

해저자원개발을 위한 Riser의 동력학적 연구

Dynamic Analysis of Marine Drilling Riser

韓	南	洙*
Han,	Nam	Soo
尹	楨	邦**
Yun,	Chung	Bang

Abstract

A comparative study between several methods for the marine drilling riser analysis is carried out. One static analysis method and four dynamic methods are studied. The dynamic analysis methods used are two time domain methods using regular and random waves, and two frequency domain methods using the conventional and an improved linearization techniques. Two different sizes of risers are investigated. The analysis model of the structure is based on the beam-column element with lateral wave/current loads in a vertical plane. The forces on the riser are calculated using a modified form of the Morison's equation. The finite element method is used to solve the equation for several wave/current conditions.

要 旨

해저지하자원개발시 사용되는 riser의 파랑하중에 대한 구조해석방법에 대하여 연구하였다. 본 논문에서 비교 연구한 방법들은 규칙파를 이용한 정력학적해법, 규칙파 및 불규칙파를 이용한 시간영역에서의 동력학적해법과 두가지의 다른 선형화기법을 이용한 주파수영역에서의 동적해법이다. 구조해석은 길이가 다른 두개의 Riser를 예로 하여 수행되었으며, 이때 유한요소법에 의한 구조모형이 사용되었다. 연구결과 종래의 규칙파에 의한 정력학적해법은 가장 정확한 불규칙파에 의한 동력학적해법에 비하면, 부재의 최대응력은 다소 크게 예측하지만, Riser 운영상 중요한 인자인 하단각도를 상당히 작게 산정하는 경향을 보여 사용에 주의할 요함을 보였다.

1. 서 론

석유, 망간 등 해저지하자원의 개발이 세계적으로 점점 더 활발해지고 있고, 국내에서도 지

난 7년전부터 남서해안에서 석유탐사를 위한 시추작업이 계속 중에 있으며, 국내의 중공업계에서는 이에 사용되는 각종 해양구조물의 건조사업에 힘쓰고 있어, 해양구조물의 설계 및 해석에 관한 기술개발 및 연구가 심각히 요망되고

*한국과학기술원 석사과정, 현 대우중공업주식회사

**정회원, 한국과학기술원 부교수 토목공학과

있다.

본 논문에서 연구한 Riser 란 외경이 15~30 인치되는 철제관으로 이루어진 부재(그림 1)로써, 시추작업시에는 시추봉이 그 내부로 내려가 작업이 진행되며 시추액(Drilling mud)을 순환시키고 작업시 생기는 압적조각들을 회수하는 통로역할을 하며, 원유생산시에는 원유가 생산되는 통로가 되는 중요한 부재이다. 이 Riser 는 세장비가 매우 커서 휨에 대한 강성이 매우 작아 자중에 의해 좌굴이 초래되기 쉽고, 또한 파동력에 의해 과도한 변형이 일어날 우려가 있으므로 이의 상단에 큰 장력을 가하여 운영되고 있는 것이 특징이다^(1,2).

Riser 의 구조해석방법으로는 일찌기 유한차분법에 의한 방법들이 주로 개발되어 사용되어 왔으나,^(3,4) 근래에는 유한요소법을 이용한 방법이 많이 개발되어 사용되고 있다^(5,6). 이들 해법은 아직도 종래의 정력학적 해석에 의한 방법을 주로 사용되고 있는 실정이나, 근래에 와서 수심이 깊은 지역과 파랑 조건이 더 나쁜 지역에서의 석유개발이 활발해짐에 따라 Riser 의 동력학적 해법도 많이 연구 개발되고 있다^(3,5,6,7). 또한 파고의 형태도 지금까지는 규칙파(Regular Waves)를 주로 사용하였으나, 더 정확한 해석의 필요성이 대두됨에 따라 실제와 유사한 불규칙파(Random Waves)를 이용한 기법도 많이 연구되고 있다^(8,9).

본 논문에서는 앞의 여러 가지 해석기법의 이론적 바탕을 연구하고, 수심이 600 ft 와 1,000 ft 되는 지점에서 운영되는 Riser 를 예로 하여 각 방법을 통한 구조해석을 수행한 후 그 결과를 비교검토했다. 특히 이들 중 가장 정확하다고 판단되는 불규칙파를 사용한 동력학적 기법에 대하여 중점적으로 연구하였으며, 아울러 Riser 의 설계 및 해석에 주로 사용되고 있는 규칙파를 이용한 정력학적 해법의 타당성을 검토하였다.

2. Riser 의 운동방정식

2.1 운동방정식 및 파동력

파랑하중을 받는 Riser 의 운동방정식은 부재의 휨강성(Bending stiffness)과 이에 가해지는

장력의 영향에 의한 강성(Geometric stiffness)을 고려하면 다음과 같이 나타내진다.⁽⁷⁾

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] + C_r \frac{\partial y}{\partial t} + m_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(x, y, t) \quad (1)$$

여기서,

y : riser 의 수평변형

x : riser 하단으로부터 켄 수직거리(그림 1)

$EI(x)$: riser 의 휨강성

$T(x)$: riser 단면의 유효장력

C_r : riser 의 감쇠계수

m_r : riser 내부의 유체를 포함한 단위길이 당 질량

$F(x, y, t)$: riser 에 가해지는 유동에 의한 단위 길이당 하중

식 (1)의 유효장력 $T(x)$ 는 Riser 단면에 가해지는 실제장력과 riser 내외부의 유체에 의한 정수압의 영향을 합한 것으로 아래와 같이 구할 수 있다⁽⁷⁾.

$$T(x) = T_{top} - \int_x^L w_r dx + p_i A_i - p_o A_o \quad (2)$$

여기서,

T_{top} : riser 최상단에 가해진 장력

w_r : riser 내부의 유체를 포함하지 않은 riser 의 단위길이당 무게

p_i, p_o : riser 내외부의 정수압

A_i, A_o : riser 내외부의 단면적

L : riser 전체의 길이

식 (1)에서의 파동력은 Riser 가 길이에 비하여 단면적이 매우 작은 기둥형구조물이므로 Morrison 의 식을 사용하면 다음과 같이 구할 수 있다⁽¹⁰⁾.

$$F = \rho_o A_r \left(C_M \frac{\partial V}{\partial t} - (C_M - 1) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) + \frac{1}{2} C_D \rho_o D_r \left(V - \frac{\partial y}{\partial t} \right) \left| V - \frac{\partial y}{\partial t} \right| \quad (3)$$

여기서 V 는 유동의 속도, D_r, A_r 는 Riser 의 부에 부착된 choke/kill lines 이나 buoyancy materials 을 포함한 유효반경과 유효단면적 ρ_o 는 외부 유체의 밀도 $C_M C_D$ 는 유동의 관성계수 및 점성저항계수.

식 (3)의 우변의 첫항은 유동의 가속도에 의

한 관성력이며, 두번째항은 점성저항력으로써, 이 점성력 때문에 riser의 운동방정식이 비선형이 될을 알 수 있다.

식 (3)을 식 (1)에 대입한 후 항들을 정리하면 아래와 같은 식을 얻게 된다.

$$m_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C_r \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = R(x, y, t) \quad (4)$$

$$R = C_M \rho_0 A_r \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} C_D \rho_0 D_r \left(V - \frac{\partial y}{\partial t} \right) \left| V - \frac{\partial y}{\partial t} \right| \quad (5)$$

여기서 $m_r = m_r + \rho_0 A_r (C_M - 1)$ 로써 수중에서의 Riser의 질량과 유동에 의한 가상질량(Added Mass)의 합이다.

식 (4)를 유한요소법을 이용한 행렬로 나타내면 아래와 같다.

$$[M_r] \{d\} + [C] \{\dot{d}\} + [K] \{d\} = \{R\} \quad (6)$$

여기서

$\{d\}$: 절점변위 벡터, 수평변위 및 각 변위

$\{\dot{d}\}, \{\ddot{d}\}$: 절점변위의 속도 및 가속도 벡터

$\{R\}$: 절점 파동력 벡터

$[M_r], [C], [K]$: 질량, 감쇠 및 강성행렬

식 (6)의 강성행렬 $[K]$ 는 휨강성 $[K]_b$ 와 장력에 의한 강성 $[K]_t$ 의 합으로 구성되며, j 번째 riser 요소에 대한 강성행렬 $[K]_j'$ 는 절점의 수평변위와 회전각도를 고려할 때 아래와 같다^(11,12).

$$[K]' = [K]_b' + [K]_t' \quad (7a)$$

$$[K]_b' = \frac{EI_j}{l_j^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l_j & -12 & 6l_j \\ & 4l_j^2 & -6l_j & 2l_j^2 \\ & & 12 & -6l_j \\ \text{대칭} & & & 4l_j^2 \end{pmatrix} \quad (7b)$$

$$[K]_t' = \frac{T_j}{30l_j} \begin{pmatrix} 36 & 3l_j & -36 & 3l_j \\ & 4l_j^2 & -3l_j & -l_j^2 \\ & & 36 & -3l_j \\ \text{대칭} & & & 4l_j^2 \end{pmatrix} \quad (7c)$$

여기서 T_j 는 j 번째 요소의 중앙에서의 유효장력이며, l_j 는 요소의 길이이다.

2.2 양단의 경계조건

Riser는 시추작업 중 하단은 해저면의 폭발방지장치(Blowout Preventor)에 연결되어 고정되어 있고 상단은 시추선에 연결되어 시추선과 같이 수평운동을 하므로 경계조건은 아래와 같이 나타내진다.

$$\text{상단} : y(L, t) = y_s(t), \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(L, t) = 0 \quad (8)$$

$$\text{하단} : y(0, t) = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(0, t) = 0$$

여기서 $y_s(t)$ 는 시추선의 수평운동이다. 실제 Riser는 양단의 연결부에서 약간의 휨감성을 가지고 있으나, 본 연구에서는 이 휨감성이 없는 것으로 가정하였다.

시추선은 파도에 의하여 대략 일정한 진폭을 Top Tension

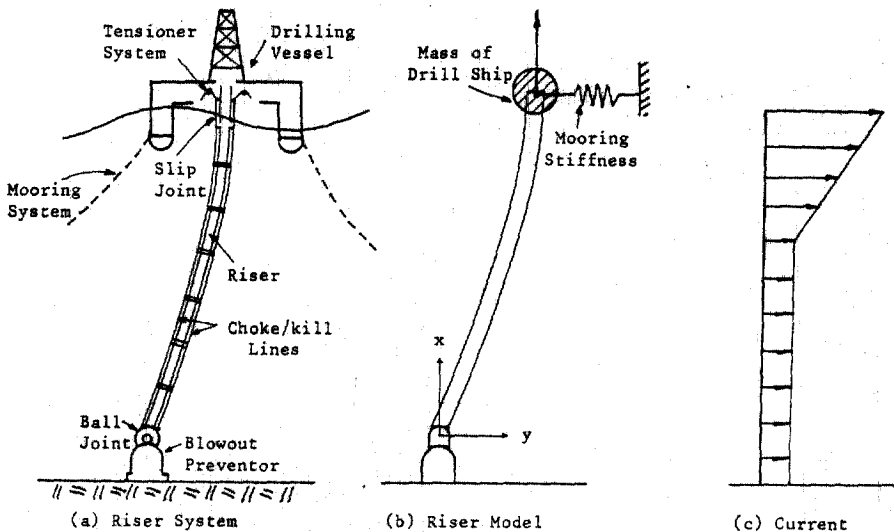


그림 1. Riser의 구조 및 모형과 조류분포

가지고 진동을 하게 되므로 Riser 상단의 경계조건은 시간에 따라 변하게 된다. 이와 같이 경계조건이 시간에 따라 변하는 변위로 주어질 경우, 이를 식 (6)과 같은 유한요소모형에 적용하기는 매우 어렵기 때문에 본 논문에서는 사용에 편리한 다음과 같은 방법으로 대체하여 해석하였다. 그림 (1b)와 같이 시추선을 Riser 상단에 부착된 집중질량으로 나타내고, 시추선의 연계장치(Mooring System)의 강성을 집중질량에 부착된 스프링으로 단순화한 후, 집중질량에 가해지면서 그 점을 시추선운동 $y_s(t)$ 만큼 움직일 수 있는 가상의 힘을 미리 산출하여, 이 힘을 파동력과 함께 가하여 Riser 해석을 수행하였다.

3. 유동의 속도 및 가속도

Riser 에 가해지는 파동력을 산출하기 위하여는 유동의 속도 및 가속도를 구해야 하며, 이는 시간에 일정한 조류 u_c 와 시간에 따라 변하는 파도 u_w 의 합으로 나타낼 수 있다.

$$V(x, y, t) = u_c(x) + u_w(x, y, t) \quad (9)$$

조류는 조수(tide)의 작용과 해수면 위로 부는 바람의 영향을 합하면 대략적으로 그림 (1c)와 같은 수직분포를 가지게 되며, 본 논문에서도 이 형태를 사용하였다.

파도의 영향은 사용에 간편한 규칙파(Regular Waves)와 실제에 유사하나 비교적 고도의 해석 기법을 요하는 불규칙파(Random Waves)를 사용하는 두 가지 방법이 있는데, 본 연구에서는 두 방법을 공히 사용하여 그 결과를 비교 검토하였다. 각 경우의 유동속도 및 가속도의 산정에 대하여는 아래의 여러 절에서 설명한다.

3.1 규칙파의 유동

Airy 의 선형파이론을 따르면, 심해에서의 파고, 유속 및 가속도는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$h(y, t) = \frac{H}{2} \sin(\omega t - ky)$$

$$u_w(\bar{x}, y, t) = \frac{\omega H}{2} e^{-k\bar{x}} \cos(\omega t - ky) \quad (10)$$

$$\dot{u}_w(\bar{x}, y, t) = -\frac{\omega^2 H}{2} e^{-k\bar{x}} \sin(\omega t - ky)$$

여기서

$h(y, t)$: 파고, H : 최대 파고,

ω : 파도의 주파수, k : 파수(Wave Number)
 \bar{x} 는 수면에서부터 밑으로 잰 거리.

3.2 불규칙파의 스펙트럼

불규칙파의 특성은 일반적으로 파고의 통계학적 분석에 의해 구해진 파고스펙트럼 $S_{hh}(\omega)$ 을 사용하여 나타낸다. 해수면 위에 부는 바람에 의하여 생성된 파도의 스펙트럼은 Pierson-Moskowitz 의 스펙트럼을 사용하면 아래와 같다. (13)

$$S_{hh}(\omega) = \frac{124 H_s^2}{T_0^4 \omega^5} \exp\left(-\frac{496}{T_0^4 \omega^4}\right) \quad 0 < \omega < \infty \quad (11)$$

여기서

H_s : 유효파고(Significant Wave Height)

T_0 : 평균파주기(Mean Wave Period)

심해에서의 유속 및 가속도의 스펙트럼은 Airy 의 선형파이론을 이용하면 파고스펙트럼으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$S_{u_w u_w}(\omega, \bar{x}) = \omega^2 S_{hh}(\omega) e^{-2k\bar{x}}$$

$$S_{\dot{u}_w \dot{u}_w}(\omega, \bar{x}) = \omega^4 S_{hh}(\omega) e^{-2k\bar{x}} \quad (12)$$

식 (12)에서 주어진 유속 및 가속도의 스펙트럼으로부터 Riser 에 가해지는 파동력의 스펙트럼을 산출한 후, Riser 의 구조해석을 주파수 영역에서 수행할 수 있다.

3.3 불규칙파의 유동의 시계열

불규칙파에 대한 유속 및 가속도의 시계열을 구하면, 이를 이용하여 Riser 의 거동을 시간영역에서 해석할 수 있다. Airy 의 선형파이론을 이용하면 심해에서의 불규칙파의 유동의 시계열은 다음과 같이 시뮬레이션할 수 있다. (8, 14)

$$u_w(\bar{x}, y, t) = \sum_{j=0}^{N-1} \left\{ (2S_{hh} \Delta\omega)^{1/2} \omega_j e^{-k_j \bar{x}} \cos(\omega_j t - k_j y - \phi_j) \right\} \quad (13)$$

$$\dot{u}_w(\bar{x}, y, t) = -\sum_{j=0}^{N-1} \left\{ (2S_{hh} \Delta\omega)^{1/2} \omega_j^2 e^{-k_j \bar{x}} \sin(\omega_j t - k_j y - \phi_j) \right\}$$

여기서 N 은 데이터 수, $\omega_j = j\Delta\omega$, ϕ_j 는 0 과 2π 사이에서 균일한 분포를 갖는 랜덤위상각도이다.

식 (13)은 Fast Fourier Transform(FFT)기법을 사용하면 쉽게 구할 수 있다.

4. Riser의 해석 방법

4.1 규칙파에 의한 정력학적 해석

실제 구조물의 설계 및 해석에서 가장 널리 사용되는 방법으로, 정력학적 항만을 고려하면, 식 (6)은 아래와 같이 간단히 나타내진다.

$$[K]\{d\} = \{R_s\} \quad (14)$$

여기서 $\{R_s\}$ 는 유동의 절대속도를 사용한 점성력 $\frac{1}{2}C_D\rho_0 D_s V^2$ 만을 고려한 절점파랑하중 벡터로서, Riser에 미치는 관성력은 점성력에 비하여 상당히 작으므로 포함시키지 않았다.

구조물의 최대변위 및 응력을 구하기 위하여 유속은 조류와 식 (10)에서 보인 파도에 의한 유속의 최대치의 합을 사용하여 다음과 같이 구하였다.

$$V(\bar{x}, y) = u_c(\bar{x}) + \frac{\omega H}{2} e^{-kx} \quad (15)$$

Riser의 상단이 연결된 시추선의 운동은 시추선이 시추지점으로부터 이탈한 평균편심 (Mean Offset)의 영향만을 고려하였다.

4.2 시간 영역 해석

규칙파 또는 불규칙파에 대한 유동의 속도 및 가속도의 시계열이 구해지면, Riser의 동적거동은 수치해석기법을 이용하여 시간영역에서 해석할 수 있다. Riser의 운동방정식은 전술한 바와 같이 비선형이어서 동적해석에 있어 방대한 계산량이 요하게 되므로, 구조물의 비감쇠 자유진동 모드 중에 제한된 수의 기본 모드를 사용한 일반좌표계 $\{q\}$ 로 변환하여 근사해를 구하는 것이 효과적이다. 즉,

$$\{d\} = \Phi\{q\} \quad (16)$$

여기서 Φ 는 모드행렬로서 질량행렬에 대하여 다음과 같이 정규화(normalized)되도록 취하였다.

$$\Phi^T [M_s] \Phi = [I] \quad (17)$$

식 (16)을 식 (6)에 대입한 후 Φ^T 를 각변의 앞에 곱하면, 다음과 같은 일반좌표계 $\{q\}$ 에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\{\ddot{q}\} + [2\zeta_j \Omega_j] \{\dot{q}\} + [\Omega_j^2] \{q\} = \Phi^T \{R\} \quad (18)$$

여기서 Ω_j 는 j 번째 고유진동수, ζ_j 는 j 번째 모드에 대한 감쇠율, $[2\zeta_j \Omega_j]$ 와 $[\Omega_j^2]$ 은 대각

행렬.

식 (18)에서 여기서 구조물의 일반감쇠행렬은 대각행렬이 된다고 가정하였고, ζ_j 는 각 모드에 대하여 0.03으로 하였다.

식 (18)은 파동력 $\{R\}$ 이 비선형이어서 일반좌표계 $\{q\}$ 에 대하여 열별로 독립된(uncoupled)식을 얻을 수 없으므로, Runge-Kutta 방법 등의 수치적분법으로 $\{q\}$ 를 구한 후 식 (16)을 이용하면 Riser의 절점 변형 $\{d\}$ 를 구할 수 있다.

시추선의 운동은 평균편심 \bar{y}_c 을 중심으로 일정한 진폭을 가지고 조화운동을 한다고 아래와 같이 가정하였다.

$$y_c(t) = \bar{y}_c + a \sin(\omega_c t + \theta) \quad (19)$$

여기서 a 는 시추선의 동적운동진폭이며, ω_c 는 시추선운동의 주파수로서 규칙파의 경우는 파도의 주파수와 같다고 가정하였고, 불규칙파의 경우에는 평균파주기와 같다고 가정하였다. θ 는 파도와 시추선의 운동과의 위상차로서 시추선의 질량, 연계장치의 강성 및 파도의 주기에 따라 결정되는 양이다. 본 연구에서는 규칙파의 경우 θ 를 15° 로 하였고, 불규칙파에서는 파도 형태가 불규칙(Random)하므로 이 영향을 추가로 고려하지는 않았다.

4.3 주파수 영역해석

불규칙(Random)하중에 대한 구조물의 해석은 하중의 동적특성이 스펙트럼으로 간결하고도 완전히 나타내지므로 주파수영역에서 수행하는 것이 편리한 방법이다. 그러나 운동방정식이 본 논문의 경우와 같이 비선형일 경우에는 하중스펙트럼과 구조물 응답스펙트럼 사이의 관계가 선형계에서처럼 간단히 나타낼 수가 없으므로 주파수영역 해석시에는 비선형항의 선형화가 필요하게 된다.

식 (5)의 비선형점성항의 선형화방법은 유속 중에 조류의 영향을 정적해석으로 구한 후, 파도의 영향만을 선형화를 통한 동적해석으로 구해 합하는 재래식방법⁽¹⁴⁾과 조류와 파도의 영향을 함께 선형화하는 최근의 개선된 방법⁽⁹⁾이 있다. 본 논문에서는 최근의 방법을 주로 사용하였으나, 비교의 목적으로 재래식 방법도 또한 이용하였다.

개선된 선형화방법에 의하면 식 (5)의 점성력 항은 아래와 같이 선형화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}C_D\rho_0D_s(r+u_c)|r+u_c| \\ & = \frac{1}{2}C_D\rho_0D_s(b_1r + b_2u_c) + e \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 $r = u_w - \frac{\partial y}{\partial t}$ = 파도의 riser 에 대한 상대속도

b_1, b_2 : 선형화 계수
 e : 선형화에 따른 오차

파도의 상대속도 r 를 정규분포(Gaussian Distribution)라고 가정하고, 식 (20)의 선형화계수를 선형화에 따른 오차의 제곱의 확률적 기대치를 최소화하는 방법으로 구하면 아래와 같다.⁽⁹⁾

$$\begin{aligned} b_1 &= \sqrt{\frac{8}{\pi}}\sigma_r \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u_c}{\sigma_r}\right)^2\right] \\ &+ 2u_c \operatorname{erf}\left(\frac{u_c}{\sqrt{2}\sigma_r}\right) \\ b_2 &= \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_r \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u_c}{\sigma_r}\right)^2\right] \\ &+ u_c \left[1 + \left(\frac{\sigma_r}{u_c}\right)^2\right] \operatorname{erf}\left(\frac{u_c}{\sqrt{2}\sigma_r}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 σ_r 은 r 의 표준편차이며, $\operatorname{erf}(\)$ 는 error 함수이다.

한편 재래의 선형화방법에 의한 선형화계수는 다음과 같다⁽¹⁴⁾.

$$\begin{aligned} b_1^* &= \sqrt{\frac{8}{\pi}}\sigma_r \\ b_2^* &= u_c \end{aligned} \quad (22)$$

식 (20)과 식 (21)을 식 (4)와 식 (5)에 대입하고 항들을 정리하면, 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} m_i \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &+ \left(C_r + \frac{1}{2}C_D\rho_0D_s b_1\right) \frac{\partial y}{\partial t} \\ &+ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] \\ &= C_M\rho_0 A_s \dot{u}_w + \frac{1}{2}C_D\rho_0 D_s b_1 u_w + \frac{1}{2}C_D\rho_0 D_s b_2 u_c \end{aligned} \quad (23)$$

아울러 식 (23)을 유한요소법으로 나타내면 아래와 같이 식 (6)과 유사한 식을 얻게 된다.

$$[M_i] \{d\} + [\bar{C}] \{d\} + [K] \{d\} = \{R_w\} + \{R_c\} \quad (24)$$

여기서

$\{R_w\}$: 파도(u_w, \dot{u}_w)에 의한 동적하중
 $\{R_c\}$: 조류(u_c)에 의한 정적하중

$[\bar{C}]$: C_r 과 $\frac{1}{2}C_D\rho_0D_s b_1$ 에 의한 감쇠행렬

식 (24)는 선형제이므로 Riser 의 변위를 다음과 같이 나누어 구할 수 있다.

$$\{d\} = \{d_w\} + \{d_c\} \quad (25)$$

$$[K] \{d_c\} = \{R_c\} \quad (26)$$

$$[M_i] \{d_w\} + [\bar{C}] \{d_w\} + [K] \{d_w\} = \{R_w\} \quad (27)$$

여기서 $\{d_c\}$ 는 조류에 의한 Riser 의 정적변위이며, $\{d_w\}$ 는 파도의 영향에 의한 동적변위로써 이의 평균은 영이 된다.

식 (27)로부터 $\{d_w\}$ 는 시간영역해석에서처럼 기본이 되는 제한된 수의 모드드를 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{d_w\} = \Phi \{q\} \quad (28)$$

$$\{\ddot{q}\} + [\hat{C}] \{\dot{q}\} + [\hat{D}] \{q\} = \Phi^T \{R_w\} = \{p\} \quad (29)$$

여기서 $\{p\}$ 는 일반하중(Generalized Force)이며, $[\hat{C}]$ 는 $\Phi^T [\bar{C}] \Phi$ 이다.

식 (29)의 $[\hat{C}]$ 는 선형화에 비롯한 점성항때문에 대각행렬이 아니므로 식 (29)가 $\{q\}$ 에 대하여 열별독립된 식이 되지 않아서, 계산의 효율을 높이기 위하여는 대각화가 필요하게 된다. 전술한 선형화와 유사한 방법을 사용하여 이를 대각화하면, 감쇠계수 C_{jj}^0 는 아래와 같이 된다.⁽¹⁴⁾

$$C_{jj}^0 = \sum_{k=1}^n \hat{C}_{jk} E[\dot{q}_k \dot{q}_j] / E[\dot{q}_j \dot{q}_j] \quad (30)$$

여기서 n 은 사용한 모드드의 수이며, $E[\]$ 는 확률적 기대치를 나타낸다.

식 (30)을 식 (29)에 대입하면 각 모드드마다 독립된 식을 얻게 된다.

$$\ddot{q}_j + C_{jj}^0 \dot{q}_j + \hat{D}_{jj} q_j = p_j, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (31)$$

일반하중 $\{p\}$ 에 대한 스펙트럼행렬 $[S_{pp}(\omega)]$ 는 앞에서 기술한 유동의 속도 및 가속도의 스펙트럼으로부터 구할 수 있으며,⁽¹⁴⁾ 이로부터 일반 좌표 $\{q\}$ 의 응답스펙트럼행렬 $[S_{qq}(\omega)]$ 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$[S_{qq}(\omega)] = [H_j(\omega^*)][S_{pp}(\omega)][H_j(\omega)] \quad (32)$$

여기서 $[H(\omega)]$ 는 각 모드에 대한 주파수 응답함수(Frequency Response Function)로 구성된 대각행렬이며, 그 요소 $H_j(\omega)$ 는 식 (31)로부터 구할 수 있으며 결과는 아래와 같다.

$$H_j(\omega) = \frac{1}{\Omega_j^2 - \omega^2 + iC_{jj}^0 \omega} \quad (33)$$

여기서 i 는 $\sqrt{-1}$ 이며, $H_i(\omega)^*$ 는 $H_i(\omega)$ 의 공액복소수이다.

Riser의 변형에 대한 스펙트럼은 식 (28)로부터 아래와 같이 나타내진다.

$$[S_{d_w d_w}(\omega)] = \Phi [S_{q_i q_i}(\omega)] \Phi^T$$

$$[S_{d_w d_w}(\omega)] = \omega^2 [S_{d_w d_w}(\omega)] \quad (34)$$

또한 q 와 d_w 의 평균치가 영이므로 이들에 대한 Covariance는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{Cov}[q_j q_k] = \int_0^{\omega_c} \text{Re}\{S_{q_j q_k}(\omega)\} d\omega \quad (35 a)$$

$$\text{Cov}[\dot{q}_j \dot{q}_k] = \int_0^{\omega_c} \omega^2 \text{Re}\{S_{q_j q_k}(\omega)\} d\omega \quad (35 b)$$

$$\text{Cov}[d_w j d_w k] = \int_0^{\omega_c} \text{Re}\{S_{d_w j d_w k}(\omega)\} d\omega \quad (35 c)$$

$$\text{Cov}[\dot{d}_w j \dot{d}_w k] = \int_0^{\omega_c} \omega^2 \text{Re}\{S_{d_w j d_w k}(\omega)\} d\omega \quad (35 d)$$

여기서 $\text{Re}\{ \}$ 는 복소수의 실수부를 의미하며 ω_c 는 해석에 포함된 ω 의 최대값이다.

식 (21)과 식 (30)을 고찰하면 선형화계수 b_1 , b_2 와 대각화된 감쇠계수 C_{ij}^0 는 Riser의 동적변위의 종속이므로, 이 계수들은 시행반복적인 방법(Iterative Method)으로 구해야 된다.

4.4 최대변형의 기대치 산출

Riser 구조의 설계시 필요한 최대변형 및 최대 응력은 규칙파를 사용한 정력학적 및 동력학적 해석에서는 해석결과로부터 직접 산출할 수 있으나, 불규칙파를 사용한 해법에서는 이를 확률론적으로 구해야 한다. 본 논문에서는 불규칙파에 의한 구조물응답의 시계열이나 스펙트럼으로부터 표준편차를 구한 후, 일반적으로 많이 사용되고 있는 간단한 방법을 따라, 표준편차의 3배를 동력학적 응답성분의 최대진폭으로 추산하였다. 이에 따른 구조물의 최대응답은 아래와 같다.

$$E[d_{max}] = \bar{d} + 3\sigma_d \quad (36)$$

여기서 \bar{d} 는 구조물의 응답 d 의 평균값으로 주파수영역에서는 식 (26)의 조류에 의한 응답 d 로 주어지며, σ_d 는 d 의 표준편차로써 응답시계열로부터 통계학적으로 계산하거나, 또는 응답 스펙트럼으로부터 식 (35)를 이용하여 구할 수 있다.

5. 예제해석 및 검토

예로서 수심이 600 ft와 1,000 ft의 두 지점에서 운영되는 외경이 21인치되는 Riser를 택하였으며 이들의 구조적특성은 표 1에 보였다. 구조해석은 세가지의 다른 파랑조건 즉 정상시추, 제한시추 및 시추보류조건에 대하여 수행하였으며, 이들의 파도 및 조류의 조건과 이에 따른 시추선의 운영조건들은 표 2에 보였다.

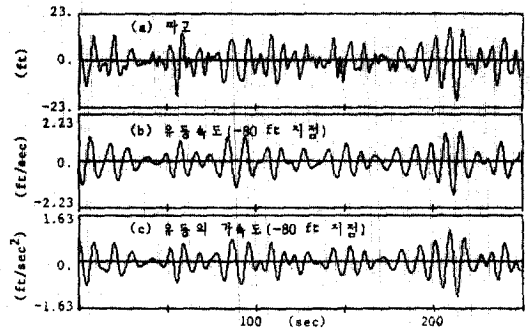


그림 2. 불규칙파고 및 운동의시계열(정상시추조건: $H_s = 12\text{ft}$)

Riser의 거동을 해석함에 앞서, 비감쇠자유진동해석을 먼저 수행하였다. Riser의 고유진동수는 상단에 가해진 장력의 크기에 따라 다르나, 이 장력을 정상시추시 택한 300 kips로 했을 때 기본이 되는 최초의 4개 고유진동수는 600 ft Riser의 경우 0.67, 1.43, 2.36, 3.48 rad/sec이며, 1,000 ft Riser의 경우 0.33, 0.71, 1.11, 1.59 rad/sec가 되었다. 이들을 정상시추시 파도의 평균주파수(0.92 rad/sec)와 비교하면, 처음의 1~2 고유진동수가 비슷한 범위에 있으므로 Riser의 동력학적거동의 중요성을 나타내고 있다.

구조해석은 Riser설계상의 중요인자(Parameter)인 최대 Riser 응력과 Riser 하단각도를 산출하는 데 중점을 두어 수행하였다. 최대부재응력은 Riser의 구조적 안전을 고려한 인자이며, 하단각도는 시추작업시 Riser 내부에서 회전하는 시추봉과 Riser 하단의 내벽과의 마찰에 의한 파손을 방지하기 위한 고려 사항이다⁽²⁾.

일차적으로 파도의 형태에 따른 Riser 응답을

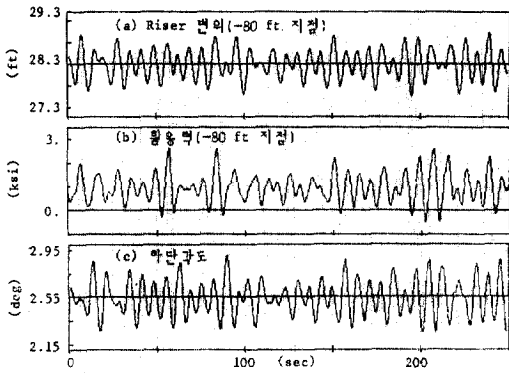


그림 3. Riser의 변위, 휨응력 및 하단각도의 시계열 (정상시추조건 : $H_s=12$ ft, 1,000 ft Riser)

비교하기 위하여, 구조물의 거동을 규칙파에 의한 정력학적방법, 규칙파에 의한 동력학적방법 및 불규칙파에 의한 시간영역해석방법을 사용하여 해석한 후, 그 결과를 비교하였다. 그림 2는 정상시추조건에서 파고와 파도에 의한 유동속도 및 가속도의 시계열을 시뮬레이션한 결과이며, 그림 3은 같은 조건에서 구한 1,000 ft Riser의 변위, 휨응력 및 하단각도의 시계열이다. 이들은 불규칙파와 이로 인한 구조물의 응답의 특성

이 잘 시뮬레이션된 것을 보여 주고 있다.

그림 4a와 4b는 각각 정상시추와 제한시추 조건에 대하여 1,000 ft Riser의 각 위치에서 생기는 최대휨응력을 보인 것이다. 그림을 고찰해보면, 3가지 다른 해석방법을 통하여 공히 최대휨응력이 Riser의 상단부근에서 발생함을 알 수 있다. 규칙파와 정력학적 기법을 사용하여 구한 최대휨응력의 수직분포는 다른 두 방법에 의한 결과에 비하여, Riser 상부에서는 크게 주어졌으나, 하부에서는 상당히 작게 산정되고 있음을 보였다.

표 3은 600 ft와 1,000 ft Riser에 대하여 앞의 3가지 해석기법으로 구한 최대복합응력(축응력 + 휨응력)과 최대하단 각도를 비교한 것이다. 먼저 부재응력을 보면 정력학적 해법에 의한 값이 항상 최대로 나타나는 데 이는 동력학적 해법에서는 Riser가 파도에 따라 움직이도록 허용하므로 유체와 Riser 사이의 상대속도가 감소하여 저항력이 작아지나, 정력학적 해석에서는 이를 고려하지 않아 저항력이 크게 산정된 때문으로 판단된다. 동력학적 해법중에 규칙파에 의한 부재응력을 불규칙파를 사용한 결과와 비교하면,

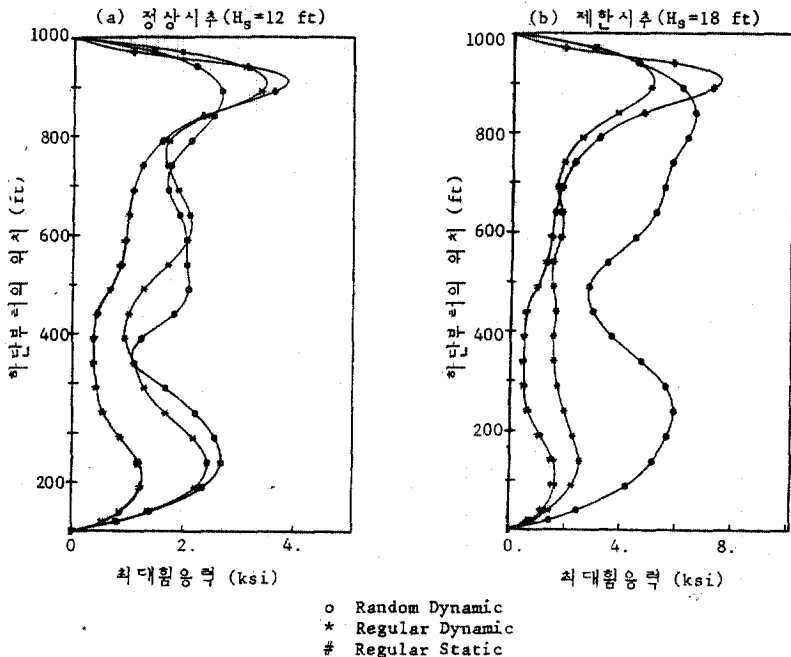


그림 4. 최대휨응력비교(1,000 ft Riser)

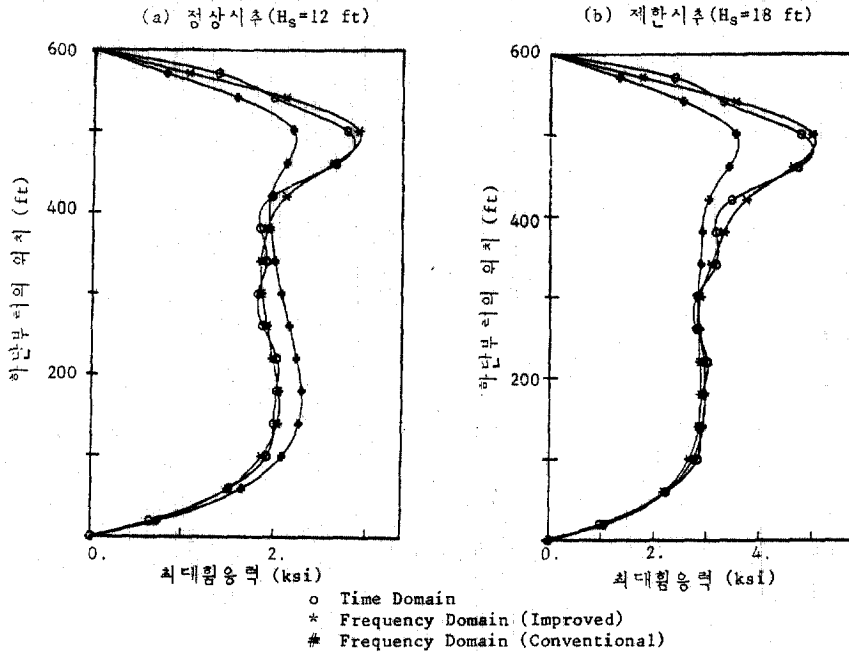


그림 5. Random 해석에 의한 최대휨응력비교(600 ft Riser)

표 1. Riser의 특성

Riser
길이 : 600 및 1,000 ft
외경 : 21 in.
두께 : 0.625 in.
상단위치 : 수평면 위 30 ft
하단위치 : 해저면 위 30 ft
단위중량 : 0.283 lb/in. ³
탄성계수 : 3.0×10^7 psi
내부의 Mud :
정상 및 제한시추 : 12 lb/gal
시추보류조건 : 해수로 대체

Choke/kill lines

외경 : 4 in.
두께 : 0.636 in.
중심거리 : 29.75 in.

Foam Buoyancy Material

장치된 위치 :
수심 600 ft : 없음
수심 1,000 ft : 해저면위 190~490 ft
외경 : 39 in.
단면적 : 628.2 in. ²
단위중량 : 29 lb/ft ³

기 타

C_D : 0.8
C_M : 1.5
시추선 draft : 30 ft
파고-시추선 위상차 : 15°

파랑이 작은 조건에서는 다소 크게 추정되었으나, 파랑이 큰 경우에는 작게 주어짐을 보였다. Riser의 하단각도를 검토하면, 대체로 불규칙파를 이용한 방법이 가장 큰 값을 주며, 규칙파에 의한 정력학적 해법이 가장 작은 값을 산정함을 나타내고 있다. 이러한 경향은 기상조건이 나빠질수록 더 현저히 되므로, 많이 사용되고 있는 규칙파와 정력학적 방법을 선별적으로 사용해야 함을 시사하고 있다.

마지막으로 불규칙파를 사용한 방법들을 비교하였다. 그림 5a와 5b는 시간영역 및 주파수영역해석의 결과들로서, 600 ft Riser의 휨응력을 보인 것이다. 본문에서 기술한 바와 같이 시뮬레이션에 의한 시간영역해석은 비선형 점성항을 선형화하지 않고 그대로 사용하므로써 선형화를 요하게 되는 주파수영역해법보다 정확한 방법이며, 이를 고려할 때 조류와 파도의 영향을

표 2. 파랑 및 작업조건

구 분	정 상 시 추		제 한 시 추		시 추 보 류	
<u>파도조건</u>						
유효파고 (ft) ·	12.0		18.0		30.0	
평균파주기 (sec)	6.8		8.3		10.7	
최대파고 (ft)	23.0		35.0		58.0	
최대파고주기 (sec)	8.6		10.6		13.7	
	수 심 (ft)					
	600	1,000	600	1,000	600	1,000
<u>조류속도 (ft/sec)</u>						
수 평 면	2.54	2.29	3.17	2.86	3.80	3.43
수심의 중간지점	0.85	0.23	1.05	0.29	1.27	0.34
해 저 면	0.85	0.23	1.05	0.29	1.27	0.34
<u>시추선운동</u>						
평균편심 (ft)	18	30	36	60	48	80
진동진폭 (ft)	±0.3	±0.5	±1.7	±2.8	±5.7	±9.5
<u>Riser의 상단장력(kips)</u>						
	300	300	330	390	480	450

표 3. Riser 최대응력 및 하단각도

파랑조건 및 해석방법	600 ft Riser		1,000 ft Riser	
	최대응력(ksi)	하단각도(deg)	최대응력(ksi)	하단각도(deg)
<u>정상시추</u>				
규 칙 파—정력학	11.1	2.61	10.7	2.66
규 칙 파—동력학	10.7	2.87	10.4	2.93
불규칙파—동력학	9.7	2.84	9.7	2.99
<u>제한시추</u>				
규 칙 파—정력학	16.8	5.10	16.4	4.81
규 칙 파—동력학	14.9	5.20	14.2	5.01
불규칙파—동력학	13.4	5.98	15.5	6.17
<u>시추보류</u>				
규 칙 파—정력학	26.4	6.59	25.5	6.11
규 칙 파—동력학	20.8	6.17	17.8	6.29
불규칙파—동력학	22.2	7.86	22.8	8.25

함께 고려하여 선형화한 최근의 주파수영역해법은 시간영역해석과 거의 같은 휨응력을 주므로 정확하다고 판단되나, 두 영향을 따로 선형화한 재래식 방법은 상당히 작은 값을 주고 있어 조류의 영향이 클 경우에는 사용에 부적당한 방법임을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 Marine Riser의 정력학적 해법과 시간영역 및 주파수영역에서의 동력학적 해법에 대하여 연구하였으며 예제 해석을 통한 결과를 비교 검토하여, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 정력학적 해법은 사용에는 간편한 방법이나, 동력학적 해법에 비하여 일반적으로 최대 Riser 응력은 큰 값을, Riser 하단각도는 작은 값을 준다. 이 현상은 파랑조건이 악화될수록 심화됨을 보이므로, 이 경우 동력학적 해석을 병행하는 것이 요망된다.

2) 동력학적 해법 중, 규칙파를 사용한 해법은 불규칙파를 이용한 결과와 비교하면 작은 파랑조건에서는 비슷한 Riser 응력 및 하단 각도를 주지만, 파랑조건이 클 경우에는 10~20%가량 작아진 값을 주므로, 규칙파를 이용한 방법도 또한 사용에 주의를 요한다.

3) 불규칙파를 사용한 방법 중, 시계열의 시물레이션에 의한 시간영역 해법은 가장 정확한 방법이며, 이와 비교하면 조류와 파도의 영향을 함께 선형화한 주파수영역 방법은 매우 정확한 결과를 주나, 두 영향을 따로 선형화한 재래식 방법은 큰 오차를 초래할 수 있다.

참 고 문 헌

1. Hall, R., "The Technology of Offshore Drilling, Completion and Production", Petroleum Publishing Co., 1976.
2. Childers, M., and Martin, E., "Field Operation of Drilling Marine Risers", *European Offshore Petroleum Conference Paper*, EUR-43, 1978.
3. "Dynamic Stress Analysis of the Mohole Riser System", *NSF Report PB-175258*, National Engineering and Science Co., 1965.
4. Novotny, R., "Marine Riser Static Analysis Program", *Tech. Report*, Amoco Production Co., 1975.
5. Gardner, T., and Kotch, M., "Dynamic Analysis

of Risers and Caissons by the Finite Element Method", *Offshore Technology Conference Paper*, OTC-2651, 1976.

6. Yun, C., "Program PLTDYN3 with a Riser Analysis Option", *Tech. Report*, Amoco Production Co., 1982.
7. Burke, B., "An Analysis of Marine Risers for Deep Water", *Offshore Technology Conference Paper*, OTC-1771, 1973.
8. Shinozuka, M., and Yun, C., "Dynamic Analysis of Offshore Structures Subjected to Wind Generated Waves", *J. of Structural Mechanics*, 1977.
9. Krolkowski, L., and Gay, T., "An Improved Linearization Technique for Frequency Domain Riser Analysis", *Offshore Technology Conference Paper*, OTC-3777, 1980.
10. Morison, J. et al., "The Force Exerted by Surface Waves on Piles", *Petroleum Transactions, AIME*, Vol. 189, 1950.
11. Cook, R., "Concepts and Applications of Finite Elements Analysis", John Wiley, 1974.
12. Hirata, M., et al., "On the Design and Dynamical Analysis of a Riser", *Proc. of 3rd Int'l Symposium on Offshore Engineering*, Brazil, 1981.
13. Pierson, W., and Moskowitz, L., "A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S.A. Kitaigorodskii", *J. of Geophysical Research*, 69(24), 1964.
14. Malhotra, A., and Penzien, J., "Non-deterministic Analysis of Offshore Structures", *J. Engineering Mechanics Div., ASCE*, Dec. 1970.

(接受 : 1984. 3. 7)