

制御機器의 同調에 對한 研究

(A Study on the Controller Tuning)

朴 鎬 建*, 徐 丙 高**

(Ho Gun Park and Byung Suhl Suh)

要 約

Yuwana와 Seborg의 방법으로는 큰 지연시간을 갖는 프로세서에 적용할 수 없는 문제점을 해결하기 위해서 새로운 제어기기 동조방법을 제시하였다. 제시된 동조방법은 제어기기의 기준점에 계단변화를 주는 단일 실험 테스트에 근거하고 있다. 시뮬레이션 결과는, 새로운 방법이 지연시간이 큰 프로세서에도 잘 적용될 뿐만 아니라 단일 실험 테스트 도중 발생할 수 있는 예기치 못한 부하외란에도 불구하고 여러 가지 면에서 Ziegler와 Nichols의 방법이나 Cohen과 Coon의 방법보다 월등하다는 것을 보여주고 있다.

Abstract

A new controller tuning method for solving problems that cannot be applicable to the processes with large time delay by Yuwana-Seborg method is presented. The new method is based on a single experimental test, a step change in the controller set point.

Simulation results show that the new method can be not only well applicable to systems including large delay processes but also is superior to Ziegler-Nichols method or Cohen-Coon method in many respects despite unanticipated load disturbances that may occur during the experimental test.

I. 序 論

현대 제어 기술자들의 중요한 과제는 화학공정(chemical process)과 산업자동화 시스템(industrial automation systems) 등과 같은 복잡한 시스템을 모델링(modeling)하여 필요로 하는 조건에 맞도록 효율적으로 제어(control)하는 것이라 할 수 있다. 제어기기(controllers)는 어떤 선택된 입력들에 따라서, 시스템의 응답(response)이 요구되는 기준에 따르도록 하는데 그 사용목적이 있다. 그리고 이 응답은 PID

(proportional-integral-derivative) 제어기기일 경우, 알고리즘 변수(parameters)들인 비례이득(proportional gain), 적분시간(integral time), 미분시간(derivative time)의 함수(function)라고 할 수 있기때문에 제어기기의 동조(tuning)는, 응답이 필요로 하는 기준(criteria)에 만족되도록 제어기기 알고리즘 변수들을 최적화 시키는 것이라고 할 수 있다. 이 최적화를 위해서는 제어 알고리즘의 개선이나 동조방법(tuning procedures) 등에 의한 연구가 있을 수 있다. 제어 알고리즘 개선을 위한 연구로서는 Lopez, Murrill과 Smith (1969, 70) 등에 의한 연구보고가 있었고, 최근에는 Cereijo (1981)의 유사미분 계환(pseudo-derivative feedback) 제어 알고리즘에 대한 연구가 있었다. 이러한 노력에도 불구하고 제어 알고리즘의 개선을 위한 연구의 필요성보다는 동조방법에 대한 연구가 강조되고 있다.

*準會員, **正會員, 漢陽大學校 工科大学 電子通信工學科

(Dept. of Electron. Comm. Eng., Han Yang Univ.)

(※ 本 論文은 1983年度 文敎部 學術研究助成費에 依하여 이루어진 것임.)

이에 대한 본격적인 연구는 1941년 Ziegler와 Nichols에 의해 이루어졌으며 루우프 동조(loop tuning) 방법으로 불리고 있다. 이것은 산업계에서 가장 널리 쓰이고 있는 방법이지만, 실험을 실행하는 도중에 일어날지도 모르는 외란(disturbances)을 받게 되면 프로세서(process)는 임계(marginal) 안정상태로 되는 문제점을 갖고 있으며, 최종이득(ultimate gain)과 최종주기(ultimate period)를 얻기 위해 많은 시행착오(trial and error)를 거쳐야 하므로 시간을 많이 소비해야 되는 단점이 있다. 이에 대한 개선 연구로서, 특히 시간을 소비하게 되는 시행착오의 문제점을 해결하기 위해서 Cohen와 Coon(1953)에 의해 프로세서 반응곡선(process reaction curve) 방법이 제시되었다. 이는 Ziegler와 Nichols의 방법에 비해 편리한 방법으로 인정되었지만, 추정모델(estimated model) 함수를 구하기 위해 정확한 기울기(tangent)를 결정해야 하는 난점이 있으며, 개루우프(open loop)에 대해서만 사용될 수 있는 문제점도 내포하고 있다. 이에 대한 개선 연구로서는 Smith(1972) 등에 의한 연구보고가 있었지만 이는 위의 문제점들을 특별히 훌륭하게 해결하지는 못하였다. 근래에는 이 문제점들을 근본적으로 해결하기 위해서 Yuwana와 Seborg(1982)에 의해서 좀 더 해석적(analytic)인 방법이 제시되었다. 이는, 폐루우프(closed loop)에서 제어기기의 비례모우드(mode)만을 동작시켜서 응답곡선(response curve)의 실험 데이터(data)를 얻고, 이로부터 추정모델 함수인 1차 전달함수의 변수들, 즉 지연시간(time delay), 시간상수(time constant), 안정상태 이득(steady state gain)을 결정하여 주는 관계식을 유도하여 PID 알고리즘 변수들의 값을 최적화 할 수 있는 방법이다. 그러나 위에 언급된 관계식은 잘못 유도된 것으로 판단되며, 따라서 AICHE(1982)에 발표된 Yuwana와 Seborg의 시뮬레이션(simulation) 결과는 인정될 수 없다. 또한 위 방법은 지연시간이 비교적 큰 시스템에 대해서는 전혀 적용될 수 없는 중요한 문제점을 갖고 있다 (필자는 이 오류와 문제점해결에 대해 AICHE journal에 통보하였음.).

본 논문에서는 Yuwana와 Seborg에 의해 잘못 유도된 관계식을 올바르게 유도하였으며, 지연시간이 큰 시스템에 대해서도 훌륭하게 적용할 수 있는 새로운 방법(이를 SUH 방법이라 한다.)을 제시하였다. 나아가서 SUH방법에 의해 유도된 관계식을 이용하여 실 예를 시뮬레이션함으로써, 본 논문의 목적인 SUH방법의 유용성을 입증하고자 한다.

II. 本 論

1. 수정한 관계식의 유도

추정모델의 변수값 계산을 위한 관계식에 대해서 Yuwana와 Seborg가 유도한 관계식이 옳지 않았음을 서론에서 지적하였다. 이것을 입증하기 위해서 Yuwana와 Seborg가 AICHE journal(1982, May)에 발표한 논문의 시스템 모델을 그대로 고려하고 그들의 기호(symbols)들을 사용하여 관계식을 다음과 같이 수정하여 유도하였다.

시스템 모델은 아래와 같다.

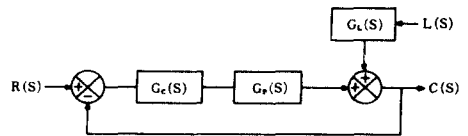


그림 1. 간단한 케환제어계의 블럭도

Fig. 1. Block diagram of a simple feedback control system.

그림 1에서 프로세서 전달함수(transfer function) $G_p(S)$ 와 부하 전달함수(load transfer function) $G_d(S)$ 는 모른다고 가정하며, 프로세서의 추정 모델로서는 아래의 식(1)과 같은 1차 전달함수가 선정되었다.

$$G_m(S) = \frac{k_m e^{-d_m s}}{\tau_m s + 1} \tag{1}$$

k_m : 안정상태 이득, τ_m : 시간상수, d_m : 지연시간

그림 1에서 제어기기 전달함수(controller transfer function) $G_c(S) = K_c$ 라 하면 폐루우프 전달함수(closed-loop transfer function)는 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{K e^{-d_m s}}{1 + \tau_m s + K e^{-d_m s}} \tag{2}$$

여기서 K 는 $K_c K_m$ 을 나타내며 개루우프 이득(gain)을 의미한다.

계단입력(step input) 변화에 대한 프로세서의 응답곡선은 다음 그림과 같이 고려할 수 있다. 이 그림 2의 응답곡선으로부터 얻을 수 있는 실험 데이터들을 갖고 추정모델 변수들인 k_m , τ_m , d_m 들의 값을 결정할 수 있어야 한다. 해석적인 방법으로 추정모델 변수들을 구하기 위해서는 식(2)의 지연시간 항 $e^{-d_m s}$ 의 계산을 해야 하는데, 이를 위해서 아래와 같은 파데 근사방법(Padé approximation)이 사용되었다.

$$e^{-d_m s} \approx \frac{1 - \frac{d_m s}{2}}{1 + \frac{d_m s}{2}} \tag{3}$$

식(3)을 식(2)의 분모에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{k'(1 + 0.5d_m s) e^{-d_m s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1} \tag{4}$$

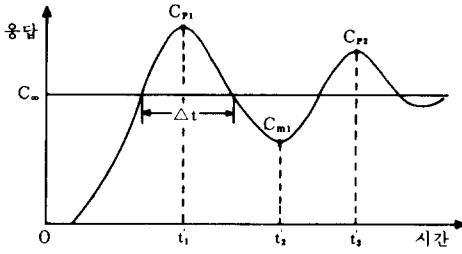


그림 2. 계단 입력 변화에 대한 프로세서의 응답곡선
Fig. 2. Respons curve of process to a step input change.

여기서

$$k' = \frac{k}{k+1} \tag{5}$$

$$\tau = \left[\frac{\tau_m d_m}{2(k+1)} \right]^{1/2} \tag{6}$$

$$\zeta = \frac{\tau_m + 0.5d_m(1-k)}{[2d_m \tau_m (k+1)]^{1/2}} \tag{7}$$

이다.

식(4)에서 감쇠율(damping coefficient) ζ 가 $0 < \zeta < 1$ 이고 입력신호 $R(S)$ 가 크기 A 인 계단함수(step function)라고 할 때, 정정유도된 추정모델 변수값을 구하는 관계식은 아래와 같으며 정정유도의 자세한 과정은 부록에 실었다.

$$\hat{k}_m = \frac{C_{\infty}}{K_c(A - C_{\infty})} \tag{8}$$

$$\hat{\tau}_m = \frac{\Delta t}{\pi} \left[\zeta \sqrt{k+1} + \sqrt{\zeta^2(k+1) + k - 1} \right] \left[(1 - \zeta^2)(k+1) \right]^{1/2} \tag{9}$$

$$\hat{d}_m = \frac{2\Delta t \left[(1 - \zeta^2)(k+1) \right]^{1/2}}{\pi \left[\zeta \sqrt{k+1} + \sqrt{\zeta^2(k+1) + k - 1} \right]} \tag{10}$$

2. 본 연구에서 제시한 SUH방법의 이론적 배경

Yuwana와 Seborg가 제시한 해석적 방법에서 발생할 수 있는 오차(error)는 앞 절의 식(2)에서의 지연시간 항 $e^{-\alpha s}$ 에 대한 근사방법에 있다. 이들은 지연시간 항 $e^{-\alpha s}$ 의 근사계산을 위하여 파데 근사방법을 사용하였다. 그러나 이것은 그림 3에서 볼 수 있는 것과 같이 이득에 대한 오차는 없지만 위상(phase)의 경우, 지연시간이 클수록 큰 오차가 발생함을 알 수 있다. 이 오차가, 파데 근사방법을 지연시간이 비교적 큰 시스템에 적용하지 못하는 이유가 되는 것이다. 그러므로 이 위상 오차를 해결하기 위해 본 연구에서 제시한 새로운 근사방법인 SUH방법을 아래에 소개한다.

$$e^{-\alpha s} \approx \frac{1 - \frac{\alpha}{2} d_m s}{1 + \frac{\alpha}{2} d_m s}$$

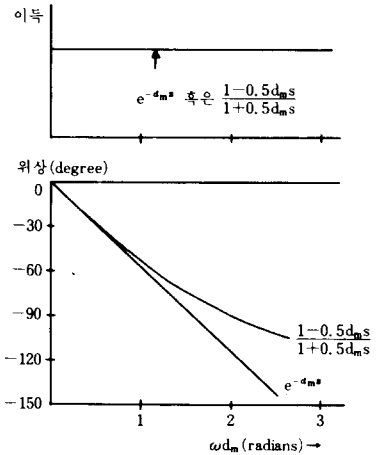


그림 3. $e^{-\alpha s}$ 에 대한 파데 근사방법의 주파수 응답
Fig. 3. Frequency response of pede' approximation to $e^{-\alpha s}$.

여기서 α 는 양의 실수 변수이다. 이러한 근사방법을 사용하면 이득에 대한 오차는 발생하지 않으며 위상에 대한 오차도 가능한 줄일 수 있다. 좀 더 상세히 설명하면, 지연시간이 큰($d_m > 1$) 시스템에서는 지연시간의 크기와 비슷한 α 의 값을 선택하면 위상 오차가 작아진다. 지연시간이 큰 시스템의 경우인 e^{-3s} 를 예로 들어보자. 본 연구에서 제시한 근사방법에 $\alpha=3$ 을

$$\text{대입해 얻은 } e^{-\alpha s} \approx \frac{1 - \frac{3}{2} d_m s}{1 + \frac{3}{2} d_m s} \text{ 는 } \omega d_m = 3 \text{ 라디안(rad-}$$

ians)에서 e^{-3s} 와 17° 의 위상 오차를 보이며, $\alpha=1$ 을 대입한 경우, 즉 파데 근사방법의 경우에는 45° 의 위상 오차를 보이며, $\alpha=2$ 를 대입한 경우에는 29° 의 위상 오차를 보인다. 따라서 $\alpha=3$ 을 대입한 경우의 근사값이 e^{-3s} 와 가장 작은 오차를 가짐을 알 수 있다. 이런 사실은 그림 4에서 볼 수 있다. 그리고 지연시간이 작은 시스템의 경우인 $e^{-0.25s}$ 에 대해서는 파데 근사방법($\alpha=1$)에 의한 위상 오차가 거의 없음을 그림 3에서 알 수 있다. 그러므로 $\omega d_m < 1$ 라디안인 경우에는 파데 근사방법이 잘 적용됨을 알 수 있다.

3. 새로운 관계식 유도

새로운 관계식을 유도하기 위하여 사용한 시스템 모델은 본론의 II.1에서 제시한 시스템 모델을 고려하였으며, 또한 가능한 같은 기호를 사용할 뿐만 아니라 실험상에 있어서도 폐회로 상태하에 기준점(set point)에 단일 계단변화(step change) 실험만을 필요로 한다.

프로세서의 추정모델은 2.1.의 식(1)과 같은

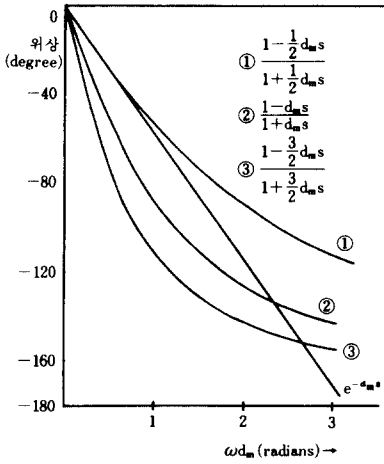


그림 4. $e^{-\alpha s}$ 에 대한 $\alpha=1, 2, 3$ 의 근사방법에 대한 주파수 응답

Fig. 4. Frequency response of approximation with $\alpha=1, 2, 3$ to $e^{-\alpha s}$.

$$G_m(S) = \frac{k_m e^{-\alpha_m s}}{\tau_m s + 1} \tag{11}$$

이 사용되었다. 이때 제어기기의 전달 함수 $G_c(S)$ 가 비례이득 K_c 만의 함수라면, 페루우프 전달함수

$$\frac{C(S)}{R(S)} \approx \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{k e^{-\alpha_m s}}{1 + \tau_m s + k e^{-\alpha_m s}} \quad (k = k_c k_m) \tag{12}$$

이다. 식(2)에서 지연시간항 $e^{-\alpha_m s}$ 에 대해 파데 근사 방법을 사용하여, 라플라스 변환(laplace transform)을 하기 위해 정리하면 부록의 식(A-1)이 된다.

여기서 $\frac{Ak'}{S} e^{-\alpha_m s}$ 항의 역변환에 있어서는 상수값을 지연시간만큼 이동된(shift) 상태로 나타내야 하는 문제점이 발생하므로 지연시간항을 제거하여 좀 더 해석적으로 완벽한 식을 유도하기 위해 식(12)의 분모, 분자에 $e^{\alpha_m s}$ 를 곱하면 식(12)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{k}{(1 + \tau_m s) e^{\alpha_m s} + k} \tag{13}$$

여기서 $R(S)$ 가 크기 A 를 가진 계단입력일 때 새로

운 근사방법인 $e^{\alpha_m s} \approx \frac{1 + \frac{\alpha}{2} d_m s}{1 - \frac{\alpha}{2} d_m s}$ 를 식(13)의 $e^{\alpha_m s}$ 에 대

입하여 정리하면 $C(S)$ 는 다음과 같다.

$$C(S) = Ak' \frac{1 - 0.5 \alpha d_m s}{s(\tau^2 s^2 + 2 \zeta \tau s + 1)}$$

$$= Ak' \left[\frac{1}{s} - \frac{\tau^2 s + (2 \zeta \tau + 0.5 \alpha d_m)}{\tau^2 s^2 + 2 \zeta \tau s + 1} \right] \tag{14}$$

여기서

$$k' = \frac{k}{k+1} \tag{15}$$

$$\tau = \left[\frac{\alpha d_m \tau_m}{2(k+1)} \right]^{1/2} \tag{16}$$

$$\zeta = \frac{\tau_m + \frac{\alpha}{2} d_m (1-k)}{[2 \alpha d_m \tau_m (k+1)]^{1/2}} \tag{17}$$

이다.

식(14)를 라플라스 역변환을 하여 시간에 대한 응답인 순시응답(transient response)을 구하면,

$$C(t) = Ak' [1 - B \exp(-\frac{\zeta}{\tau} t) \sin(Et + \phi')] \tag{18}$$

여기서

$$\phi' = \tan^{-1} \left[\frac{\tau \sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta + 0.5 \alpha d_m} \right]$$

$$B = \frac{\left[1 + \frac{\zeta \alpha d_m}{\tau} + \left(\frac{\alpha d_m}{2 \tau} \right)^2 \right]^{1/2}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \tag{19}$$

$$E = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\tau} \tag{20}$$

이다.

부록과 같은 방법으로 응답의 임계점들(critical points)이 일어나는 시간 t_k 를 결정할 수 있다.

$$t_k = \frac{\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right) + k \pi - \phi'}{\sqrt{1 - \zeta^2} / \tau}, \quad (k=0, 1, 2, \dots) \tag{21}$$

이리하여 최소대정점비(minimum to peak ratio) σ_p 와 감쇠비(decay ratio) σ_r 를 부록과 비슷한 방법으로 구하면 σ_p 와 σ_r 는 다음과 같이 결정된다.

$$\sigma_p = \frac{C_\infty - C_{m1}}{C_{p1} - C_\infty} = \exp[\zeta(t_1 - t_2) / \tau]$$

$$= \exp[-\pi \zeta / \sqrt{1 - \zeta^2}] \tag{22}$$

$$\sigma_r = \frac{C_{p2} - C_\infty}{C_{p1} - C_\infty} = \exp[-2 \pi \zeta / \sqrt{1 - \zeta^2}] \tag{23}$$

응답곡선에서 나타나는 응답의 반주기를 Δt 라 하면 Δt 는 다음과 같다.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \pi \tau / \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{24}$$

식(22)와 (23)에서 각각의 ζ 에 대해 정리하면, ζ 는 응답 데이터와의 관계식으로 결정될 수 있다. 관계식으로 유도된 ζ 에 대해 각각 $\hat{\zeta}_p$, $\hat{\zeta}_r$ 라 하면 $\hat{\zeta}_p$ 와 $\hat{\zeta}_r$ 는 다음과 같은 식이 된다.

$$\hat{\zeta}_p = \frac{-\ln \left(\frac{C_\infty - C_{m1}}{C_{p1} - C_\infty} \right)}{\left[\pi^2 + \left[\ln \left(\frac{C_\infty - C_{m1}}{C_{p1} - C_\infty} \right) \right]^2 \right]^{1/2}} \tag{25}$$

$$\hat{\zeta}_r = \frac{-\ln \left(\frac{C_{p2} - C_\infty}{C_{p1} - C_\infty} \right)}{\left[4 \pi^2 + \left[\ln \left(\frac{C_{p2} - C_\infty}{C_{p1} - C_\infty} \right) \right]^2 \right]^{1/2}} \tag{26}$$

식(15)와 (18)에서 안정상태값 C_∞ 는 $\frac{Ak}{k+1}$ 로 나타나며,

이때 k 는 $k_c k_m$ 이므로 k_m 에 대해 정리하여 이를 \hat{k}_m 라 하면, 추정모델 변수인 안정상태이득 \hat{k}_m 는 다음과 같

이 표현된다. 이 식은 II.1의 식(8)과 같은 식이다.

$$\hat{k}_m = \frac{C_\infty}{k_c(A-C_\infty)} \quad (27)$$

추정값 C_∞ 을 구하기 위해 식(22)와 (23)에서 ζ 를 소거하고 C_∞ 에 대해 정리하면, 안정상태값 C_∞ 는 부록의 식(A-16)과 같게 된다.

$$C_\infty = \frac{C_{P1}C_{P2} - C_m^2}{C_{P1} + C_{P2} - 2C_m} \quad (28)$$

추정모델의 변수들인 시간상수 $\hat{\tau}_m$ 와 지연시간 \hat{d}_m 을 응답 데이터의 함수관계식으로 표현될 수 있도록 하기 위해서 부록에서 사용한 방법을 이용하여 유도하면 아래와 같다.

$$\hat{\tau}_m = \frac{\Delta t}{\pi} \left[\zeta \sqrt{k+1} + \sqrt{\zeta^2(k+1) + k-1} \right] \frac{[1-\zeta^2(k+1)]^{1/2}}{\quad} \quad (29)$$

$$\hat{d}_m = \frac{1}{\alpha} \frac{2\Delta t[(1-\zeta^2)(k+1)]^{1/2}}{\pi[\zeta\sqrt{k+1} + \sqrt{\zeta^2(k+1) + k-1}]} \quad (30)$$

여기서 k 는 $k_c k_m$ 을 나타내며, ζ 는 식(25)와 (26)의 평균값을 나타낸다.

4. 시뮬레이션

본 연구를 위해 사용된 프로그램(program)은 Hudleston(1972)이 개발한 DYNAM 프로그램이다. 이 프로그램은 PID 알고리즘 계산방법으로서 위치형태(position form)를 사용하였다. 사실상 본 논문을 위한 모든 시뮬레이션 결과를 얻기 위해 이 프로그램을 사용하였다.

본 논문에서 제시된 새로운 방법의 유용성을 가능한 완벽하게 입증하기 위해서 상당히 큰 지연시간을 갖는 시스템에서부터 작은 지연시간을 갖는 시스템을 시뮬레이션 대상으로 다음과 같은 4개의 예제를 고려하였다.

[예제 1]

작은 지연시간을 갖는 시스템으로 고려된 전달함수는 아래와 같다.

$$G_p(S) = \frac{2.08e^{-0.25}}{(1.2S+1)(S^2+2.5S+1.6)}$$

이 시스템에 대한 추정모델에 대한 추정모델의 변수값들을 계산하기 위해서는 케루우프 전달함수 $\frac{C(S)}{R(S)}$ $= \frac{ke^{-dms}}{1 + \tau_m S + ke^{-dms}}$ 의 e^{-dms} 에 대해 근접계산이 필요하므로, 3에서 언급하였던 바와 같이 작은 지연시간을 갖는 시스템에는 파데근사 $e^{-dms} \approx \frac{1-0.5dms}{1+0.5dms}$ 가 적합하므로 SUH방법에 근거하여 $\alpha=1$ 을 선택하였다.

그림 5는 이 시스템에 대한 응답 곡선이며 이것으로부터 얻어질 수 있는 응답 데이터들을 가지고 II.3

표 1. 예제 1에 대한 추정모델의 변수값

Table 1. Estimated model parameters for example 1.

R	k_c	k_m	τ_m	d_m
1.0	2.0	1.3	2.52	1.44

표 2. 예제 1에 대한 PID 제어기의 변수값.

Table 2. PID controller settings for example 1.

	K_u	P_u	K_c	T_i	T_d
SUH	3.42	4.84	2.05	2.42	0.61
Z-N	3.72	4.2	2.23	2.1	0.53

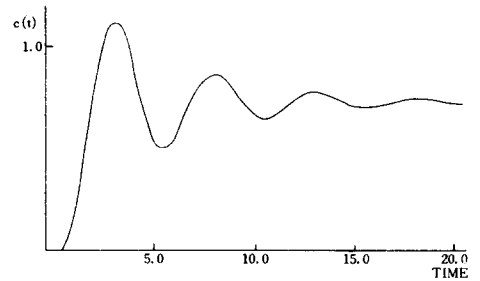


그림 5. 예제 1에 대한 응답곡선

Fig. 5. Response curve for example 1.

의 식(27, 29, 30)으로부터 추정모델의 변수값들을 구하였다. 계산된 추정모델의 변수값들을 표 1에 나타내었으며, 이 값들을 이용하여 PID 제어기 변수들인, 비례이득 K_c , 적분시간 T_i , 미분시간 T_d 값들을 계산한 결과를 표 2의 SUH에 나타내었으며, Ziegler 와 Nichols 방법에 의해 계산된 PID 제어기 변수값들은 표 2의 Z-N에 나타내었다. 여기서 K_u , P_u 는 각각 최종이득과 최종주기를 나타낸다. 결정된 PID 제어기의 변수값들을 가지고 시뮬레이션을 한 결과를 그림 6에 나타내었다. SUH방법에 의해 결정된 제어

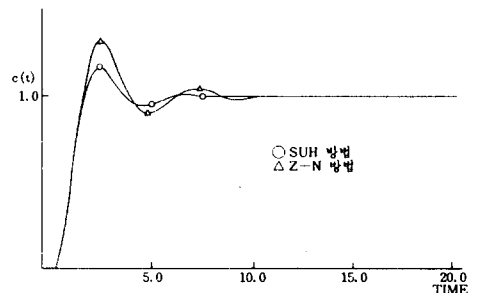


그림 6. 예제 1에 대한 동조효과의 비교

Fig. 6. Comparison of tuning effects for example 1.

기기의 동조효과가 Ziegler와 Nichols 방법에 의한 동조효과보다 상당히 좋음을 알 수 있다. 여기서 K_v , P_v 값은 추정모델 변수값의 보드도표(Bode diagram)에서 간단히 계산된다.

[예제 2]

비교적 큰 지연시간을 갖는 시스템으로 고려된 전달함수는 아래와 같다.

$$G_p(S) = \frac{e^{-s}}{(S+1)(2S+1)(0.5S+1)}$$

추정모델의 변수값을 계산하기 위해 필요로 하는 $e^{-\alpha m s}$ 의 근접계산을 위해서 SUH방법에 근거하여 $\alpha = \frac{4}{3}$ 을 사용하여 계산된 결과는 표 3의 No. 1.에 나타냈으며, 파데 근사를 사용한 Yuwana와 Seborg 방법에 의해 계산된 변수값들은 표 3의 No. 2.에 나타냈다. 이 변수값들을 이용하여 결정된 PID 제어기기의 변수들의 초기값을 표 4의 SUH와 Y-S에 나타내었다. 기존의 방법인 Ziegler와 Nichols 방법과 Cohen와 Coon방법에 의해 결정된 제어기기의 초기값들을 각각 표 4의 Z-N, C-C에 나타냈다. 각 방법에 대한 동조효과를 비교하기 위해 시물레이션을 한 결과는 그림 8에 있다. 이 결과에서 SUH방법에 의한 동조방법이 상당히 훌륭한 동조효과를 나타냄을 알 수 있다.

표 3. 예제 2에 대한 추정모델의 변수값
Table 3. Estimated model parameters for example 2.

No.	R	k_c	k_m	τ_m	d_m
1	1.0	2.0	1.0	2.63	2.45
2	1.0	2.0	1.0	2.63	3.27

표 4. 예제 2에 대한 PID 제어기기의 변수값
Table 4. PID controller settings for example 2.

	K_v	P_v	K_c	T_i	T_D
SUH	2.38	7.67	1.43	3.84	0.96
Z-N	3.08	6.91	1.85	3.45	0.86
C-C			1.64	4.4	0.74
Y-S	1.97	9.75	1.18	4.88	1.22

[예제 3]

큰 지연시간을 갖는 시스템으로 고려된 전달함수는 다음과 같다.

$$G_p(S) = \frac{e^{-3s}}{(S+1)^2(2S+1)}$$

표 5의 No. 1., No. 2.는 각각 SUH방법($\alpha=3$)과

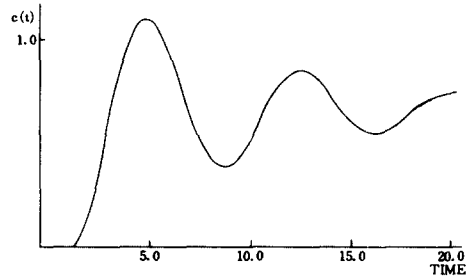


그림 7. 예제 2에 대한 응답곡선
Fig. 7. Response curve for example 2.

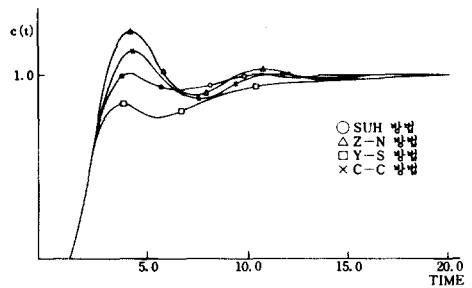


그림 8. 예제 2에 대한 동조효과 비교
Fig. 8. Comparison of tuning effects for example 2.

Y-S방법으로 구한 추정모델의 변수값들이다. 이들 변수값으로 결정된 제어기기의 초기값들은 표 6에 나타냈다. 각 방법에 대한 동조효과를 그림 10에 나타내었다. 여기서 파데 근사를 사용한 Y-S방법은 지연시간이 큰 프로세서에는 전혀 적용할 수 없음을 보여준다. 이 예제에 대해서도 SUH방법에 의한 동조효과는 우수하다.

표 5. 예제 3에 대한 추정모델의 변수값
Table 5. Estimated model parameters for example 3.

No.	R	k_c	k_m	τ_m	d_m
1	1.0	1.0	1.0	1.54	3.92
2	1.0	1.0	1.0	1.54	11.75

표 6. 예제 3에 대한 PID 제어기기의 변수값
Table 6. PID controller settings for example 3.

	K_v	P_v	K_c	T_i	T_D
SUH	1.37	10.3	0.83	5.15	1.3
Z-N	1.73	12.9	1.04	6.45	1.61
C-C			1.55	7.74	1.32
Y-S	1.1	26.4	0.66	13.2	3.3

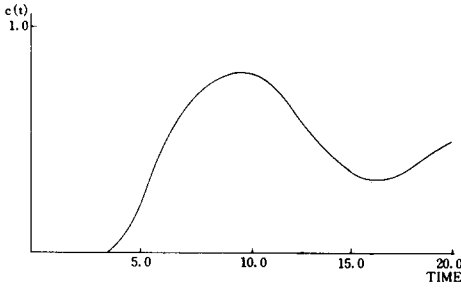


그림 9. 예제 3에 대한 응답곡선
Fig. 9. Response curve for example 3.

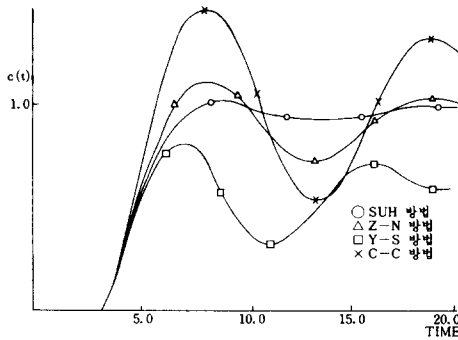


그림 10. 예제 3에 대한 동조효과의 비교
Fig. 10. Comparison of tuning effects for example 4.

[예제 4]

상당히 큰 지연시간을 갖는 시스템으로 고려된 전달 함수는 아래와 같다.

$$G_p(S) = \frac{e^{-5s}}{(S+1)^2(2S+1)}$$

이 예제에 대한 추정모델의 변수값들은 표 7에 나타났다. 그리고 이 변수값들로 결정된 제어기의 초기

표 7. 예제 4에 대한 추정모델의 변수값
Table 7. Estimated model parameters for example 4.

No.	R	k _c	k _m	r _m	d _m
1	1.0	1.0	1	1.2	5.16
2	1.0	1.0	1.0	1.2	25.78

표 8. 예제 4에 대한 PID 제어기의 변수값
Table 8. PID controller settings for example 4.

	K _v	P _v	K _c	T _i	T _d
SUH	1.17	12.47	0.7	6.24	1.56
Z-N	1.39	17.2	0.83	8.6	2.15
Y-S	1.01	52.35	0.61	26.17	6.54

값들을 표 8에 나타내었다. 그림12에서 알 수 있듯이 상당히 큰 지연시간을 갖는 시스템에서도 SUH방법이 가장 우수하며, Y-S방법에 의한 응답은 발산을 보이고 있다.

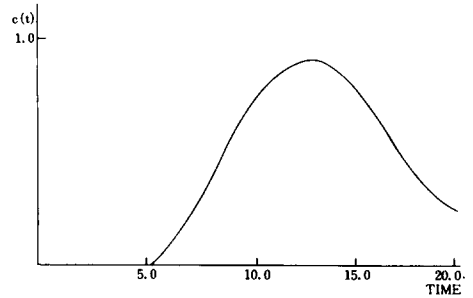


그림 11. 예제 4에 대한 응답곡선
Fig. 11. Response curve for example 4.

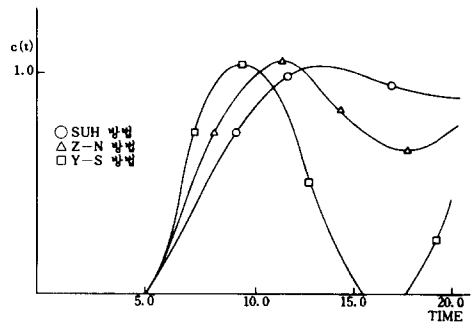


그림 12. 예제 4에 대한 동조효과의 비교
Fig. 12. Comparison of tuning effects for example 4.

5. 외란(disturbances)에 의한 영향

본 논문에서 제시된 SUH방법을 실용화 할때, 응답 데이터를 구하기 위해서는 단일 실험테스트를 해야한다. 이러한 실험을 하는 도중에 예기치 못한 부하외란이 발생하여 응답 데이터에 영향을 미칠 수 있다. 이러한 외란요소는 제어기의 변수값들 결정에 영향을 준다. 이 영향을 조사하기 위해 예제 2의 전달함수를 가진 시스템을 고려하였다. 시뮬레이션은 계단입력의 20%의 크기인 부하외란을 계단입력변화와 동시에 발생시켜서 얻은 응답 데이터를 가지고 제어기의 변수값들을 결정하였다. 그리고 이 예제 2에 대해서 Z-N 방법이 외란에 대해 어떤 영향을 받는지도 고려하였다. 그림13의 시뮬레이션 결과에서 알 수 있듯이 외란이 일어나지 않았을 때 얻은 동조효과 보다는 약간 못하지만 만족스러운 동조효과를 얻을 수 있었고 외란에

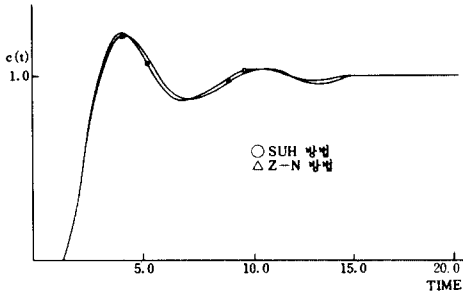


그림 13. 외란에 대한 동조효과의 비교
 Fig. 13. Comparison of tuning effects to load disturbances.

대한 Z-N방법의 동조효과와는 비슷한 효과를 나타낸다.

III. 結 論

본 논문에서 제시된 SUH방법은 해석적인 방법이므로 Ziegler와 Nichols의 루우프 동조방법(loop tuning method)과 Cohen와 Coon의 프로세서 반응곡선방법(process reaction curve method)들이 내포하고 있는 단점들 즉, 시행착오 방법으로 인해 시간을 많이 소모하여야 하는 문제점, 반응곡선에서 적합한 기울기(tangent)를 결정하기 어려운 문제점과 개루우프에서만 고려되어야 하는 제한성이 부여되는 문제점들을 해결하여 줄 뿐만 아니라, 시뮬레이션 결과는 이들 방법보다 SUH방법이 상당히 우수함을 입증하고 있다. 또한 SUH방법이 Yuwana와 Seborg방법이 큰 지연시간을 갖는 시스템에는 잘 적용되지 못하는 단점을 잘 해결하여 주고 있음을 시뮬레이션 결과로부터 분명히 알 수 있었다. 그리고 단일실험테스트(single experimental test)를 실행하는 도중에 발생할 수 있는 부하 외란(load disturbances)이 응답 데이터에 영향을 주더라도 만족스러운 동조효과를 얻을 수 있음을 알았다.

본 논문에서 제시된 방법은 지금까지 연구 보고된 어느 동조방법보다 우수함이 입증되었으나 시스템의 전달함수를 알 수 없는 상태하에서 SUH방법의 α 값을 어떻게 결정하여야 하는 문제점을 갖고 있다. 그러나 본 논문에서 구체적으로 제시하지 않았지만, 프로세서의 응답곡선에서 응답이 나타나기 시작하는데 까지 걸리는 시간(rise beginning time)과 비례하여 α 값을 선택하면 된다. 그리고 이 최적의 α 값을 결정하는 방법과 편리하게 이 방법을 사용할 수 있도록 공식화하는 문제 및 부하변화(load change)에 대한 연구가 필자에 의해 진행중이다.

끝으로 이 연구는 1983년 문교부 學術研究助成費에

의하여 이루어진 것이므로 후원하여 주신 문교부에 감사드립니다.

附 錄

본론의 1.의 식(4)로부터 응답 데이터와의 관계식으로 나타나는 추정모델의 변수값을 결정하는 식(8), (9), (10)을 구하는 유도과정을 실는다.

II. 1.의 식(4)에서 R(S)가 A의 크기를 가진 계단입력일 때 C(S)는 다음과 같다.

$$C(S) = Ak' \frac{(1+0.5d_m s)e^{-d_m s}}{S(\tau^2 S^2 + 2\zeta\tau S + 1)}$$

$$= Ak' \left[\frac{1}{S} - \frac{\tau^2 s + (2\zeta\tau - \frac{1}{2}d_m)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} \right] e^{-d_m s} \quad (A-1)$$

식(A-1)을 라플라스 역변환을 하면, 순시응답(transient response)은 다음과 같이 표현된다.

$$C(t') = Ak' [1 - D \exp(-\frac{\zeta}{\tau} t') \sin(Et' + \phi)] \quad (A-2)$$

여기서 $t' = t - d_m$,

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{\tau \sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta\tau - 0.5d_m} \right],$$

$$D = \frac{\left[1 - \frac{\zeta d_m}{\tau} + \frac{1}{4} \left(\frac{d_m}{\tau} \right)^2 \right]^{1/2}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (A-3)$$

$$E = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} \quad (A-4)$$

이다. 응답의 임계점들(critical points)이 일어나는 시간 t_k 을 결정하기 위해 식(A-2)을 시간 t에 대해 미분하여 0으로 놓으면 시간 t_k 는 아래의 식과 같이 결정된다.

$$t_k = \frac{\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) + k\pi - \phi}{\sqrt{1-\zeta^2}/\tau} \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad (A-5)$$

그림 2의 응답곡선에 나타낸 바와 같이 응답의 첫번째 정점(peak)과 첫번째 최소점(minimum), 두번째 정점은 각각 t_1, t_2, t_3 에서 일어난다. 이때 t_1, t_2, t_3 는 식(A-5)에서 결정된다.

$$t_1 = \frac{\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) + \pi - \phi}{\sqrt{1-\zeta^2}/\tau} \quad (A-6)$$

$$t_2 = t_1 + \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}/\tau} \quad (A-7)$$

$$t_3 = t_1 + \frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}/\tau} \quad (A-8)$$

그림 2의 응답곡선에서 최소대정점비(minimum to peak ratio)를 σ_p 라 하면 σ_p 는 다음의 식으로 표현된다.

$$\sigma_p = \frac{C_\infty - C_{m1}}{C_{p1} - C_\infty} \quad (A-9)$$

식(A-9)의 안정상태값 C_∞ 는 식(A-2)에서 Ak' 가 되며, C_{p1} 와 C_{m1} 값들은 식(A-2)에 식(A-6), (A-7)을 각각 대입하여 구하면 된다. 이 값들을 식(A-9)에 대입하면 σ_p 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_p = \exp[\zeta(t_1 - t_2)/\tau] = \exp[-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}] \quad (A-10)$$

감쇠비(decay ratio) σ_r 는 σ_p 를 구하는 방법과 비슷한 방법으로 구할 수 있다.

$$\sigma_r = \frac{C_{p2} - C_\infty}{C_{p1} - C_\infty} = \exp[-2\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}] \quad (A-11)$$

그림 2의 응답곡선에서 나타나는 응답의 반주기(half-period)를 Δt 라 하면, 반주기 Δt 는 다음식이 된다.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \pi\tau/\sqrt{1-\zeta^2} \quad (A-12)$$

식(A-9)와 (A-10), 식(A-11)을 각각 감쇠율 ζ 에 대해 정리하며 ζ_p , ζ_r 라 하면 ζ_p 와 ζ_r 는 응답 데이터와의 관계식으로 나타낸다.

$$\zeta_p = \frac{-\ln\left(\frac{C_\infty - C_{m1}}{C_{p1} - C_\infty}\right)}{\left[\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{C_\infty - C_{m1}}{C_{p1} - C_\infty}\right)\right]^2\right]^{1/2}} \quad (A-13)$$

$$\zeta_r = \frac{-\ln\left(\frac{C_{p2} - C_\infty}{C_{p1} - C_\infty}\right)}{\left[4\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{C_{p2} - C_\infty}{C_{p1} - C_\infty}\right)\right]^2\right]^{1/2}} \quad (A-14)$$

추정모델의 변수인 안정상태이득 k_m 을 구하려면,

$C_\infty = Ak' = \frac{Ak}{k+1}$ 에 $k = k_c k_m$ 을 대입하여 k_m 에 대해 정리하면 II.1의 식(8)이 된다.

안정상태값 C_∞ 가 응답곡선에서 나타나기를 기다릴 필요없이 C_∞ 를 응답 데이터로부터 추정(estimate)하려면 식(A-9)와 (A-10), 식(A-11)에서 ζ 를 소거하며 ζ 에 대해 정리하면 된다. 이때 추정값 C_∞ 는 다음 식으로 표현된다.

$$C_\infty = \frac{C_{p1}C_{p2} - C_{m1}^2}{C_{p1} + C_{p2} - 2C_{m1}} \quad (A-15)$$

추정모델의 변수인 시간상수 τ_m 을 구하는 관계식을 유도하기 위해 식(6)을 d_m 에 대해서 정리하여 식(7)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\tau_m^2 - 2\zeta(k+1)\tau\tau_m - \tau^2(k+1)(k-1) = 0$$

이때 τ_m 에 대해 계산된 근(root)을 $\hat{\tau}_m$ 라 하면 $\hat{\tau}_m$

는 다음과 같다. ($\hat{\tau}_m > 0$)

$$\hat{\tau}_m = \hat{\tau}\sqrt{k+1}[\sqrt{\zeta^2(k+1) + \sqrt{\zeta^2(k+1) + k-1}}] \quad (A-16)$$

식(A-12)를 τ 에 대해 정리하여 식(A-16)에 대입하면 τ_m 는 II.1의 식(9)와 같다. 그리고 지연시간 d_m 는 식(9)와 (A-12)를 식(6)에 대입하여 d_m 에 대해 정리하면 II.1의 식(10)으로 나타낸다. II.1의 식(9)와 (10)의 ζ 값은 부록의 식(A-13)와 (A-14)의 평균값이다. 그리고 응답 데이터로부터 추정된 값들을 표현하기 위해 삿갓기호(\wedge)를 사용하였다.

參 考 文 獻

- [1] Cohen, G.H., and G.A. Coon, *Theoretical Considerations of Retarded Control*. Taylor Instrument Companies Bulletin TDS-10A102, 1953.
- [2] Cereijo, P.E.; "New, simple algorithm provides optimum control," *Instruments and Control Systems*, vol. 54, no.9, pp 63-66, 1969.
- [3] Coughanowr, and Koppel, "Process systems analysis and control", 1965.
- [4] M. Lopez, W. Murrill, L. Smith, "Tuning PI and PID digital controllers," *Instruments and Control Systems*, vol. 42, no.2, pp. 89-95, 1969.
- [5] Murrill, C.L. Smith, A.A. Rovira, "Modified PI algorithm for digital control," *Instruments and Control Systems*, vol. 43, no.8, pp. 101-102, 1970.
- [6] Cecil L. Smith; "Digital computer process control," 1972.
- [7] Minta Yuwana, and DALE E. Seborg, "A new method for on-line controller tuning," *AICHE Journal*, vol. 28, no.3, pp. 434-440, 1982.
- [8] Ziegler, J.G., and N.B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," *Trans. ASME*, vol. 64, no. 11, pp. 759, 1942.