

# 解析的 偏位修正에 의한 傾斜寫眞의 座標解析에 관한 研究

Study on Coordinates Analysis of Oblique Photographs by means  
of Analytical Rectification

柳	福	模*
Yeu,	Bock	Mo
李	東	天**
Lee,	Dong	Cheon
鄭	昌	植***
Jong,	Chang	Sik

## Abstract

In comparison to normal photography, oblique photography has large coverage area and is easily applicable to objects which are difficult to approach. But it has its deficiency of having to go through complex procedures of rectification.

Oblique photographs are first analytically rectified, in this paper, then the coordinates of facilities are analysed.

## 要 旨

傾斜寫眞은 垂直寫眞에 비해 撮影面積이 넓고 접근하기 어려운 對象物의 測定이 가능한 장점이 있는 반면, 판독을 위한 垂直化과정의 복잡하다. 光學的으로는 偏位修正機를 사용해서 傾斜寫眞을 垂直寫眞畫像으로 얻을 수 있지만 傾斜角이 큰 경우에는 光學的인 處理가 불가능하다.

이에 本 研究는 光學的으로 處理가 어렵고 精度가 낮은 偏位修正을 解析的 方法으로 解析함으로써 傾斜寫眞에 의한 시설물의 座標解析의 한 技法을 제시하였다.

## 1. 序 論

寫眞測量은 一般的으로 垂直寫眞의 利用을 主로 하고 있으나 測定對象物이나 測定 Camera

의 상황에 따라 傾斜寫眞의 利用이 불가피할 경우가 많다. 傾斜寫眞은 垂直寫眞에 比하여 넓은 視幅면적이 가능한 반면 正確度面에 많은 어려움이 있다. 또한 傾斜寫眞은 垂直寫眞으로 再現되어야만 判讀이 가능하다. 主點에서 상당히 먼 위치까지 撮影되는 高傾斜寫眞은 數值的 分析과 處理가 어렵고 主點에서 멀어질수록 映像

\*正會員·延世大學校 工科學科 土木工學科 教授

\*\*延世大學校 大學院

\*\*\*正會員·水產大學校 專任講師

의鮮明도가低下되므로垂直寫眞에 비해精度가 낮다<sup>(1)</sup>. 그러므로傾斜寫眞을正確한垂直寫眞으로再現시키므로써傾斜寫眞을效率적으로利用하는 것은 큰意義가 있다 하겠다.

이에本研究에서는解析的偏位修正을利用하여傾斜寫眞의垂直化技法을 제시함으로써施設物의三次元測量에寄與하는데意義를두고 있다.

## 2. 傾斜寫眞의解析

### 2.1. 傾斜寫眞의座標解析

傾斜寫眞의座標는廻轉軸에 대한因子를 고려하여야 한다(그림 1 참조).

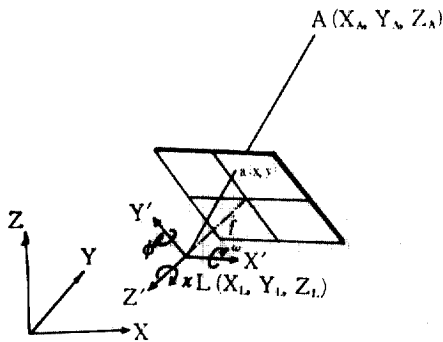


그림 1. 경사사진 좌표계와 대상공간 좌표계

寫眞이投影中心  $L$ 을中心으로  $x, y, z$ 축에 대해서  $\omega, \phi, k$ 인廻轉角으로撮影된 경우對象物空間上的 임의의 점은 사진기 좌표계에서 다음과 같은座標값으로 변환된다<sup>(2)</sup>.

$$\begin{pmatrix} X_{A'} \\ Y_{A'} \\ Z_{A'} \end{pmatrix} = M_\omega M_\phi M_k \begin{pmatrix} X_A - X_L \\ Y_A - Y_L \\ Z_A - Z_L \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서  $X, Y, Z$ : 對象空間座標系

$X', Y', Z'$ : 寫眞機座標系

$M_\omega, M_\phi, M_k$ :  $x, y, z$ 축에 대한廻轉因子의行列

또한  $A$ 점의 사진좌표  $x, y$ 는共線條件으로부터 다음과 같이 표현된다.

$$x = -f \frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$

$$y = f \frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)} \quad (2)$$

여기서,  $m_{11} = \cos \phi \cos k$

$$m_{21} = \cos \omega \sin k + \sin \omega \sin \phi \cos k$$

$$m_{31} = \sin \omega \sin k - \cos \omega \sin \phi \cos k$$

$$m_{12} = -\cos \phi \sin k$$

$$m_{22} = \cos \omega \cos k - \sin \omega \sin \phi \sin k$$

$$m_{32} = \sin \omega \cos k + \cos \omega \sin \phi \sin k$$

$$m_{13} = \sin \phi$$

$$m_{23} = \sin \omega \cos \phi$$

$$m_{33} = \cos \omega \cos \phi$$

### 2.2. 解析的偏位修正에 의한垂直寫眞作成

光學的偏位修正은高傾斜寫眞의垂直寫眞畫像作成이 불가능하고偏位修正機의렌즈收差와 기계오차로 인해서正確한垂直畫像을 얻을 수 없다. 그러나解析的偏位修正은理想的인投影을 수행할 수 있으므로誤差가 적은垂直畫像을 얻을 수 있다. 또한偏位修正機의投影面에 나타난畫像은 다시negative 필름으로 만들어야利用이 가능하지만,解析的偏位修正은數值的으로垂直寫眞을作成할 수 있으므로 직접관독에利用된다<sup>(3,4)</sup>.

그림 2에서  $O$ 는投影中心이고主面(principal plane)은  $OGA_0$ 로 면 (I)과 (II)에垂直이다. 면 (I)의座標를對應되는面 (II)로 변환시키므로써投影관계가成立된다<sup>(5,6)</sup>.

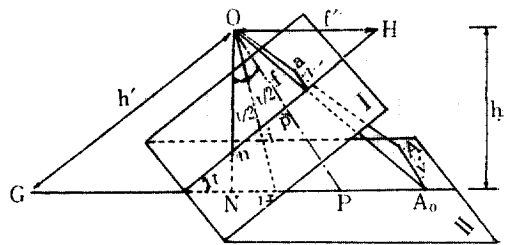


그림 2. 경사사진과 수직사진의 부영관계

$x', y'$ 는傾斜寫眞의座標軸이고  $X', Y'$ 는垂直化된座標軸이며, 원점은等角點이 된다.  $a$ 점의像은投影되어  $A$ 점에 맺고各平面에서  $a(x'_a, y'_a)$ 와  $A(X'_A, Y'_A)$ 의 좌표값을 갖는다.

다음 그림 3에서는傾斜寫眞 좌표계와垂直

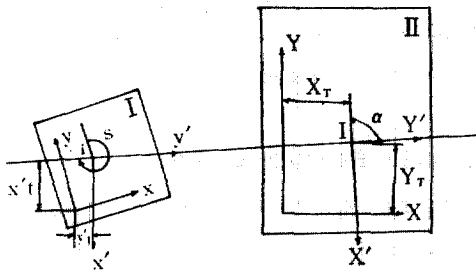


그림 3. 경사사진과 수직화된 사진의 좌표계

화寫眞 좌표계의 관계를 나타내고 있다.

두 平面사이의 관계는 移動要素( $x'_t, y'_t, X'_T, Y'_T$ )와 廻轉要素( $s, \alpha$ )로 이루어져 있으며 各 平面에 대해서 좌표변환하면 다음 式 (3), (4)와 같이 된다.

傾斜寫眞面은

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos s & \sin s \\ -\sin s & -\cos s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x'_t \\ y'_t \end{pmatrix} \quad (3)$$

이고, 垂直化된 寫眞面은

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X'_T \\ Y'_T \end{pmatrix} \quad (4)$$

로 處理된다.

上記한 式으로부터 다음과 같은 投影變換式이 유도된다.

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{a_1 x + b_1 y + d_1}{a_4 x + b_4 y + 1} \\ Y &= \frac{a_2 x + b_2 y + d_2}{a_4 x + b_4 y + 1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-h' \cos(s-\alpha) + X_T \sin s}{f' - y'_t} \\ a_2 &= \frac{-h' \sin(s-\alpha) + Y_T \sin s}{f' - y'_t} \\ b_1 &= \frac{h' \sin(s-\alpha) + X_T \cos s}{f' - y'_t} \\ b_2 &= \frac{-h' \cos(s-\alpha) + Y_T \cos s}{f' - y'_t} \\ d_1 &= \frac{h'(x'_t \cos \alpha + y'_t \sin \alpha)}{f' - y'_t} + X \\ d_2 &= \frac{-h'(x'_t \sin \alpha - y'_t \cos \alpha)}{f' - y'_t} + Y \\ a_4 &= \frac{\sin s}{f' - y'_t} \\ b_4 &= \frac{\cos s}{f' - y'_t} \end{aligned}$$

投影變換式을 行列로 쓰면 다음식과 같이 표현된다.

$$[A][B]=[C] \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} [A] &= \begin{bmatrix} -x & 0 & -y & 0 & -1 & 0 & xX & yY \\ 0 & -x & 0 & -y & 0 & -1 & xY & yY \end{bmatrix} \\ [B] &= [a_1 a_2 b_1 b_2 d_1 d_2 a_4 b_4]^T \\ [C] &= \begin{bmatrix} -X \\ -Y \end{bmatrix} \end{aligned}$$

投影變換係數  $[B]$ 는 4개의 基準點만 있으면 구할 수 있지만  $N$ 個點( $N > 4$ )이 사용되면 最小 二乗法으로 8개의 미지계수를 다음 式 (7)에 의해서 계산할 수 있다.

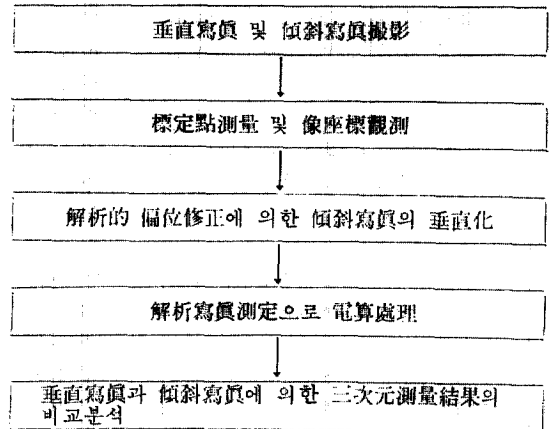
$$[B] = \left[ \sum_{i=1}^N (A^T A)_i \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^N (A^T C)_i \right] \quad (7)$$

式 (6)에 의하여 投影變換된 座標는 判讀에 直接使用할 수 있는 寫眞座標이다.

### 3. 觀測 및 結果分析

#### 3.1. 寫眞攝影 및 研究方法

地上測定用 사진기인 WILD P31 으로 延世大 공학관일부를 對象物로 선정하였고 이 건물에 대하여 垂直寫眞과 傾斜寫眞을 동시에 촬영하였다. 撮影結果 얻은 자료를 解析的 偏位修正으로 비교분석한 과정은 다음과 같다.



촬영방법은 촬영거리를 15 m, 重複度는 60%, 基線은 7 m로 擇하였고 基線의 兩地點에서 垂直攝影과 30°의 傾斜攝影을 하여 立體 model 을 形成하였다.

表 1. 標定點의 座標(단위 : cm)

標定點	X	Y	Z
1	2246.72	1212.75	2508.56
2	1726.37	1018.91	2480.83
3	1092.18	1393.25	3097.89
4	649.54	1060.70	2478.52
5	621.69	836.54	2499.53
6	1355.09	843.62	2509.67
7	1733.25	662.63	2481.64
8	2247.36	824.32	2504.35
9	612.19	468.12	2491.41
10	1327.65	315.29	2481.83
11	1724.51	348.11	2498.69
12	2202.60	313.35	2482.75
13	2206.00	125.93	2482.94
14	1907.99	60.80	2506.85
15	1326.96	128.89	2482.52
16	637.82	141.95	2475.32
17	2138.43	61.23	2506.62
18	1767.30	61.24	2506.57

촬영對象物에 부착된 標定點의 三角測量을 위하여 WILD T2 Theodolite 로 觀測하였으며 基線測定을 위해 Kern DM 102 광과거리 측정기를 사용하였다. 標定點의 座標값은 表 1 과 같다.

3.2. 解析的 偏位修正의 結果分析

寫眞座標의 계산은 Affine 변환을 이용하였으며 경사사진을 垂直化하는 解析的 偏位修正의 과정에서 基準點을 다양하게 선택해서 精度가 가장 양호한 結果를 垂直化된 寫眞座標로 결정하였다.

立體모델을 형성한 왼쪽사진과 오른쪽사진에 대한 座標의 간차는 표 2, 3 과 같다.

3.3. 絕對座標誤差의 比較分析

基準點을 변화시켜 모델座標로부터 계산된 絕對座標를 各 모델에 대한 測量성과와의 오차를 比較分析하였으며 基準點선택은 A~F 로 6 가지

表 2. 왼쪽 寫眞

(단위 :  $\mu\text{m}$ )

표정점	垂直寫眞의 座標		垂直寫眞의 寫眞座標		傾斜寫眞座標		垂直化된 寫眞座標		殘 差		
	$x_i$	$y_i$	$x_p$	$y_p$	$x_0$	$y_0$	$x_n$	$y_n$	$ x_p - x_n $	$ y_p - y_n $	
1					51782.843	14923.291	65462.004	79364.730			
2					26272.039	7354.657	31755.589	67890.391			
3					5399.099	14781.712	6883.281	79276.033			
4					-33384.187	9348.345	-40937.363	70963.826			
5					-36844.838	-2047.313	-42217.102	55014.267			
6	19621	55911	6648.180	55060.693	5791.337	-1972.224	6655.742	55067.702	7.562	7.009	
7	45341	45164	32197.336	43936.707	29630.460	-10942.666	32196.221	43933.053	1.115	3.654	
8					57911.069	-2819.015	65715.900	53917.841			
9					-42102.620	-22943.756	-43057.064	30635.682			
10	18414	21401	4933.237	20569.451	5077.302	-33185.579	4932.016	20564.764	1.221	4.687	
11	47733	23749	31374.786	22531.108	31976.653	-31137.609	31362.860	22528.843	11.926	2.265	
12											
13											
14	56974	4809	43230.595	3410.943	49159.507	-53434.625	43283.173	3398.950	7.578	11.993	
15	18565	8856	4899.291	8021.548	5405.873	-47526.908	4899.468	8017.774	0.177	3.774	
16					-45846.523	-46432.771	-41826.574	8830.073			
17	47684	4686	33943.637	3424.172	38554.651	-53350.729	33942.819	3443.712	0.818	19.540	
18	72231	5074	58482.818	3452.214							
								殘差의 平均		4.342	7.560

方法을 擇하여 발생되는 오차를 계산하여 절대 誤차와 相對誤차의 比較를 圖 4~9와 같이 나타



表 5. 基準點 選擇에 따른 絕對座標誤差와 標準偏差

(단위 : cm)

B	1 모 델			2 모 델		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
기준점						
6	0.0867	0.3129	-0.3179	-0.1423	0.4179	-0.5717
7	-0.3410	-0.2260	0.3787	-0.0424	0.3778	0.2221
10	0.0832	0.2121	0.1639	0.1421	0.0411	0.1093
11	-0.1544	0.0883	-0.2719	-0.2065	-0.0034	0.3077
15	0.1890	0.2136	0.2472	0.2490	-0.0777	0.4480
$\sigma_x$	0.1949			0.1713		
$\sigma_y$	0.2224			0.2549		
$\sigma_r$	0.2957			0.3071		
$\sigma_s$	0.2850			0.3697		

表 6. 基準點 選擇에 따른 絕對座標誤差와 標準偏差

(단위 : cm)

C	1 모 델			2 모 델		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
기준점						
6	0.0710	0.3278	0.0574	0.2034	0.2915	0.1902
7	0.2512	0.3266	0.4390	-0.0628	0.3343	0.6460
10	0.2259	0.1459	0.2289	0.3817	0.0192	0.2999
11	-0.2398	0.1111	-0.3670	-0.1404	0.1433	0.5393
14	0.1434	0.0664	0.3565	0.0248	0.1198	0.3003
$\sigma_x$	0.1986			0.2055		
$\sigma_y$	0.2245			0.2153		
$\sigma_r$	0.2997			0.2976		
$\sigma_s$	0.3194			0.4299		

表 7. 基準點 選擇에 따른 絕對座標誤差와 標準偏差

(단위 : cm)

D	1 모 델			2 모 델		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
기준점						
6	-0.2278	0.2689	0.2716	-0.1655	0.2895	0.6605
10	0.1480	0.2026	0.3848	0.2419	-0.2802	0.0375
11	0.0662	0.0349	0.0091	-0.0719	0.2952	0.6111
14	-0.0308	-0.2448	0.2929	-0.0770	-0.0172	0.4074
15	0.2224	0.2563	0.1333	0.2726	-0.1963	0.0943
$\sigma_x$	0.1603			0.1852		
$\sigma_y$	0.2191			0.2401		
$\sigma_r$	0.2714			0.3032		
$\sigma_s$	0.2551			0.4440		

表 8. 基準點 選擇에 따른 絕對座標誤差와 標準偏差

(단위 : cm)

E 기준점	1 모 델			2 모 델		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
7	0. 8275	-0. 0070	0. 4485	-0. 0649	0. 0354	0. 9042
10	-0. 0354	-0. 0825	0. 0283	0. 0304	0. 1340	0. 2137
11	0. 2420	0. 1539	-0. 2260	-0. 1978	0. 2281	0. 1130
14	-0. 0106	-0. 3011	0. 3712	0. 0539	-0. 2622	0. 2256
15	0. 1111	0. 2368	0. 1538	0. 1783	0. 4015	0. 1864
$\sigma_x$	0. 1894			0. 1256		
$\sigma_y$	0. 1882			0. 2454		
$\sigma_r$	0. 2670			0. 2757		
$\sigma_s$	0. 2879			0. 4385		

表 9. 基準點 選擇에 따른 絕對座標誤差와 標準偏差

(단위 : cm)

F 기준점	1 모 델			2 모 델		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
6	-0. 1741	0. 2778	-0. 0484	-0. 1639	0. 3789	0. 2163
7	-0. 2719	-0. 2838	0. 1077	-0. 0460	-0. 3362	-0. 7152
11	0. 2334	0. 0060	-0. 3810	0. 1822	0. 1312	-0. 3599
14	-0. 0961	-0. 2243	0. 3178	-0. 0613	-0. 1785	0. 2902
15	0. 2086	0. 1666	0. 2037	0. 4535	0. 0049	0. 2575
$\sigma_x$	0. 2056			0. 2330		
$\sigma_y$	0. 2171			0. 2471		
$\sigma_r$	0. 2990			0. 3396		
$\sigma_s$	0. 2455			0. 4094		

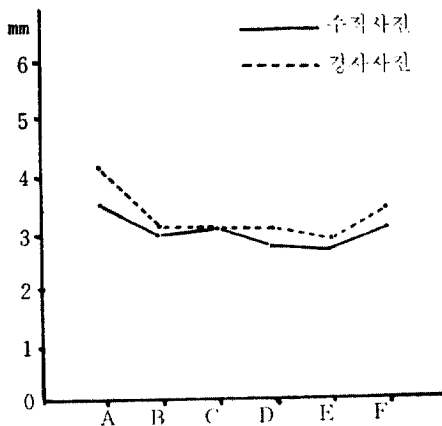


그림 4. 평면 절대좌표오차의 표준편차 변화

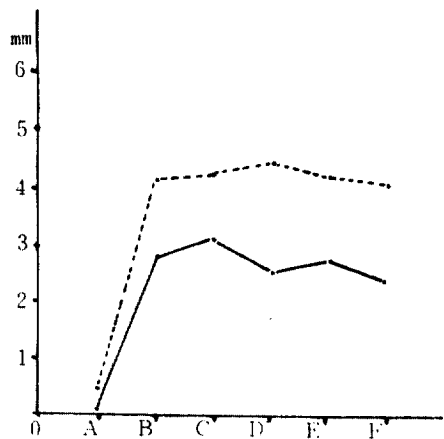


그림 5. 높이 절대좌표오차의 표준편차 변화

는 平面의 座標 誤差가 X, Y 方向으로 均일하게 발생하지만 傾斜寫眞의 경우는 Y 方向의 오차가 지배적임을 알 수 있었다(表 4~9 참조). 이는 鏡子攝影時 X 軸을 中心으로 鏡사를 주어 촬영하였으므로 Y 方向의 측척변화에 의한 변위가 발생함을 의미한다. 높이座標의 誤差는 基準點 選點 方法에 따라 오차의 변화가 平面 座標에 비해 크게 나타났다. 그러므로 起伏이 심한 對象物에 관한 傾斜寫眞의 높이座標 誤差를 감소시키기 위해서는 近접촬영을 하여야 할 것이다.

#### 4. 結 論

本 研究를 통하여 傾斜寫眞에 의한 座標解析에 있어서 垂直寫眞과 絕對座標측정결과를 比較分析하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 解析的 偏位修正에 의해서 良好한 精度(4.216~7.560  $\mu\text{m}$ 의 오차)의 수직 사진을 數值的으로 얻으므로써 傾斜寫眞에 관한 垂直化의 한 技法을 提示하였다.

2. 傾斜寫眞의 경우 絕對座標誤差는 平面座標에서 Y 方向의 오차가 지배적이었다.

3. 垂直寫眞과 傾斜寫眞에 의한 三次元위치 오차는 表(4~9)에 나타나 있듯이 傾斜寫眞의 경우 精度가 다소 떨어지나 近接攝影으로 오차를 감소시킬 수 있다.

#### 謝 辭

本研究는 1983年度 延世大學校 校內研究費 支援으로

遂行되었는 바 이에 辭意를 表한다.

#### 參 考 文 獻

1. Murai Shunji, "Analytical Rectification for Oblique Aerial Photograph", 寫眞測量とリモートセンシング, Vol. 17, No. 1, 1978, pp.5~17.
2. Ghosh, S.K., *Analytical Photogrammetry*, Pergamon Press, N.Y., 1979, pp.62~70.
3. 柳福模, 寫眞測定學概論, 塔出版社, 1982, pp.167~172.
4. 西村琢二, 圖說寫眞測量, 朝倉書店, 1981, pp.32~33.
5. Veblen, O. and Young, J.W., *Projective Geometry*, Vol. 1, 1938, Blaisdell Pub. Co., pp.15~92.
6. Seymour, T.D., "The Aerial Oblique View", *Photogrammetric Engineering*, Vol. XX, No. 3, 1954, pp.401~405.
7. Scollar, I., "Transformation of extreme oblique aerial photographs to maps or plans by conventional means or by computer", *Aerial reconnaissance for archeology*, Wilson, D.R., London, 1975, pp.52~59.
8. A.S.P., *Manual of Photogrammetry 4ed.*, 1980, pp.723~731.
9. Moffitt, F. H., and Mikhail, E.M., *Photogrammetry 3ed.*, Harper & Row Pub., N.Y., 1980, pp.618~631.

(接受 : 1984.1.27)