

<論 文>

가열면상의 단일액적의 천이비등영역에서의 열전달에 대한 연구†

최 인 규\* · 남궁 규 완\*\* · 이 동 진\*\*\*

(1983년 8월 3일 접수)

A Study on the Heat Transfer of a Liquid Droplet on Heated Surface at the Transitional Boiling Region

In-Kyu Choi, Kyu-Wan Namkoong and Dong-Jin Lee

Abstract

The transition boiling of a liquid droplet on a heated flat surface was studied utilizing Kotake's model with the effects of viscosity of a thin vapor layer between the droplet and the hot plate taken into account. This problem was analyzed considering the process of the droplet evaporation which resulted in hydrodynamic instability at the liquid-vapor interface.

The results of the study are as follows;

- (1) The effect of the viscosity in the vapor layer at the interface appears as a dimensionless number N, namely sigma\*delta\_0/rho\*nu^2.
(2) The time required for evaporation at the transitional region increases with the temperature difference ratio delta T\_r. The rate of increase of the total evaporation time becomes larger as increasing of N\_m (N number at maximum heat flux) increases.

기 호 설 명

a, b : 식(27)의 변수
g : 중력가속도
h : 증발 잠열
m : 액체의 증발율
n : 파수(wave number)
N : sigma\*delta\_0/rho\*nu^2(무차원수)

P : 압력
q : 열유속
r : 가열면에 평행한 좌표축
R : 액적밀면의 투영반경
Re : u\_0\*delta\_0/nu(Re 수)
t : 시간
T : 온도
T\_B : 액체의 포화온도
T\_w : 가열판의 표면온도

delta T\_r : (T\_s - T\_B) / (T\_m - T\_B)

u, v : 증기의 r 방향, z 방향 속도성분

†대한기계학회 추계 학술대회(82. 11. 20)에서 발표

\*정회원, 연세대학교 기계공학과

\*\*정회원, 울산공과대학 기계공학과

\*\*\*강원대학교 기계공학과

$We : \rho u_0^2 \delta_0 / \sigma (We 수)$

$Y : 액적상면의 위치$

$Z : 가열면에 수직인 좌표축$

그리스문자

$\delta : 기액계면의 높이$

$\bar{\delta} : \delta = \bar{\delta} e^{at}$

$\hat{\delta} : \delta = \hat{\delta} e^{inr}$

$\bar{v}_0 : v_0 = \bar{v}_0 e^{at}$

$\nu : 동점성계수$

$\rho : 액체 및 증기의 밀도$

$\sigma : 표면장력$

$\tau : 증발시간$

$\omega : 불안정성장율$

접자

$l : 액체$

$L : 증발시간이 급격히 변하는 점$

$m : 최소증발시간점$

$o : 준정상상태$

$x : L 점과 m 점사이의 임의의 점$

1. 서론

가열면상의 액적증발은 공학적으로 중요한 문제의 하나이며 Fig. 1에서와 같이 핵비등영역, 천이비등영역, 막비등영역의 3영역으로 이루어진다는 것이 실험적으로 확인되고 있다.

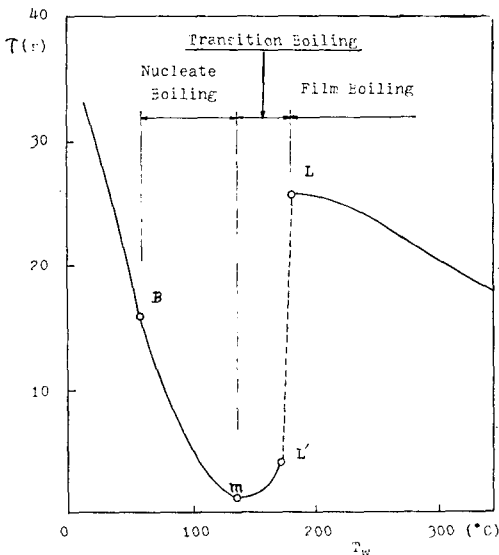


Fig. 1 Total evaporation time versus initial surface temperature

그간의 연구동향을 살펴보면 다음과 같다. Tamura와 Tanasawa<sup>1)</sup>는 전 영역에 걸쳐 액체연료에 대한 연구를 수행하였고 Adadevoh 등<sup>2)</sup>은 액적증발시 주위 압력이 미치는 영향을 검토하였다. Ohashi와 Teshirogi<sup>3)</sup>는 가열면의 재료 및 면의 거칠기가 미치는 영향에 대하여 연구했다. Gottfried<sup>4)</sup>와 Baumeister<sup>5)</sup>는 가열면 온도가 Leidenfrost 점 이상으로 증가했을 때의 액적증발현상에 대하여 실험과 이론적 연구를 계속했으며 Kaji<sup>7)</sup>는 막비등 영역에서의 액적의 운동현상을 등적 불안정의 관점에서 증기층 내의 점성 및 초기액적 질량 등을 고려에 넣어 해석하였다. Kotake<sup>8)</sup>는 천이영역내의 최대 증발율점 근처에서의 액적증발현상을 기액계면의 불안정현상으로 보고 해석하였으나 증기층 내에서 중요시되는 점성의 영향은 무시하였다.

본 연구에서는 천이비등영역에서의 액적증발현상을 점성의 영향도 고려에 넣어 해석하고자 한다. 또한 최대 증발율점과 Leidenfrost 점의 온도를 이용하여 이것으로부터 천이영역내 임의상태에서의 증발시간, 전열율등을 예측할 수 있는 관계식을 구하고 점성이 이들에게 미치는 영향을 규명하고자 한다.

2. 해 석

2.1. 기액계면(氣液界面)의 불안정해석

Zuber<sup>9)</sup>와 Berenson<sup>10)</sup>에 의하면 천이비등영역은 핵비등과 막비등이 복합된 영역으로서 최대증발율점의 온도  $T_m$ 에 가까울수록 핵비등이 안정되고 Leidenfrost 온도  $T_L$ 에 이르면 막비등이 안정된다.

이러한 영역내에서 핵비등에 의한 증기 발생율은 액적을 가열면에 직접 접촉시키기에는 지나치게 낮고, 막비등에 의한 증기발생율은 안정된 증기막을 유지하기에는 너무 부족하므로 가열면이  $T_m$ 과  $T_L$ 간의 임의온도에 있을 때에는 핵비등과 막비등이 교대로 발생된다. 즉 핵비등에 의하여 발생된 증기는 가열면을 덮어서 증기막이 형성되고 이 막을 통한 전열율이 감소되어, 계속적인 증기막유지에 필요한 증기량이 부족하므로, 액체는 다시 가열면과 직접 접촉하여 핵비등이 발생된다.

이와 같은 불안정현상을 해석하기 위하여 Fig. 2와 같은 model<sup>1)</sup>을 사용한다. 여기서 액적은 두께  $\delta$ 인 증기막에 의하여 받혀져 있고 액적내부의 운동은 무시한다.

액적내의 온도는 균일하고 포화온도  $T_B$ 에 있다고 가정한다. 그리고 액적은 Z축에 대하여 대칭이라 가

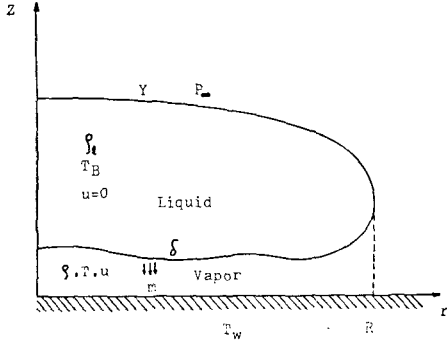


Fig. 2 The evaporation model (L)

정한다. 이때의 연속방정식 및 운동방정식은

$$u \cdot r = -\frac{1}{\delta} \int_0^r v_s \cdot r \, dr \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \nu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right\} = 0 \quad (2)$$

이며 연속식에서  $v_s$ 는 계면에서 증기의  $z$ 방향 속도이다. 또한  $u = u(r, z, t)$ 이나 비선형항으로 인한 지배방정식의 복잡성을 피하고 단지 정성적인 해를 구하기 위하여  $u$ 는 식 (1)에서 정의된 바와 같이 임의의  $r$  위치에서 증기층의 두께  $\delta$  구간에서의 평균속도이다. 따라서 운동방정식의  $\partial u / \partial z$ ,  $\partial^2 u / \partial z^2$  항은 제외되었다. 한편 킨이영역내의 온도는 포화온도에 비하여 약간 높은 좁은 범위내에서 존재하므로 물성치 변화는 고려하지 않았다. 기액계면에서 증기의 단위시간 단위면적당의 증발량을  $m$ 이라 하면 식 (1)을 사용하여

$$m = \rho \left( \frac{\partial \delta}{\partial t} + u \frac{\partial \delta}{\partial r} - v_s \right) \quad (3)$$

을 얻을 수 있다.

한편 기액계면에서의 압력관계식은 힘의 평형관계로부터

$$(\rho_l - \rho)g(Y - \delta) = P + \sigma \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\delta - Y) + \rho v_s^2 \quad (4)$$

가 된다. 여기서 액적상면의 위치  $Y$ 는 불변한다고 가정한다. 다음에 기액계면에 대한 고려를 하기 위하여  $\delta, u, m, v_s$  등은 시간에 대하여 거의 변화가 없는 준정상성분(準定常成分)  $\delta_0, u_0, m_0, (v_s)_0$ 와 시간에 대하여 급격히 변화하는 미소비정상성분(微小非定常成分)  $\delta', u', m', v_s'$ 로 나누어 다음과 같이 표시한다.

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_0 + \delta', & u &= u_0 + u', & m &= m_0 + m', \\ v_s &= (v_s)_0 + v_s' \end{aligned} \quad (5)$$

식 (2)에 식 (4)를 대입하면(이하 기호표시의 복잡화를 피하기 위하여  $\delta', u', m', v_s'$ 를  $\delta, u, m, v_s$ 로 표시한다)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(u_0 u) - \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) \\ = \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g \frac{\partial \delta}{\partial r} + \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial^3 \delta}{\partial r^3} - \frac{2m_0}{\rho} \frac{\partial v_s}{\partial r} \end{aligned} \quad (6)$$

식 (1)로부터  $r(u_0 + u)\delta_0 = -\int_0^r [(v_s)_0 + v_s] \cdot r \cdot dr$  이고  $\delta_0$ 가  $r$ 에 대하여 변하지 않는다고 하면

$$\frac{\partial u_0}{\partial r} = \frac{m_0}{2\rho\delta_0} \quad (7)$$

이 결과는 정상성분에 대한 지배방정식:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial u_0^2}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial r} = \nu \left( \frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_0}{\partial r} - \frac{u_0}{r^2} \right)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial r} + \frac{u_0}{r} + \frac{\partial (v_s)_0}{\partial z} = 0$$

로부터 경계조건  $z=0$ 에서  $(v_s)_0=0$ ,  $z=\delta$ 에서  $v_0 = -m_0/\rho$ 를 대입하여도 같은 결과를 얻을 수 있다. 또한  $r$ 이  $\delta_0$ 에 비하여 충분히 커서  $\partial u / \partial r \gg u/r$ 이라 하면

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{v_s}{\delta_0} \quad (8)$$

이므로 이들을 식 (6)에 대입하면

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{m_0}{\rho \cdot \delta_0} + u_0 \frac{\partial}{\partial r} - \nu \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{2m_0 \delta_0}{\rho} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right] \frac{v_s}{\delta_0} + \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g \frac{\partial^2 \delta}{\partial r^2} + \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial^4 \delta}{\partial r^4} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

을 얻을 수 있다.

한편  $v_s$ 와  $\delta$ 의 비정상 항을 계면의 불안정성장을  $\omega$  및 시간에 관계된 항과 이에 무관한 항  $\bar{v}_s$ 와  $\bar{\delta}$ 로 나누어

$$v_s = \bar{v}_s \cdot e^{i\omega t}, \quad \delta = \bar{\delta} \cdot e^{i\omega t} \quad (10)$$

라 하면 식 (9)는

$$\begin{aligned} \left[ \omega + \frac{m_0}{\rho \cdot \delta_0} + u_0 \frac{\partial}{\partial r} - \nu \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{2m_0 \delta_0}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right] \frac{\bar{v}_s}{\delta_0} + \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g \frac{\partial^2 \bar{\delta}}{\partial r^2} + \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial^4 \bar{\delta}}{\partial r^4} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

을 얻을 수 있다.

한편 식 (3)에 식 (10)을 대입하고 증기층에서 열전도가 지배적이라고 가정하여 얻은 식

$$\frac{m_0}{m_0 + m} = \frac{k \Delta T / h_{f, \delta_0}}{k \Delta T / h_{f, \delta_0} + \delta}$$

를 사용하면

$$\bar{v}_s = \bar{\delta} \left( \omega + \frac{m_0}{\rho \cdot \delta_0} \right) + u_0 \frac{\partial \bar{\delta}}{\partial r}$$

를 얻을 수 있다. 이 결과를 식 (11)에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{\partial^4 \bar{\delta}}{\partial r^4} - \left( \frac{2m_0 u_0}{\rho} + \nu \frac{u_0}{\delta_0} \right) \frac{\partial^3 \bar{\delta}}{\partial r^3} + \left[ \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g + \frac{u_0^2}{\delta_0} \right. \\ \left. - \frac{2m_0}{\rho} \left( \omega + \frac{2m_0}{\rho \cdot \delta_0} \right) - \frac{\nu}{r} \frac{u_0}{\delta_0} - \frac{\nu}{\delta_0} \left( \omega + \frac{2m_0}{\rho \delta_0} \right) \right] \frac{\partial^2 \bar{\delta}}{\partial r^2} \\ + \left[ \left( 2\omega + \frac{5}{2} \frac{m_0}{\rho \cdot \delta_0} \right) \frac{u_0}{\delta_0} + \frac{2\nu}{r^2} \frac{u_0}{\delta_0} - \frac{\nu}{r \delta_0} \left( \omega + \frac{3}{2} \frac{m_0}{\rho \delta_0} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial r} + \frac{1}{\delta_0} \left[ \left( \omega + \frac{m_0}{\rho \cdot \delta_0} \right)^2 + \frac{2\nu}{r^2} \left( \omega + \frac{m_0}{\rho \cdot \delta_0} \right) \right] \delta = 0 \quad (12)$$

을 얻는다.

$u_0$ 는  $r$ 의 함수이지만  $r$ 방향의 변화는 증기층두께의 비정상적인 항  $\delta$ 에 비하여 매우 작다고 볼 수 있으므로 식 (12)는  $\delta = \hat{\delta} \cdot e^{inr}$ 와 같은 형태의 근사해를 갖게 된다. 여기서  $n$ 은 파수(wave number)이고  $\hat{\delta}$ 는 시간 및  $r$ 에 관계없는 가상적인 증기층의 두께이다. 결과적으로 식 (12)는

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma}{\rho} n^4 + \left( \frac{2m_0 u_0}{\rho} + \nu \frac{u_0}{\delta_0} \right) i n^3 - \left[ \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g + \frac{u_0^2}{\delta_0} \right. \\ & - \frac{2m_0}{\rho} \left( \omega + \frac{2m_0}{\rho \delta_0} \right) - \frac{\nu}{r} \frac{u_0}{\delta_0} - \frac{\nu}{\delta_0} \left( \omega + \frac{2m_0}{\rho \delta_0} \right) \left. \right] n^2 \\ & + \left[ \left( 2\omega + \frac{5}{2} \frac{m_0}{\rho \delta_0} \right) \frac{u_0}{\delta_0} + \frac{2\nu}{r^2} \frac{u_0}{\delta_0} - \frac{\nu}{r \delta_0} \left( \omega + \frac{3}{2} \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{m_0}{\rho \delta_0} \right) \right] i n + \frac{1}{\delta_0} \left[ \left( \omega + \frac{m_0}{\rho \delta_0} \right)^2 + \frac{2\nu}{r^2} \left( \omega + \frac{m_0}{\rho \delta_0} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

으로 표시되고  $\omega$ 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \omega^2 + \left\{ \left( \frac{2m_0 \delta_0}{\rho} n^2 + \frac{2m_0}{\rho \delta_0} + \nu n^2 + \frac{2\nu}{r^2} \right) \right. \\ & + i \left( 2u_0 n - \frac{\nu}{r} n \right) \left. \right\} \omega + \left\{ \left[ \frac{\sigma}{\rho} n^4 - \left( \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g + \frac{u_0^2}{\delta_0} \right) \right. \right. \\ & - \frac{4m_0^2}{\rho^2 \delta_0} - \frac{\nu}{r} \frac{u_0}{\delta_0} - \frac{2\nu m_0}{\rho \delta_0^2} \left. \right] n^2 \left. \right\} \delta_0 + \left( \frac{m_0}{\rho \delta_0} \right)^2 \\ & + \frac{2\nu m_0}{\rho \delta_0 r^2} \left. \right\} + i \left[ 2 \frac{m_0 u_0 \delta_0}{\rho} n^3 + \frac{5}{2} \frac{m_0 u_0}{\rho \delta_0} n + \nu u_0 n^3 \right. \\ & \left. + \frac{2\nu u_0}{r^2} n - \frac{3}{2} \frac{\nu m_0}{r \rho \delta_0} n \right] = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

즉  $\omega^2 + A\omega + B = 0$ 의 형태로 나타낼 수 있다. 식 (13)에서  $\omega$ 에 대한 실수근의 해  $\omega_r$ 을 구하기 위해 rational function을 이용하면 식 (14)의 형태로 정리할 수 있다.

$$\omega_r = \frac{1}{2} \left[ -a_r \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{c + \sqrt{c^2 + d^2}} \right] \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_r &= \frac{2m_0}{\rho \delta_0} (1 + \delta_0^2 \cdot n^2) + \nu n^2 + \frac{2\nu}{r^2} \\ c &= 4 \left( \frac{m_0}{\rho} \right)^2 n^2 (-2 + \delta_0^2 n^2) + 4\delta_0 n^2 \left( \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g - \frac{\sigma}{\rho} n^2 \right. \\ & \left. + \frac{2m_0 \nu}{\rho \cdot r^2} + \frac{m_0 \nu}{\rho} n^2 \right) + \nu^2 n^4 + \frac{4\nu^2}{r^2} - \frac{4m_0 \nu}{\rho \delta_0} n^2 \\ & + \frac{8m_0 \nu}{\rho \delta_0 r^2} + \frac{3\nu^2}{r^2} n^2 - \frac{8\nu m_0}{\rho \cdot r^2} \\ d &= \frac{2m_0 u_0}{\rho \delta_0} n + \frac{4m_0 \delta_0 \nu}{\rho \cdot r} n^3 + \frac{2\nu^2}{r} n^3 - \frac{2m_0 \nu}{\rho \delta_0 \cdot r} n \\ & + \frac{4\nu^2}{r^3} n \end{aligned}$$

이다.

증발시 액적의  $r$ 축에 대한 투영반경을  $R$ 이라 하고

$r \gg \delta_0$ ,  $u_0 \gg m_0/\rho$ 로 고려할 수 있으므로  $R$ 구간에서 발생기포수는  $R \cdot n$ 으로 표시되고 실험적으로  $R \cdot n \approx 1 \sim 10$ 의 범위에 있는 것이 확인되고 있으므로  $\delta_0 \cdot n \ll 1$ 이다. 따라서  $\omega_r$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} 2\omega_r &= - \left[ \frac{2m_0}{\rho \delta_0} + \nu n^2 + \frac{2\nu}{r^2} \right] \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ -2 \left( \frac{2m_0}{\rho} \right)^2 n^2 \right. \\ & + 4\delta_0 n^2 \left( \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g - \frac{\sigma}{\rho} n^2 + \frac{2m_0 \nu}{\rho \cdot r^2} + \frac{m_0 \nu}{\rho} n^2 \right) + \nu^2 n^4 \\ & + \frac{4\nu^2}{r^2} - \frac{4m_0 \nu}{\rho \delta_0} n^2 + \frac{8m_0 \nu}{\rho \delta_0 \cdot r^2} + \frac{3\nu^2}{r^2} n^2 - \frac{8\nu m_0}{\rho r^2} \\ & + \left[ -2 \left( \frac{2m_0}{\rho} \right)^2 n^2 + 4\delta_0 n^2 \left( \frac{\rho_l - \rho}{\rho} g - \frac{\sigma}{\rho} n^2 + \frac{2m_0 \nu}{\rho r^2} \right) \right. \\ & + \frac{m_0 \nu}{\rho} n^2 \left. \right] + \nu^2 n^4 + \frac{4\nu^2}{r^4} - \frac{4m_0 \nu}{\rho \delta_0} n^2 + \frac{8m_0 \nu}{\rho \delta_0 \cdot r^2} \\ & + \frac{3\nu^2}{r^2} n^2 - \frac{8\nu m_0}{\rho \cdot r^2} \left. \right]^2 + \left( \frac{2m_0 u_0}{\rho \delta_0} n + \frac{4m_0 \delta_0 \nu}{\rho \cdot r} n^3 \right. \\ & \left. - \frac{2m_0 \nu}{\rho \delta_0 \cdot r} n + \frac{2\nu^2}{r} n^3 + \frac{4\nu^2}{r^3} n^2 \right)^2 \left. \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15) \end{aligned}$$

한편 천이비등영역은 Fig. 1에서  $M \sim L$ 점 사이에 존재하며  $M, L$ 점은 각각 안정된 핵비등 및 막비등이 존재하는 임계점이므로 이러한 지점에서는  $\omega_r = 0$ 이다. 그러므로  $\omega_r = 0$ 일 때 존재할 수 있는 파수를 구하면 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} n_{\pm}^2 &= \left[ \frac{u_0^2}{16} + \frac{\rho_l g \delta_0}{\rho} - \frac{3m_0 \nu}{\rho \delta_0} \right] \pm \sqrt{\left( \frac{u_0^2}{16} + \frac{\rho_l g \delta_0}{\rho} \right.} \\ & \left. - \frac{3m_0 \nu}{\rho \delta_0} \right)^2 - \frac{4m_0^2}{\rho^2 \delta_0^2} \left( \frac{35\nu^2}{16} - \frac{\nu \cdot \rho_l \cdot g \cdot \delta_0^2}{m_0} + \frac{\sigma \delta_0}{\rho} \right)} \\ & / 2 \left( \frac{35\nu^2}{16} - \frac{\nu \cdot \rho_l \cdot g \cdot \delta_0^2}{m_0} + \frac{\sigma \delta_0}{\rho} \right) \quad (16) \end{aligned}$$

여기서  $n_+$  및  $n_-$ 는 각각 식 (16)에서 분자중 루우트 앞의 기호가 +, -일 경우의 파수이다.

## 2.2. $T_m, T_L$ 에서의 증발율

식 (15)에서 파수  $n$ 가  $n_+ > n > n_-$ 일 때  $\omega_r > 0$ 이며 다른 파수일때는  $\omega_r < 0$ 인 안정한 상태를 이룬다. 그러므로  $T_L$ 에 가까울수록  $\omega_r > 0$ 인 값을 갖게 하는 파수의 범위는 감소되어 결국 모든 파수에 대하여 완전히 안정된 상태에 도달하게 된다. 한편  $u_0 \ll u_0, \rho_l g \delta_0 \approx \rho(m_0/\rho)^2$ 이라 할 수 있으므로 식 (16)에  $\rho_l g \delta_0 \ll \rho u_0^2$ 을 대입하고 안정된 상태에 대한 조건을 적용하면 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$\left( \frac{u_0^2}{16} \right)^2 - \frac{4\sigma m_0^2}{\rho^3 \delta_0} + \frac{1}{4} \frac{\nu^2 m_0^2}{\rho^2 \delta_0^2} - \frac{3}{8} \frac{\nu u_0^2 m_0}{\rho \delta_0} \leq 0 \quad (17)$$

$T_L$ 점에서는 등식이 성립되므로 이때의 증발율  $m_{0L}$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$m_{0L} = u_{0L}^2 \sqrt{\frac{\rho^3 \delta_{0L}}{\sigma}} K_L \quad (18)$$

여기서

$$K_L = \left( \sqrt{0.137 \frac{1}{N_L} + 0.063} - 0.375 \frac{1}{\sqrt{N_L}} \right) / \left( 8 - 0.5 \frac{1}{N_L} \right)$$

$$N_L = \frac{\sigma \delta_0}{\rho \cdot \nu^2} \Big|_L \text{이다.}$$

여기서  $N$ 는  $\sigma \cdot \delta_0 / \rho \cdot \nu^2$ 이며 점성의 자승항에 반비례하는 무차원수이다. 그리고 이것에는 관성력 표면장력등도 관계되며 (Reynolds No.)<sup>2</sup> / (Weber No.)의 의미를 갖고 있다.  $N_L$ 은  $L$ 점에서  $N$ 의 값을 의미한다.

다음은 최대증발율점인  $T_m$ 에 대하여 적용하겠다.  $T_m$ 과  $T_L$ 의 중간온도에서 기액계면은 어느 파수의 범위를 갖는 교란에 의하여 불안정해지며 이것은 증폭되어 계면은 직접 가열면과 접촉하게 된다. 이곳에서 기포가 급격히 발생, 계면은 원래의 상태로 되돌아가는 상황이 되풀이 된다.

액적이 가열면과 1회접촉에 의해서 발생하는 증기 기둥(column)의 체적은 지름을  $\delta_0$ , 높이를  $Y$ 라 하면  $\delta_0^2 Y$ 에 비례하며 발생위치의 간격은 파장( $1/n$ )에 비례하므로 가열면으로부터의 전열율  $q$ 는  $q \sim h \cdot \rho \cdot \delta_0^2 Y \cdot (R \cdot n)^2 \cdot f$ 로 표시된다. 여기서  $f$ 는 계면이 불안정하여 증기가 발생하는 사이클 수이며 계면이 불안정할 때 액적은 자유낙하된다고 볼 수 있으므로  $f \sim \sqrt{2g\delta_0/\delta_0}$ 로 고려된다. 결국

$$q \sim \delta_0^{3/2} \cdot n^2 \cdot Y \cdot R^2 \quad (19)$$

가 성립되며  $YR^2$ 은 액적의 체적에 비례하므로 불안정 상태에서의 1 사이클 중 일정하다고 가정하면  $M$ 점은 최대증발율점이므로

$$\frac{\partial}{\partial m_0} (\delta_0^{3/2} \cdot n^2) = 0 \quad (20)$$

을 얻는다. 또한 액적이 가열면으로부터  $\delta_0$ 만큼 뜬 증립상태에 존재한다고 보면 참고문헌(12, 13)으로부터  $\delta_0 \sim m_0^{1/3} = c_1 m_0^{1/3}$ 이므로 식 (7)로부터  $u_0 \sim m_0 / \delta_0 \sim m_0^{2/3} = c_2 m_0^{2/3}$ 으로 표시할 수 있다.

식 (20)에 이상의 관계와 식 (16)을 대입하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial m_0} \left\{ c_1^{3/2} m_0^{1/2} \left[ \left( \frac{c_2^2 m_0^{4/3}}{16} - \frac{3 \cdot \nu \cdot m_0^{2/3}}{c_1 \rho} \right) + \sqrt{\left( \frac{c_2^2 m_0^{4/3}}{16} \right)^2 - \frac{4\sigma m_0^{5/3}}{c_1 \rho^3} + \frac{1}{4} \frac{\nu^2 \cdot m_0^{4/3}}{c_1^2 \rho^2} - \frac{3}{8} \frac{c_2^2 \cdot m_0^2}{\rho \cdot c_1}} \right] / 2 \left( \frac{35}{16} \nu^2 + \frac{c_1 \sigma m_0^{1/3}}{\rho} \right) \right\} = 0$$

윗 식을 정리하여  $m_0$ 를 구하면

$$m_{0m} = u_{0m}^2 \sqrt{\frac{\delta_{0m} \cdot \rho^3}{\sigma}} \cdot K_m \quad (21)$$

여기서

$$K_m = \left[ \sqrt{2.89 - 26.6 \left( \frac{1}{N_m} \right)} - 243.3 \left( \frac{1}{N_m} \right)^2 + \left( 3.1 + 22.1 \frac{1}{N_m} \right) \sqrt{\frac{1}{N_m}} \right] / \left( 64 + 435.6 \frac{1}{N_m} \right)$$

$$N_m = \frac{\sigma \cdot \delta_0}{\rho \cdot \nu^2} \Big|_m \text{이다.}$$

여기서  $N_m$ 은  $m$ 점에서의  $N$ 의 값을 나타낸다.

$T_m, T_L$ 에서 증발율비는 식 (18), (21)에 의하여  $m_{0L} / m_{0m} = \sqrt{\delta_{0L} / \delta_{0m}} \cdot (u_{0L} / u_{0m})^2 \cdot (K_L / K_m) = (m_{0L} / m_{0m})^{3/2} K_L / K_m$ 이므로  $m_{0L} / m_{0m} = (K_m / K_L)^2$ 이다. 그런데  $M$ 점에서는  $L$ 점보다 증발율이 크므로  $K_m / K_L < 1$ 이어야 하고 이를 만족하는  $N_L, N_m$ 의 범위는 200 이상인 영역이다. (Table 1 참조)

Table 1 Calculated value of  $K_L, K_m, a$  and  $b$  about  $N$

$N_m$ or $N_L$	$K_L$	$K_m$	$a$	$b$
250	0.0285	0.0285	0	0
300	0.0288	0.0284	0.082	0.055
500	0.0294	0.0281	0.194	0.130
1000	0.0299	0.0278	0.253	0.169
5000	0.0307	0.0272	0.315	0.210
$10^4$	0.0309	0.0270	0.327	0.218
$10^5$	0.0312	0.0267	0.343	0.229
$\infty$	0.0314	0.0266	0.350	0.233

$N > 200$ 인 영역에서  $K_m = 0.0266, K_L = 0.0314$ 에 접근하므로  $m_{0L} / m_{0m} = (K_m / K_L)^2 = 1 \sim 0.718$ 이다. 실제 액체인 경우 증기층에 대한  $N$ 의 값은 보통 1000 단위의 값이므로  $m_{0L} / m_{0m} = 1$  근처의 값에 대하여는 의미가 없다.  $M$ 과  $L$ 점 사이의 임의의 지점  $x$ 의  $M$ 점에 대한 전열율의 비  $q_x / q_m$ 을 구하기 위해  $n^2$ 에  $m_0 = \sqrt{\delta_0 \rho / \sigma} \cdot u_0^2 \cdot \rho \cdot K$ 를 대입하면

$$n^2 = \frac{\rho \cdot u_0^2}{\sigma \cdot \delta_0} \cdot \left[ \left( 0.0625 - 3 \sqrt{\frac{1}{N}} \cdot K \right) + \sqrt{0.004 - \frac{4K^2 + 0.25 \frac{K^2}{N} - 0.375 \frac{K}{\sqrt{N}}}} \right] / \left( 4.375 \frac{1}{N} + 2 \right)$$

이요  $q \sim \delta_0^{3/2} \cdot n^2$ 이므로

$$\frac{q_x}{q_m} = \frac{\delta_{0x}^{1/2} \cdot u_{0x}^2}{\delta_{0m}^{1/2} \cdot u_{0m}^2} \cdot \frac{W_x}{W_m} = \left( \frac{K_m}{K_x} \right)^3 \frac{W_x}{W_m} \quad (22)$$

이다. 여기서

$$W_x = \left( 0.0625 - 3 \sqrt{\frac{1}{N_x}} \cdot K_x \right) + \left( 0.004 - 4K_x^2 + 0.25 \frac{K_x^2}{N_x} - 0.375 \frac{K_x}{\sqrt{N_x}} \right)^{1/2} / \left( 4.375 \frac{1}{N_x} + 2 \right) \quad (23)$$

$$W_m = \left( 0.0625 - 3 \sqrt{\frac{1}{N_m}} \cdot K_m \right) + \left( 0.004 - 4K_m^2 + 0.25 \right)$$

$$\frac{K_m^2}{N_m} - 0.375 \frac{K_m}{\sqrt{N_m}} \Big/ \left( 4.375 \frac{1}{N_m} + 2 \right) \quad (24)$$

이다.  $q_L/q_m$ 의 값을 얻기 위하여  $N_x, K_x$  대신  $N_L, K_L$ 을 대입하여  $W_L/W_m$ 의 값으로서 평균치 0.867을 사용하면  $q_L/q_m = (K_m/K_L)^3 (W_L/W_m) = (K_m/K_L)^3 \times 0.867$ 의 값을 얻을 수 있다. 단 여기서  $W_L/W_m$ 은 식 (23), (24)로부터 계산하면 1~0.734 범위에 있는 값이 되나 이 값을 0.867로 택하면  $\Delta T_L/\Delta T_m$ 에 대한 실험치와 잘 일치하는 이론식을 구할 수 있기 때문에 이 값을 택한 것이다. 또한

$$q_L/q_m = \left( \frac{\delta_{oL}}{\delta_{om}} \right)^{3/2} \left( \frac{n_L}{n_m} \right)^2 = \left( \frac{m_{oL}}{m_{om}} \right)^{1/2} \left( \frac{n_L}{n_m} \right)^2 = \left( \frac{K_m}{K_L} \right) \left( \frac{n_L}{n_m} \right)^2$$

으로 표시되므로

$$q_L/q_m = \left( \frac{K_m}{K_L} \right)^3 \times 0.867 = \left( \frac{K_m}{K_L} \right) \left( \frac{n_L}{n_m} \right)^2$$

이 성립된다. 한편  $M \sim L$  구간에서는 가열면 온도가 증가 할수록 전열율이 감소되므로  $q_L/q_m \sim (K_m/K_L) (\Delta T_m/T_L)$ 이라 가정할 수 있고  $\Delta T_L/\Delta T_m = 1.153 (K_L/K_m)^2$ 을 얻는다.

$K_L/K_m = 1.0 \sim 1.180$  사이의 값이므로  $\Delta T_L/\Delta T_m = 1.2 \sim 1.61$ 이며 실험치와 비교하면 Table 2와 같다. ( $W_L/W_m$ 을 평균치로 사용하지 않았을 경우  $\Delta T_L/\Delta T_m = 1 \sim 1.89$ ) 증기의  $\nu \rightarrow 0$  일 경우  $K_L/K_m = 1.180$ 이므로

$$\Delta T_L/\Delta T_m = 1.605 \quad (25)$$

를 얻을 수 있다.

**Table 2** Comparison of experimental<sup>8,14)</sup> and theoretical value of  $\Delta T_L/\Delta T_m$

	Experimental value				Theoretical value	
	$T_B^\circ C$	$T_L^\circ C$	$T_m^\circ C$	$\Delta T_L/\Delta T_m$	$T_m^* C$	$\Delta T_L/\Delta T_m$
Water	100	265	209	1.52	202	1.2 1.61
Benzene	80	168	140	1.47	135	
Methyl-alcohol	65	164	125	1.65	127	
Ethyl-alcohol	78	165	135	1.52	132	

\* ; Calculated from Eq.(25)

또한  $L, M$ 점 사이의 임의의 지점에서  $M$ 점에 대한 무차원 증발시간과 온도차와의 관계는 증발시간은 전열율에 반비례하므로

$$\frac{\tau_m}{\tau_x} = \frac{q_x}{q_m} = \left( \frac{K_x}{K_m} \right)^3 \left( 4.375 \frac{1}{N_m} + 2 \right) \left\{ \left( 0.0625 - \frac{3K_x}{\sqrt{N_x}} \right) + \left( 0.004 - 4K_x^2 + \frac{0.25K_x^2}{N_x} - \frac{0.375K_x}{\sqrt{N_x}} \right)^{1/2} \right\} \Big/ \left( 4.375 \frac{1}{N_x} + 2 \right) \left\{ \left( 0.0625 - \frac{3K_m}{\sqrt{N_m}} \right) \right.$$

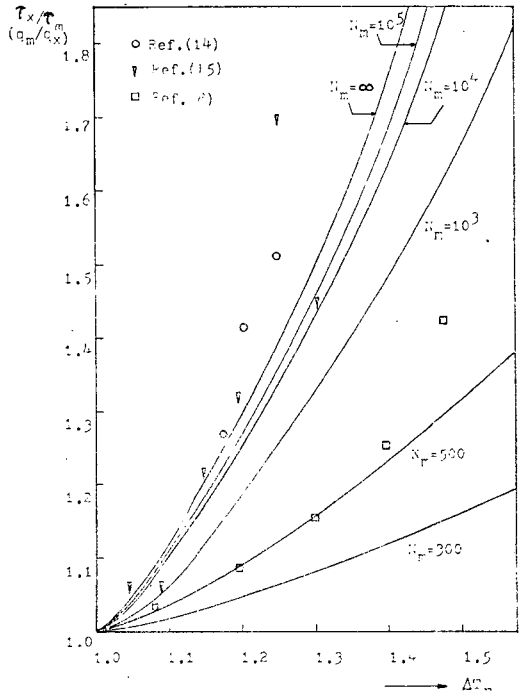
$$\left. + \left( 0.004 - 4K_m^2 + \frac{0.25K_m^2}{N_m} - \frac{0.375K_m}{\sqrt{N_m}} \right)^{1/2} \right\} \quad (26)$$

으로 표시된다.

한편  $\Delta T_L/\Delta T_m = 1.153 (K_L/K_m)^2$ 이므로  $\Delta T_x/\Delta T_m = x (K_x/K_m)^2$ 의 관계가 있고  $x = W_m/W_x = (K_m/K_x)^a$ 라 하면  $K_x = K_L$ 일 때  $W_m/W_L = 1.153$ 이므로  $\Delta T_x/\Delta T_m = (K_x/K_m)^{a-0.860} (K_x/K_m)^2 = (K_x/K_m)^{a-2.860}$ 이 되고  $\Delta T_r = \frac{T_x - T_B}{T_m - T_B} = \frac{\Delta T_x}{\Delta T_m}$ 로 정의하면  $K_x = K_m (\Delta T_x/\Delta T_m)^{0.35-0} = K_m (\Delta T_r)^a$ 이다. 여기서  $a = 0.35 \sim 0$  사이의 값이므로  $a = \left[ -\frac{\ln(1.153)}{\ln(K_m/K_L)} + 2 \right]^{-1}$ 로부터 구할 수 있다. 또한  $N_L/N_m = \delta_{oL}/m_{om} \nu^{1/3} = (K_m/K_L)^{2/3}$ 의 관계로부터  $N_x = N_m (K_m/K_x)^{2/3} = N_m (1/\Delta T_r)^{2/3}$ 로 나타낼 수 있으며  $b = 2a/3$ 의 값을 갖는다.

이상의 관계를 식 (26)에 대입하면

$$\frac{\tau_x}{\tau_m} = \frac{q_m}{q_x} = (\Delta T_r)^{3a} \times \left[ \left( 4.375 \frac{\Delta T_r^b}{N_m} + 2 \right) \Big/ \left( 4.375 \frac{1}{N_m} + 2 \right) \right] \times \left[ \left( 0.0625 - 3K_m \sqrt{\frac{1}{N_m}} \right) + \left( 0.004 - 4K_m^2 \right)^{1/2} \right] \Big/ \left[ \left( 0.0625 - 3\Delta T_r^{a+b/2} \cdot K_m \cdot \sqrt{\frac{1}{N_m}} \right) + \left( 0.004 - 4\Delta T_r^{2a} \cdot K_m^2 \right)^{1/2} \right] \quad (27)$$



**Fig. 3** The evaporation time versus surface temperature for water droplet

을 얻을 수 있다. 여기서  $a, b, K_m$  등의 값은 Table 1과 같다. 식 (27)을  $\Delta T_r$ 를 변수로 하고  $N_m$ 의 값에 따라 도시하면 Fig. 3과 같다.

Fig. 3에서  $N_m$ 가  $\infty$ 인 경우는 동점성계수  $\nu$ 가 0에 근접할 경우이며 이때  $K_m=0.0285$ ,  $a=0.35$ 이므로 식 (27)은 다음과 같이 간단한 식이 된다.

$$\frac{\tau_x}{\tau_m} = \frac{q_m}{q_x} = \frac{0.094 \cdot (\Delta T_r)^{1.05}}{0.063 + \sqrt{0.004 - 0.003 \cdot (\Delta T_r)^{0.7}}} \quad (28)$$

### 3. 실험치와의 비교

이상의 결과와 참고문헌에서 인용한 실험치를 비교하면 다음과 같다.

1) 참고문헌(14, 15)의 실험치는 낮은  $\Delta T_r$ 의 범위에서  $N_m=\infty$ 인 이론곡선과 잘 일치하므로 점성의 영향을 무시해도 큰 영향이 없다는 것을 알 수 있다.

2) 그러나 높은  $\Delta T_r$ 에서 실험치는  $N_m=\infty$ 인 곡선의 좌측에 존재한다. 이것은  $M \sim L$ 점 사이에서 가열면 온도와 증발시간과의 관계는 Fig. 1과 같이 그 기울기가 급격히 증가하는  $L'$ 점이 존재하여 불연속곡선이 형성되며 이와같은  $L'$ 점이 후의 실험치는 이론곡선과 일치하지 않는다. 그 원인은  $L'-L$ 구간에서 액적의 증발시간은 급격히 증가되므로 안정된 막비등이 일어난다고 판단할 수 있고 따라서 기액계면의 불안정현상을 근거로 한 이론식으로는 예측이 곤란하기 때문이다. 일반적인 비등곡선에서  $T_L'$ 과  $T_L$ 의 온도범위는 매우 작고 증발시간과 온도와의 관계도 천이비등과 유사하므로 이 영역을 천이영역에 포함시키고 있다.

3) 참고문헌(8)에서의 실험치는 같은 물액적을 사용했으나 거칠기의 영향을 받아 참고문헌(14, 15)와 상당한 차이를 나타내고 있다. 즉 참고문헌(14, 15)에서는 산화크롬으로 lapping 처리된 거울면(mirror surface)을 사용했으나 참고문헌(8)에서는 이보다 더 거친면을 사용했고 결과적으로 증발시간이 상당히 단축되었다.

4) 또한 참고문헌(14, 15)의 실험치보다 더 큰  $\Delta T_r$ 까지 실험치가  $N_m=500$ 인 이론곡선과 일치하고 있다. 이것은 면이 거칠수록  $T_m$ 의 온도가 낮아져서 천이비등이 발생될 수 있는 온도범위가 증가<sup>16)</sup>하며 거칠기에 관계없이  $T_L' \approx T_L$ 이므로 이론식으로 예측할 수 있는 범위  $M-L'$ 이 증가했기 때문이다.

5) 이상으로부터 표면거칠기는 천이비등영역에서 중요한 인자로 작용하며 그 효과는 면이 거칠수록  $N_m$ 을 감소시키는 것과 같은 영향을 미치는 것으로 추측된다.

즉 매끈한 면에서는 점성이 거의 무시되거나 거친 면에서는 점성이 크게 영향을 미친다고 판단할 수 있다.

### 4. 결 론

가열면상의 단일액적의 천이영역에서 증발과정을 기액계면의 불안정 현상으로 보고 증기층내에서의 점성의 영향을 고려 그 열전달 특성을 규명하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 증발시간이 극대 및 극소가 되는 가열면 온도는 액적의 종류에 따라 다르지만 그 온도차이의 비  $\Delta T_L / \Delta T_m$  즉  $(T_L - T_B) / (T_m - T_B)$ 는 액적의 종류에 관계없이 거의 일정하며 1.2~1.6의 값을 갖는다.

2) 동점성계수  $\nu$ 와 관련하여  $N \left( = \frac{\sigma \delta_0}{\rho \nu^2} \right)$ 란 무차원수를 추출했으며  $T_x / T_m$  또는  $q_m / q_x$ 의 값에 대한 점성의 영향은  $N$ 을 매개로 하여 알 수 있다.

일반적으로  $\Delta T_r$ 가 커짐에 따라  $\tau_x / \tau_m$ 의 값은 증가하나 그 증가하는 정도는  $N_m$ 의 값이 클수록 더하다.

3)  $N$ 은  $1/\nu^2$ 에 비례하므로 액체증기의 동점성계수가 작은 경우에는  $N$ 의 값은 커지고 동점성계수가 0인 경우에는  $N$ 의 값은  $\infty$ 가 되어  $m$ 점에 대한 상대적인 증발시간이 길어진다. 반대로 액체증기의  $\nu$ 값이 큰 경우에는  $N$ 의 값이 작아져서 상대적인 증발시간이 짧아진다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단 1982년 및 1983년도 연구비에 의하여 수행된 것으로서 재단 당국자에게 심심한 사의를 포함합니다.

### References

- (1) Z. Tamura and Y. Tanasawa, "Evaporation and Combustion of a Drop Contacting with a Hot Surface", 7th International symposium in Combustion, pp. 509-522, Butterworths. London (1958)
- (2) J.K. Adadevoh, O.A. Uyehara and P.S. Meyers, "Droplet Vaporization under Pressure on a Hot Surface", Paper No. 701B, SAE (1963)
- (3) N.Teshirogi and K. Ohashi, "Study on Evaporation of Fuel Droplet Contacting with a Hot Surface", J. Mechanical Laboratory, Japan 20-6,

- pp. 201—206 (1966)
- (4) B.S. Gottfried, C.J. Lee and K.J. Bell, "The Leidenfrost Phenomenon; Film Boiling of Liquid Droplets on a Flat Plate", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 9, pp. 1167—1189 (1966)
5. K.J. Baumeister, T.D. Hamill, F.L. Schwartz and G.J. Schoessow, "Film Boiling Heat Transfer to Water Droplets on a Flat Plate", C.E.P. Symp. Series 62, Vol. 62, No. 64 (1965).
- (6) J.G. Leidenfrost., "On the Fixation of Water in Diverse Fire", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 19 (1966)
- (7) 梶昭次郎., "加熱面上の液滴の踊りと蒸發", 日本機械學會論文集 39-328(昭48-12) (1973)
- (8) 小竹進., "加熱面上の液滴の蒸發の不安定現象", 日本機械學會論文集, 36-287 (1970)
- (9) N. Zuber., "Hydrodynamic Aspects of Boiling Heat Transfer," Ph.D Thesis, U.C.L.A. (1959)
- (10) P.J. Berenson., "On Transition Boiling Heat Transfer from a Horizontal Surface", M.I.T. Tech. Rept., No. 17, Mech. Eng. Dept., (1960)
- (11) H. Schlichting., "Boundary Layer Theory" 4th ed. McGraw-Hill, pp. 42—54 (1960)
- (12) K.J. Baumeister and T.D. Hamill., "Creeping Flow Solution of the Leidenfrost Phenomenon", "NASA TN D-3133 (1965)
- (13) K.J. Baumeister, R.C. Hendricks and T.D. Hamill., "Metastable Leidenfrost States", NASA TN D-3226 (1966)
- (14) Y.D. Hwang., "加熱面上의 單一液滴蒸發의 熱傳達特性에 關한 研究", MS Thesis, Yonsei University, Seoul, Korea (1981)
- (15) 이궁철., "加熱面上에서의 單一液滴의 核沸騰 熱傳達에 關한 研究", 延世大學校 機械工學科 碩士學位論文 (1983)
- (16) P.J. Berenson., "Experiments on Pool-Boiling Heat Transfer", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 5, pp. 985—999 (1962)