^{0.271}$$

$$\overline{K}eq_{ST}=0.137\ Ra_L^{0.274}$$

(3) 間隔比의 영향

臥狀時 $\varepsilon=0.5078$, $Pr=0.7$, $Ra_b=99,488$ 일때 G 가 0.181~0.544로 변할시 $\overline{K}eq_{LY}$ 값의 Ra_L 數에 관한 상관관계식은 다음과 같이 표시된다.

$$\overline{K}eq_{LY}=3.682G^{0.938}$$

(4) Pr 數의 영향

$G=0.363$, $\varepsilon=0.5078$, $Ra_L=9\times10^3$ 일때 Pr 數를 0.7~10 범위로 변경시켰을때 $\overline{K}eq_{LY}$ 와 $\overline{K}eq_{ST}$ 값의 Pr 數에 관한 상관관계식은 다음과 같이 표시된다.

$$\overline{K}eq_{LY}=1.615\ Pr^{0.021}$$

$$\overline{K}eq_{ST}=1.689\ Pr^{0.024}$$

參 考 文 獻

(1) Lee, J.H., "Natural Convection in the Annuli between Horizontal Confocal Elliptic Cylinders", Ph. D. Thesis, Seoul National Univ. 1979

(2) Kuehn, T.H. and Goldstein, R.J., "An Experimental and Theoretical Study of Natural Convection in the Annulus between Horizontal Concentric Cylinders", J. Fluid Mech., Vol. 74, part 4, 659~719 1976

(3) Jaluria, Y, "Natural Convection, Heat and Mass Transfer", Pergamon Press 1980

(4) Chung, T.J., "Finite Element Analysis in Fluid Dynamics", McGraw Hill Book Co., pp. 103~112, 206~222 1978

(5) Hood, P. and Taylor, C., "Navier-Stokes Equations using mixed interpolation, in J. T. Oden et al., ed., Finite Elements in Flow Problems", UAH Press, Huntsville, AL, pp. 121~132. 1974

(6) Ames, W.F., "Nonlinear Partial Differential Equation in Engineering", pp. 365~411 1965

(7) Lee, Y.S. and Lee, D.H., "Numerical Analysis of Natural Convection in Inclined Rectangular Cavity using F.E.M", Vol. 5, No. 4, KSME, pp. 329~337 1981

(8) Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw Hill Book Co., pp. 67~68, 113~137 1980

(9) Taylor, C and Ijam, A.Z., "A Finite Element Solution of Natural Convection in Enclosed Cavities", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 19, pp. 429~446 1979

(10) Farouk, B. and Güceri, S.I., "Laminar and Turbulent Natural Convection in the Annulus between Horizontal Concentric Cylinders", J. Heat Fransfer, Transaction of the ASME, pp. 631~636, 1982

(11) Seki, N., Fukusako, S. and Nakaoka, M., "Experimental Study on Natural Convection Heat Transfer with Density Inversion of Water between Two Horizontal Concentric Cylinders", J. Heat Transfer, ASME, 556~561 1975

(12) Kuehn, T. H., "Natural Convection Heat Transfer from a Horizontal Circular Cylinder to a Surrounding Cylindrical Enclosure", Ph. D. Thesis, University of Minnesota 1976

(13) Hood, P., "Frontal solution program for unsymmetric matrices", Int. J. Num. Meth. in Engineering, Vol. 10, pp. 379~399, 1976

(14) Lee, J.S. "Natural Convection in the Annuli between Two Horizontal Elliptic Cylinders with Uniform Gap", Ph. D. Thesis, Hanyang Univ. 1983.