

動的 破壊力學에 대하여 (IV)*

李億燮 · 金相哲

<仁荷大學校 機械工學科 教授>

4. 動的 탄소성 파괴역학 문제

4.1 이론 및 수치해석적인 연구

동적 탄성 파괴역학 문제에 대하여는 아직 여러가지 논쟁의 여지는 있으나 3장에서 강의한 바와 같이 그런데로 많은 연구가 이론, 실험, 수치해석 분야에 대하여 이루어졌고 이루어지고 있다. 이에 비하여 動的 탄소성 파괴역학에 대한 연구는 실험, 수치해석 및 이론적인 분야를 막론하고 매우 적은 편이다. 최근에 Achenbach와 Kanninen⁽³⁴⁾ 등은 동적 탄소성 문제에 대하여 이미 발표된 이론解에 대하여 포괄적인 재조사(review)를 행하였다.

선형 탄성 파괴역학은 균열이 전파할 때 일어나는 모든 소성 비가역 에너지 발산은 여러가지 재료의 성질 특성 중의 하나인 K_{Ic} 혹은 K_{Ic}^{dyn} 에 포함시켜서 정리할 수 있다는 기본적인 개념下에서 발달되었다는 것은 3장에서 강의한 바와 같다. 전파하는 균열선단 앞에 생기는 소성영역의 크기가 작은 경우는 이러한 선형탄성 파괴역학의 기본개념을 사용하여도 좋다. 그러나, 연성이 높고 인성이 강한 재료는 균열선단 주위에 생기는 소성영역의 크기가 매우 크므로 선형탄성 파괴역학의 개념을 사용할 수 없다. 연성 즉 탄소성 파괴는 전파하는 균열선단 주위에서 발생하는 큰 소성변형에 의해서 空洞과 같은 미

소결합의 생성, 共合(coalescence)이 발생되면서 일어나기 때문에 전단변형에 의한 파괴 즉 45°의 파단면을 보이며 평면응력(plane stress)에 의한 파괴현상을 나타내는 경우가 많다. 평면응력의 경우에 대한 상세한 강의는 다음 기회로 미루겠으나 아래에 간단히 언급한다. 평면응력에 의한 파괴현상을 모델링하기 위하여서는 Dugdale 스트립 항복 모델⁽³⁵⁾을 사용하는 것이 좋다. Dugdale 모델은 그림 1에 보이는 것과 같이 균열선단 앞에 생기는 소성구역을 탄성균열의 연장(extension)으로 간주하는 것이다.

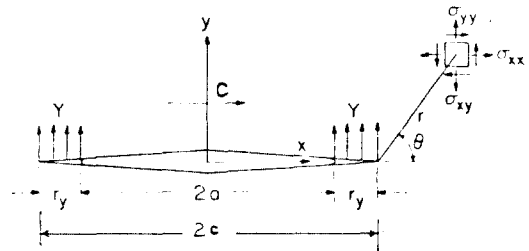


그림 1 Dugdale 균열의 모형도

결국 이 Dugdale 모델에 의한 해석은 두 개의 탄성균열 문제를 중첩한 것으로 되고 따라서 해석하기가 그렇게 어렵지 않다. 즉 첫째의 탄성균열 문제는 균열 인장력(σ)를 받는 무한원판에 길이 $2a$ 인 균열이 있는 경우이다. 둘째의 탄성균열문제는 구간 $l=a-c(=r_y)$ 에 그 재료의 항복응력(Y)이 압축응력으로 작용되는 경우이다(그림 1 참조). 이상의 첫째와 둘째 문제를 중첩하면 본래의 평면응력의 탄소성 문제의 解를 얻게되는 것이다. 두개의 문제를 중첩시키면 소성

* 본 講座의 (III)은 大韓機械學會誌 第25卷 第2號 pp. 141~149(1985. 4)에 掲載되었음.

영역 선단의 특이응력(stress singularity) 현상을 제거시킬 수 있으며 따라서 소성영역의 길이와의 관계를 유도할 수 있다. 즉 식 (1)과 같은 관계를 결정할 수 있다.

$$\frac{c}{a} = \cos \frac{\pi \sigma}{2Y} \quad \text{여기서, } c = a + r, \quad (1)$$

Dugdale 균열 선단을 따라 열린 균열의 개구 변위(Crack Opening Displacement, COD)는 위의 첫째, 둘째 문제의 응력함수(stress function)를 중첩시켜서, 균열면의 변위를 구하는 식으로부터 식(2)와 같이 유도할 수 있다.

$$\text{균열개구변위(COD)} = \frac{8Y(a+r)}{\pi E} \times \log \left[\sec \left(\frac{\pi \sigma}{2\sigma Y} \right) \right] \quad (2)$$

여기서 σ =외력

Y =재료의 항복응력

E =재료의 탄성계수

Rice⁽³⁶⁾의 J -적분과 COD의 관계를 다음의 식(3)과 같이 유도하였다.

$$J = Y \times \text{COD} \quad (3)$$

Goodier와 Field⁽³⁷⁾는 이 Dugdale 모델의 기본적인 개념을 처음 動的인 문제에 적용시켰다. 이들은 무한원판에 반무한 균열이 유한한 길이의 스트립 항복영역(strip yield zone)을 균열선단에 동반하면서 일정한 속도로 전파하는 경우에 대하여 연구하였으며 스트립 항복영역의 길이와 균열선단 개구변위(Crack Tip Opening Displacement, CTOD)는 균열전파속도의 크기와는 무관하다는 것을 역설하였다.

Kanninen⁽³⁸⁾은 일정한 전파속도로서 일정한 스트립 항복영역의 길이를 가지고 전파하는 경우를 연구하였는데 소성 스트립 항복영역의 길이는 균열전파 속도와는 관계없으나, CTOD는 균열전파 속도와 관계있다는 것을 식(4)와 같이 나타내었다.

$$\text{COD}(V) = A(V) \times \text{COD}(0) \quad (4)$$

여기서 $\text{COD}(0)$ =균열전파속도가 영(zero)일 때의 COD

$$A(V) = (V/c_T)^2 (1 - V^2/c_i^2)^{1/2} / \{(1 - \nu)\}$$

$$\times [4(1 - V^2/c_i^2)^{1/2} (1 - V^2/c_i^2)^{1/2} - (2 - V^2/c_i^2)^2] \quad (5)$$

V =균열전파속도

c_i =확장파 속도

c_t =비틀림파 속도

ν =프와송비

위의 연구에서 몇가지의 단점을 지적할 수 있다. 즉 균열전파문제를 무한원판 내에서의 정상상태 문제로 가정한 점이다. 이것은 실제의 균열전파 중 균열이 점점 커진다는 사실과는 맞지 않는 가정이다.

또 실제로 균열이 전파되어지고 난 뒤에는 소성구역이 탄성적으로 언로딩(unloading)되는 데 이런 현상은 고려하지 않았다는 사실이다.

이에 반하여 Atkinson⁽³⁹⁾은 Broberg의 동적 탄성균열 문제에 Dugdale 모델의 개념을 중첩한 연구를 행하였으며 이 경우는 소성영역크기(plastic zone size)가 균열전파속도와 관계있다고 결론지었다. 그러나 COD에 대하여는 뚜렷한 식을 유도하지 못하였다.

여기서 평면변형인 경우의 동적 탄소성 문제에 대해서 언급하기로 한다. 물론 평면변형인 문제에 대해서는 위의 Dugdale 모델로서는 적절한 解를 얻을 수가 없다. 그래서 Ayres⁽⁴⁰⁾는 charpy-V-노치 시편을 사용하여 탄소성 유한요소법(FEM) 해석을 행하여 균열성장개시점에서의 J -적분을 계산하고, 이 값을 대응응력확대계수(K_I)와 식(6)과 같이 연관시켰다.

$$K_I^2 = [JE / (1 - \nu^2)] \quad (6)$$

물론 J -적분의 정의에서 이 값(J)은 動的인 경우에는 사용하지 못한다. 그러나 Ayres는 균열선단 아주 가까이의 절점(nodal point)만을 취하여 오차를 최소화 하였으므로 식(6)에 보이는 K_I 를 동적인 탄소성파괴를 지배하는 유효한 후보 판정기준이라고 결론지었다.

Norris⁽⁴¹⁾는 Ayres와 같이 charpy-V-노치 시편을 사용했으나 3차원 유한차분법을 이용하여 해석했으며 Ayres의 결과와는 정반대로 K_I 는 적당한 후보판정기준이 되지 못한다고 결론지었다. 이와같이 동적 탄소성 문제를 수치해석적으

로 해석한 결과는 판이하게 다르게 나타나는 경우가 많으므로 아직 명쾌한 해석결과를 찾아낼 수 없는 형편에 있다. 실제의 動的인 파괴문제를 해결하는데 어려운 점은 시편과 하중의 시간 조건에 따라 경계조건들이 시간에 따라 변하며 이들의 변화를 정확히 알아서 (측정하여) 수치 해석과정의 입력(input) 값으로 채택하기가 쉽지 않기 때문이다. 그러니까 charpy 시험편을 해석할 때에는 팁(tip)이 시편에 주는 하중의 시간폭신을 정확히 측정하여 이것을 입력값으로 하여야 하며 또 시편과 하중 기계사이의 상호작용도 고려해야 한다.

Broberg⁽⁴²⁾는 動的 탄소성 균열선단에서의 에너지발산을 두 가지의 성분으로, 즉 그 하나는 소성영역에서의 에너지 발산 나머지 하나는 소위 공정영역(process zone)에서의 에너지 발산으로 나누어 생각하였다. 결과적으로 그는 소성 에너지 발산은 균열속도가 커지면 작아지나 공정영역 에너지 발산은 균열속도가 커지면 커진다고 결론지었다(그림 2 참조).

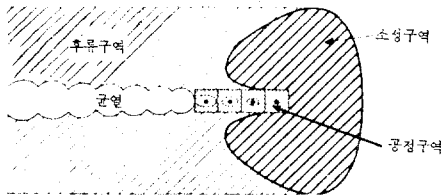


그림 2 소성영역과 공정영역의 모델⁽⁴²⁾

한편 Shockey⁽⁴³⁾ 등은 빠르게 전파하는 균열에 대한 마이크로 메카니컬 컴퓨터이스(micro-mechanical computation)의 가능성을 연구하였는데 이들은 공정영역 내부에서 일어나는 물리적인 현상들을 직접 시뮬레이션하였다. 그 결과 에너지 발산율(dissipation rate)을 계산하고 전파하는 균열선단에 대한 인성을 결정하였다. 즉 균열선단에서의 소성변형 부분에 미소과피(크랙)들이 생성(nucleation), 성장(growth), 그리고 공동에 의해서 일어나고 결국 이들에 의해서 균열이 성장한다고 가정한 것이다.

아래에 동적탄소성 평면응력 균열에 대하여 최근에 발표된 Achenbach 와 Dunayevsky⁽⁴⁴⁾의 이론적인 해를 중심으로 균열이 탄-완전소성재

료 내부에서 빠르게 전파하고 있을 경우의 균열 선단부근에서 일어나는 응력과 변형에 대하여 강의한다.

그림 3에 문제설정을 위한 좌표계 즉 고정좌표계와 動좌표계를 나타내었다.

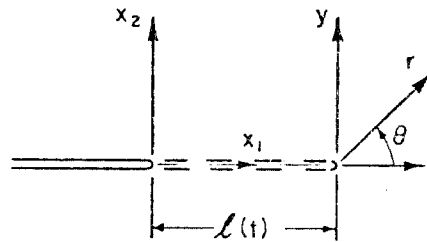


그림 3 動좌표계와 고정좌표계(동좌표계는 균열선단과 같이 움직인다).

고정좌표계에 대한 운동방정식은 식 (7)과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (7)$$

균열선단 부근의 소성영역 내에서의 응력은 Tresca의 항복조건을 만족한다고 하자. 즉

$$|\tau|_{\max} = k \quad (8)$$

여기서 $|\tau|_{\max}$ = 최대전단응력

k = 순수전단항복응력

탄-완전소성재료의 소변형율은 식 (9)와 같다.

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{el}}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{pl}}{\partial t} \quad (9)$$

여기서

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{el}}{\partial t} = \frac{1}{2G} \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial \sigma_{kk}}{\partial t} \delta_{ij} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{pl}}{\partial t} = \lambda S_{ij} \quad (11)$$

S_{ij} = 편차응력 (stress deviator)

λ =陰의 數가 아닌 비례계수

G = 전단강성계수

δ_{ij} = Kronecker 델타

$$\sigma_{kk} = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$$

$\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ = 주응력

ν = 프와송비

주어진 좌표계에 대하여 위의 식들을 대응시켜 변형하여, 움직이는 경계조건들과 부합하도록

록 해야 한다.

그림 3에서 알 수 있듯이 균열선단 속도 $c = \frac{dl(t)}{dt}$ 로 된다. 따라서 고정좌표계와 動좌표계는 식 (12)에 의해 대응된다.

$$x = x_1 - l(t) \quad (12)$$

식 (12)를 사용하여 물질시간도함수(material time derivatives)를 動좌표계로 변환시키는 관계식들이 식 (13)과 (14)이다.

$$(\dot{}) = \frac{\partial}{\partial t} - c(t) \frac{\partial}{\partial x} \quad (13)$$

$$(\ddot{}) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c(t) \frac{\partial}{\partial x} - 2c(t) \frac{\partial^2}{2t\partial x} + c^2(t) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (14)$$

여기서 $(\dot{}) = \frac{d()}{dt}$

문제를 간단화 시키기 위하여 균열전파속도 $V(t) (=c(t))$ 가 전파개시후 시간 t 가 경과한 다음 일정한 값 V_0 를 갖는다고 하면 균열선단에 따라서 움직이는 좌표계에 대해서는 “정상” 즉 만약 균열선단에 의자를 놓고 독자가 앉아 있다면 응력이나 변형에 대하여 아무런 변화를 균열이 전파하는 동안 느끼지 못하는 상태로 된다.

따라서 식 (13)과 (14)에서 $c(t) \frac{\partial}{\partial x}$ (13')와 $c^2(t) \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ (14')만이 크게 영향을 미치는 항(term)으로 되고 나머지 항들은 무시해도 좋다.

결과적으로 균열전파속도는 “마하수” M 으로 나타낼 수 있을 것이다.

$$M = V_0 / (G/\rho)^{1/2} \quad (15)$$

여기서 G = 전단강성계수

ρ = 질량밀도

우리는 여기서 식 (7)의 운동방정식을 動좌표계에서 정상운동을 하는 K_{II} -하중조건에 대하여

$$L = \begin{bmatrix} -\tan w & -\frac{3}{2k(1+\nu)\cos w} & \frac{G}{k} \frac{M^2}{\cos w} & 0 \\ \frac{-2k(1+\nu)}{3\cos w} & -\tan w & \frac{2}{3}G(1+\nu)M^2 \tan w & -\frac{2}{3}GM^2 \times (1-\nu) \\ \frac{k}{G} \frac{1}{\cos w} & \frac{3(1-2\nu)}{2\mu(1+\nu)} \tan w & -2 \tan w & 1 \\ 0 & -\frac{3}{2} \frac{(1-2\nu)}{G(1+\nu)} & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

치환함으로서 구한 解를 통하여 일반적인 경우의 解의 형식에 대하여 논의하고자 한다. K_{II} -하중조건에서의 변위는 z -방향, 즉 시편이나 재료의 두께방향으로의 변위, $w(x, y)$ 뿐이다. 따라서 식 (7)은 식 (13')와 (14')를 써서

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} - \rho V_0^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (16)$$

으로 치환시킨다.

식 (8)의 Tresca의 항복조건은 식 (17)과 같이 될 것이다.

$$\sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 = k^2 \quad (17)$$

식 (9)와 (11)은 식 (13')를 사용하여 식 (18)과 식 (19)와 같이 치환시킨다.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{1}{G} \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} - \frac{2\lambda}{V_0} \sigma_{xz} \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{1}{G} \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial x} - \frac{2\lambda}{V_0} \sigma_{yz} \quad (19)$$

$$\text{식 (17)의 항복조건은 } \sigma_{xz} = -k \sin w \quad (20)$$

$$\sigma_{yz} = k \cos w \quad (21)$$

일 때 항상 만족한다.

식 (20)과 식 (21)을 식 (16)에 대입하여 식 (22)를 얻는다.

$$\cos w \frac{\partial w}{\partial x} + \sin w \frac{\partial w}{\partial y} + M^2 \frac{G}{k} \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} = 0 \quad (22)$$

식 (18)과 식 (19)에서 (2λ) 를 없애면 식 (23)을 얻는다.

$$\cos w \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \sin w \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{k}{G} \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

여기서 우리는 식 (22)와 식 (23)을 보고 일반적인 식의 형태를 유추하여 식 (24)와 같이 나타낼 수 있음을 안다.

$$\sum_{j=1}^n L_{ij} \frac{\partial}{\partial x} f_j + \frac{\partial}{\partial y} f_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (24)$$

평면문제일 경우는 $n=4$ 이며 K_{III} -모우드 부하인 경우는 $n=2$ 이다.

평면 문제일 경우는

$$f_1=w, f_2=\sigma, f_3=\frac{\partial u}{\partial x}, f_4=\frac{\partial v}{\partial x} \quad (25)$$

여기서 $u, v=x, y$ 방향의 변위.

고속 전파하고 있는 Mode I 탄소성 균열주위의 y -축 방향의 변위(displacement)는 대칭이므로 윗쪽면 즉 $y \geq 0$ 인 경우만 생각해도 좋다. 이때 $y=0$ 에 연관한 경계조건은 아래와 같다.

$$x < 0; \sigma_y = 0, \sigma_{xy} = 0 \quad (27)$$

$$x \geq 0; V = 0, \sigma_{xy} = 0, \sigma_y > 0 \quad (28)$$

Mode III의 하중이 작용하는 경우에는 단순 피-동방정식의 解를 구할 수 있는데, Mode I의 하중이 작용할 경우에는 매우 복잡하여 해석적인 필폐형상의 解를 구할 수 없다.

그러나 M 이 적은 경우에는 섭동법을 사용하여 구할 수 있다. 구체적인 과정은 지면관계로 생략하겠으며 그의 결과만 아래에 요약한다.

균열전단 주위의 응력분포는 아래의 식들(29), (30), (31)과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \sigma_x = & \frac{3\sigma_0}{2(1+\nu)} + k\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta - \sin 2\theta\right) \\ & + Mk[2(1-\nu)]^{1/2} \cos \theta \sin 2\theta \\ & + O(M^2) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = & \frac{3\sigma_0}{2(1+\nu)} + k\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta + \sin 2\theta\right) \\ & + 2Mk[2(1-\nu)]^{1/2} \sin^3 \theta + O(M^2) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z = & \frac{3\nu}{1+\nu} \sigma_0 - 2\nu k \left[2\theta - \frac{\pi}{2} - M[2(1-\nu)]^{1/2} \right. \\ & \left. \sin \theta\right] + O(M^2) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 $\sigma_0 = (1+\pi)k \cdot 2(1+\nu)/3$

위의 解즉 식 (29), (30), (31)을 경계조건(27), (28)과 대응시켜 보면 어느 각도구간 즉 $\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*$ 에서만 만족하는 것을 안다. 따라서 $0 \leq \theta \leq \theta_1^*$ 과 $\theta_2^* \leq \theta \leq \pi$ 구간에서 만족하는 解를 구해야 하며 그 결과는 아래와 같다.

$$0 \leq \theta \leq \theta_1^*; \sigma_{xy} = 0 \quad (32)$$

$$\sigma_y = k(2+\pi) + O(M^2) > 0 \quad (33)$$

$$\sigma_x = k\pi + O(M^2) \quad (34)$$

$$\sigma_z = 2\nu k(1+\pi) + O(M^2) \quad (35)$$

$$\theta_2^* \leq \theta \leq \pi;$$

$$\sigma_{xy} = 0, \sigma_y = 0, \sigma_x = 2k, \sigma_z = 2\nu k \quad (36)$$

위에서 계산한 응력들을 사용하여 이에 대응되는 변형들을 구할 수 있다.

즉, $\theta_1^* < \theta < \theta_2^*$;

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} = & \frac{1}{M} \frac{2k}{G} (1-\nu)^{1/2} + \frac{k}{G} \left[\frac{\pi}{2} - \nu(1+\pi) \right] \\ & + \nu \frac{k}{G} \left(2\theta - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{k}{G} (1-\nu) \sin 2\theta \\ & - \frac{1}{M} \frac{2k}{G} [2(1-\nu)]^{1/2} \sin \theta \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} = & -\frac{1}{M} \frac{2k}{G} (1-\nu)^{1/2} + O(M) \\ & + 2 \frac{k}{G} (1-\nu) \sin^2 \theta + \frac{1}{M} \frac{2k}{G} [2(1-\nu)]^{1/2} \\ & \times \cos \theta \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial y} = & -\frac{1}{M} \frac{2k}{G} (1-\nu)^{1/2} - \frac{k}{G} \left[\frac{\pi}{2} - \nu(1+\pi) \right] \\ & + \frac{k}{G} (1-2\nu)(1+\pi) - \frac{k}{G} (1-\nu) \left(2\theta - \frac{\pi}{2} \right) \\ & + \frac{1}{M} \frac{2k}{G} [2(1-\nu)]^{1/2} \sin \theta \\ & - \frac{k}{G} (1-\nu) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} = & -\frac{k}{G} \ln(2 \sin^2 \theta) - 2 \frac{k}{G} (1-\nu) \cos^2 \theta \\ & + \frac{1}{M} \frac{2k}{G} [2(1-\nu)]^{1/2} \left[\cos \theta + \ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) \right] \\ & + 2\phi(y) \end{aligned} \quad (40)$$

여기서 $\phi(y)$ = 임의 함수, 단 $\phi(0) = 0$. 따라서

$$\text{우리는 } \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \epsilon_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

의 관계식에서 변형율을 계산할 수 있으며 아래와 같다.

$0 \leq \theta \leq \theta^*$ 에 대해서

$$\begin{aligned} \epsilon_x = & \frac{1}{M} \frac{2k}{G} (1-\nu)^{1/2} + \frac{k}{G} \left[\frac{\pi}{2} - \nu(1+\pi) \right] \\ & - \frac{1}{M} \frac{2k}{G} (1-\nu)^{1/2} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_y = & -\frac{1}{M} \frac{2k}{G} (1-\nu)^{1/2} - \frac{k}{G} \left[\frac{\pi}{2} - \nu(1+\pi) \right] \\ & + \frac{k}{G} (1-2\nu)(1+\pi) + \frac{1}{M} \frac{2k}{G} (1-\nu)^{1/2} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\varepsilon_{xy} = \psi(y) \quad (43)$$

그리고 $\theta_2^* \leq \theta \leq \pi$ 에 대해서는

$$\varepsilon_x = \frac{k}{G} \left[\frac{\pi}{2} - 1 + (1-\nu) / \sqrt{2} \right] \quad (44)$$

$$\varepsilon_y = \frac{k}{G} \left[-\frac{\pi}{2} + (1-\nu)(4 - \sqrt{2}) / 2 \right] \quad (45)$$

$$\varepsilon_{xy} = -\frac{1}{M} \frac{3k}{G} (1-\nu)^{1/2} - \frac{k}{G} (1-\nu)(1 - 1/\sqrt{2}) + \frac{k}{G} [2(1-\nu)]^{1/2} \ln(\tan 3\pi/8) + \psi(y) \quad (46)$$

여기서 특기할 사항은 균열선단 바로 뒤의 균열면의 개구각(crack opening angle), α 를 식 (47)과 같이 구할 수 있다는 것이다.

$$\tan\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{1}{M} \frac{4k}{G} (1-\nu)^{1/2} \quad (47)$$

그림 4에서 ε_{yy} 와 θ 의 관계를 도시하였는데 예견한대로 $\theta=90^\circ$ 에서 y -방향의 변형율이 제일 큰 것을 알 수 있다.

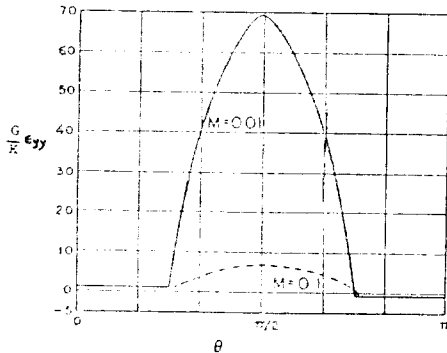


그림 4 평면변형 (Mode I 하중)에서의 ε_{yy} 와 θ 의 관계 ($\nu=0.3$, 균열전파속도 $M=0.1$, $M=0.01$)

이상의 이론적인 해석과정에서는 균열선단부근

에서 일어나는 탄성 언로딩 (elastic-unloading) 현상은 포함시키지 못하였으며 아직 이러한 탄성 언로딩 현상을 이론적으로 명쾌하게 해석한 논문은 발표되지 않고 있다.

최근에 Gao 와 Nemat-Nasser⁽⁴⁵⁾도 역시 탄성-완전소성체내에서 움직이는 균열의 선단부근의 응력 등을 해석하였으며 몇가지 특이한 결론을 얻었다. 즉 탄성 언로딩 현상이 전연 발생되지 않는다는 것이며 변형의 특이성은 균열근방 어느 곳에서나 대수의 특이성을 나타낸다는 것이다. 상세한 내용은 지면관계로 생략한다.

動的 탄소성 균열문제에 대한 수치해석적인 연구는 앞에서 잠깐 언급한 바 있으나 역시 그 대표적인 것은 Atluri⁽⁴⁶⁾가 발표한 적분값으로서 정적인 경우의 탄소성 균열을 해석할 때 널리 쓰이고 있는 J -적분값의 연장이라고 볼 수 있겠다. 대용량의 컴퓨터를 사용하여 유한요소법으로서 적분값을 전파하는 탄소성 균열에 대하여 결정하는 것이다.

이것에 대한 상세한 강의는 다음 기회로 미루겠다.

4.2 실험적인 연구

4.1절에서 강의한 바와 같이 動的 탄소성 균열전파 문제는 매우 복잡한 문제이며 따라서 아직까지 이론적으로 명쾌한 解가 발표되지 못하고 있는 형편이다. 따라서 실험적인 연구는 아주 미비하며 다만 몇편의 논문만 발표되고 있는 편이다. 여기서는 Lee⁽⁴⁷⁾의 실험적인 연구내용 및 연구결과를 간단히 강의하기로 한다.

(다음호에 계속)