Direct Method에 의한 鐵筋콘크리트 二方向 슬라브의 最適設計에 관한 硏究

A Study on the Optimal Design Method of Reinforced Concrete Two Way Slabs

金 勇 熙* · 柳 泓 烈** · 朴 文 浩***
Kim, Yong Hee · Lyu, Hong Leal · Park, Moon Ho

Summary

We have, at present, found some studies on the optimum design of reinforced concrete about the simple slab but very few about the multi-story and multi-span slab.

The aim of this study is to make a optimum design of coalesced beam and column slab constructure. Some results of the evalution by using the optimalized algorithm that was developed in this study are as follows.

① Slab was mainly restricted by the constraint of effective depth, bending moment, and minimum steel ratio; especially the effective depth was the preceding crifical constraint. In the optimum design of slab, therefore, the constraint about the minimum thickness should be surely considered.

② This optimum desigh is good economy as much as some 3.4%~6.2% compared with the conventional design method.

③ In most case, it was converged by 3 to 6 iteration regardless of the highest or lowest value and only in case of N=1 and case 1, there is a little oscillation after the 3rd iteration but it makes no difference in taking either the highest or lowest value because the range of oscillation is low as much as about 1.2% of the total construction cost.

④ In this study the result seeking for constraints that make no difference in the least cost design shows that shear stress and maximum steel ratio may not be considered in it.

⑤ Bending moment was converged by one time iteration regardless of the initial value, while steel ratio, in most case, by two times because both bending moment and steel ratio are the function of effective depth.

* 慶南大學校 工科大學
** 慶南工業專門大學
*** 慶北大學校 工科大學

Ⅰ. 序 論

經濟的 設計를 위한 構造物의 最適化問題는 設計過程에서의 복잡성과 解析過程에서의 많은 時間所要로 因해 工學者들간에 不可能하다고 생각되었으나 1950年代 중반 이후 Computer의 大型化와 高速化, 시스템工學(System Engineering)의 발전과 併行하여 現代構造理論 특히 Matrix 構造解析法, 有限要素法, OR등의 발전으로 可能하게 되었다.[1)~8)]

1960年代까지의 最適設計는 大部分이 鋼構造物이고 鐵筋콘크리트 最適化에 관한 文獻은 70年代에 들어와서 발표되었다.[4)~10)] 그 主된 이유는 鐵筋콘크리트 構造物의 最適化는 鋼構造物에 比해 設計變數가 많고 設計條件이 더욱 복잡하고 多樣하기 때문이다. 鐵筋콘크리트 構造物의 단면칫수를 결정할 때에는 設計者에 따라 단면칫수의 구성이 달라지고 또한 在來的인 方法으로는 경제적인 설계가 容易치 않기 때문에 鐵筋콘크리트 構造物의 最適化에 대한 硏究가 더욱 요청되고 있다.

1970年代까지의 最適化에 관한 硏究動向은 文獻(4)에 상세히 언급되어 있으므로 여기서 반복하여 언급하지 않겠지만 國內에서 발표된 대표적인 것으로는 文獻(11), (12), (13), (14), (15)에서 찾아 볼 수 있다.

문헌조사결과 슬라브에 대한 最適設計는 單純슬라브에 대한 것뿐이고 構造體로서의 設計에 대한 硏究는 없었다. 따라서 本 硏究에서는 슬라브, 보, 기둥이 一體로 된 總體的인 슬라브型 構造體를 대상으로 한 多層, 多徑間 슬라브의 最適化를 Direct Method에 의하여 시도하였다.

最適化 解析技法으로는 多設計變數, 多制約條件을 갖는 非線型 最適化問題 解決에 效果的인 逐次線型計劃技法(Successive Linear Programming)을 이용하여[15),16)] 最適化 알고리즘을 開發하여 最適化 可能性, 實用性, 收斂性 및 經濟性 등을 檢討하였다. 그러므로 本硏究는 總體的인 슬라브型 構造體의 最適設計를 위한 先行的 硏究라 할 수 있다.

Ⅱ. 最適化 問題形成

設計變數로는 二方向슬라브의 長邊支持方向과 短邊支持方向의 正, 負모멘트에 따른 柱列帶(column strip)와 中間帶(middle strip)의 主鐵筋, 슬라브의

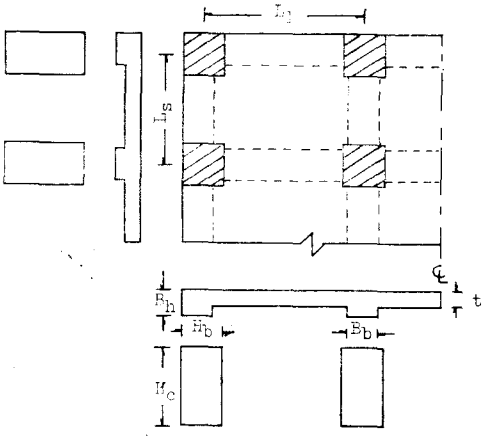


Fig. 1. Two-Way Slabs System

有效깊이를 취했고 制約條件으로는 슬라브의 휨應力, 剪斷應力, 鐵筋比, 두께 및 콘크리트 표준示方書와 ACI 318-77示方書의 기타 制約事項을 고려하였다.

鐵筋콘크리트 슬라브의 長邊이 短邊의 2倍 이하인 直사각형 슬라브를 極限强設計에서는 二方向 슬라브로 規定하며 Direct Method로 設計되는 슬라브는 各方向으로 3個 이상의 連續支間을 가져야 하는데 Fig.1에서와 같이 슬라브의 長邊支持方向(L_1方向)과 短邊支持方向(L_s方向)으로 區分하였다.

長邊 및 短邊의 連續條件에 4따른 構造形狀은

$N=1$: 4변 연속

$N=2$: 3변 연속, 1단변 불연속

$N=3$: 3변 연속, 1장변 불연속

$N=4$: 인접한 2변 연속, 2변 불연속

와 같이 4종류가 존재한다.

1. 目的函數

鐵筋콘크리트 二方向 슬라브의 最適化를 위한 目的函數를 설정함에 있어서 콘크리트는 鋼材와는 달리 重量이나 體積을 最適化하는 것은 특별한 目的을 除外하고는 큰뜻이 없으므로 任意의 徑間의 全建設經費를 推定하여 設計變數의 函數로 表示되는 經費函數를 目的函數로 취하여 最小經費 設計를 行한다. 最小經費 設計를 위한 目的函數는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$C=C_cV_c+C_sV_s+C_fA_f+C_m \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2\text{-}1)$$

式 (2-1)에서

$$C=F\{d_N(A_s)_{N,i}\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2\text{-}2)$$

$N=1, 2, 3, 4$

$i=1, 2\cdots\cdots 18$

$V_c=F(d_N)$ ····· ····· ··(2-3)

$V_s=F\{(A_s)_{N,i}\}$ ·····(2-4)

$A_f=F(d_N)$ ·····(2-5)

여기서

C : 二方向 슬라브의 任意徑間의 全建設經費

C_c : 單位體積當의 콘크리트의 經費

C_s : 單位體積當의 鐵筋의 經費

C_f : 單位體積當의 거푸집의 經費

V_c : 콘크리트의 全體積

V_s : 철근의 全體積

A_f : 거푸집의 全面積

C_m : 기타 經費

d_N : 슬라브의 N連續 때의 有效높이

$(A_s)_{N,i}$: 슬라브의 N連續 때의 i번째의 設計斷面의 引張鐵筋面積

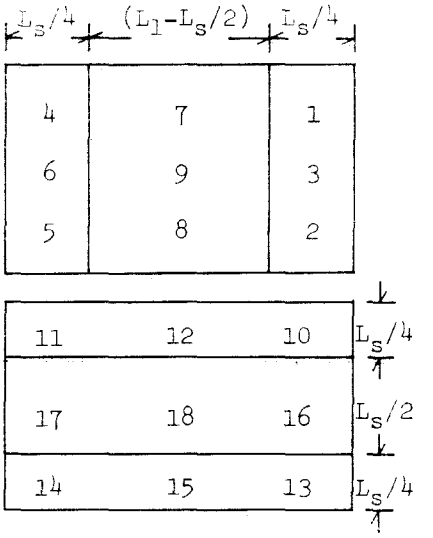


Fig. 2. Characeristic number into A_S and BM

2. 制約條件式

制約條件에는 應力, 두께, 變位, 振動數, 挫屈, 鐵筋比, 斷面比 등이 있으나 슬라브에서는 휨應力, 두께, 鐵筋比 등에 대한 制約이 斷面決定에 主된 역활을 하므로 抵抗모멘트, 두께, 鐵筋比 등의 示方制約事項을 主設計斷面 制約條件으로 택하여 設計變數의 函數로 表示되는 制約條件式을 誘導하였다.

가. 휨모멘트 制約條件式

鐵筋콘크리트 슬라브의 長邊方向과 短邊方向의 中間帶와 柱列帶에는 각각 二軸方向의 引張鐵筋이 正角方向으로 겹쳐 配筋되고 二軸方向의 柱列帶가 交叉되는 모서리에는 비틀림모멘트로 인한 剪斷應力에 저항하는 비틀림 抵抗鐵筋이 上, 下面에 각각 正角方向으로 두겹으로 配筋된다. 그러므로 슬라브를 單鐵筋斷面의 휨部材로 設計하여도 柱列帶에는 引張鐵筋이 최소 3겹, 中間帶에는 2겹 이상 겹치게 되며 굵은 骨材의 최대치수를 고려한 콘크리트의 配合設計 및 施工의 어려움이 제기되므로 일반적으로 슬라브를 複鐵筋斷面의 휨部材로 설계하지 않는다.

그러므로 本硏究에서는 單鐵筋 휨部材로 설계했는데 Direct Method에서는 總靜設計모멘트(total static design moment)가 각 支持方向의 正, 負모멘트로 分配되는데 그 分配率은 슬라브와 보의 휨剛性의 比, 보와 슬라브의 휨 剛性의合에 대한 等價기둥의 휨剛性의 比, 비틀림剛性의 比 등 여러 가지 복잡한 條件에 기인한다. Fig.2는 Direct Method에서의 4변 연속일 때의 中間帶 및 柱列帶를 區分한 區域을 나타내었으며 각 支配區域의 分配모멘트 및 모멘트에 의한 所要引張鐵筋의 固有番號를 나타내고 있다. 휨모멘트에 대한 制約條件들을 유도하여 整式化하면 다음과 같다.

$$(G_A)_{N,i}=(M_u)_{N,i}-M_{N,i}\geqq 0 \cdots\cdots\cdots\cdots (2\text{-}6)$$

$N=1, 2, 3, 4$

$i=1, 2\cdots\cdots 18$

式 (2-6)에서

$$(M_u)_{N,i}=\phi(A_s)_{N,i}\sigma_y\left\{d_N-\frac{(A_s)_{N,i}\sigma_y}{1.7\sigma_{ck}b}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (2\text{-}7)$$

$(M_u)_{N,i}$: N연속 때의 i번째 설계단면의 극한저항모멘트

$M_{N,i}$: N연속 때의 i번째 설계단면의 작용모멘트

σ_g : 鐵筋의 降伏應力

σ_{ck} : 콘크리트의 設計基準强度

b : 슬라브의 幅

ϕ : 휨部材의 감소율

$$M_{N,i}=\gamma_{N,i}(M_0)_{N,i} \cdots\cdots\cdots\cdots (2\text{-}8)$$

여기서

$(M_0)_{N,i}$: i번째 설계 단면의 總靜設計모멘트

$\gamma_{N,i}$: i번째 설계단면의 分配率

式 (2-8)에서 $\gamma_{N,i}$ 중에서 $N=2$ 즉 1단변 불연속지지일 때의 分配率을 구하면 다음과 같다.

$$\gamma_1=\gamma_2=\gamma_4=\gamma_5=0.65\eta_K\theta_K \quad \cdots\cdots(2\text{-}9)$$

$$\gamma_3=\gamma_6=0.35\eta_K\theta_K \quad \cdots\cdots(2\text{-}10)$$

$$\gamma_7=\gamma_8=0.65(1-\eta_K) \quad \cdots\cdots(2\text{-}11)$$

$$\gamma_9=0.35(1-\eta_K) \quad \cdots\cdots(2\text{-}12)$$

$$\gamma_{10}=\gamma_{13}=\left\{0.75-\frac{0.1}{1+\frac{1}{(\alpha_{ec})_L}}\right\}\eta_L\theta_L \quad (2\text{-}13)$$

$$\gamma_{11}=\gamma_{14}=\left\{\frac{0.65}{1+\frac{1}{(\alpha_{ec})_L}}\right\}\eta_{Lt}\theta_L \quad \cdots\cdots(2\text{-}14)$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{15}=\left\{0.63-\frac{0.28}{1+\frac{1}{(\alpha_{ec})_L}}\right\}\eta_L\theta_L \quad \cdots(2\text{-}15)$$

$$\gamma_{16}=\left\{0.75-\frac{0.1}{1+\frac{1}{(\alpha_{ec})_L}}\right\}(1-\eta_L) \quad \cdots(2\text{-}16)$$

$$\gamma_{17}=\left\{\frac{0.65}{1+\frac{1}{(\alpha_{ec})_L}}\right\}(1-\eta_{Lt}) \quad \cdots\cdots(2\text{-}17)$$

$$\gamma_{18}=\left\{0.63-\frac{0.28}{1+\frac{1}{(\alpha_{ec})_L}}\right\}(1-\eta_L) \quad \cdots(2\text{-}18)$$

여기서

$$\eta_K=0.01\left\{75+30\frac{\alpha_K L_l}{L_s}\left(1-\frac{L_l}{L_s}\right)\right\} \quad \cdots(2\text{-}19)$$

$$\eta_L=0.01\left\{75+30\frac{\alpha_L L_s}{L_l}\left(1-\frac{L_l}{L_s}\right)\right\} \quad \cdots(2\text{-}20)$$

$$\eta_{Lt}=0.01\left\{100-10\beta_t+12\beta_t\left(\frac{\alpha_L L_s}{L_l}\right)\left(1-\frac{L_s}{L_l}\right)\right\} \quad \cdots\cdots(2\text{-}21)$$

θ_K, θ_L : 슬라브로 分配되는 모멘트係數

α_K, α_L : 슬라브와 보의 휨剛性의 比

$(\alpha_{ec})_L$: 보와 슬라브의 휨剛性의 合에 대한 等價기둥의 휨剛性의 比

β_t : 받침부 중심간의 보지간 길이와 같은 슬라브幅의 휨剛性에 대한 외측 보단면의 비틀림剛性의 比

다른 支持條件에 대해서도 위와 같은 方法으로 구한다.

나. 剪斷應力 制約條件式

일반적으로 슬라브에서는 剪斷應力에 대해서는 安全하지만 主制約事項이 되는지의 如否를 판단키 위해 고려했는데 整式化하면 다음과 같다.

$$(G_B)_N=(\tau_c)_N-(\tau_u)_N\geqq 0 \quad \cdots\cdots(2\text{-}22)$$

$(\tau_c)_N$: 공칭허용전단응력

$(\tau_u)_N$: 극한전단응력

다. 두께에 대한 制約條件式

$$(G_C)_N=d_N+d'-9\geqq 0 \quad \cdots\cdots(2\text{-}23)$$

$$(G_D)_N=d_N+d'-(t_1)_N\geqq 0 \quad \cdots\cdots(2\text{-}24)$$

$$(G_E)_N=d_N+d'-(t_2)_N\geqq 0 \quad \cdots\cdots(2\text{-}25)$$

$$(G_F)_N=(t_3)_N-(d_N+d')\geqq 0 \quad \cdots\cdots(2\text{-}26)$$

式 (2-24), (2-25), (2-26)에서

d' : 인장측 표면에서 인장철근의 도심까지의 거리

t_1, t_2, t_3 : 철근콘크리트 시방서 107조 (14-10)式, (14-11)式, (14-12)式

라. 鐵筋比 制約條件式

$$(G_G)_{N,i}=(A_s)_{N,i}-p_{m1}b(d_N+d')\geqq 0 \quad \cdots(2\text{-}27)$$

$$(G_H)_{N,i}=p_{m2}b(d_N+d')-(A_s)_{N,i} \quad \cdots\cdots(2\text{-}28)$$

여기서

p_{m1}, p_{m2} : 二方向슬라브의 최소 및 최대철근비

3. 最適化問題의 形成

앞에서 유도한 目的函數와 制約條件式들을 要約하여 鐵筋콘크리트 二方向슬라브의 最適化問題를 形成하면 다음과 같다.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Minimize } C\\ \text{Subject to}\\ \left\{\begin{array}{l}(G_A)_{N,i}\\(G_B)_{N,i}\\\vdots\\(G_H)_{N,i}\end{array}\right\}\geqq 0\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(2\text{-}29)$$

式 (2-29)의 目的函數와 制約條件式들이 設計變數 $\vec{X}=\{d_N,(A_s)_{N,i}\}$에 대하여 非線型計劃問題가 되므로 이를 逐次線型計劃問題로 變換시켜 最適化를 시도하고자 한다.

Ⅲ. 鐵筋콘크리트 二方向슬라브의 最適化

1. 逐次的 線型化

非線型의 多制約, 多設計變數를 갖는 鐵筋콘크리트 構造物의 最適化에 보편적으로 사용되는 技法으로는 Fesible Direction Method, Lagrange Multiplier Method, 無制約最小化反復法(SUMT), 等價的인 問題로 變換시켜 解를 求하는 逐次線型計劃法(SLP)이 있으나 文獻調査結果 SLP法이 効率的이라는 사실을 알았으므로 本硏究에서는 이 方法을 사용했다. SLP法에 대해서는 文獻 (13)와 (16)에 자

세히 기술하여 놓았으므로 本硏究에서는 간단히 要約한다.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Minimize } C(\vec{X})\\ \text{Subject to } G(\vec{X})\geqq 0\\ \quad\vec{X}\geqq 0\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-}1)$$

여기서

$C(\vec{X})$: 目的函數

$G(\vec{X})$: 制約條件式

$\vec{X}$: 設計變數

각 設計點에서 非線型의 目的函數 및 制約條件式을 Taylor級數展開에 의하여 線型化하고 이 變形된 線型問題에 線型計劃 알고리즘을 적용하므로서 近似解를 구한 후 그 近似解를 이용하여 初期設計點을 修正한다. 이런 過程을 滿足할 만한 값이 구하여질 때까지 되풀이함으로서 最適解를 얻게 된다.

Taylor級數展開의 一次項까지만 취하여 $K+1$번째의 설계를 위하여 $C(\vec{X})$와 $G(\vec{X})$를 어떤 설계점 X^K 주위에서 式 (3-1)을 변형시킨 線型計劃의 一般式을 行列로 표시하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize : } C(\vec{X})=C(\vec{X}^K)+\nabla C(\vec{X}^K)(\vec{X}-\vec{X}^K)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-}2)$$

$$\text{Subject to : } J(\vec{X}^K)\vec{X}\geqq J(\vec{X}^K)\vec{X}^K-G(\vec{X}^K)\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-}3)$$

2. 目的函數의 線型化

多制約, 多設計變數를 갖는 鐵筋콘크리트 二方向 슬라브의 目的函數는 設計變數에 대하여 非線型이므로 이를 Taylor級數展開理論에 따라 設計點 $\vec{X}^K$ 주위에서 線型化하면 다음과 같다.

$$C(\vec{X})=\left[\frac{\partial C(\vec{X})}{\partial \vec{X}}\right]_{1\times\delta}\cdot[\vec{X}^K]_{\delta\times 1}-C(\vec{X}^K)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-}4)$$

여기서 行 또는 列의 要素의 數를 나타내는 첨자 δ는 設計變數의 總數를 나타내며 $\vec{X}=19$이다. 이후에 기술되는 δ도 마찬가지 의미를 갖는다.

3. 制約條件式의 線型化

Direct Method로 유도된 鐵筋콘크리트 二方向슬라브의 制約條件式들을 設計點 $\vec{X}^K$ 주위에서 線型化한 一般式을 行列로 표시하면 다음과 같다.

$$[J(\vec{X}^K)]_{m\times\delta}\cdot[\vec{X}]_{\delta\times 1}\geqq[J(\vec{X}^K)]_{m\times\delta}\cdot[\vec{X}^K]_{\delta\times 1}$$
$$-[G(\vec{X}^K)]_{m\times 1}=[B(\vec{X}^K)]_{m\times 1}\cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-}5)$$

式 (3-5)에서 $[J(\vec{X}^K)]$는 $\vec{X}^K$에 관한 制約條件式 $G(\vec{X})$의 Jacobian Matrix이며 行과 列의 數를 의미하는 첨자 m와 δ는 각각 制約條件式의 數와 設計變數의 數를 나타낸다.

$$\left[J(\vec{X}^K)\right]_{m\times\delta}=\left[\left\{\frac{\partial G(\vec{X}^K)}{\partial\vec{X}}\right\}_{m\times\delta}\right] \cdots\cdots(3\text{-}6)$$

式 (3-5)와 (3-6)에서

$$G(\vec{X}^K)=\text{set to}\{(G_A)_{N,i},\ (G_B)_N,\cdots\cdots(G_H)_{N,i}\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-}7)$$

이며 式 (3-7)에서 $(G_A)_{N,i}$, $(G_B)_N\cdots(G_H)_{N,i}$는 앞장에서와 같은 設計變數 $\vec{X}^K$의 函數로 표시되어 있는 制約條件式들이다.

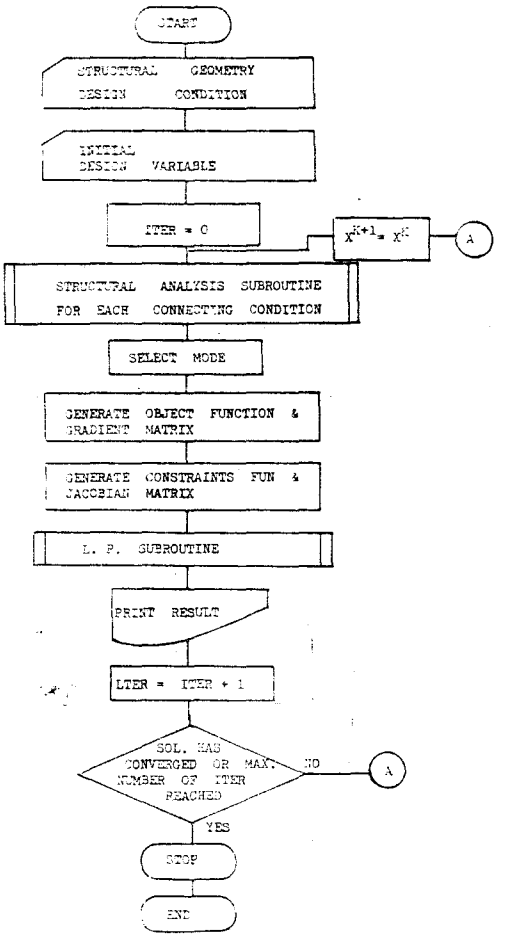
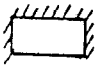


Fig. 3. Flow chart

Ⅳ. 計算例 및 考察

Direct Methool에 의한 鐵筋콘크리트 二方向슬바

Table-1. Design Condition

Structural Geometry			Design Strength (kg/cm²)	General Design Condition	Design Loading
N Constraind Condition	Q Size (cm)				
1	1	$L_l=750$ $B_b=35$ $L_S=600$ $B_h=50$ $H_C=350$ $H_B=40$	case 1 $\sigma_{ck}=210$ $\sigma_y=2800$ $\tau_u=7.68$	$C_c=0.0358$ won/cm³ $C_s=2.2256$ won/cm³ $C_f=0.5248$ won/cm³	$W_l=0.07$kg/cm² $W_d=0.0024\times t$kg/cm²
2	2	$L_l=700$ $B_b=50$ $L_S=500$ $B_h=45$ $H_C=350$ $H_B=35$	case 2 $\sigma_{ck}=240$ $\sigma_y=3500$ $\tau_u=8.21$	$C_c=0.037$ won/cm³ $C_s=2.3434$ won/cm³ $C_f=0.5248$ won/cm³	
3 	3	$L_l=650$ $B_b=28$ $L_S=550$ $B_h=40$ $H_C=350$ $H_B=35$		$\phi=0.9$ $d'=3$cm $\phi_1=0.85$ $d_m=d_c=1.3$cm	
4					

보의 最適化可能性과 실제 活用性을 검토하기 위하여 3章에서 開發한 最適化 알고리즘을 이용하여 最適解를 구했다. 綜合的인 flow chart는 Fig.3과 같다.

本硏究에서는 設計條件을 Table-1에서와 같이 해서 4個의 連續條件 모두에 대해 각각 最適解를 구하고 다시 長邊, 短邊의 길이를 다르게 해서 구하고 (Q값) 또한 σ_{ck}와 σ_y를 달리 해 case別로 하는 등 많은 수치의 最適化를 試行하였으나 紙面의 제약으로 代表的인 것만을 수록하면 Table-2~3, Fig.4~7과 같다.

Table-1의 C_c, C_s, C_f는 1984年 1月 調達廳發行 「物價情報」에서 인용했는데 C_c는 레미콘에 의한 값이고 C_f는 鐵筋값과 鐵筋加工組立을 合한 수치이고

Table-2. Optimum Values (Q=1 경우)

N	case	d(cm)	A_{S1}	A_{S2}	A_{S3}	A_{S4}	A_{S5}	A_{S6}	A_{S7}	A_{S8}	A_{S9}	A_{S10}
1	1	12.65	5.63	5.63	5.18	5.63	5.63	5.18	37.48	37.01	19.46	9.86
	2	12.42	5.11	5.11	5.11	5.11	5.11	5.11	30.79	30.79	17.35	8.24
2	1	12.12	5.99	5.99	5.01	6.28	6.28	5.01	39.6	39.6	20.72	11.51
	2	12.88	5.26	5.26	5.26	5.26	5.26	5.26	29.87	29.87	17.86	8.61
3	1	12.24	6.48	5.05	5.05	6.48	5.05	5.05	42.92	17.14	30.3	10.54
	2	13.0	5.30	5.30	5.30	5.30	5.30	5.30	32.39	18.0	23.05	7.89
4	1	12.71	6.29	5.20	5.20	6.59	5.20	5.20	41.57	17.67	29.45	10.98
	2	13.49	5.46	5.46	5.46	5.46	5.46	5.46	31.43	18.55	22.45	8.24

N	case	A_{S11}	A_{S12}	A_{S13}	A_{S14}	A_{S15}	A_{S16}	A_{S17}	A_{S18}	COST	수렴회수
1	1	9.86	5.18	9.86	9.86	5.18	29.0	29.0	16.01	585853	8
	2	8.24	5.11	8.24	8.24	5.11	26.32	26.32	13.7	580495	4
2	1	5.82	7.88	11.51	5.82	7.88	37.01	11.34	25.09	601623	4
	2	5.26	5.94	8.61	5.26	5.94	27.52	11.91	11.85	594369	4
3	1	10.54	5.51	11.19	11.19	5.85	33.81	33.81	17.45	601047	3
	2	7.89	5.30	8.37	8.37	5.30	25.13	25.13	13.13	595432	5
4	1	5.57	7.55	11.67	5.90	8.01	35.23	11.78	24.02	614950	5
	2	5.46	5.72	8.75	5.46	6.06	26.26	12.37	18.1	609014	4

Table-3. Design Bending Moment in optimum value (Q=1경우)

N	case	BM_1	BM_2	BM_3	BM_4	BM_5	BM_6	BM_7	BM_8	BM_9
1	1	179,563	179,563	96,688	179,563	179,563	96,688	1,152,753	1,152,753	620,713
	2	178,746	178,746	96,248	178,746	178,746	96,248	1,147,508	1,147,508	617,889
2	1	177,699	177,699	95,684	185,992	185,992	100,149	1,140,786	1,140,786	614,269
	2	180,373	180,373	97,124	188,790	188,790	101,656	1,157,951	1,157,951	623,512
3	1	193,583	100,281	139,252	193,583	100,281	139,252	1,242,761	193,066	893,964
	2	196,756	101,607	142,044	196,756	101,607	142,044	1,263,131	167,083	911,888
4	1	195,547	101,168	140,975	204,673	105,889	147,554	1,255,370	176,415	905,028
	2	198,832	102,189	143,892	208,111	106,958	150,607	1,276,457	152,489	923,752
N	case	BM_{10}	BM_{11}	BM_{12}	BM_{13}	BM_{14}	BM_{15}	BM_{16}	BM_{17}	BM_{18}
1	1	276,060	276,060	148,648	276,060	276,060	148,648	863,400	863,400	464,907
	2	274,804	274,804	147,971	274,804	274,804	147,971	859,471	859,471	462,792
2	1	294,068	153,778	205,552	294,068	153,778	205,552	919,721	213,221	642,879
	2	298,810	155,867	209,531	298,810	155,867	209,531	934,551	185,540	655,325
3	1	273,812	273,812	147,437	289,784	289,784	156,038	856,368	856,368	461,121
	2	277,954	277,954	149,667	294,168	294,168	158,398	869,321	869,321	468,096
4	1	297,739	155,450	208,627	315,107	164,518	220,797	931,201	191,353	652,498
	2	302,689	157,137	212,831	320,346	166,303	225,247	946,683	166,341	665,649

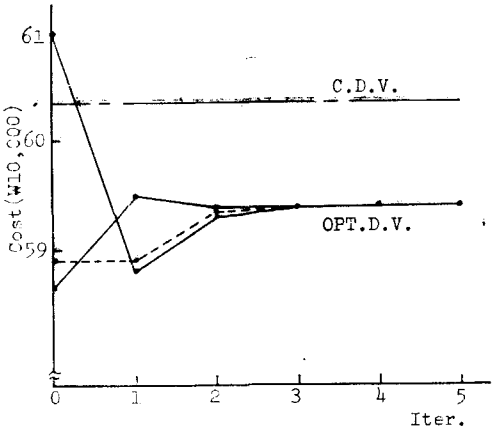


Fig. 4. Optimun tendency regarding to initial value(N=2, Q=1, Case 2)

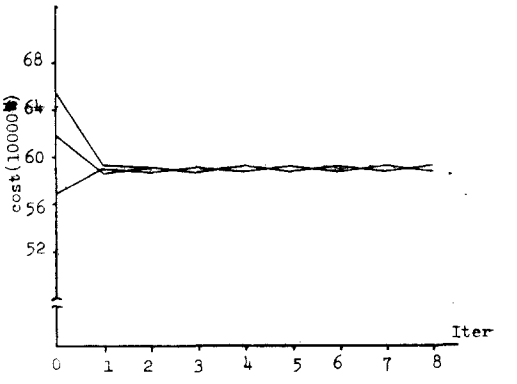


Fig. 5. Optimum tendency regarding to Oscillation (N=1, Q=1, casel)

C_f는 3回사용을 적용한 수치이다.

① 經濟的 設計를 위한 鐵筋콘크리트 二方向슬라브의 最適化에는 슬라브의 有効높이(또는 슬라브의 두께)에 관한 制約條件들과 휨모멘트, 最小鐵筋比 등이 主制約條件들로 나타나는데 그중 슬라브의 有効높이에 관한 制約條件이 先行的 臨界制約條件임을 보여 주었다.

그러므로 鐵筋콘크리트 二方向슬라브의 最適設計에는 最小두께에 관한 制約條件을 반드시 고려해야 한다고 생각된다.

② 동일한 條件下에서 最適設計理論에 의하여 얻어진 슬라브의 有効높이 d를 이용하여 在來的인 設

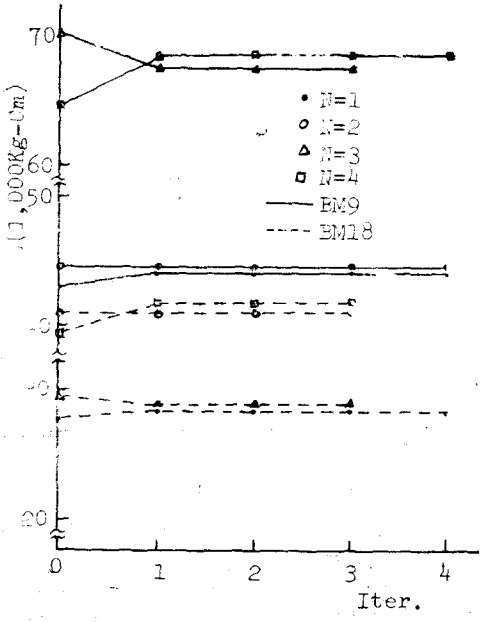


Fig. 6. Relationship between Moment and Iteration (Q=2, Case 2)

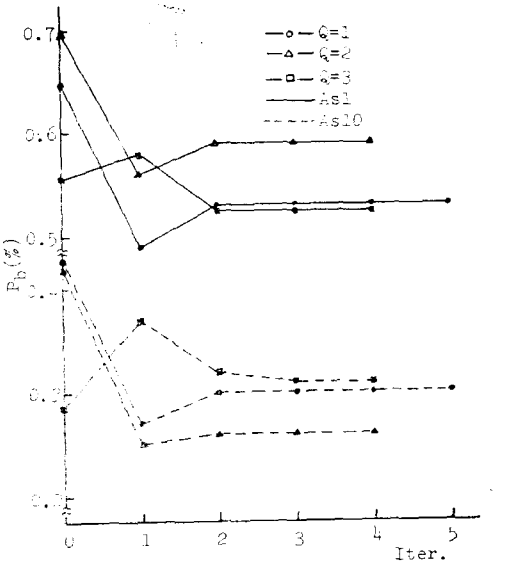


Fig. 7. Relationship between Steel ratio and Iteration (N≒4, Case 1)

計法으로 나머지 變數를 設計한 結果와 本研究의 最適化 알고리즘을 사용하여 설계한 結果와는 약 3.4~6.2%의 經濟性이 입증되었다.

③ case 1과 case 2로 나누어 最適設計를 해 본 결과 case 2 즉 $\sigma_{ck}=240kg/cm^2$, $\sigma_y=3500kg/cm^2$ 일 때가 약간 더 經濟的이지만 그 차이는 아주 적은 편이었다.

④ 本研究의 最適化 알고리즘은 上限, 下限, 初期値의 값에 관계없이 대개의 경우 Fig. 4에서와 같이 3~5回의 反復試行으로 最適解에 收斂했다. 다만 $N=1$, case 1인 경우에는 Fig.5에서와 같이 3回 이후부터 약간의 Oscillation 현상을 일으켰으나 그 진폭이 全建設經費의 약 1.2% 정도이며 上限 下限値가 모두 最適値에 아주 近接한 feasible解이므로 3回 이후의 上限, 下限値 중 어느 것을 解로 취하여도 별 문제가 되지 않는다고 생각된다. 文獻(10)에서는 입체鋼뼈대 構造物에 線型最適化 알고리즘을 적용하여 8~10회의 反復試行으로 最適解를 얻었고 文獻(17)에서는 極限强度設計法에 의한 鐵筋콘크리트 뼈대構造의 最適化에 Gradient projection 最適化 알고리즘을 적용하여 40回의 反復試行으로 最適解를 얻었다. 그러므로 本研究의 最適化 알고리즘이 아주 效率的임을 알 수 있다.

⑤ 最適化過程에서 最小經費設計에 영향을 주지 않는 制約條件을 찾은 結果 剪斷應力, 最大鐵筋比 등에 대한 制約條件은 고려하지 않아도 된다고 생각된다.

⑥ Fig. 6~7에서 보는 바와 같이 휨모멘트는 初期値에 관계없이 1回 反復試行으로 收斂되었고 鐵筋比는 대부분 2回에서 收斂되었는데 휨모멘트나 鐵筋比는 모두 有效높이의 函數로 表示되기 때문이라고 생각된다.

⑦ Direct Method의 의하여 鐵筋콘크리트 二方向슬라브의 最適設計가 可能함을 알았다.

V. 結 論

本研究에서는 많은 制約條件과 設計變數를 갖는 鐵筋콘크리트 二方向슬라브의 最適化 알고리즘을 開發하였으며 數種의 設計例에 적용하므로서 알고리즘의 收斂性, 經濟性 및 最適化傾向 등을 考察하였고 그 結果 얻어진 結論은 다음과 같다.

① 슬라브의 有效높이, 휨모멘트, 最小鐵筋比의 制約條件들이 主制約條件들이었고 그중 有效높이에 관한 것이 臨界制約條件임을 알았다.

② 本研究에서 開發한 알고리즘을 사용한 最適設計가 在來式에 比해 약 3.4~6.2% 經濟的이었다.

③ 上限, 下限値에 관계없이 대개의 경우 3~5回의 反復試行으로 最適値에 收斂했고 다만 $N=1$, case 1인 경우에 약간의 oscillation이 있었으나 진폭이 매우 적어 feasible解가 되었다.

④ 最小經費設計에 剪斷應力, 最大鐵筋比는 영향을 주지 않으므로 고려하지 않아도 된다고 생각된다.

本硏究를 통하여 鐵筋콘크리트 二方向 슬라브의 最適化 可能性, 經濟性을 확인하였으므로 보와 기둥이 一體로 된 슬라브 構造體에 대해서도 擴張硏究하고자 한다.

參 考 文 獻

1) Wasiutynski, Zbigniew and Brant, Andrezj (1963) : The Present of Knowledge in the Field of Optimum Design of Structures, Applied Mechanics Reviews, Vol. 16, No.5, May, pp. 341~350.

2) Sheu, C.Y. and Parger, W. (1968) : Recent Development in Optimal Structural Design, Applied Mechanics Reviews,Vol. 21, No. 10, October, pp.985~992.

3) Schmit, Lucien A., (1971) : Structural Synthesis, 1959~1969. A Decade of Prograss, Paper Presented at the U.S. Japan Seminar at Torko, the Univ. of Alabama in Huntsville, pp. 565~634.

4) 邊根周, 黃鶴周(1976) : 鐵筋콘크리트 뼈대構造物의 最適化를 위한 最適斷面의 決定에 관한 硏究, 大韓土木學會誌, 24(3), pp. 105~116.

5) Sundhu. Balbir S.(1971) : Economical Design of Reinforced Concrete Slabs and Walls, Engineering Note Book, Civil Engineering, ASCE, July, pp.68~69.

6) Huang, Ti (1972) : Minimum Steel Design of Doubly Reinforced Section, ACT Journal, Proc. Vol.69, August, pp. 510~513.

7) Friel, Leroy L. (1974) : Optimum Singly Reinforced Concrete Section, ACI J. Proc. Vol. 71, No.37, November, pp.556~641.

8) D.J.Gunaratnam, N.S. Sivakumaran(1978) : Optimum Design of Reinforced Concrete Slabs, the Structural Engineer, Vol. 56B, No.3, September, pp.61~67.

9) Antoine E. Naaman (1976) : Minimum Cost Versus Minimum Weight of Prestressed Slabs, J. of St. Division, ASCE, No. ST7, July, pp. 1493~1505.

10) Donald E. Grierson & Ahmed A. Aly (1980) : Plastic Design Under Combined Stresses, J. of Mechanics Division, ASCE, Vol, No. EM4, August, pp. 585~607.

11) 趙孝男(1973) : 강뼈대 構造物의 이산형 最適設計에 관한 硏究, 大韓土木學會誌, 21(3). pp. 107~120.

12) 趙孝男, 梁昌鉉(1980) : 플래트 플레이트 鐵筋콘크리트 構造시스템 電算化 最適設計法, 大韓土木學會誌, 28(1), pp.115~128.

13) 朴文浩(1981) : 限界狀態設計法에 의한 鐵筋콘크리트 뼈대구조물의 最適化에 관한 硏究, 博士學位論文, 연세대학교

14) 李奎遠, 邊根周, 黃鶴周(1980) : SUMT法에 의한 鋼材트러스의 最適設計에 관한 硏究, 大韓土木學會誌, 28(4), pp.119~130.

15) 朴文浩(1984) : 限界狀態設計法에 의한 鐵筋콘크리트 플래트 슬라브型 構造體의 最適化에 관한 硏究, 大韓土木學會誌, 4(1), pp. 11~26.

16) 金勇熙, 柳泓烈(1983) : 鐵筋콘크리트 暗渠의 最適設計에 관한 硏究, 東亞大學校大學院論文集 4, pp. 423~439.

17) Horace Randoph Thomas, JR. (1970) : Optimum Least Cost Design of a Reinforced Concrete Portal Frames, M.S. Thesis, Department of Civil Engineering, Univ. of Raleigh, pp.1~62.