

<技術論文>

# 모아레법에 의한 타원벌지의 연구

백남주\* · 강대민\*\* · 한규택\*\* · 지용주\*\*

(1984년 2월 24일 접수)

## A Study on Elliptical Bulge Test by Moiré Method

Nam Ju Baek, Dae Min Kang, Kyu Taek Han and Young Ju Chi

### Abstract

Thin elliptical diaphragms of brass, copper, aluminum, and mild steel were bulged in elliptical dies having aspect ratios of 1.33 and 2. Besides, we measured radius of curvature of the elliptical bulge through Moiré method in bulge test.

It was found that the experimental results agreed with a simple theory, which was modification of the bulge theory developed previously for rectangular diaphragms and applied successfully to elliptical diaphragms.

### 1. 서 론

이축 인장시험인 유체압 벌지시험은 판재의 가공경화 특성을 결정하는데에 폭 넓게 사용되어 왔다.

과거 단축인장시험은 일정변형도(uniform strain)영역만 측정할 수 있으나 벌지시험은 시편의 파괴점까지 응력과 변형도를 결정할 수 있는 장점이 있다.

타원벌지에 관한 연구로는 처음으로 G. Sachs et. al<sup>(1)</sup>에 의해 변형도와 곡률을 실험적으로 구했고 M.I. Yousif et. al<sup>(2)</sup>는 타원벌지에 장축과 단축의 측면형상이 원이라고 가정하여 재료의 성질과 파괴특성을 규정하였다. 그러나 타원 벌지 시험에 관한 연구가 불충분하고 더우기 타원 벌지에 모아레법을 응용한 연구가 없다.

본 연구에서는 이런점에 착안하여 Duncan 과 John-

son<sup>(3)</sup>의 사각 벌지에 관한 이론식을 재료의 성질 및 파괴 특성을 결정하는데 유용한 방법인 타원벌지에 응용하여 고찰 검토하였다. 또 실험에는 각 점에서 변형도를 광격자법(photo grid method)에 의해서 측정했다. 그리고 극점의 곡률반경을 모아레 측정법으로 타원벌지에 처음 적용하여 구해서 이를 이론치와 서로 비교 함으로서 실험적인 측정법의 유용성을 밝혔다.

### 2. 모아레법에 의한 타원벌지의 곡률반경 측정

모아레 측정법<sup>(4)</sup>을 타원벌지에 적용하면 다음과 같다 Fig. 1과 같이 기준격자에 일정한 입사각  $i$ 가 되는 평행광선을 투사하면 벌지 시험편상에 격자선의 그림자가 생긴다. 시험편을 위에서 관찰하면 이 그림자와 기준격자선에서 생기는 모아레 무늬를 이용하여 곡률반경을 구할 수 있다. 타원 벌지 시험에서 벌지된 장축과 단축의 형상이 원이라고 가정한다. 기준 격자는  $z=$

\* 정회원, 부산대학교 생산기계과

\*\* 부산대학교 대학원

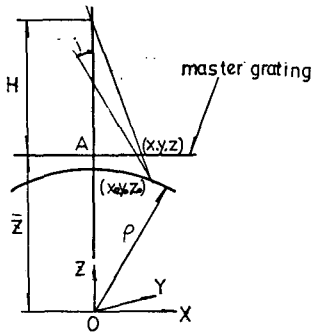


Fig. 1 The formation of Moiré fringes in bulge test

$\bar{z}$ 의 위치에서 격자선이  $y$ 축방향에 평행하게 놓여있다고 하면 Fig. 1에서  $A$ 점을 지나가는 격자선의 번호를 0으로  $A$ 점에서 좌측으로는  $-1, -2, \dots$ , 우측으로는  $1, 2, 3, \dots$ 라고 번호를 붙인다.

입사광선을  $y$ 축에 평행하게,  $z$ 축과 입사각이  $i$ 가 되도록 투사하면 번호  $m'$ 의 격자선에 의해서 생기는 그림자  $(x_0, y_0, z_0)$ 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} + \frac{z_0^2}{c^2} = 1 \quad (1)$$

$$z_0 = \bar{z} - (x_0 - m'\bar{p}) \cot i \quad (2)$$

Fig. 1과 같이 기준 격자면에서 거리가  $H$ 만큼 떨어진 위치에서 관찰한다고 하면 기준 격자면  $z = \bar{z}$ 에서 기준 격자선에서 겹치게 되는 그림자의 상은 다음과 같이 된다.  $(x_0, y_0, z_0)$ 를 지나가는 곡선과  $z = \bar{z}$ 평면과의 교점은

$$x/x_0 = y/y_0 = H/(H + \bar{z} - z_0) \quad (3)$$

식 (2), (3)에서  $(x_0, y_0, z_0)$ 를 소거하면

$$\begin{aligned} & [(H \tan i - m'\bar{p})/a]^2 x^2 + [(H \tan i - m'\bar{p})/b]^2 y^2 \\ & + [1/c \cdot \{(H \tan i - x)\bar{z} - H(x - m'\bar{p})\}]^2 \\ & = (H \tan i - x)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

기준격자면은  $y$ 축과 평행하므로  $r$ 번째 격자선의 식은

$$r\bar{p} = x \quad (r \geq m') \quad (5)$$

모아레 차수를  $n'$ 이라 하면  $(r, m')$ 과  $n'$ 사이의 관계식은

$$n' - 1/2 = r - m' \quad (6)$$

식 (4), (5), (6)에서

$$\begin{aligned} & \{(H \tan i - x) + (n' - \frac{1}{2})\bar{p}\}^2 + \{[(H \tan i - x)\bar{z} \\ & - (n' - \frac{1}{2})H\bar{p}]/c\}^2 = (H \tan i - x)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서  $\bar{z}$ 에 대한 이차방정식을 풀면 다음과 같다.

$$\bar{z} = (H \tan i - x) \cdot (n' - \frac{1}{2}) \cdot H\bar{p} \pm \{[(H \tan i - x)$$

$$\begin{aligned} & (n' - \frac{1}{2})H\bar{p}\}^2 - (H \tan i - x)^2 \cdot \{(n' - \frac{1}{2})(H\bar{p})^2 \\ & + A - B\}^{1/2} \end{aligned}$$

여기서  $A = C^2 \{(H \tan i - x) + (n' - \frac{1}{2})\bar{p}\}^2$

$$B = C^2 (H \tan i - x)^2$$

$H(\tan i) \gg x$ 이므로  $\bar{z} = (n' - \frac{1}{2})\bar{p}/\tan i$ 가 된다. 벌지된 장축과 단축의 형상이 원이라고 가정하면 장축과 단축의 곡률반경은 각각 다음과 같다.

$$\rho_x = [a^2 + (\bar{z})^2] / (2\bar{z}) = [a^2 + \{(n' - \frac{1}{2})\bar{p}/\tan i\}^2]$$

$$/ [2 \cdot (n' - \frac{1}{2})\bar{p}/\tan i] = \tan i \cdot a^2 / \{(2n' - 1)\bar{p}\}$$

$$+ (2n' - 1)\bar{p} / 4 \tan i$$

$$\rho_y = [b^2 + (\bar{z})^2] / (2\bar{z}) = [b^2 + \{(n' - \frac{1}{2})\bar{p}/\tan i\}^2] /$$

$$[2 \cdot (n' - \frac{1}{2})\bar{p}/\tan i] = \tan i \cdot b^2 / \{(2n' - 1)\bar{p}\}$$

$$+ (2n' - 1)\bar{p} / (4 \tan i)$$

(여기서  $a^2 = b^2 = R^2$  일때 원형벌지의 측정식)

$\rho_x$  : 단축방향의 곡률반경

$\rho_y$  : 장축방향의 곡률반경

### 3. 실험방법 및 실험결과

#### 3.1. 실험방법

모아레 실험순서는 다음과 같다.

- 시편의 연마 및 탈지
- 시편의 건조
- 시편에 감광액을 도포(회전도포장치)
- 건조
- 시편위에 기준격자 부착(진공소부장치)
- 현상 및 염색
- 벌지 시험기에서 변형을 준다.
- 기준격자선과 모델격자선에 적당한 미스매취와 미스어라인먼트를 주어서 모아레 무늬를 찾아 카메라를 이용하여 사진을 찍는다.
- 필름을 현상하여 측정한다.

실험재료는 두께가 0.8mm 인 연강, 구리, 알루미늄, 황동등을 이용했다. 모아레실험에 사용된 격자선은 200 line/in( $p = 0.127\text{mm}$ )이고 입사각  $i$ 는  $30^\circ$ 이다. 실험에 사용된 시편은 시판되는 압연판으로 프레스를 이용하여 150mm $\phi$ 인 원판으로 가공한 후 이것을 샌드페이퍼와 산화크롬을 이용하여 경면으로 만들었다. 인장시험은 액압으로 작동되는 25톤인 만능재료시험기를 사용했다. Crosshead 속도는 연강에 대해서는 10mm/min, 황동, 순동과 알루미늄은 1mm/min으로 해서 하중 500kg 하에서 extension meter를 부착하여 실온에서 행

Table 1 Average tensile properties of metals used

	Heat-Treatment	Y.P (kg/mm <sup>2</sup> )	T.S (kg/mm <sup>2</sup> )	E	$\bar{R}$	K	$\bar{n}$	B
Mild steel (SPC-1)	as-received	23.10	30.80	35.10(%)	1.37	53.80	0.230	0.016
Cu	as-received	20.97	22.50	19.50(%)	1.40	35.00	0.080	0.010
Al	as-received	11.07	12.51	3.50(%)	0.53	14.83	0.024	0.009
Stainless steel	as-received	27.62	110.85	68.93(%)	1.24	136.01	0.450	0.030
Brass	as-received	29.31	48.10	31.61(%)	1.05	69.00	0.252	0.030

했다. 인장시험에 사용된 시험편은 <ASTM 표준시험 규격>에 준했고 결과는 Table 1에 표시했다.  $\epsilon_w/\epsilon_t$  인 R 값은 연강, 구리, 황동은 15%신장 위치에서 하중을 제거한 후 시험편의 두께나 폭의 변화를 측정하여 구했으며<sup>(6)</sup>, 알루미늄은 시험을 파단시킨 후 파단부가 균일하게 변형된 부분을 측정하여 다음식에서 구했다<sup>(6)</sup>.

$$R = \ln(w_0/w) / [\ln(l/l_0) - \ln(w_0/w)]$$

$w_0$ ; 시험전 시험편의 폭,  $l_0$ ; 시험전 시험편의 표점거리  $w$ ; 시험후 시험편의 폭,  $l$ ; 시험후 시험편의 표점거리 가공경화지수  $n$ 는 진응력-진변형도 곡선의 근사식인  $\sigma = K(B + \epsilon)^n$ 에서 유도되는  $\ln \epsilon$ 에 대한  $\ln \sigma$ 의 대수 그래프상의 기울기로 부터 구했다. 타원 벌지시험은 장축의 길이(2b)가 모두 100mm이고 단축의 길이(2a)는 각각 50mm, 75mm 등인 다이틀 이용했다. 압력은 부

르돈판 압력계에 의해서, 박판의 극 높이는 벌지 시험기에 부착 되어있는 다이알 게이지를 이용하여 측정했다. 각점에서의 변형도는 간격이 장축과 단축 각각 2.5mm인 격자선을 이용하여 광격자법으로 측정했다. 변형된 격자선의 가로 거리와 세로 거리는 Photo 1의 장치에 고정된 측정자와 다이알게이지를 사용하여 각각 측정했다

3.2. 실험결과 및 고찰

Figs. 2a, 2b는 순동을 이용하여 중횡비가 2.0인 다이에서 장축(a)와 단축(b)의 여러가지 변형도들을 광격자법으로 구해서 그것들의 분포를 나타냈다. 여기서 보면 타원 벌지에서 극점 주위 작은 영역에서의 변형도는 거의 일정하다. 단축 방향에 대하여 극점에서 멀어질수록 급격히 감소하고 장축 방향에 대해서는 천천히 감소한다. 그리고 극 높이 (h)가 클수록 전 구간에서의 변형도들은 상당한 차이가 있고 극 높이 (h)가 작을수록 변형도들의 차가 적음을 알 수 있다.

Figs. 3~6은 황동, 연강, 알루미늄, 구리등의 재료에 대하여 압력과 극높이의 관계를 이용하여 부록에 있는 이론치와 실험 결과치를 비교했다. 세로 축은 벌지 압력을 나타내고 가로 축은 극 높이를 나타낸다. ●표는 중횡비가 2일때, ×표는 중횡비가 1.33일때 실험치이고 실선은 각각의 재료에 대한 이론치이다. 또 여기서 ✱표는 실제의 파괴압력(bursting pressure)을 나타낸다. 이 그래프를 보면 중횡비가 2.0일 때가 1.33일

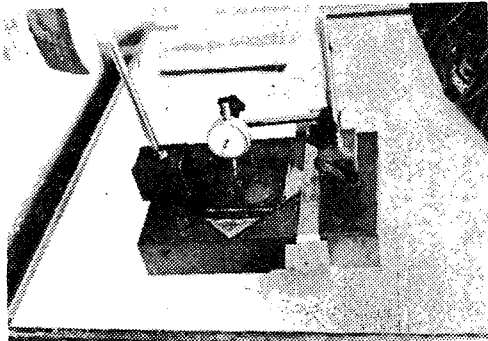


Photo 1 Experimental apparatus for photo grid method

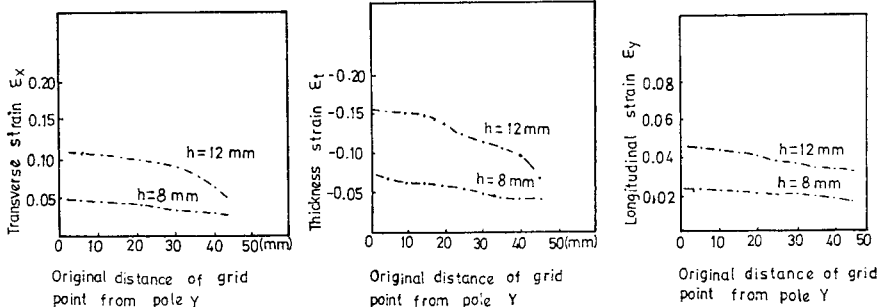


Fig. 2a Strain distributions on the major axes of copper diaphragms bulged in a 2.0 aspect ratio die

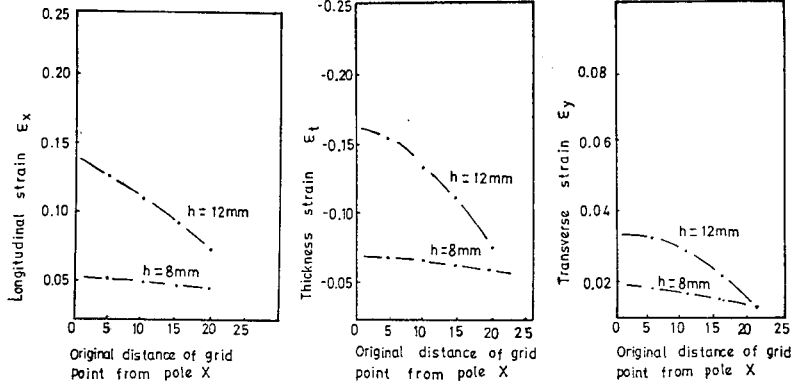


Fig. 2b Strain distributions on the minor axes of copper diaphragms bulged in a 2.0 aspect ratio die

때보다 파괴압력이 크고 한계 극 높이는 종횡비가 1.33 일때가 2.0 일때보다 크다는 것을 알 수 있다. 이것은 Table 2에서 보는 바와같이 종횡비가 1에 가까울수록 변형이 고루 분포되어 파괴가 극점에서 일어나고 종횡비가 1에서 멀어질수록 변형이 가장자리에서 집중적으로 분포되어 가장자리에서 파괴가 일어나기 때문

이라고 추측된다. 또 이 그래프에서 실험에 의하여 측정된 값들은 이론치와 잘 일치한다.

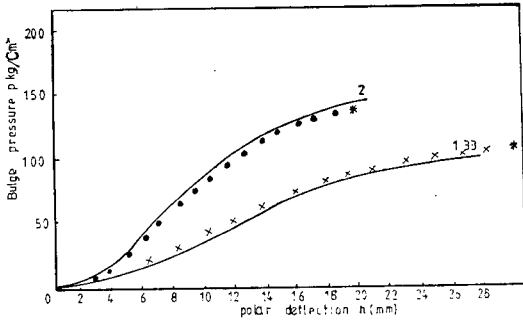


Fig. 3 Bulge pressure-polar deflection for brass diaphragms, —; Theoretical, ×; 1.33, •; 2.0 aspect diaphragms

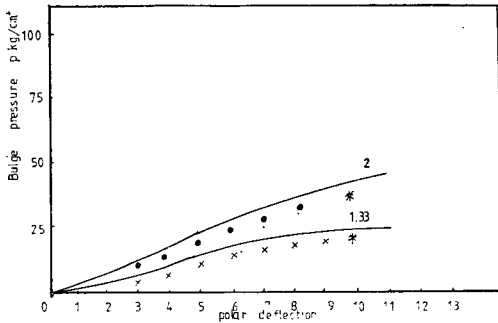


Fig. 4 Bulge pressure-polar deflection for mild steel diaphragms, —; Theoretical, ×; 1.33, •; 2.0 aspect diaphragms

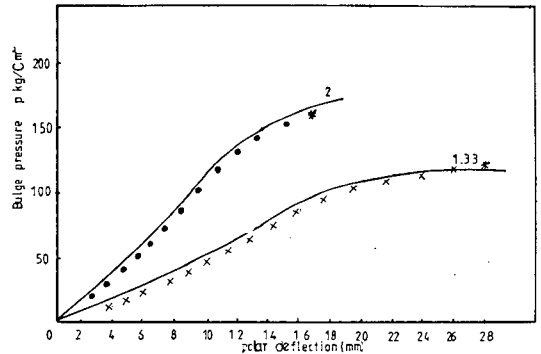


Fig. 5 Bulge pressure-polar deflection for aluminum diaphragms, —; Theoretical, ×; 1.33, •; 2.0 aspect diaphragms

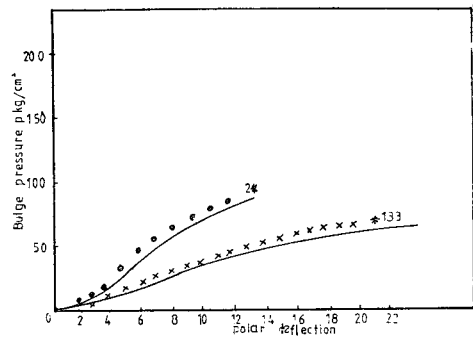


Fig. 6 Bulge pressure-polar deflection for copper diaphragms, —; Theoretical, ×; 1.33, •; 2.0 aspect diaphragms

Fig. 7은 다이의 종횡비가 2.0, 1.33 일때 금속박판 (연강, 구리, 황동, 알루미늄)을 사용하여 불안정 상태 하에서 부록에 있는 이론치와 실제압력을 서로 비교하였다. 가로축은 실제의 파괴압력, 세로축은 이론식에서 구한 파괴압력으로 각각 나타내고 이론에서 구한 파

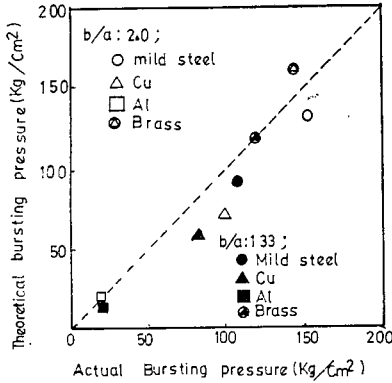


Fig. 7 Comparison of theoretical and experimental bursting pressures

파압력과 실제의 파괴압력이 같을때는 점선상에 있게 된다. 이 그래프에서 종횡비가 2.0 일때가 1.33 일때보다 파괴압력이 더 크고 불안정 상태하에서의 이론치 및 실제압력은 대체적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

Table 2 은 다이형상비가 1.0, 1.33, 2.0 일때 박판에서 일어나는 파괴형태를 나타낸다.

압연방향이 장축상에 있을때는 'major', 압연방향이 단축상에 있을때는 'minor' 이라고 표시했다.

구리( $\bar{\kappa}=0.08$ ), 연강( $\bar{\kappa}=0.23$ ), 스테인레스강( $\bar{\kappa}=0.45$ )은 다이형상비가 1.0, 1.33, 2.0 일때 각각 압연방향이 장축상에 있거나 단축상에 있을때 모두 극점에서 장축선 상에 파괴가 일어난다. 황동( $\bar{\kappa}=0.252$ )은 다이형상비가 2.0 일때는 가장자리에서 파괴가 일어나지만 다이형상비가 1.0 이나 1.33 일때는 극점에서 파괴가 일어나고 파괴는 장축상에 있다. 알루미늄( $\bar{\kappa}=0.024$ )은 다이형상비가 1.33, 2.0 일때는 가장자리에서 파괴

가 일어나고 1.0 일때는 극점에서 파괴가 일어난다.

그리고 파괴가 극점에서 일어나면 박판의 설계에 이용되는 최대압력을 구할 수 있다.

Photo 2 는 순동의 압력이  $30\text{kg/cm}^2$  일때 모아레 사진이다. 이 모아레 사진은 타원의 형상임을 알 수 있다. 이 타원무늬의 장축과 단축을 측정함으로써 타원별지의 장축과 단축의 곡률반경을 측정할 수 있다.



Photo 2 Moiré fringes of copper ( $p=30\text{kg/cm}^2$ )

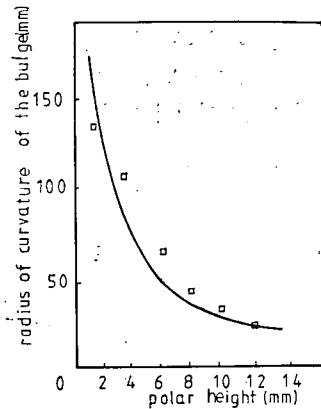


Fig. 8 Polar radius of curvature versus polar deflection for minor axis  
—; Theoretical curve, □; Moiré experiment

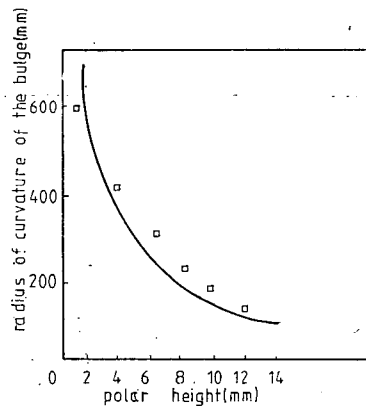


Fig. 9 Polar radius of curvature versus polar deflection for major axis  
—; Theoretical curve, □; Moiré experiment

Table 2

		Aspect ratio		
Material	Rolling direction	1.0	1.33	2.0
Failure brass ( $\bar{\kappa}=0.252$ )	major	pole	pole(major)	edge
	minor	pole	pole( // )	edge
copper ( $\bar{\kappa}=0.080$ )	major	pole	pole( // )	pole(major)
	minor	pole	pole( // )	pole( // )
mild steel ( $\bar{\kappa}=0.230$ )	major	pole	pole( // )	dole( // )
	minor	pole	pole( // )	pole( // )
stainless steel ( $\bar{\kappa}=0.450$ )	major	pole	pole( // )	pole( // )
	minor	pole	pole( // )	dole( // )
aluminum ( $\bar{\kappa}=0.024$ )	major	pole	edge	edge
	minor	pole	edge	edge

Figs. 8, 9는 각각 단축 및 장축에 대해서 부록에 있는 이론치를 모아레 실험치에 서로 비교한 그래프이다. 이 그래프에서 극 높이 ( $h$ )가 클수록 단축 및 장축의 곡률반경은 작아지고 이론치와 모아레실험치는 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 결 론

연강, 순동, 알루미늄, 황동, 스테인레스강등의 금속박판을 이용하여 타원 벌지 시험을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 모아레 측정법을 타원벌지에 응용하여 구한 곡률반경에 관한 실험치는 벌지이론에 의해 구한 값들과 잘 일치한다. 그러므로 이 실험법은 타원벌지의 곡률반경을 구하는 방법이 될 수 있다.

(2) 다이 종횡비가 1에 가까울수록, 가공경화지수값이 클수록 파괴가 극점에서 일어나는 경향이 있고 극점에서 파괴되는 시편의 파괴점은 항상 장축상에 있다.

(3) 불안정 상태에서 단축 및 장축의 벌지형상이 원으로 가정되어 수정된 벌지이론에서 구한 값은 실제 실험치에 잘 일치한다. 그러므로 부록에서 언급된 벌지이론은 타원벌지에서 벌지 파괴압력을 추정하는 방법으로 추천된다.

참 고 문 헌

(1) G. Sachs et. al, "Metals Transactions January", pp.49~58, 1949  
 (2) M.I. Yousif et. al, Int. J. Mech. Sci. Vol. 12, pp. 959~972, 1970  
 (3) J.L. Duncan and W. Johnson, Int. J. Mech. Sci. Vol. 9, pp.681~696, 1967  
 (4) 山田, 花田, 西本, 第十八回 塑性加工 聯合講演會 東京, 1967  
 (5) P.B Mellor; Journal of the Mechanics and Physics of Solids. Vol. 5, pp.41~56, 1956  
 (6) W.A. Backofen, W.F. Hosford and J. J. Burke, Transactions of the ASME, Vol. 55, pp.264, 1962

부 록

○ 타원벌지의 이론식

Duncan 과 Johnson<sup>(3)</sup>의 사각벌지에 관한 이론식을 아래와 같은 가정하에 타원벌지에 응용하면 다음과 같은

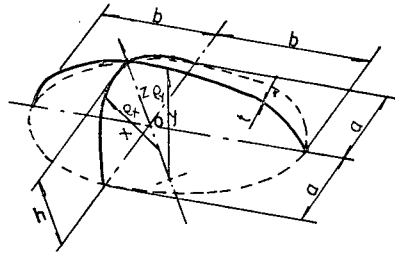


Fig. 10 Diagram of an elliptical diaphragm showing notation used

관계를 얻는다.

가정 : ○ 장축과 단축의 벌지측면형상은 원이다.

○ 장축과 단축의 세방향의 주변형도는 직선으로 분포한다.

○ 두께변형도는 균일하다.

(1) 응력비( $m$ )와 종횡비( $b/a$ )의 관계식

$$\frac{2-m}{2m-1} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 - 1 \right]$$

(2) 두께변형도( $\epsilon_t$ )와 극 높이 ( $h$ )의 관계식

$$\epsilon_t = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{h}{b} \right)^2 \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 - 1 \right]$$

(3) 압력( $p$ )와 극 높이 ( $h$ )의 관계식

$$p = \frac{\bar{\sigma} t_0}{(1-m+m^2)^{1/2}} \cdot \frac{2h}{(a^2+h^2)} \cdot \frac{t}{t_0} \left\{ 1 + m \frac{(a^2+h^2)}{(b^2+h^2)} \right\}$$

(4) 상당변형도 ( $\bar{\epsilon}$ )와 극 높이 ( $h$ )의 관계식

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2-m} (1-m+m^2)^{1/2} \cdot \left( \frac{h}{b} \right)^2 \cdot \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 - 1 \right]$$

(5) 곡률반경 ( $\rho$ )와 극 높이 ( $h$ )의 관계식

$$\rho_x = \frac{a^2+h^2}{2h}, \quad \rho_y = \frac{b^2+h^2}{2h}$$

(6) 최대 극 높이 ( $h^*$ )와 가공경화지수 ( $\bar{n}$ )의 관계식

$$h^* = \left\{ \frac{2b^2[\bar{n} - (\sqrt{3/2})B]}{(b/a)^2 + 1} \right\}^{1/2}$$