

傾斜寫眞의 解析의 位置決定에 있어서 輕重率 적용에 관한 研究

A Study on Effectiveness of Weight in Analytical Positioning
of Oblique Photography

楊	實	台*
Yang	In	Tae
權		現**
Kwon		Hyon
柳	福	樓***
Yeu,	Bock	Mo

Abstract

This paper is a study on effectiveness of weight in analytical positioning of oblique photography.

Oblique photographs are more economical than normal photographs as it has a larger ground coverage and as it can be applied in situations where objects of interest are difficult to be approached. But the comparatively complex methods involved, present a problem in obtaining the desired results. In view of this fact, analytical rectification was applied in normalizing the oblique photographs. As oblique photographs are extensively used in slops and mountainous regions, a number of difficulties are encountered during the control surveying.

The photocoordinates of the oblique photographs, taken at 30°, were weighted during rectification. They were weighted as inversely proportionate to the derived formular of $\gamma_y = f \cdot \tan \frac{\theta}{2} + y_o$, the distance of each point from the isocenter along the Y axis. By applying the weights, coordinates errors could be reduced and the error difference between oblique and normal photographs could be reduced upto 53.2%.

要 旨

本 論文은 傾斜寫眞의 解析의 位置決定에 있어서 輕重率 적용에 관한 研究로서 傾斜寫眞의 精度를 향상시키고 그 効用性을 높이는 데 그 目的이 있다.

傾斜寫眞은 垂直寫眞에 比하여 ครอบคลุม적이 넓어 경제적이며 접근하기 어려운 대상물의 좌표해석

*正會員·江原大學校 工科大學 助教授

**延世大學校 工科大學 土木工學科 博士課程

***正會員·延世大學校 工科大學 教授 土木工學科

과 情報 획득에 용이하므로 많은 분야에서 그의 이용을 시도하고 있으나 수직사진에 비하여 해석방법이 복잡하다. 이에 본 연구에서는 경사사진을 垂直化하는 데 있어서 解析의 偏位修正 이론을 도입하여 고찰하였다.

관측값 해석단계에서는 30°경사사진의 수직화 과정에 본 연구에서 유도한 等角點으로부터 상점까지의 y 축방향의 거리 $\gamma_y = f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + y_a$ 의 역수로 輕重率을 적용한 결과 경증율을 고려하지 않은 경사사진에 비하여 53.2%까지 수직사진에 접근시킬 수 있었다.

1. 序 論

傾斜寫眞은 垂直寫眞에 비하여 같은 촬영거리에서의 피복 면적이 크고 대상물의 옆면에 대한 관독효과가 크며 대상물에 대한 判讀者의 감지가 빠르다.

또한 최근에는 댐, 교량 등의 지상시설물 해석, 建築物, 文化財 등의 建造物 解析^(1,2,3) 등에 대하여 높은 正確度를 주고 그것들의 記錄保存에 유효하며, 접근할 수 없는 계곡, 고층건물 등에 대한 해석과 情報 획득이 용이하므로 그것의 이용도는 매우 크게 인식되고 있으나 垂直寫眞에 비하여 數值的으로 解析하기에 어려운 점이 있다.⁽⁴⁾

本 論文에서는 傾斜寫眞을 垂直化하는 데 있어서 解析의 偏位修正理論을 도입하였다.

2. 지상경사사진의 垂直化

지상경사사진에서 等角點(i)는 傾斜角(θ)의 二等分線이 만나는 點이다. 이 點은 x 축을 中心으로 하여 傾斜를 준 경우, 光軸이 寫眞과 만나는 主點과 노출점이 대상면에 수직으로 만나는 連직점의 連장선상에 위치한다. 일반적으로 航空垂直寫眞에서 定誤差를 제거하더라도 主點으로부터의 放射距離에 비례하여 像點誤差가 발생한다.

그러나 地上傾斜寫眞에서는 기하학적 조건이 다르므로 誤差分布가 垂直寫眞과 달라진다.

따라서 오차분포를 알기 위해 地上傾斜寫眞에서 各 點들에 대한 縮尺을 유도하고 축척의 변화를 고찰한다.

2.1. 等角點으로부터 상점까지의 거리

그림 (1)에서 a 점에 대한 사진상의 y 좌표는

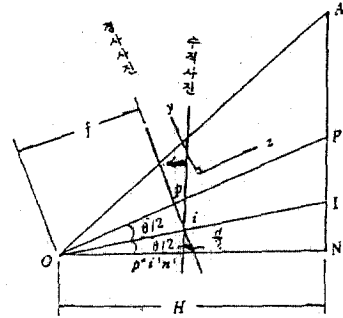


그림 1. 등각점으로부터 상점까지의 y 축방향의 거리

$a'p$ 이고, f 를 초점거리, θ 를 경사각이라 하면 等角點으로부터 a 점까지의 y 축방향의 거리 $\overline{ia'}$ 는

$$\overline{ia'} = \overline{ip} + \overline{pa'} \quad (1)$$

이며, $\triangle iop$ 에서 \overline{ip} 는

$$\overline{ip} = f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2)$$

이므로 식 (2)와 $\overline{a'p} = y_a$ 의 관계를 식 (1)에 대입하면

$$\overline{ia'} = f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + y_a \quad (3)$$

가 된다.

그러므로 $\overline{ia'} = \gamma_y$ 라 하면

$$\gamma_y = f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + y_a \quad (4)$$

이다.

2.2. 경사사진의 축척

그림 (2)에서 $\tan \delta = y_a/f$ 이므로

$$\delta = \tan^{-1}(y_a/f) \quad (5)$$

이며, $\triangle a'oa$ 에서 $\tan \alpha = x_a/\sqrt{f^2 + y_a^2}$ 이므로

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{x_a}{\sqrt{f^2 + y_a^2}}\right) \quad (6)$$

이다.

그림 (2)에서 x 축방향의 축척을 $\frac{1}{m_x}$ 이라 하면

$$\frac{1}{m_x} = \frac{\overline{a'a}}{\overline{A'A}} = \frac{x_a}{X_A} \quad (7)$$

이다.

여기서 $\angle A'ON = \angle PON + \angle POA' = \theta + \delta$ 이고,

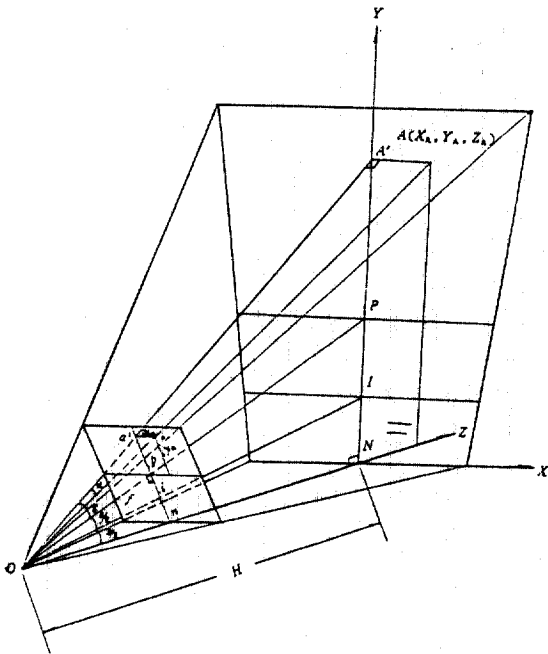


그림 2. 지상경사사진과 대상면의 축척관계

$\triangle A'ON$ 에서 $\angle A'NO$ 는 직각이므로

$$\overline{NA'} = H \cdot \tan(\theta + \delta) \quad (8)$$

이고

$$(\overline{OA'})^2 = (\overline{ON})^2 + (\overline{NA'})^2 \quad (9)$$

$$= H^2 \{1 + \tan^2(\theta + \delta)\} \quad (10)$$

이다. 따라서 $\overline{OA'}$ 는

$$\overline{OA'} = H \sqrt{1 + \tan^2(\theta + \delta)} \quad (11)$$

이 된다.

$\triangle AA'O$ 에서 $\angle AA'O$ 는 직각이므로

$$\overline{A'A} = \overline{OA'} \cdot \tan \alpha \quad (12)$$

이 되며 식 (12)에 식 (6)과 식 (11)을 대입하면

$$\overline{A'A} = H \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\theta + \delta)} \quad (13)$$

$$\times \frac{x_a}{\sqrt{f^2 + y_a^2}}$$

가 된다.

여기서 x_a 는 像座標이므로 식 (7)에 식 (13)을 대입하면 x 축 방향의 축척 $\frac{1}{m_x}$ 은

$$\frac{1}{m_x} = \frac{\sqrt{f^2 + y_a^2}}{H \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\theta + \delta)}} \quad (14)$$

이다.

또한 그림 (2)에서 y 축 방향의 축척을 $\frac{1}{m_y}$ 이라 하면

$$\frac{1}{m_y} = \frac{\overline{ia'}}{\overline{IA'}} \quad (15)$$

이다. 여기서 $\overline{ia'} = \overline{ip} + \overline{pa'}$ 이며, $\triangle ipo$ 에서 사진면과 光軸은 수직이므로

$$\overline{ip} = f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (16)$$

이고, $\overline{pa'}$ 는 사진상에서 점 a 의 y 좌표값 (y_a)이므로

$$\overline{ia'} = f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + y_a \quad (17)$$

이다. 또한

$$\overline{IA'} = H \cdot \left[\tan(\theta + \delta) - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (18)$$

이므로

$$\frac{1}{m_y} = \frac{f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + y_a}{H \cdot \left[\tan(\theta + \delta) - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]} \quad (19)$$

가 유도된다.

따라서 식 (19)에 식 (4)를 대입하면

$$\frac{1}{m_y} = \frac{\gamma_y}{H \cdot \left[\tan(\theta + \delta) - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]} \quad (20)$$

이므로 y 축방향의 축척은 γ_y 의 함수로 주어지며 지상경사사진의 誤差變化도 등각점으로부터 상점까지의 y 축방향의 거리의 函數로 나타난다.

2.3. 2차원 投影變換

평면상의 점의 위치는 다른 평면상에 投影된 위치의 관계로부터 얻어진다. 이 관계식의 유도는 寫眞과 대상면에 대하여 二次元 座標系를 갖는 투영기하학을 종합한 것이다. 그림 (3)에서

$$Y_A' = \frac{h'y_a'}{f' - y_a'} \quad (21)$$

이다.

따라서 임의점 $p(y', Y')$ 에서는

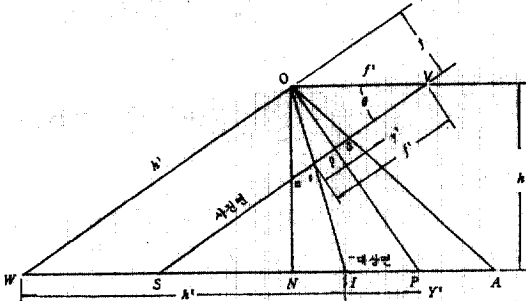


그림 3. 주평면의 관계

$$Y_p' = \frac{h'y'}{f' - y'} \quad (22)$$

로 나타낼 수 있으며 같은 방법으로

$$X_p' = \frac{h'x'}{f' - y'} \quad (23)$$

이다.

寫眞平面座標系(x', y')와 각 θ 만큼 회전한 사진좌표계(x, y)를 대응시키고 地表面座標系(X', Y')와 각 α 만큼 회전한 지표면좌표계(X, Y)를 대응시키고 原點移動 요소를 각각 x_i', y_i' 와 T_x, T_y 라 하면 사진좌표계는

$$\begin{cases} x' = x_i' - x \cos \theta + y \sin \theta \\ y' = y_i' - x \sin \theta - y \cos \theta \end{cases} \quad (24)$$

이며 지표면 좌표계에서

$$\begin{cases} X = T_x + X' \cos \alpha + Y' \sin \alpha \\ Y = T_y - X' \sin \alpha + Y' \cos \alpha \end{cases} \quad (25)$$

이다.⁵⁾

식 (25)에 식 (22), (23)을 대입하면

$$X = \frac{a_1x + b_1y + d_1}{a_4x + b_4y + 1} \quad (26)$$

$$Y = \frac{a_2x + b_2y + d_2}{a_4x + b_4y + 1} \quad (27)$$

이다.

3. 輕重率의 적용

3.1. 경사사진의 수직화에 경중율의 고려

사진측량의 標定段階에서 최소제곱법을 사용할 때 경중율을 고려하여 精度를 향상시키고 있다.

경사사진을 수직화할 때 等角點으로부터 放射狀距離에 비례하여 발생하나 경사사진의 등각점

은 항상 y 축상에 있으며 縮尺變化는 x 방향에 무관하므로 y 축 방향의 거리에 대해서만 輕重率을 고려한다. 등각점으로부터 y 축 방향의 거리 γ_y 는

$$\gamma_y = y_0 + f \cdot \tan(\theta/2) \quad (28)$$

이며 여기서 θ 는 사진의 傾斜角, y_0 는 사진의 y 축 좌표이다. 각점의 경중율은 γ_y 의 함수값, $f(\gamma_y)$ 로 나타나며 여기서 나타나는 輕重率行列은

$$W = \begin{pmatrix} f(\gamma_{y1}) & & \\ & f(\gamma_{y2}) & \\ & & f(\gamma_{yn}) \end{pmatrix} \quad (29)$$

이다.⁶⁾

앞에서 서술한 식 (26), (27)에 경중율 행렬식 (29)를 적용하면 식 (30)과 같은 標準方程式이 얻어진다.

$$(A^T W A) X = (A^T W) L \quad (30)$$

여기서 매개변수 X 를 결정할 후 다른 표정점에 대해서 投影條件을 이용하여 대응되는 垂直座標를 구한다.

3.2. 수직사진의 삼차원 가상좌표화에 대한 경중율 적용

수직화 사진의 三次元 假想座標化 과정에서 상점오차는 사용되는 2차원 좌표가 主點으로부터의 방사상 거리에 비례하여 발생하므로 輕重率을 방사상의 거리에 반비례하여 적용하였다.

삼차원 가상좌표화에서 조건방정식인 共面條件式은

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_i & Y_i & Z_i \\ X_{i+1} & Y_{i+1} & Z_{i+1} \end{vmatrix} = 0 \quad (31)$$

로 되며 벡터로 표시하면

$$\vec{B} \cdot (\vec{X}_i \times \vec{X}_{i+1}) = 0 \quad (32)$$

이다. 여기서 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 를 X, Y, Z 축에 대한 단위 벡터라 하면

$$\left. \begin{aligned} \vec{B} &= b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k} \\ \vec{X}_i &= X_i \cdot \vec{i} + Y_i \cdot \vec{j} + Z_i \cdot \vec{k} \\ \vec{X}_{i+1} &= X_{i+1} \cdot \vec{i} + Y_{i+1} \cdot \vec{j} + Z_{i+1} \cdot \vec{k} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

이다.

식 (32)에 회전행렬 A_{i+1} 과 直交行列 R 을 적용하면

$$\vec{B} \cdot \vec{X}_i \times (\vec{R} \cdot \vec{A}_{i+1} \vec{X}_{i+1}) = 0 \quad (33)$$

이다.

여기에 보정량 벡터 dB 와 R 의 가정값을 대입하면

$$(\vec{B} + dB) \cdot \vec{X}_i \times (\vec{X}_{i+1} + \vec{R}_1 \cdot \vec{X}_{i+1}) = 0 \quad (34)$$

이며 이 식 (34)를 전개하면

$$\vec{B} \cdot \vec{X}_i \times \vec{X}_{i+1} + d\vec{B} \cdot \vec{X}_i \times \vec{X}_{i+1} + \vec{B} \cdot \vec{X}_i \times (\vec{R}_1 \cdot \vec{X}_{i+1}) = 0 \quad (35)$$

이 된다. 여기서 γ 의 성분을 a_1, a_2, a_3 라 하면

$$\gamma = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k} \quad (36)$$

이다. 벡터 $R_1 \cdot X_{i+1}$ 과 $\gamma \times X_{i+1}$ 은 같은 성분을 갖고 있으므로

$$R_1 \cdot X_{i+1} = \begin{pmatrix} a_2 Z_{i+1} - a_3 Y_{i+1} \\ a_3 X_{i+1} - a_1 Z_{i+1} \\ a_1 Y_{i+1} - a_2 X_{i+1} \end{pmatrix} = \gamma \times X_{i+1} \quad (37)$$

이 된다. 식 (37)을 식 (35)에 대입하면

$$B \cdot X_i \times X_{i+1} + dB \cdot X_i \times X_{i+1} + B \cdot X_i \times (\gamma \times X_{i+1}) = 0 \quad (38)$$

이며 이 식을 다시 정리하면

$$X_{i+1} \times (B \times X_i) \cdot \gamma + X_i \times X_{i+1} \cdot dB + X_i \times X_{i+1} \cdot B = 0 \quad (39)$$

이다.

4. 觀測 및 測定값 비교고찰

4.1. 관 측

標定點 26점을 택하여 촬영점 A, B에서 30°의 경사로 WILD P-31의 카메라로 촬영하였으며 이 때 基線觀測은 EDM Kern DM 102와 Invar Steel Tape로 각각 10번씩 측량하여 그의 最確값으로 기선길이를 택하였다. 또한 三角測量에 의한 좌표를 측정하기 위하여 WILD-T2를 사용하였다.

촬영점의 상호관계와 標定點의 Index Map은 그림 (4), (5)와 같다.

4.2. 경사사진의 수직화에 관한 고찰

경사사진의 수직화를 고찰하기 위하여 표정점은 7점을 택하였다.

傾斜寫眞으로부터 2차원 가상사진으로 수직화 하는 제 1 단계에서는 본 연구에서 유도한 等角點으로부터 像點까지의 y축 방향의 거리 K_1 .

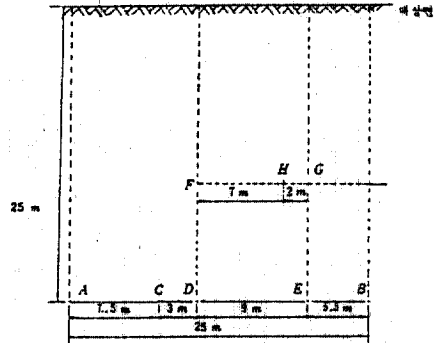


그림 4. 촬영점의 상호관계

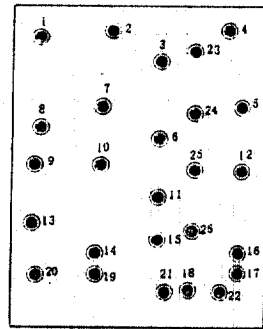


그림 5. 표정점의 Index Map

$\left\{ y_a + f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\}$ 에 반비례하도록 輕重率을 주었으며 2차원 가상사진으로부터 3차원 假想寫眞 모델로 전환하는 제 2의 단계에서는 주점으로부터 상점까지의 방사거리에 대한 標準偏差의 제곱 $K_2 \cdot \{2 + 14\gamma^2 + 49\gamma^4\}$ 에 반비례하도록 적용하였다.

두 모델을 택하여 K_1 을 변화시키면서 영향을 고려한 결과 제 1 모델과 제 2 모델 모두 그림 (6), (7)과 같이 $K_1=6$ 일 때 평균제곱근 오차는 최소가 되었다. 그러나 그의 振動幅은 제 1 모델과 제 2 모델 모두 $0.5 \mu\text{m}$ 이내로 계수에 의한 표준편차의 영향은 크지 않았다. 2차원 가상사진으로부터 3차원 가상사진 모델로 전환하는 과정에서 K_2 를 변화시키면서 輕重率을 고려한 결과 그림 (8), (9)와 같이 제 1 모델에서는 $K_2=20$ 일 때 최소가 되고 제 2 모델에서는 $K_2=30$ 일 때 최소가 되었으나 그 또한 진폭은 $0.5 \mu\text{m}$ 이내로 매우 작았다.

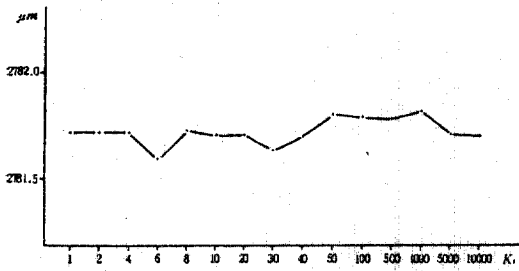


그림 6. 제 1 모델의 수직화 경중율 계수 K_1 과 표준편차의 관계

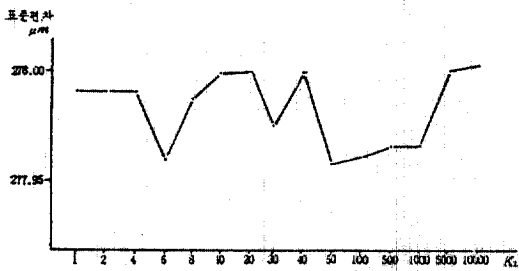


그림 7. 제 2 모델의 수직화 경중율 계수 K_1 과 표준편차의 관계

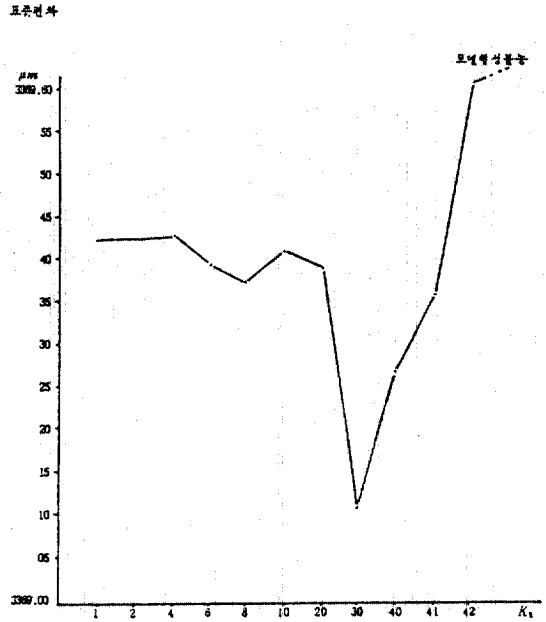


그림 9. 제 2 모델의 삼차원 가상모델에 적용한 경중율 계수 K_2

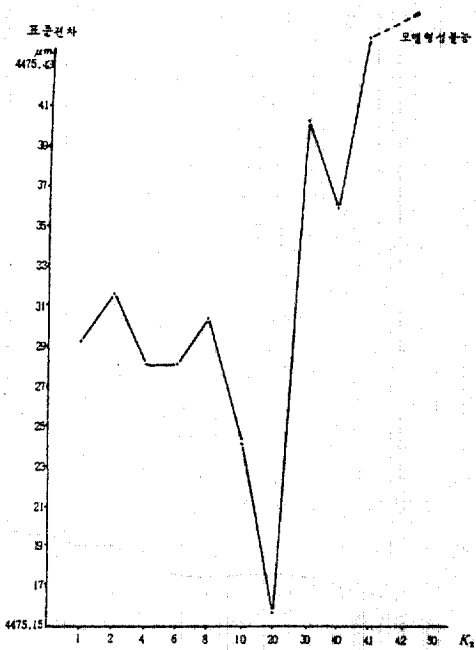


그림 8. 제 1 모델의 삼차원 가상모델에 적용한 경중율 계수 K_2

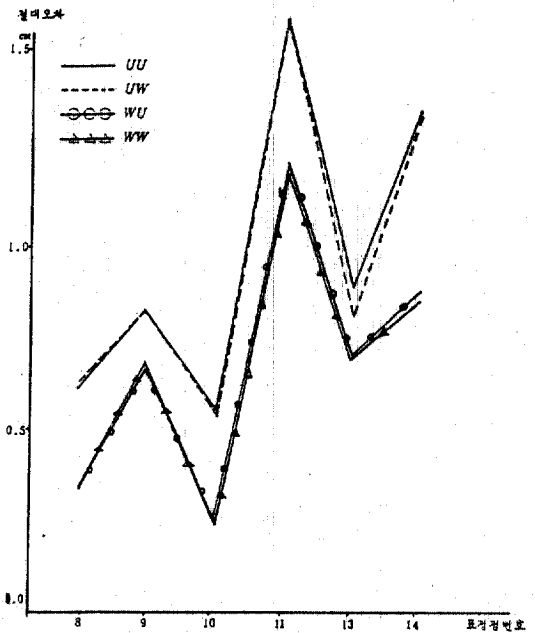


그림 10. 경중율 적용방법에 따른 절대차표오차(제 1 모델)($K_1=6, K_2=20$)

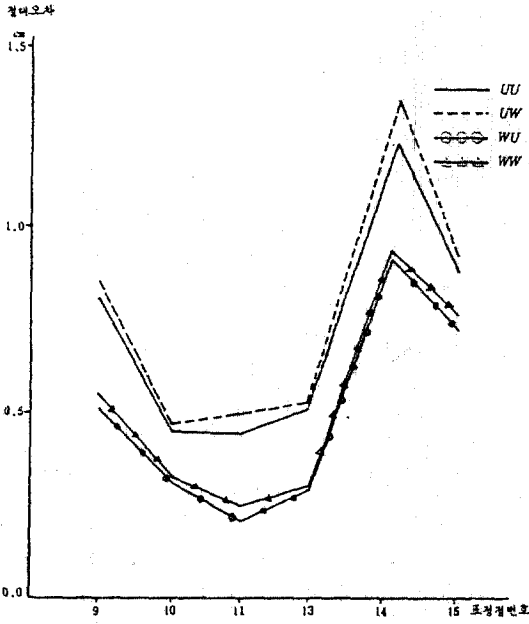


그림 11. 경중을 적용방법에 따른 절대좌표오차(제 2 모델) ($K_1=6, K_2=20$)

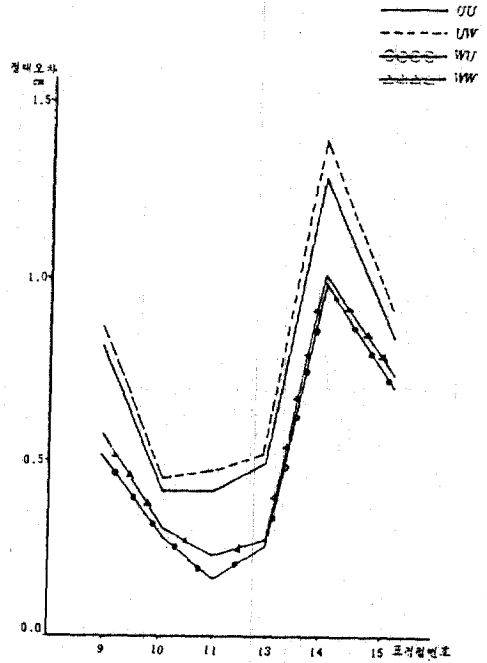


그림 13. 경중을 적용방법에 따른 절대좌표오차(제 2 모델) ($K_1=6, K_2=30$)

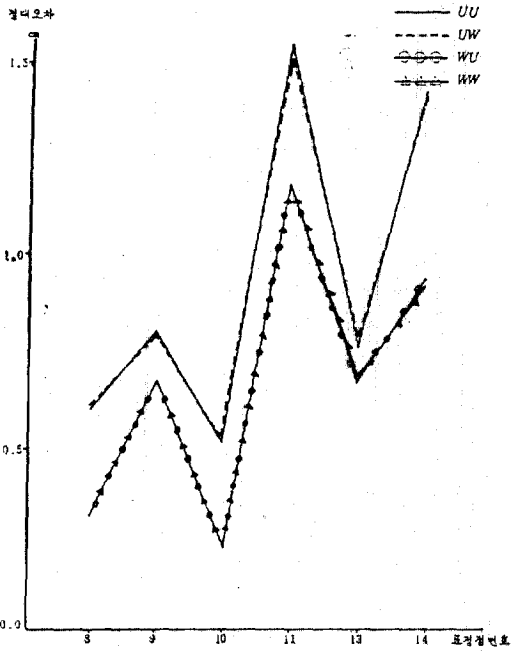


그림 12. 경중을 적용방법에 따른 절대좌표오차(제 1 모델) ($K_1=6, K_2=30$)

이 결과를 이용하여 $K_1=6, K_2=20$ 일 때 경중을 적용방법에 따라 세로축에 絕對誤差를 나타내고 세로축에 표정점 번호를 나타내어 제 1 모델과 제 2 모델에 적용한 결과 그림 (10), (11) 과 같이 나타났다.

또한 $K_1=6, K_2=30$ 일 때의 경우를 그래프로 나타내면 그림 (12), (13)과 같이 나타낸다.

傾斜寫眞의 수직화에 대한 접근도를 고찰하기 위하여 絕對座標誤差의 평균값과 경중을 고려하지 않은 절대좌표오차의 평균값과의 차를 100%로 하여 각각의 경우에 대하여 백분비로 나타내면 표 1과 같다.

본 연구에서 유도한 γ 에 계수 $K_1=6$ 을 적용하여 輕重率을 적용한 경우 제 1 모델에서 약 52.7%까지 수직사진에 접근하였으며 제 2 모델에서 약 53.6%까지 垂直寫眞에 접근하여 평균 약 53.2%까지 수직사진의 絕對座標誤差에 접근하였다.

같은 방법으로 $K_1=6, K_2=30$ 일 때의 접근도를 표로 나타내면 표 2와 같다.

표 1과 표 2를 비교하면 $K_2=20$ 과 $K_2=30$ 이

표 1. 경중율에 의한 경사사진의 접근도 ($K_1=6, K_2=20$)

모델	사진 접근도	경 사 사 진				수직사진
		UU	UW	WU	WW	
1	평균오차(cm)	0.95278	0.95094	0.67886	0.67933	0.43323
	접근도(%)	0	0.4	52.7	52.6	100
2	평균오차(cm)	0.72490	0.77276	0.50611	0.55063	0.31651
	접근도(%)	0	(11.7)	53.6	42.7	100

단, ()는 음의 수, U는 unweighted, W는 weighted 를 의미함.

표 2. 경중율에 의한 경사사진의 수직사진에의 접근도 ($K_1=6, K_2=30$)

모델	사진 접근도	경 사 사 진				수직사진
		UU	UW	WU	WW	
1	평균오차(cm)	0.95278	0.95094	0.67886	0.67931	0.43323
	접근도(%)	0	0.4	52.7	52.6	100
2	평균오차(cm)	0.72490	0.77273	0.50611	0.55063	0.31651
	접근도(%)	0	(11.7)	53.6	42.7	100

단, ()는 음의 수, U는 unweighted, W는 weighted 를 의미함.

절대좌표의 오차에 미치는 영향은 똑같고 별의 미가 없었다.

參 考 文 獻

5. 結 論

傾斜寫眞의 解析의 位置決定에 있어서 x 축을 회전축으로 30° 의 傾斜를 준 地上傾斜寫眞을 利用하여 比較 考察한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 地上傾斜寫眞의 垂直化 단계에서 본 연구를 통하여 유도된 等角點으로부터 상점까지의 y 축 방향의 거리에 반비례하여 輕重率을 적용한 결과 경중율을 고려하지 않은 지상경사사진의 절대좌표오차를 약 0.2 cm 감소시킬 수 있고 垂直寫眞의 절대좌표오차에 약 53.2%까지 접근시킬 수 있는 효과적인 방법임이 판명되었다.

(2) 경중율의 적용은 경사사진의 수직화단계에서 二次元假想座標에 경중율을 적용하는 것이 三次元 假想座標로 전환하는 단계에 적용하는 것보다 더욱 효과적이라는 것이 밝혀졌다.

1. 柳福模, 姜準默, 朴弘祺, “地上寫眞에 의한 構造物의 精密測定에 관한 研究”, 韓國測地學會誌, Vol. 1, No. 1, 1983, pp.9~16.
2. 柳福模, 楊寅台, 朴雲龍, “寫眞測定法을 利用한 斜面의 傾斜와 走向決定에 관한 理論的 考察”, 大韓土木學會論文集, Vol. 3, No. 3, 1983, pp.129~135.
3. Badekas, J., “Recent Developments of Restitution Methods in Architectural Photogrammetry” *photogrammetia*, Vol. 30, No. 3~6, June, 1975, pp.115~126.
4. Wolf, P.R., *Elements of Photogrammetry*, McGraw-Hill, 1974, pp.439~462
5. Francis H. Moffitt, Edward M. Mikhail, *Photogrammetry* 1980, pp.308~331.
6. Edward M. Mikhail, *Analysis and Adjustment of Survey Measurements*, 1981, pp.59~100.

(接受 : 1984. 4. 9)