Block代替政策에 關한 硏究

裵文植 / 通信経済研究室

〈Abstract〉

A block replacement policy using items with different reliability is discussed. We devide system unit failure modes into two modes and use less reliable unit when operating unit fails near the planned preventive replacement time.

In this policy, item A has two failure modes. Mode-1 failure is removed by minimal repair, mode-2 failure by replacement. If mode-2 failure of item A happens in $(0, T-\delta)$, failure item A is replaced by new item A. If mode-2 failure of item A happens in $(T-\delta, T)$, failure item A is replaced by new item B. Item B should be cheaper and less durable than item A.

Under this policy, we determine the preventive replacement interval T* and the interval δ* of item B replacement which minimize the cost rate per unit time.

I. 序 言

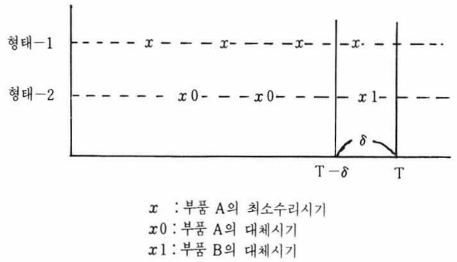
豫防保守政策은 운용비용의 감소와 기계 고장에 의한 위험률의 감소 측면에서 아주 중요하다. 지금까지 많은 豫防保守政策들이 논의되고 검토되어 왔다. 그중 아주 기초적이면서도 중요한 豫防保守政策중의 하나로써 block 代替政策을 들 수가 있다. 일반적인 block 代替政策은 사용중인 부품들이 고장 발생시나 대체주기에 이르렀을때 새로운 부품들로 대체가 된다. 이러한 정책하에서는 거의 새로운 부품들이 예정된 대체주기에 대체가 되는 단점때문에 지금까지 修正 補完이 많이 되어 왔다. 여기에서는 경제성을 염두에 두고 시스템의 部品故障形態를 두가지 형태로 구분하고, 사용중인 부품이 예정된 代替周期에 근접해서 고장이 발생할 경우에는 信頼度가 낮은, 즉 비교적 값이 저렴한 부품으로 대체를 해주는 경우의 block代替政策을 검토하기로 한다.

II. 시스템의 分析

1. 모델 說明

시스템의 故障形態와 그 保守政策은 〈그림 1〉에서와 같다.

〈그림 1〉에서와 같이 부품A의 고장형태는 형태－1과 형태－2로 구분이 된다. 여기에서형



〈그림 1〉 고장형태와 유지 보수 정책

태−1의 고장은 경미한 고장으로 쉽게 수리될 수 있고, 형태−2의 고장은 전체 시스템의 稼動을 중지할 수도 있다.

이 모델의 특징은 다음과 같다.

1) 가동중인 부품은 시점 kT (k=1, 2,……)에서 부품A로 대체가 된다.

2) 부품A의 형태−2 故障 発生率은 시점 x에서 P(x)이다.

3) 부품 A의 형태−1 고장 발생시는 최소 수리에 의하여 처리된다.

4) 부품 A의 형태−2 고장 발생시는 대체에 의해서 처리된다.

5) 부품 A의 형태−2 고장이 구간(0, T-δ)에서 발생하면 새로운 부품 A로 대체가 되고, 구간(T-δ, T)에서 발생하면 새로운 부품 B로 대체가 된다.

6) 부품 A의 형태−1 고장에 대해서는 단위당 비용 C_{A1}이 소요되고, 형태−2 고장에 대해서는 단위당 비용 C_{A2}가 소요된다.

7) 부품 B의 대체에는 비용 C_B가 소요된다.

8) 각 예방 대체에는 비용 C_P가 소요된다.

2. 記號 説明

$h_i(x)$: 부품 i의 고장률, i=A, B

P(x) : 시점 x에서의 부품 A의 형태−2 고장 발생률

Y : 豫防保守를 고려하지 않았을 때 부품 A의 첫번째 형태−2 고장 발생 시기.

$G_A(t)$: Y의 C_{df}

$G_B(t)$: 부품B고장 발생 시기의 C_{df}

Z_t : 구간(0, min(Y, t))동안의 부품 A의 형태−1 고장 횟수

T : 豫防代替周期

M(t) : 구간(0, t) 동안의 최소수리 기대횟수

$N_i(t)$: 구간(0, t)동안의 부품 i의 대체 기대횟수 i=A, B

δ : 부품B에 의한 대체 구간

r(T−δ) : T−δ 경과후의 mean residual life 함수

3. 假定 説明

1) 모든 고장발생은 상호 독립적이다.

2) 維持保守 計劃區間은 무한하다.

3) 시스템의 고장률이 최소수리에 의해서는 변하지 않는다.

4) $G_A(t)$, $G_B(t)$는 IFR (Increasing Failure Rate)이다.

5) $P(x_1) \leq P(x_2)$, $0 \leq x_1 \leq x_2$

6) $0 < C_{A1} < C_P < C_{A2}$, $C_{A1} < C_B < C_{A2}$

7) $r(t-\delta) \leq \delta$

4. 分析 方法

費用函数는 다음과 같은 절차를 통해서 얻어진다.

1) $C_1(T, \delta)$를 구간(O, T)에서의 부품 A의 최소 수리 비용이라 하자.

이 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$C_1(T, \delta) = C_{A1} \times M(T) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

2) $C_2(T, \delta)$를 구간(0, T)에서의 부품 A의 代替費用이라 하자.

이 費用函数는 다음과 같이 표현 된다.

$$C_2(T, \delta) = C_{A2} \times N_A(T) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

3) $C_3(T, \delta)$를 구간(0, T)에서의 부품 B의 대체비용이라 하자.

이 비용함수는 다음과 같이 표현된다.

$$C_3(T, \delta) = C_B \times N_B(T) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

공식 (1), (2) 및 (3)을 이용해서 단위 시간당 비용의 目的函数를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C(T, \delta) = (C_1(T, \delta) + C_2(T, \delta) + C_3(T, \delta) + C_P) / T$$

Ⅲ. 分析 結果

1. 部品 A의 最少 修理費用

T-δ를 경과한 후의 mean residual life 함수

는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$r(T-\delta)=E(Y-(T-\delta)\mid T-\delta)=$$

$$\frac{1}{1-G_A(T-\delta)}\int_{T-\sigma}^{\infty}(1-G_A(z))dz$$

또한 $M(t)=E(Z_t/Y\geq t)\overline{G}_A(t)+\int_0^t(E(Z_x/Y=x)+M(t-x)d\,G_A(x)$가 된다.

여기에서 $\overline{G}_A(t)=\mathrm{Exp}(-\int_0^t P(x)h_A(x)dx)$

$$E(Z_t/Y\geq t)=\int_0^t P(x)h_A(x)dx$$

$$E(Z_t/Y<t)=\frac{1}{G_A(t)}\int_0^t\int_0^y p(x)h_A(x)dx\ d\,G_A(Y)$$

그러므로

$$E(Z_t/Y<t)=\frac{1}{G_A(t)}\int_0^t E(Z_x/y=x)\,d\,G_A(x)$$

따라서

$$M(t)=\int_0^t\overline{G}_A(x)\ h_A(x)dx-G_A(t)+\int_0^t M(t-x)d\,G_A(x)$$를 얻게 된다.

구간 (0, T)에서 最少修理對策이 필요한 구간은 (0, $T-\delta+r(T-\delta)$)이므로 최소수리 기대횟수는 $M(T-\delta+r(T-\delta))$로 표현된다. 구간 (0, T)에서의 최소수리비용은 형태-1 고장단위당 비용 C_{A1}과 최소수리 기대횟수와의 곱의 형태로 나타난다. 따라서

$$C_1(T,\delta)=C_{A1}\times M(T-\delta+r(T-\delta)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

2. 部品 A의 代替費用

구간 (0, t)에서의 부품 A의 형태-2 고장발생 기대횟수 $N_A(t)$는 다음과 같이 정의된다.

$$N_A(t)=\sum_{k=1}^{\infty}G_A^{(k)}(t)$$ 여기에서 $$G_A^{(k+1)}(t)=\int_0^t G_A^{(k)}(t-x)\ d\ G_A(x)$$

를 이용하면

$$N_A(t)=G_A(t)+\int_0^t N_A(t-x)\ d\,G_A(x)$$

가 된다.

구간 (0, T)에서 부품 A의 대체비용은 고장단위당 비용 C_{A2}와 형태-2 고장 발생 기대횟수 $N_A(T-\delta)$와의 곱의 형태로 표현된다. 따라서

$$C_2(T,\delta)=C_{A2}\times N_A(T-\delta) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

3. 部品 B의 代替費用

구간 (0, t)에서의 부품 B의 형태-2 고장발생 기대횟수 $N_B(t)$는 다음과 같이 정의된다.

$$N_B(t)=\sum_{k=1}^{\infty}G_B^{(k)}(t)$$ 여기에서

$$G_B^{(k+1)}(t)=\int_0^t G_B^{(k)}(t-x)\,d\,G_B(x)$$

를 이용하면

$$N_B(t)=G_B(t)+\int_0^t N_B(t-x)d\ G_B(x)$$

가 된다.

구간 (0, T)에서 부품 B의 대체비용은 부품 B의 고장 단위당 비용 C_B와 고장발생기대횟수 $N_B(\delta-r(T-\delta))+1$과의 곱의 형태로 표현된다. 따라서

$$C_3(T,\delta)=C_B\times(N_B(\delta-r(T-\delta))+1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

4. 費用 函数

式 (4), (5) 및 (6)을 이용하여 다음과 같은 단위시간당 비용함수를 얻을 수가 있다.

$$C(T,\delta)=(C_{A1}\times M(T-\delta+r(T-\delta))+C_{A2}\times N_A(T-\delta)+C_B\times(N_B(\delta-r(T-\delta))+1)+C_P)/T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

여기에서 目的函数 (7)을 최소화시키는 T와 δ의 적정값 T*와 δ*를 찾게 되는데 해를 찾기 위한 unique sol'n의 존재여부에 대한 증명은 불가능한 것 같다. 그리고 T*와 δ*의 해는 분석적인 방법으로는 거의 불가능하기 때문에 數值演算 節次解法으로 찾을 수가 있겠다.

解는 다음과 같은 방법으로 찾는다.

1) δ와 T 사이의 관계를 우선 명시해 준다.

2) i 관계에서의 $C(T,\delta)$를 최소화시키는 T_i 값을 결정한다. 이때 $C^i(T,\delta)$를 i 관계에서의 최소비용이라 하자.

3) 여러 $C^i(T,\delta)$들의 값을 비교하여 최소값 $C^*(T,\delta)$를 갖는 T^*, δ^*를 결정한다.

Ⅳ. 結 語

시스템의 가용성엔 큰 지장을 주지 않고 부품 代替費用의 절감을 위해, 豫防代替 周期와 좀더 信賴度가 낮은, 즉 좀더 값이 저렴한 부품 B로의 대체구간을 결정하는 block 대체정책에 대해서 살펴보았다. 여기에서는 시스템의 信賴性(Reliability)이나 可用性(Availability) 같은

요소들은 고려하지 않고 維持保守의 경제성만을 염두에 두고 모델을 분석해 보았다. 지금까지 維持保守 정책에 관한 많은 논문들이 발표되어 왔고 특히 block 代替政策에 관해서도 많은 연구가 수행되어 왔으나 여기에서는 기존 논문의 모델을 좀더 확장시킨 system configuration에 대해서 살펴보았다. 그런데 이 모델 분석의 한 예(Numerical example)를 들지 못한 것을 유감으로 생각한다. 앞으로 여기에서 설정된 모델의 解를 찾는 좀더 발전된 技法이 연구되어졌으면 하고, 信賴性이나 可用性등을 고려한 진전된 維持保守 政策에 관한 연구가 계속되어야 할 것으로 생각된다.

参 考 文 献

1. Barlow R. E. and P. Proschan, Mathematical Theory of Reliability, Wiley,New York, 1965.
2. Beichelt F. and K. Fischer, "General Failure Model Applied to Preventive Maintenance Policies", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-29, Apr. 1981.
3. Beichelt, F. "A Generalized Block-Replacement Policy", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-30, Jun. 1981.
4. Berg, M. and B. Epstein, "Comparison of Age, Block and Failure Replacement Policies", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-27, Apr. 1978.
5. Bhat, B. R. "Used Item Replacement Policy", J. Appl. Prob. 6, 1969.
6. Cinlar, E. Introduction to Stochastic Process, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1975.
7. Cox, D. R. Renewal Theory, Methuen, London, 1963.
8. Murthy, D. N. P. and M. R. Maxwell, "Optimal Age Replacement Policies for Items from a Mixture", IEEE Trans, Reliability, Vol. R-30, Jun. 1981.
9. Muth, E. J. "An Optimal Decision Rule for Repair vs Replacement", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-26, Aug. 1977.
10. Nakagawa, T. and Yasui K. "Approximate Calculation of Block Replacement with Weibull Failure Times", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-27, Oct. 1978.
11. Nakagawa, T. "Modified Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-30, Jun. 1981.
12. Ross, S. M. Applied Probability Models with Optimization Applications, Holden-Day, San Francisco, 1970.
13. Tadikamalla, P. R. "Age Replacement Policies for Weibull Failure Times," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-29, Apr. 1980.
14. Tango, T. "A Modified Block Replacement Policy Using Less Reliable Items", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-28, Dec. 1979.
15. Yamada S. and S. Osaki, "Optimum Replacement Policies for a System Composed of Components", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-30, Aug. 1981.