

스토캐스틱 방법에 의한 공작기계의 안정성 해석

金 光 駿 · 이 원 학
(한국과학기술원 · 정회원) (금 성 사)

ABSTRACT

The stability of machine tool systems is analyzed by considering the machining process as a stochastic process without decomposing into machine tool structural dynamics and cutting processes. In doing so the time series analysis technique developed by Wu and Pandit is applied systematically to the relative vibration between cutting tool and workpiece measured under actual working conditions.

Various characteristic properties derived from the fitted ARMA (Autoregressive Moving Average) Models and those from raw data directly are investigated in relation with the system stability.

Both damping ratio and absolute value of the characteristic roots of the AR part of the most significant dynamic mode are preferred as stability indicating factors to the other properties such as theoretical variance $\gamma(o)$ or absolute power of the most dominant dynamic mode. Maximum amplitude during a certain interval and variance estimated from raw data are shown to be very sensitive to the type of the signal and the location of measurement points although they can be obtained rather easily.

The relative vibration signal is also analyzed by FFT (Fast Fourier Transform) Analyzer for the purpose of comparison with the spectrums derived from the fitted ARMA models.

1. 서 문

공작기계의 절삭과정 (machining process) 은

일반적으로 순수한 절삭과정 (cutting process) 과 공작기계구조물 (machine tool structure) 등 두 요소로 이루어진 닫힌 루우프제 (closed

loop system)로서 설명될 수 있다. [1, 2]
(그림 1 참조)

이 계의 안정성 여부를 해석하는 방법은 지금까지 여러가지가 소개되었는데 [3, 4] 이들은 모두 절정론적인 가정을 하고 있다. 또한 그 방법론들에 의하면 공작기계 구조물의 특성과 절삭과정 (cutting process)의 특성을 별도의 복잡한 실험을 통해서 파악해야만 전체계의 안정성을 판단할 수 있다.

그러나 실제 운전중에 가진 시험을 통해 공작기계의 구조적 동특성을 얻는 일은 힘들기 때문에, 많은 경우에는 운전중이지 않은 상태에서 가진 시험을 하는데 이는 실제 절삭조건과 많은 거리를 두고 있다. 한편 동절삭계수 (dynamic cutting force coefficients)를 실험적으로 구하기 위해서는 매우 정교한 실험장치뿐만 아니라 이론적 배경도 필요하기 때문에 실제 응용과는 어느정도 거리가 있다. 또한 절삭시 측정되는 공구와 시편사이의 상대적인 진동신호를 살펴볼 경우 (그림 5참조), 이를 단순한 조화함수로 묘사하는 것은 무리임을 쉽게 알 수 있다.

따라서 공작기계구조물의 설계변경이나, 공구의 기하학적 형상 등을 포함한 절삭과정의 개선을 통한 계의 안정성 향상이 주 목적이 아니고, 현재의 절삭상태가 안정한지 여부를 판단해서 절삭속도나 피이드 등을 조절하는 것이 요구되는 상황이라면 종래의 방법론은 적당하지 못하다.

본 연구에서는 현재의 절삭상태가 안정한지 여부에 따라 절삭중 속도나 피이드를 조절해야 하는 수 치제어 공작기계, 머시닝센터 등에 응용하기 위해, 비교적 간단한 측정장치를 사용하여 진동신호를 측정하고 그에 대한 엄밀한 분석을 통하여 안정성을 판별하는 스토캐스틱 (stochastic) 방법론을 제시, 검토해보고자 한다. 즉 공작기계의 절삭 과정을 스토캐스틱과정으로 가정하여, 시편과 공구사이의 상대적인 변위를 스토캐스틱 미분방정식으로 묘사하고, 그 신호를 일정한 시간간격으로 끊어 읽은 시계열 자료를 ARMA 모델로 처리하고자 하였다.

일단 ARMA 모델을 구하게 되면 진동신호의 여러가지 통계적인 성질들을 자동적으로 얻을 수 있으며 그 신호에 포함된 여러 동적 모우드의 상대적인

중요도 및 임의의 모우드의 안정성 정도도 얻을 수 있다. 절삭조건 (피이드 및 속도)의 변화에 따라 변화하는 위에 설명된 여러 매개변수들의 양상을 관찰하였으며 그로부터 절삭과정의 안정성과 가장 관련이 깊은 인자를 지적함으로써 안정성 판별을 비교적 용이하게 할 수 있는 방법을 제시하였다.

2. 본 문

2 - 1. 절삭과정과 ARMA (Autoregressive Moving Average) 모델

서문에서 밝힌 바와 같이 공작기계의 절삭과정은 여러 연구가에 의해 순수한 절삭과정과 공작기계 구조물의 두 요소로서 그림 1과 같은 닫힘루우프계로 설명되어 왔으나, 본연구에서는 절삭중 공구에 부딪히는 시편 입자들의 랜덤 (random)한 성질, 실험장치에 의해 발생하는 측정오차 등을 고려하여 그림 2와 같이 백색잡음 (white noise)이 입력으로 작용하는 것으로 가정하였다. [5, 6, 7]

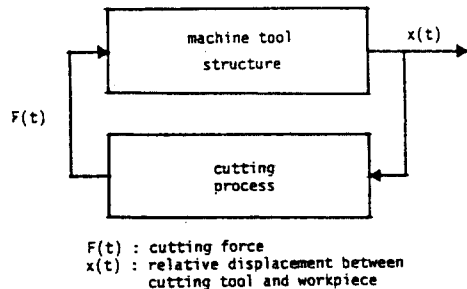


Fig. 1. Conventional Block Diagram of Machining Process

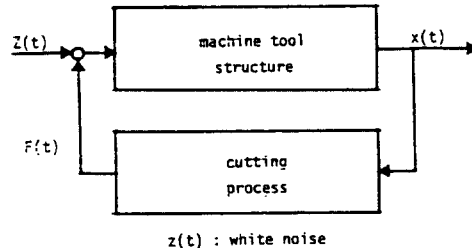


Fig. 2. Block Diagram of Machining Process as a Stochastic Process

그림 2의 블록다이아그램에서 공작기계의 구조적 동특성을 나타내는 전달함수를 $N_1(S)/D_1(S)$ (S : Laplace operator)라 하고 절삭동특성을 나타내는 전달함수를 $N_2(S)/D_2(S)$ 라 하면, 출력 $X(t)$ 는 다음식으로 표시될 수 있음을 쉽게 알 수 있다.

$$\{ D_1(S) D_2(S) - N_1(S) N_2(S) \} X(S) = N_1(S) D_2(S) Z(S) \dots\dots\dots (1)$$

식(1)에서 Laplace operator S 대신에 differential operator D 를 사용하면 일반적 스토캐틱 미분방정식인 AM 모델과 같게 된다.[8, 9]

$$(D^n + \alpha_{n-1} D^{n-1} + \alpha_{n-2} D^{n-2} + \dots + \alpha_1 D + \alpha_0) X(t) = (1 + b_1 D + b_2 D^2 + \dots + b_m D^m) Z(t) \dots\dots\dots (2)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$: Autoregressive Parameter
 b_1, b_2, \dots, b_m : Moving Average Parameter

(2)식에 의해 표현되는 연속적인 스토캐스틱 신호는, 일정한 시간간격을 두고 끊어 읽으면, 다음과 같은 스토캐스틱 차분 방정식으로 표시될 수 있다.

$$\Phi(B) X_t = \Phi(B) a_t \dots\dots\dots (3)$$

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_n B^n$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_{n-1} B^{n-1}$$

B : backshift operator, $B^k X_t = X_{t-k}$

a_t : discrete white noise

$$E[a_t a_{t-k}] = \delta_k \sigma_a^2$$

δ_k : Kronecker Delta

E : Expectation(기대치연산자)

$\phi_i, i = 1, 2, \dots, n$: Autoregressive 매개변수

$\theta_i, i = 1, 2, \dots, n-1$: Moving Average 매개변수

특성해 λ_i 가 복소수라면 그에 해당하는 특성주파수는

$$\omega_i = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{[\ell_n(\lambda_i \lambda_i^*)]^2}{4} + \cos^{-1} \frac{\lambda_k + \lambda_k^*}{2\sqrt{\lambda_k \lambda_k^*}}} \dots\dots\dots (5)$$

Δ : sampling interval

ARMA($n, n-1$)로 나타내어지는 (3)식은 시편과 공구사이의 상대적인 진동신호를 대표해주는 수학적인 모델로서, 절삭과정에 대한 정성적, 정량적인 여러 정보를 가지고 있다. 따라서 일단 측정된 신호로부터 전산기를 이용하여 ARMA 모델을 세움으로써 절삭과정의 안정성을 해석하게 된다. 그림 3에는 주어진 자료로부터 ARMA 모델을 구하는 전산프로그램의 흐름도가 보여진다.[10]

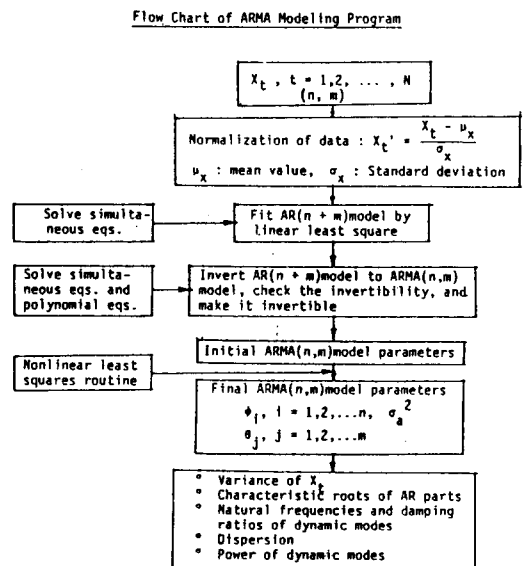


Fig. 3. Flow chart of ARMA (n, m) Modeling Program

2-2. ARMA모델의 특성에 대한 설명

식(3)의 ARMA 모델중에서 AR부분을 다음과 같이 바꾸어 쓸 경우,

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_n B^n = \prod_{i=1}^n (1 - \lambda_i B) \dots\dots\dots (4)$$

로 주어지고 감쇠율 ζ_i 는 다음식에 의해 주어진다.

$$\zeta_i = \frac{\sqrt{[\ell_n(\lambda_k \lambda_k^*)]^2}}{\sqrt{[\ell_n(\lambda_k \lambda_k^*)]^2 + 4 \left[\cos^{-1} \frac{\lambda_k + \lambda_k^*}{2\sqrt{\lambda_k \lambda_k^*}} \right]^2}} \dots\dots\dots (6)$$

또한 진동신호의 모델로부터 얻어지는 분산 r_0 는

$$r_0 = \sum_{i=1}^n d_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{g_i g_j}{1 - \lambda_i \lambda_j} \sigma_a^2 \dots\dots\dots (7)$$

$$d_i = \sum_{j=1}^n \frac{g_i g_j}{1 - \lambda_i \lambda_j} \sigma_a^2 \dots\dots\dots (8)$$

로 나타내지며, 식(8)의 d_i 는 i 번째 모우드의 세기를 나타낸다. 식(7)와 (8)에서의 g_i 는 다음과 같이 주어진다.

$$g_i = \frac{\theta(B)}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (1 - \lambda_k B)} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right| B = \lambda_i^{-1} \dots\dots\dots (9)$$

식(5)로 주어지는 분산 (Variance) 을 푸리에 변환하면 식(1)로 표시되는 신호의 스펙트럼이 다음식으로 표시될 수 있음을 알 수 있다.

$$S(f) = \frac{\sigma_a^2 \Delta}{2\pi} \cdot \left| \frac{\theta(B)}{\Phi(B)} \right|^2 \quad B = e^{-j2\pi f \Delta} \dots\dots\dots (10)$$

2 - 3. 절삭작업의 안전성과 관련된 ARMA모델의 특성

앞절에서 밝힌 바와 같이 절삭과정의 안정성은 공구와 시편사이의 상대적인 변위량에 의해 지배된다. 이 점을 감안하여 종래에 있어서 절삭과정의 안정성은 지금 현재의 진동폭과 시편 (혹은 공구) 이 한 바퀴 회전하기 전 시간에서의 진동진폭을 비교함으로써 판별하기도 하였고, 절삭계의 전달함수

를 유도한 다음 분모의 특성해 중 실수부분의 부호에 따라 판별하기도 하였다. 그러나 이들은 모두 절삭과정을 결정론적으로 처리함으로써 실제와는 거리감을 두고 있다. [1, 2, 3, 4]

본절에서는 공구와 시편사이의 상대변위량을 스토캐스틱 과정의 출력으로 간주하여 얻은 ARMA 모델로부터 유도될 수 있는 여러 특성중 안정성과 관련이 있는 변수들을 살펴보고자 한다.

가. 최대진폭

절삭과정이 점점 불안정해지게 되면 시편과 공구 사이 상대변위 신호의 진폭이 점점 커지게 될 것은 당연하다. 그러나 그림 5에서 보여지는 바와 같이 상대변위신호는 단순한 조화함수가 아니며 진폭도 랜덤하게 변화하는 것을 고려할 때 종래의 방법처럼 임의의 시각에서의 진폭비로 안정성을 판별하는 것은 별로 의미가 없다. 따라서 임의의 시각에서가 아니라 임의의 구간중에서 나타나는 최대 진폭을 절삭과정 안정성과 관련된 변수들의 하나로 간주하고 관찰하였다.

나. 분산 1

일반적으로 스토캐스틱 신호의 특성은 1차 모우먼트인 평균치와 2차 모우먼트인 분산으로써 근사적으로 추정된다. 본 실험에서 평균치는 구조물 혹은 절삭특성중에서 정적인 성분을 나타내고 있으므로 관찰의 대상으로 삼지 않았고 분산만을 계산하였다.

$$\text{Var}[X] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \dots\dots (11)$$

- X_i : observed data
- N : No of observation
- \bar{X} : average value

윗식은 관찰된 신호 (raw data)로부터 직접 계산되는 분산식으로써 다음에 설명되는 ARMA 모델에 의해 계산되는 분산 (분산 2) 과 반드시 일치하지 않는다.

다. 분산 2 (σ_0)

적합한 ARMA 모델을 구하는 절차에 따라 일단 (3)식과 같은 모델이 얻어지면 (7), (8), (9) 식 등에 의해 측정된 신호의 이론적인 분산은 (7)식으로 주어진다. (11)식에 의해 계산되는 분산식이 bias-ness 등의 통계적인 문제점을 포함하는데 반하여 (7)식에 의해 유도되는 분산 σ_0 는 그렇지 않은 것이 특징이다.

라. 가장 중요한 모우드의 특성해

공작기계구조물의 동적 특성과 절삭동특성의 결합된 결과인 시편과 공구사이의 상대변위신호는 일반적으로 여러개의 동적 모우드로 구성되어 있다고 볼 수 있다. 이때 임의의 모우드가 그 신호 전체에 기여하는 정도는 (7)식과 (8)식으로부터 d_i/σ_0 로 표시될 수 있으며 상대적인 세기 (relative power) 혹은 dispersion으로 불린다. 따라서 ARMA 모델의 매개변수들이 산출되면 몇 개의 동적 모우드가 그 신호안에 있으며 각 모우드가 차지하는 비율이 어느정도인지 쉽게 알 수 있다. 일반적으로 계가 불안정 상태에 이르게 되는 것은 여러개의 모우드가 아니고 하나의 모우드이며, 또한 그 모우드의 상대적인 세기에 의존하기 때문에 본항 및 다음 항들에서는 가장 중요한 모우드 (most significant mode)의 특성을 설명하고자 한다.

ARMA 모델에 있어 AR부분의 특성해 (식 4)는 그 절대값이 1보다 작아야만 안정하다. 즉 특성해의 절대값이 1에 가까우면 가까울수록 계가 불안정 상태에 접근하고 있음을 나타낸다. 위에서 설명한 바 처럼 상대적인 세기가 작은 모우드는 불안정 경계에 가까와지더라도 전체특성은 크게 영향을 안 받으므로 가장 중요한 모우드의 특성해의 절대값을 절삭조건의 변화에 따라 관찰하였다.

마. 가장 중요한 모우드의 감쇠율

한 동적 모우드의 감쇠율은 (6)식으로 주어지는데, 계가 안정하기 위해서는 감쇠율이 항상 양이어야 한다. 즉 감쇠율이 0에 가까울수록 계는 불

안정해지고 있음을 나타낸다. 따라서 가장 중요한 모우드의 감쇠율도 계의 안정성과 관련이 클 것으로 간주하여 관찰하였다.

바. 가장 중요한 모우드가 갖는 세기 (absolute power)

이미 밝힌 바와 같이 절삭과정의 안정성은 일반적으로 하나의 동적 모우드에 의해 결정된다. AR부분의 특성해와 그에 따른 감쇠율이 구조물의 동특성과 절삭동특성이 결합된 절삭과정의 물리적인 특성을 나타내고 있는 반면, σ_0 에 의해 주어지는 분산은 측정된 신호 자체의 특성을 강조하고 있다. 이 점을 감안하여 상대적인 영향력이 가장 큰 모우드가 차지하는 분산 (absolute power)도 계의 불안정성과 관련된 중요한 인자로 간주하였다.

2 - 4. 실험 및 해석

가. 실험장치 및 절삭조건

절삭실험에는 범용선반 (대우중공업 ED-18)이

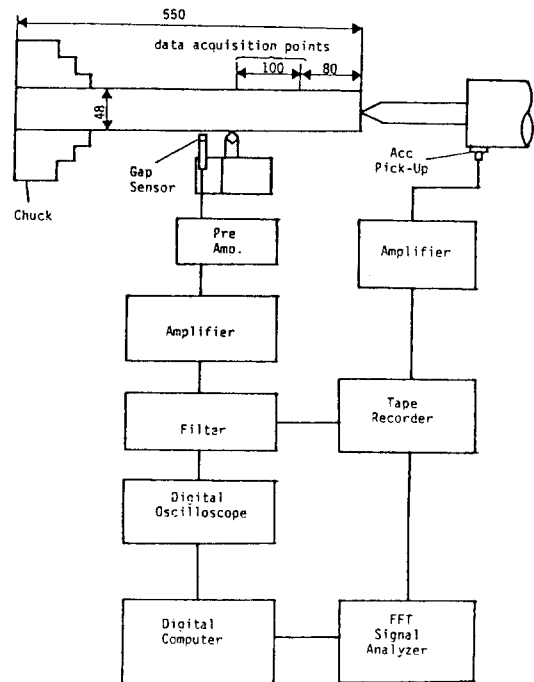


Fig. 4. Schematic Diagram of Experimental Set-up

사용되었으며, 공구는 삽입식으로서 (대한중석 PSDNN 2020) 절입각은 45°이며 텅스텐 카바이드로 제작된 인서트(대한중석 KSP 20 : ISO 규격의 P20에 해당함)가 사용되었다. 이때 공구의 여유각은 7°이며 노-즈의 반경은 0.4 mm이었으며, 피삭재는 기계구조용 탄소강재 (KS 기호 SM)로서 칫수는 그림 4의 실험장치 개략도에 보여진다.

절삭속도 및 이송속도는 기초실험을 토대로 안정 절삭으로부터 불안정 절삭에 이르기까지 표 1 과 같이 택하였다. 각 절삭조건에서의 진동신호는 그림 4에 보인 바와 같이 심압대로부터 80 mm 떨어진 곳부터 100 mm 이송되는 동안에 측정하여 가능하면 동일한 절삭조건을 유지하도록 하였으며 또한 인서트의 마멸에 의한 영향을 최소한도로 줄이기 위하여 매 절삭조건마다 새 인서트를 사용하였다.

비적속식변위측정기 (Ono-Sokki VS-021)를 공구옆에 설치하여 시편과 공구사이의 상대변위를 측정하였으며, 주축의 회전수에 해당하는 잡음을 없애기 위하여 high-pass filter 를 사용하였다. 측정된 신호는 digital oscilloscope (Nicolet 206)를 통하여 전산기 (prime 750)에 보내졌으며 푸리에분석기 (HP 5420 A) 등을 이용하기 위하여 녹음기 (HP 3969 A)에도 저장되었다.

Table 1. Cutting Conditions

No. of Experiment		Spindle Speed (rpm)	Depth of Cut (mm)	Feed (mm/rev)
I	1	400	0.8	0.2
	2			
	3			
	4			
II	1	630	1.0	0.3
	2			
	3			
	4			
III	1	1000	1.0	0.25
	2			
	3			

나. ARMA 모델에 의한 절삭과정 특성

여러 절삭조건하에서 시편과 공구사이의 상대변위를 측정하여 그림 3에 보인 방법으로 처리해서 얻은 ARMA 모델의 매개변수들과 RSS(Residual Sum of Squares)가 표 2에 보여진다. 한편 이들 적합한 모델로부터 3절에 설명된 바와 같은 방법으로 유도된 여러 특성들이, 측정된 신호(raw data)로부터 직접 추출된 최대진폭, 분산값등과 함께 표 3에 보여지고 있다. 또한 이 자료들을 일정한 절삭속도에서 이송속도의 증가 즉 절삭폭의 증

Table 2. Parameters of Adequate ARMA Models for the Tool-Workpiece Displacement Signal. (No. of Data: 512)

No. of Exp	I				II				III		
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
ϕ, θ	(8, 7)	(6, 5)	(6, 5)	(8, 7)	(6, 5)	(8, 7)	(4, 3)	(8, 7)	(8, 7)	(8, 7)	(8, 7)
ϕ_1	1.837	2.128	0.465	1.054	1.346	1.609	1.828	1.655	1.172	1.409	1.896
ϕ_2	-1.365	-1.287	0.066	-0.334	-0.354	-0.915	-1.280	-0.808	-0.497	-0.689	-1.179
ϕ_3	-0.131	-0.689	-0.261	-0.041	-0.888	-0.211	0.474	-0.574	0.494	0.238	-0.271
ϕ_4	1.189	0.792	-0.214	-0.745	0.971	0.765	-0.217	0.762	-0.639	-0.550	0.788
ϕ_5	-1.708	0.218	-0.446	0.248	-0.355	-1.359		-0.238	-0.121	-0.188	-0.799
ϕ_6	1.176	-0.377	0.001	-0.246	-0.142	1.08R		-0.562	0.348	0.593	0.437
ϕ_7	-0.253		0.454	0.545		-0.181		0.774	0.173	-0.002	0.128
ϕ_8	-0.194		-0.301	-0.563		-0.287		-0.469	-0.314	-0.401	-0.279
θ_1	1.296	1.145	-0.282	0.103	0.392	1.049	0.991	0.447	0.118	0.504	0.809
θ_2	-0.878	-0.203	-0.202	-0.037	-0.001	-0.559	-0.649	0.078	0.111	-0.216	0.121
θ_3	0.040	-0.211	-0.048	0.197	-0.551	-0.087	0.504	-0.240	1.069	0.498	0.033
θ_4	0.931	0.105	0.164	-0.461	0.480	0.650		0.450	0.342	-0.034	0.447
θ_5	-1.259	0.028	-0.049	0.207	0.137	-0.968		0.224	-0.266	-0.302	-0.433
θ_6	0.740		0.041	-0.087		0.632		-0.494	-0.472	0.109	-0.188
θ_7	-0.271		0.488	0.555		-0.145		0.229	-0.142	0.022	0.077
RSS	88920	244214	209359	621061	176326	78363	141112	244034	304217	201674	336895

RSS : Residual Sum of Squares

가에 따라 변화하는 모습으로 나타내면 그림 6 과 같다. 각 절삭조건에서 ARMA 모델을 세 우는데 사용된 자료의 수는 512(II-1의 경우는 256)이

있으며 샘플링간격은 0.4 m sec로서 20.48msec 동안의 신호가 사용되었다.

Table 3. Characteristics of the Tool-workpiece Displacement Signal by the ARMA Models.

a) Cutting Condition I
(Spindle speed: 400 rpm, depth of cut: 0.8mm)

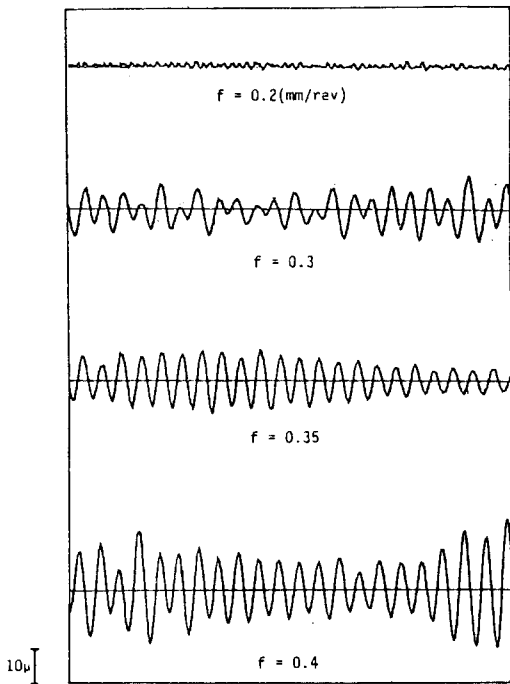
No. of Exp.	feed (mm/rev)	Maximum Amplitude (μ)	Variance	$\gamma(\sigma)$	No. of Dynamic Mode	ω_n (Hz)	ζ	$ \lambda_i $	Relative Power (Dispersion)	Absolute Power
I-1	0.2	2.57	745.4	787.2	1	171.1	0.114	0.952	14.4%	113.9
					2	304.5	0.047	0.964	-0.1%	-0.8
					3	627.3	0.053	0.92	77.1%	606.6
I-2	0.3	15.43	16596.	19440.	1	166.4	0.065	0.973	19.2%	3750.4
					2	290.7	0.0085	0.994	80.3%	15625.9
					3	1061.	0.168	0.635	0.3%	61.2
I-3	0.35	16.02	20159.	25340.	1	216.4	0.614	0.655	0.7%	184.8
					2	284.7	0.0062	0.996	99.2%	25157.6
					3	728.9	0.0366	0.935	-0.03%	-7.7
					4	1102.	0.0381	0.899	0.004%	0.9
I-4	0.4	33.12	274805.	376120.	1	237.9	0.141	0.919	2.8%	21063.1
					2	267.6	0.0056	0.996	97.1%	365362.
					3	729.4	0.00685	0.882	0.01%	75.2
					4	1023.7	0.0284	0.929	-0.003	-22.6

b) Cutting Condition II
(Spindle speed: 630 rpm, depth of cut: 1.0mm)

No. of Exp.	feed (mm/rev)	Maximum Amplitude (μ)	variance	$\gamma(\sigma)$	No. of Dynamic Mode	ω_n (Hz)	ζ	$ \lambda_i $	Relative Power (Dispersion)	Absolute Power
II-1	0.3	1.42	156.2	153.7	1	217.8	0.205	0.892	67.7%	104.1
					2	706.8	0.061	0.897	7.9%	12.1
					3	1069.3	0.008	0.979	1.2%	1.8
II-2	0.4	3.88	729.7	724.2	1	162.2	0.051	0.979	75.2%	545.2
					2	301.4	0.055	0.959	17.9%	124.5
					3	674.1	0.029	0.952	0.9%	6.4
II-3	0.5	8.32	2907.4	2777.6	1	166.3	0.091	0.962	104.0%	889.8
					2	596.9	0.436	0.483	-4.0%	-112.2
II-4	0.6	5.21	17959.4	19239.	1	165.3	0.019	0.992	89.7%	7265.1
					2	304.0	0.118	0.913	10.4%	2008.6
					3	584.0	0.120	0.837	-0.17%	-34.21

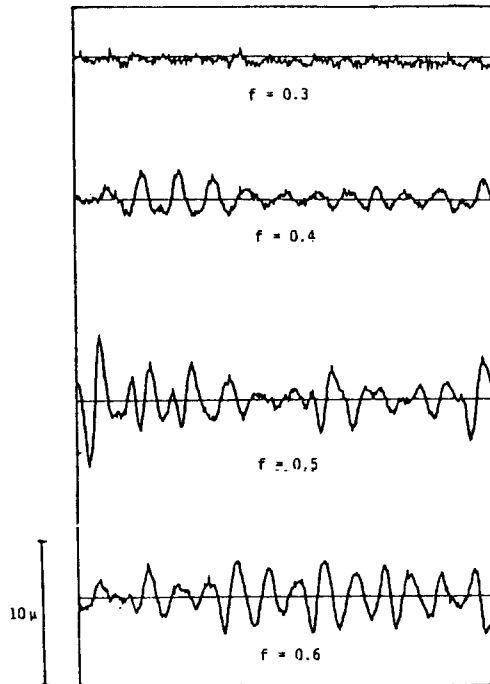
c) Cutting Condition III
 (Spindle speed: 630 rpm, depth of cut: 1.0mm)

No. of Exp.	feed (mm/rev)	Maximum Amplitude (μ)	Variance	$\gamma(\circ)$	No. of Dynamic Mode	ω_n (Hz)	ζ	$ \lambda_i $	Relative Power (Dispersion)	Absolute Power
III-1	0.25	1.3	5494.3	5562.3	1	133.1	0.259	0.915	4.9%	273.7
					2	303.7	0.147	0.893	94.2%	5237.5
					3	750.9	0.012	0.978	0.3%	16.3
					4	1052.5	0.132	0.703	0.6%	34.1
III-2	0.35	8.2	6724.4	7479.1	1	164.5	0.049	0.98	27.7%	2074.7
					2	295.7	0.015	0.989	71.5%	5347.6
					3	747.2	0.020	0.964	0.12%	9.4
					4	1097.6	0.140	0.68	0.6%	46.0
III-3	0.4	7.0	19290.	19913.	1	139.1	0.099	0.967	6.1%	1206.7
					2	286.9	0.027	0.981	94.0%	18726.2
					3	634.3	0.121	0.823	-0.18%	-35.06



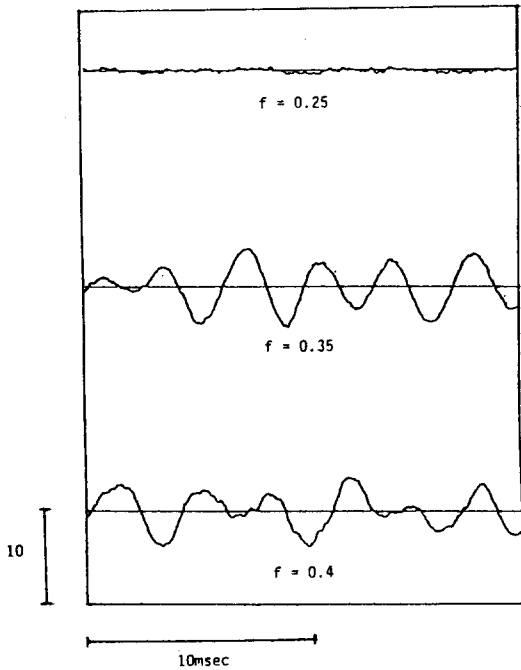
10msec

a) Cutting Condition I (400 rpm)



10msec

b) Cutting Condition II (630 rpm)

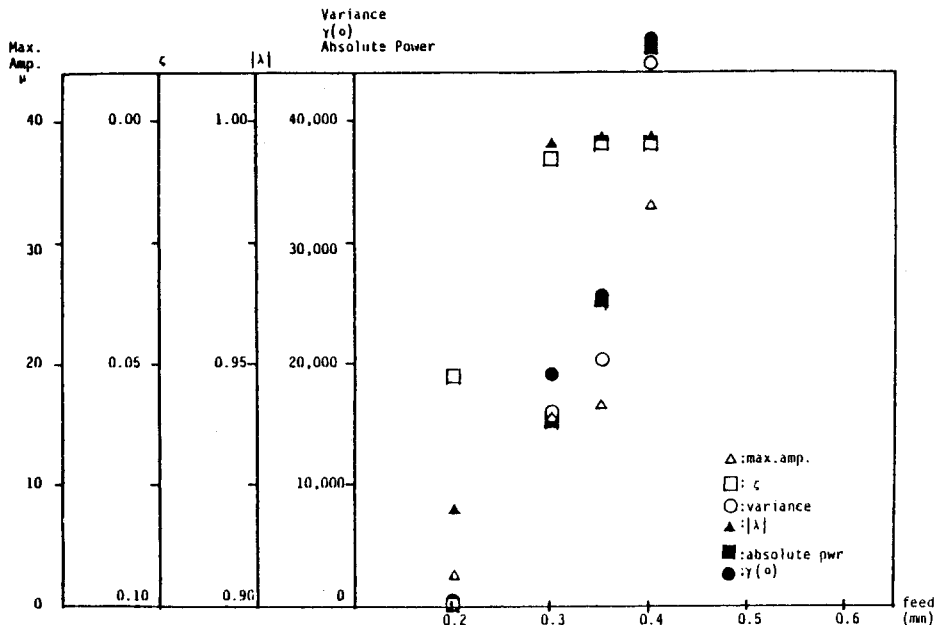


c) Cutting Condition III (1,000 rpm)

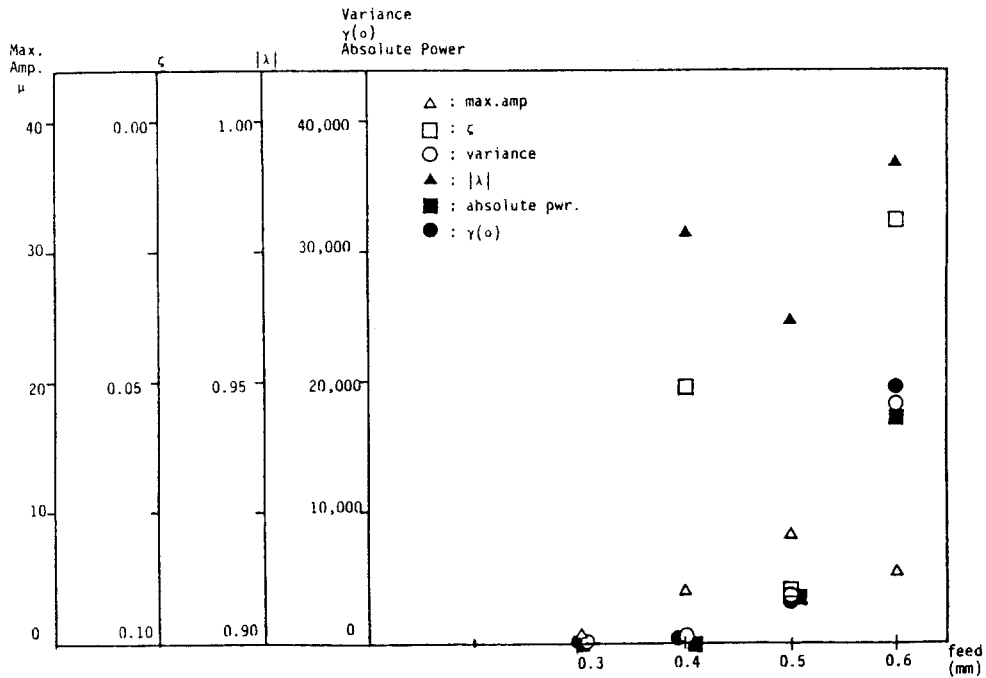
Fig. 5. Tool-Workpiece Relative Displacement Signal

실험 I : 이송속도 즉 칩(chip) 두께의 증가에 따라 상대변위의 진폭 및 분산값이 규칙적으로 증가하는 것으로 나타나고 있다. 한편 ARMA 모델의 결과를 살펴보면 0.2 mm/rev의 이송속도에서는 627 Hz 인 세번째 모우드가 가장 중요하나 이송속도가 0.3 mm/rev 이상에서는 두번째 모우드인 267-290 Hz 가 가장 중요한 것으로 나타났다. 이러한 채터 주파수의 변화는 절삭조건의 변화에 따라 공작기계의 동특성 및 절삭동특성이 일정하게 유지되지 않는다는 것을 보여주고 있다. 이송속도의 증가에 따라 가장 중요한 모우드의 감소율은 점점 감소하고 있으며 특성해의 절대값도 1에 가까워짐으로써 불안정성의 증가를 보여주고 있다. 또한 그러한 모우드의 절대적인 세기(absolute power)는 예상할 수 있듯이 점점 커지고 있다.

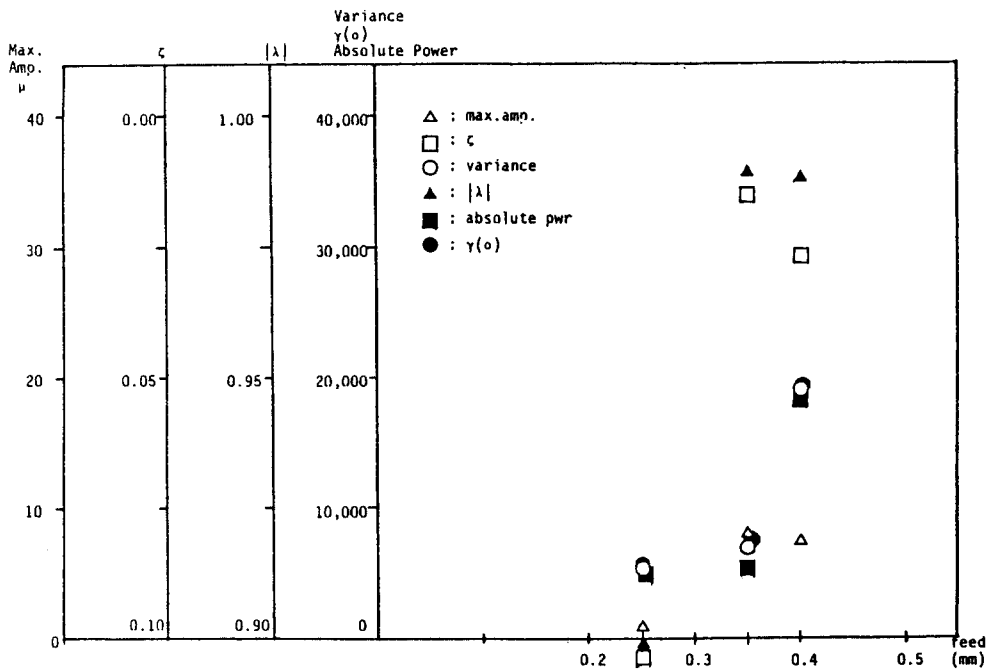
실험 II : 그림 6(b)에 보여진 바와 같이 칩두께의 변화에 따른 최대진폭, 분산 및 ARMA 모델로부터 유도된 여러 특성치들의 변화는 실험 I의 경우만큼 규칙성을 보여주고 있지는 않다. 이는 그림 5(b)에 보여진 시간영역상의 신호에서 살펴볼 수 있듯이 실험 I에 비하여 비교적 안정된 절삭상태이기 때문이다. 그렇더라도 분산 및 $\gamma(\omega)$ 에서 볼 수



a) Cutting Condition I (400 rpm)



b) Cutting Condition II (630 rpm)



c) Cutting Condition III (1,000 rpm)

Fig. 6. Feature of the ARMA Model Characteristics

있듯이 신호의 2차 모우먼트와 관련된 특성은 여전히 칩두께의 증가에 따른 증가를 보여주고 있다.

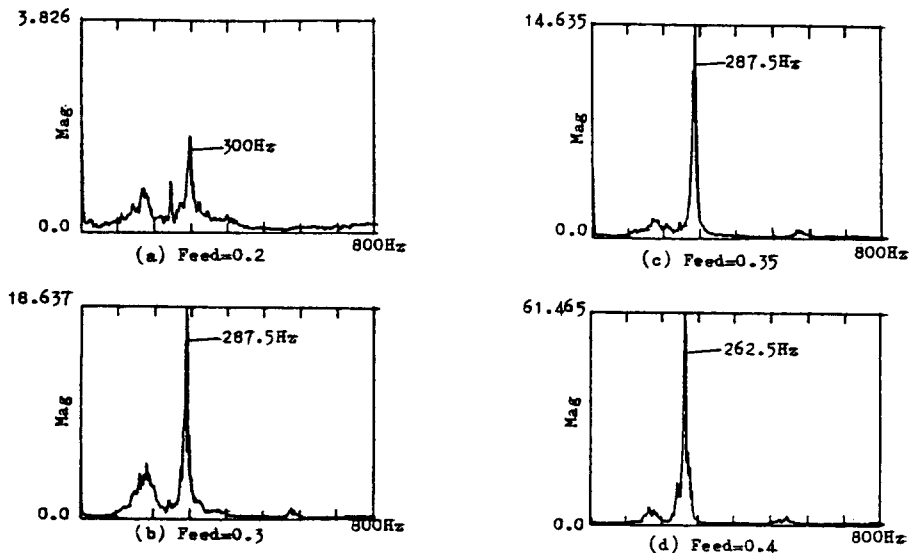
실험Ⅲ : 표 3(c) 및 그림 6(c)에서 볼 수 있듯이 감쇠율, 특성해의 절대치, 최대진폭 값의 변화에 의하면 이송속도가 0.45 mm/rev일 때 가장 불안정한 것으로 나타나고 있고 분산, $\gamma(\sigma)$ 및 가장 중요한 모우드의 세기 등을 살펴보면 이송속도가 0.5 mm/rev일때가 보다 더 불안정한 것으로 나타나고 있다. 이는 그림 5(c)에서 볼 수 있듯이 어느 것이 더 불안정한지 구분하기 힘든 상태로써 계의 비선형성때문에 이미 채터가 완전히 발생된 (fully developed chatter) 상태이기 때문으로 판단된다.

이상의 사실로부터 표 3에 보여진 모든 인자들이 절삭과정의 안정성과 관련이 큼을 알 수 있다. 그 중에서 최대진폭이나 분산값은 간단한 회로를 이용하여 계산할 수 있는 양으로서 실제 응용가능성이 크다. 그러나 측정되는 신호가 외부로부터의 순간적인 잡음 혹은 충격 등을 받아서 절삭계의 안정성에 상관없이 순간적인 오염으로 계가 불안정한 것으로 오판될 가능성이 배제되어서는 안된다. 또한 비록 외부로부터의 잡음에 의한 영향은 아니더라도 그림 5(a)에서 볼 수 있는 것처럼 비팅 (beating)

현상을 보일 때에는 자료를 샘플링하는 구간에 따라 계의 특성이 변화하는 것으로 판단되기 때문에 세심한 주의를 요한다. ARMA 모델에 의한 특성치들중에서도 분산인 $\gamma(\sigma)$ 나 가장 중요한 모우드의 절대적인 세기 등은 계의 특성이라기보다는 신호의 특성으로서 위에 언급한 바와 같은 오판의 위험성을 지니고 있다. 한편 감쇠율이나 특성해의 절대치 등은 외부로부터의 순간적인 충격이나 잡음에 의해서 결정지어지는 것이 아니고 계의 동특성을 매순간 반영하고 있으므로 다른 인자에 비해 보다 더 물리적인 의미를 가진다. 그러나 ARMA 모델에 의한 감쇠율이 0.0으로 산출될 수 없고 특성해가 1.0이 되는 경우는 없기 때문에, 안정과 불안정의 경계를 정하는 구체적인 방법은 더욱 연구되어야 한다.

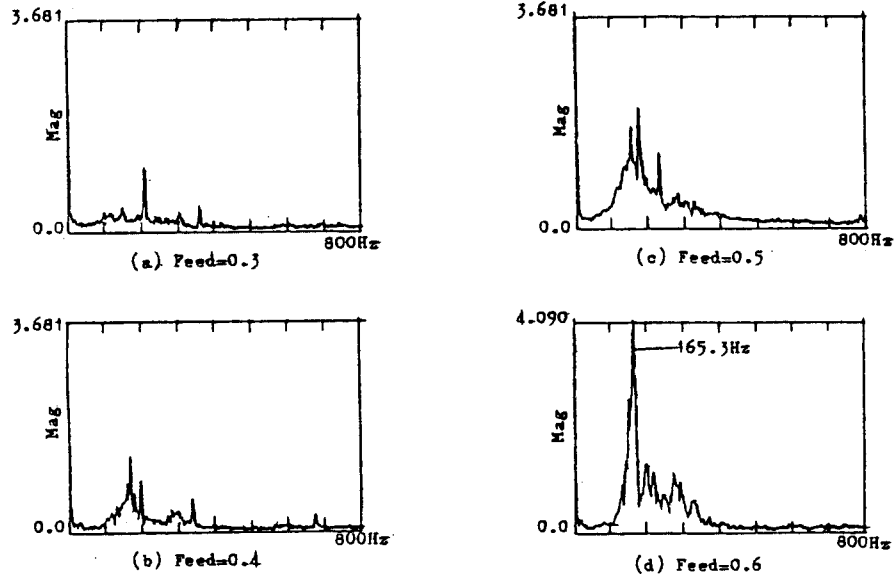
다. 푸리에 변환방법에 의한 해석

시편과 공구사이의 상대변위신호의 특성을 주파수 영역에서 관찰하기 위하여 푸리에 변환 신호분석기 (FFT Signal Analyzer)를 사용하여 스펙트럼을 구하였다.(그림 7 참조)

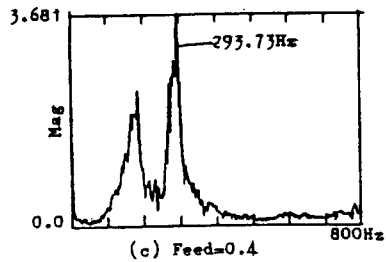
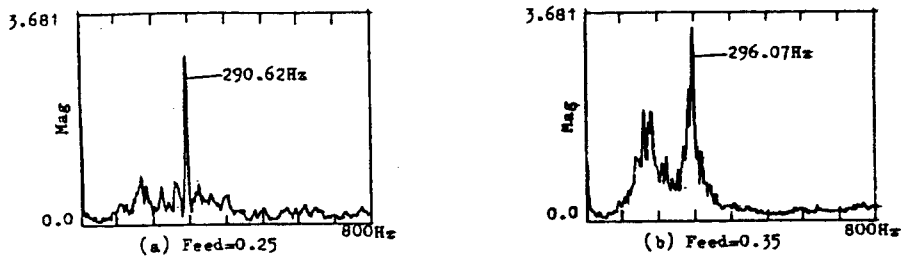


Ordinate unit : $\times 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{Hz}$
 No. of Averaging : 15
 Transform Size : 1024
 Sampling Interval : 0.5125msec

a) Cutting Condition I (400 rpm)



b) Cutting Condition II (630 rpm)



c) Cutting Condition III (1,000 rpm)

Fig. 7. Autospectrum of Relative Displacement Signal by FFT Analyzer

실험 I : 이송속도의 증가에 따라 165Hz-180Hz 의 첫번째 모우드는 263Hz-288Hz 의 두번째 모우드에 비하여 상대적으로 약화됨을 보이고 있는데 이는 채터와 관련이 되는 모우드가 두번째임을 나타내고 있다. 한편 분산과 상응하는 스펙트럼의 면적이 점점 커짐을 알 수 있는데 전 절에서 설명되었던 바와 같이 이송속도의 증가에 따라 계의 불안정성이 증가함을 보여준다.

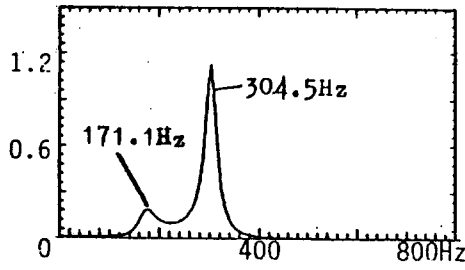
실험 II : 이송속도의 증감에 상관없이 165 Hz - 200 Hz 범위에서 감쇠율이 큰 모우드를 보여주고 있는데 이는 절삭계가 안정함을 나타내고 있다. 이송속도가 0.6 mm/rev 일때 165Hz 부근에서 뚜렷한 모우드를 보이고 있는데 이는 채터에 의한 것이 아니고 심압대 등의 취약성에 의한 것으로 판단된다.

실험 III : 이 경우에도 상대변위신호는 163 Hz - 200 Hz 와 290 Hz - 297 Hz 등 두 모우드에서 동특

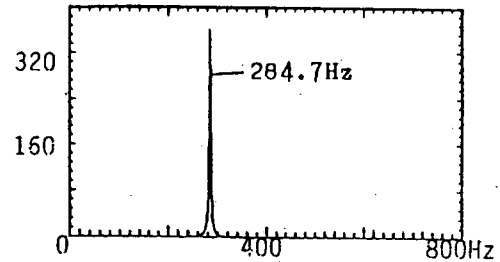
성을 보이는데 채터와 관련된 것은 두번째 모우드인 것으로 판단된다.

이상과 같이 푸리에 변환 방법에 의해서도 절삭계의 안정성을 어느정도 분석할 수 있으나 그림 7에 보여진 바와 같은 스펙트럼에 의해서는 정량적인 해석을 하기가 어렵다. 즉 각 모우드의 상대적인 세기라던가 감쇠율을 구하기 위해서는 또 한 단계의 계산이 필요하게 된다.

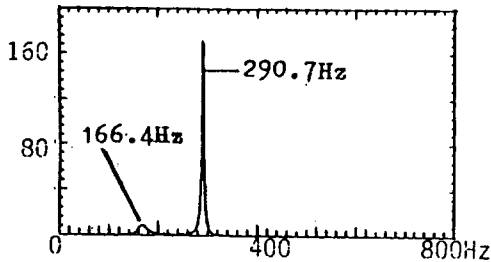
ARMA 모델로부터 스펙트럼을 계산할 수 있는데 각 절삭조건에서의 모델에 식 (10)을 사용하여 얻어진 스펙트럼이 그림 8에 보여진다. 푸리에 변환에서 발생하는 variance-bias 등 자료처리상의 문제점이 없기때문에 훨씬 더 부드러운(smooth) 곡선을 보여주며 중요한 모우드도 보다 뚜렷하게 나타난다.



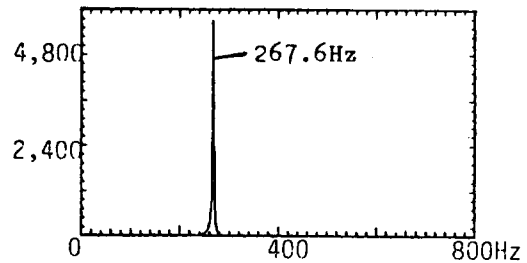
f = 0.2



f = 0.35

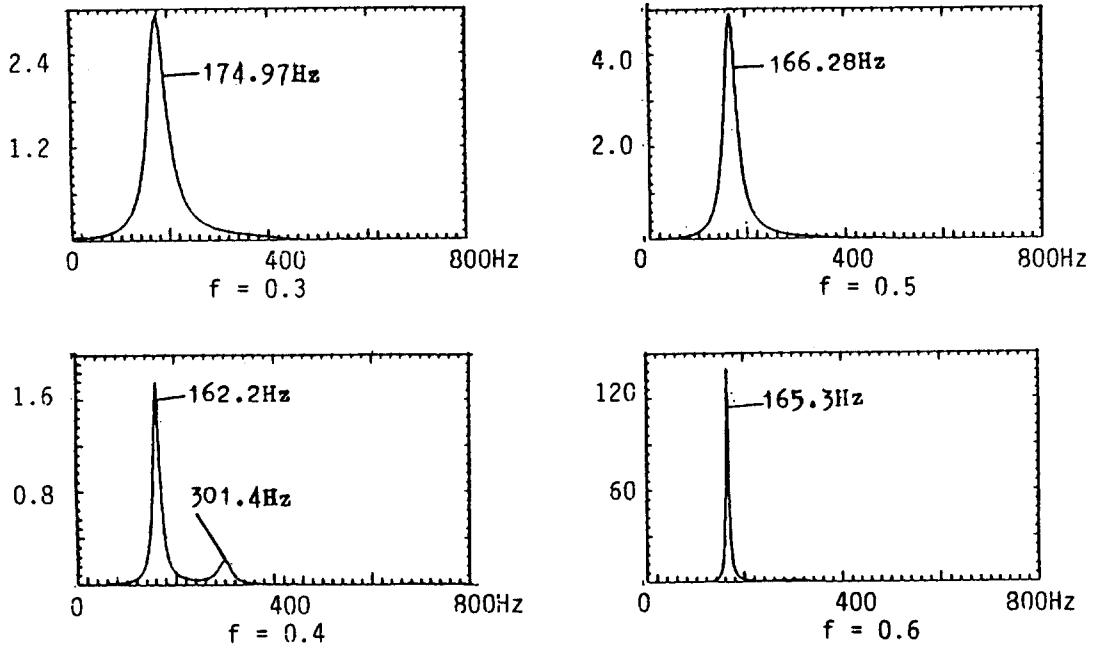


f = 0.3

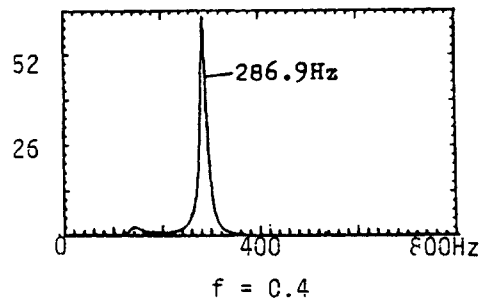
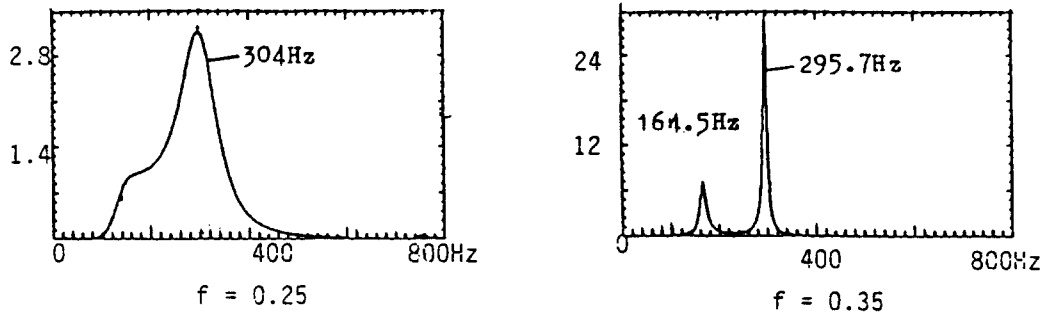


f = 0.4

a) Cutting Condition I (400 rpm)



b) Cutting Condition II (630 rpm)



c) Cutting Condition III (1,000 rpm)

Fig. 8. Autospectrum of Relative Displacement Signal by the ARMA Models

라. 충격실험에 의한 채터 근원 (source) 규명

일반적으로 채터의 근원이 시편으로 판명되는 경우가 많은데 그를 위하여 시편이 주축대에서는 고정되고 심압대에서는 힌지로 연결되었다고 가정함으로써 해석적으로 시편의 고유진동수를 구한다. 그러나 그러한 가정은 근사적일 뿐만 아니라 심압대 부분이 liver center인지 dead center인지를 구별하지 않은 것이기 때문에 결코 정확하다고 할 수 없다.

본 실험에서는 채터의 근원이 시편인지를 확인하기 위하여 시편을 설치했을 때와 설치하지 않았을 때 등의 두 경우에 대하여 심압대에 충격을 가하고 그림 4와 같이 가속도를 측정함으로써 전달함수를 구한 후 비교하였다. 그림 9에 보인 바와 같이 시편이 없을 때는 채터주파수 범위인 260-300 Hz에 뚜렷한 모우드가 없는데 비하여 시편이 설치된 후에는 297 Hz의 피크를 보임으로써 시편이 채터의 원인임을 강력하게 뒷받침해 주고 있다.

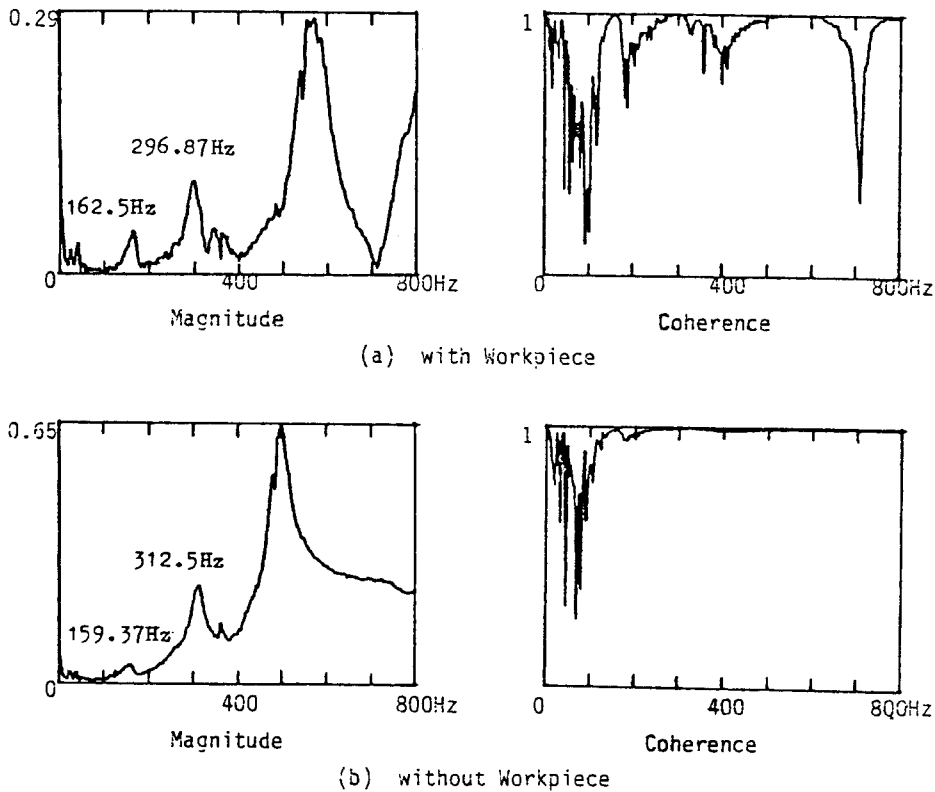


Fig. 9. Transfer Functions at Tailstock with and without Workpiece

3. 결론 및 건의사항

- o Wu & Pandit의 방법으로 단일변수에 대한 ARMA 모델의 매개변수 및 그들로부터 유도되는 여러 특성치들을 구하는 전산프로그램을 확

립하였다.

- o 실제 절삭중 측정된 시편과 공구사이의 상대적인 변위에 대하여 ARMA 모델을 세우고 그에 의한 특성치를 분석한 결과 가장 중요한 동적 모우드 (dynamic mode)의 감쇠율 및 특성해

의 절대치가 계의 안정성을, 외부로부터의 순간적인 충격이나 잡음에 상관없이, 잘 나타낼 수 있음을 보였다.

- o 신호에 대한 분산값과 안정성과 관련이 큰 것으로 나타났지만 같은 절삭 조건하에서도 측정구간에 따라서 변할 수 있는 가능성과 또한 불안정을 나타내는 일반적인 경계치를 구하기 어렵다는 점 때문에 실제 응용에는 문제점을 가지고 있다.
- o 본 연구는 실험실에서 off-line 방식으로 행해졌으나 작업현장에서의 응용을 위해 on-line으로 모델을 세우고 안정성을 판별한 후 그 결과에 따라 절삭조건을 변경시키기 위해서는 선형최소자승법을 이용하는 등의 모델 계산 시간을 줄이는 방안이 더 연구되어야 한다.

REFERENCES

1. Koenigsberger, F. and Tlustý, J., *Machine Tool Structures*, Pergamon Press, New York, 1970.
2. Tobias, S.A., *Machine Tool Vibration*, J. Wiley, 1965.
3. Merritt, H.E., "Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 1965, pp. 447-454.
4. Moriwaki, T. and Iwata, K., "In-Process Analysis of Machine Tool Structure Dynamics and Prediction of Machining Chatter," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 1976, pp. 301-305.
5. Pandit, S.M., Subramanian, T.L. and Wu, S.M., "Modeling Machine Tool Chatter by Time Series," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 1975, pp. 211-215.
6. Burney, F.A., Pandit, S.M., and Wu, S.M., "A Stochastic Approach to Characterization of Machine Tool System Dynamics under Actual Working Conditions," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 1976, pp. 614-619.
7. Burney, F.A., Pandit, S.M., and Wu, S.M., "A New Approach to the Analysis of Machine Tool System Stability under Working Conditions," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 1977, pp. 585-590.
8. Wu, S.M., "Dynamic Data System: A New Modeling approach," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 1977, pp. 708-714.
9. Eman, K.F. and Wu, S.M., "A Feasibility Study of On-Line Identification of Chatter in Turning Operations," Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 1980, pp. 315-321.
10. Pandit, S.M. and Wu, S.M., *Time Series and System Analysis with Applications*, J. Wiley, 1983.
11. 이원학, " Dynamic Data System(DDS) 방법에 의한 선삭작업의 안정성 해석, " 한국과학기술원 생산공학과 석사학위논문, 1984.