

# 치차의 윤활과 마찰손실

編輯室

## 1. 서론

齒車의 마찰손실은 일반적으로 낮으나, 齒面의 온도상승을 초래하여 마멸을 증대시키거나 치면의 強度를 저하시킨다. 이것은 결과적으로 치차의 強度(부하특성)에 직접적인 관계를 갖고 있기 때문에 마찰손실을 가능한 한 낮게 유지하여야 한다. 치차의 맞물림은 치면의 미끄럼속도 미끄럼율, 곡률반경 및 하중이 맞물림중에 순간적으로 변하므로 해석이 간단하지 않다.

## 2. 윤활

일반적으로 두 개의 마찰면사이의 윤활은 Stribeck<sup>(1)</sup>에 따라 경계윤활과 유체윤활이 혼합된 상태인 혼합윤활영역과 마찰면의 미끄럼속도가 커져 유막이 형성되는 순수한 유체윤활영역으로 대별할 수 있으나, 실제적으로 이 두 영역의 구별은 그다지 명백하지 않다. 치면사이의 마찰에서와 같이 마찰면의 범위가 극히 작아 하중이 집중적으로 작용하는 경우에는 혼합윤활상태일 때가 많으나, 면압이 상대적으로 낮아지고 미끄럼속도가 커지면 아주 얇은 유막이 형성되어 유체윤활상태를 이룬다. 치면사이의 유막두께가 어느 정도인가에 대해 많은 이론적 검토가 이루어져 있고 해석의 기본으로서 Martin 이론<sup>(2)</sup> 또는 Pepler의 이론<sup>(3)</sup>이 있다. 이들의 이론은 두개의 물체를 우선 강체로 생각하여 그 사이에

상대속도에 의하여 형성되는 유막내의 유동을 점성이 일정하다는 가정하에 Reynolds 방정식 해석을 통하여 취급하는 것이다. 그 다음에 물체는 탄성체이고 윤활유의 점성이 압력에 따라 변화하는 것을 고려하여 유막두께를 계산하였다. 이 이론은 彈性流體潤滑理論(Elasto-Hydrodynamic-Lubrication:EHL)으로 불리우고 있다<sup>(4)</sup>. 이 이론에 의하면 치면사이의 유막두께도 실제상황에 따라서 계산할 수 있으며 새로운 윤활이론으로서 일반적으로 많이 취급되고 있다. 그리고 전술한 Martin 또는 Pepler의 이론에 따른 것보다 훨씬 정확한 결과를 구하는 것이 가능하다. EHL이론에 따른 유막형성이 그림 1에 나타나 있다.

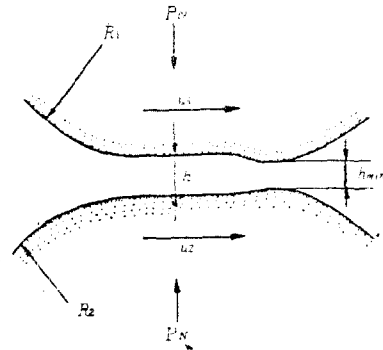


그림 1 EHL이론에 따른 유막

최소유막두께 계산식은 다음과 같다.

$$\frac{h_{\min}}{R} = 2.65 \frac{(\alpha E')^{0.54} \left( \frac{\eta_0 u}{E' \cdot R} \right)^{0.70}}{\left( \frac{P_N / b}{E' \cdot R} \right)^{0.13}}$$

$$\eta = \eta_0 e^{a p}$$

$$\frac{2}{E'} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

여기서  $\eta$ 는 오일의 점성,  $\eta_0$ 는 대기압에서의 점성,  $p$ 는 압력,  $E$ 는 탄성계수,  $\nu$ 는 프와송비,  $R$ 는 물체의 반경,  $u$ 는 원주속도,  $P_N$ 은 수직 하중,  $b$ 는 접촉폭이며 첨자 1, 2는 물체의 구별번호이다. 이 이론에서는 물체표면은 기구학적으로 적합하고 거칠기는 없는 것으로 가정되고 있다.

### 3. 마찰계수와 손실

평치차의 경우에 있어 마찰손실을 그림 2에 표시된 측정결과로서 설명하고자 한다. 종축은 마찰손실동력  $N_v$ 와 전달동력  $N_1$ 의 비인 손실을  $\zeta_z = N_v/N_1$ 을 나타내고 횡축은 피치원주상에서의 원주속도를  $V$ 라고 하였을 때의  $\eta_p V/10^3 P_N$ 의 값을 나타낸다. 여기서  $\eta_p$ 는 측정치와 Pepler의 EHL 이론치와의 커다란 차이를 수정하기 위한 점성으로써 Ohlendorf<sup>(5)</sup>에 의해 제안되었으며  $\eta_p = \eta/(1 + \sqrt{P_N V/3})$ 로 나타내어진다. 이에 따라 EHL 이론에 의한 마찰손실율은 그림에서 破線으로 표시되었는데, 실제의 측정결과는 접촉압력  $P_N$ 이 높고 축의 원주속도  $V$ 가 적은 경우에는(즉  $\eta_p V/P_N$ 이 작을 때) 경계유효이 차지하는 비율이 높게 되므로 이 이론치에서 벗어나며 손실율이 높다. 그러나  $\eta_p V/P_N$ 이 크게

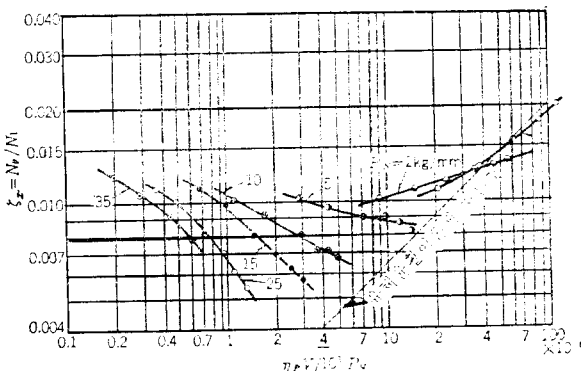


그림 2 평치차의 손실율

될 때에는 마찰손실율은 이론치에 접근함을 보이고 복잡한 치차의 마찰을 논하는 하나의 기반이 얻어졌다.

### 4. 평균마찰손실

치차의 마찰손실은 복잡한 거동을 나타내지만 실제에 있어서는 마찰계수의 평균치를 취하여 계산하는 경우가 많다. 치차의 맞물림진행에 따라서 마찰계수의 변화는 Niemann과 Stöbel<sup>(6)</sup>의 연구결과에 의하면 매우 작아서 마찰계수의 평균치  $\mu_m$ 을 취하여도 실제사용에서 큰 지장을 초래하지 않을 것으로 추측된다.

평균마찰계수를 구하기 위하여 우선 그림 3에 나타낸 것처럼 치차의 맞물림을 고찰한다.

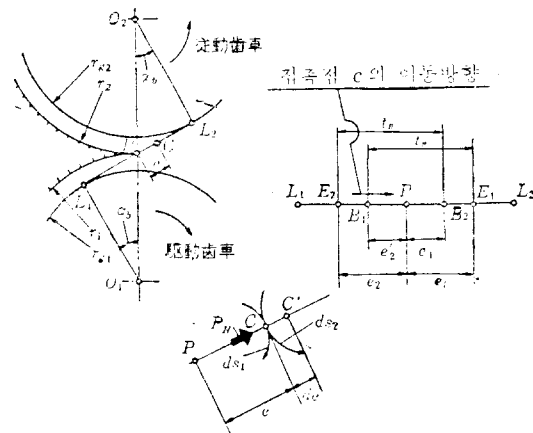


그림 3 평치차의 맞물림

작용선상에 맞물림 위치가  $C$ 에서  $de$ 만큼 떨어진 위치  $C'$ 로 이동하는 동안의 마찰손실을  $dW$ 라 한다. 이 때 접촉점  $C$ 에서 치면의 이동 거리를 그림 3에 나타낸 것처럼  $ds_1, ds_2$ 라 하면

$$dW = \mu_m P_N (ds_1 - ds_2) \quad (1)$$

그리고  $ds_1$ 과  $ds_2$ 는, 피치점에서 맞물림점  $C$ 까지를  $e$ 로 할 때

$$ds_1 = (R_{r1} \tan \alpha_b + e) d\theta_1,$$

$$ds_2 = (R_{r2} \tan \alpha_b - e) d\theta_2$$

이 되며, 여기서  $d\theta_1$ 과  $d\theta_2$ 는 치차 1, 2에 있어서 접촉점이  $C$ 에서  $C'$ 으로 이동한 경우의 회전

각으로써 다음과 같이 표현된다.

$$d\theta_1 = de/R_1 \cos \alpha_b, \quad d\theta_2 = de/R_2 \cos \alpha_b$$

그리고 식 (1)은 다음과 같이 된다.

$$dW = \mu_m P_N e (d\theta_1 + d\theta_2)$$

따라서

$$dW = \mu_m P_N \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) e \frac{de}{\cos \alpha_b}$$

점 C가 E<sub>2</sub>에서 B<sub>2</sub>까지 법선피치 t<sub>n</sub>만큼 진행한 동안의 마찰일은

$$W = \underbrace{\frac{\mu_m P_N}{\cos \alpha_b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left( \int_0^{e_1'} e de + \int_0^{e_2'} e de \right)}_{1 \text{ 齒맞물림領域}} + \underbrace{\frac{\mu_m P_N}{2 \cos \alpha_b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left( \int_{e_1'}^{e_2'} e de + \int_{e_2'}^{e_2} e de \right)}_{2 \text{ 齒맞물림領域}}$$

$$= \frac{\mu_m P_N}{\cos \alpha_b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left\{ \left[ \frac{e^2}{2} \right]_0^{e_1'} + \left[ \frac{e^2}{2} \right]_0^{e_2'} \right.$$

$$+ \left. \frac{\mu_m P_N}{2 \cos \alpha_b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left\{ \left[ \frac{e^2}{2} \right]_{e_1'}^{e_2'} + \left[ \frac{e^2}{2} \right]_{e_2'}^{e_2} \right\} \right\}$$

$$= \frac{\mu_m P_N}{4 \cos \alpha_b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) (e_1^2 + e_2^2 + e_1'^2 + e_2'^2)$$

그리고  $2\pi R_{g1}/z_1 = 2\pi R_{g2}/z_2 = t_n$ ,  $e_1/t_n = \varepsilon_1$ ,

$$e_2/t_n = \varepsilon_2, \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon \text{ 이므로}$$

$$e_1 + e_2' = e_2 + e_1' = t_n, \quad e_1 = \varepsilon_1 t_n, \quad e_2 = \varepsilon_2 t_n,$$

$$e_2' = t_n - e_1, \quad e_1' = t_n - e_2 \text{ 를 代入한다.}$$

$$W = \frac{\mu_m P_N}{4 \cos \alpha_b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \times \{ \varepsilon_1^2 t_n^2 + \varepsilon_2^2 t_n^2 + (t_n - e_1)^2 + (t_n - e_2)^2 \}$$

$$= \mu_m P_N \pi t_n \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \{ \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \}$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon \text{ 이므로}$$

$$W = \mu_m P_N \pi t_n \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) (\varepsilon^2 - \varepsilon + 1 - 2\varepsilon_1 \varepsilon_2)$$

또한 추가된 일은 P<sub>N</sub>t<sub>n</sub>이므로 손실율은

$$\zeta = W/P_N t_n$$

$$\text{효율은 } \eta = 1 - \zeta = 1 - \frac{W}{P_N t_n}$$

$$\text{따라서 } \eta = 1 - \mu_m \pi \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) (\varepsilon^2 - \varepsilon + 1 - 2\varepsilon_1 \varepsilon_2)$$

이로부터 摩擦係數 μ<sub>m</sub>은

$$\mu_m = (1 - \eta) / \left\{ \pi \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) (\varepsilon^2 - \varepsilon + 1 - 2\varepsilon_1 \varepsilon_2) \right\} \quad (2)$$

### 5. 치차의 마찰손실, 마찰계수의 값과 경향

평치차의 마찰손실의 값은 여러가지 조건에 따라 다른데 그림 4에 잘 나타나 있다. 즉 피치원주속도와 함께 마찰손실율은 감소하고 원주속도가 높아짐에 따라 마찰손실율의 측정이 곤란하여 높은 원주속도범위의 값은 여기서 얻을 수 없다.

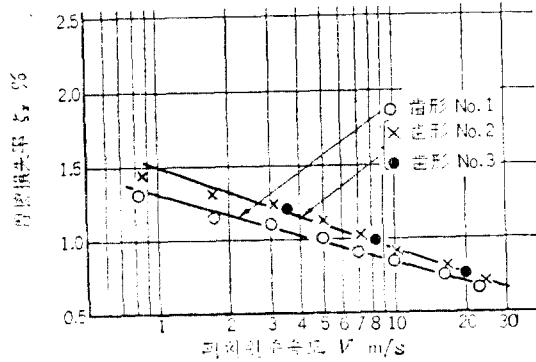


그림 4 平齒車의 맞물림손실

맞물림에 따른 평균마찰계수를 식 (2)에 따라 구하고 이것의 평균미끄럼속도 V<sub>gm</sub>에 대한 관계를 그림 5에 나타내었다. 여기서 평균미끄럼속도는 다음 식으로 표시한다.

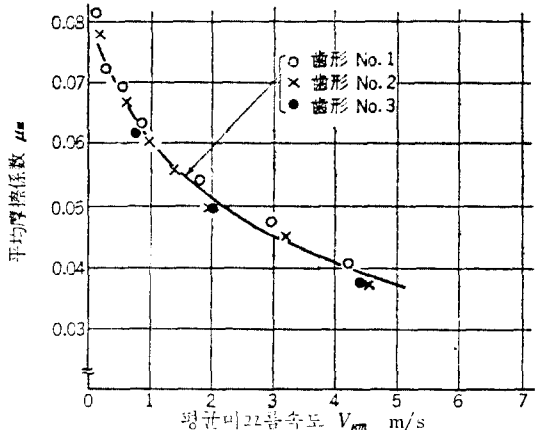


그림 5 平齒車의 平均摩擦係數

$$V_{gm} = \frac{1}{E_1 E_2} \int_{E_1}^{E_2} |V_r(e)| de$$

즉 맞물림 위치에 있어서 미끄럼속도  $V_r(e)$ 의 함수)의 절대값을 맞물림 범위  $E_1 E_2$  사이에 적분하고 이 값을  $E_1 E_2$ 의 값으로 나눈 값이다. 여기서 이용하는 치형은 표 1에 나타내었다. 또한 여기서 사용하는 윤활유는 보통으로 널리 사용하는 파라핀계의 광유를 기본유로 하는 기어유이다.

표 1 齒車의 諸元

齒 形		No. 1	No. 2	No. 3
齒 數	$z_1$	26	26	16
	$z_2$	26	26	24
모 듈 을 $m$		3.5	3.5	4.5
齒 幅 $b$ (mm)		20	20	20
轉 位 係 數	$x_1$	0.0728	0.3957	0.1817
	$x_2$	0.0728	-0.25	0.1817
工 作	壓力角 $\alpha_0$ (度)	20	20	20
	피치원 직徑			
이 뿌 리 直徑	$d_{o1}$ (mm)	91.0	91.0	72
	$d_{o2}$ (mm)	91.0	91.0	108
이 뿌 리 直徑	$d_{i1}$ (mm)	98.5	100.8	82.6
	$d_{i2}$ (mm)	98.5	98.3	118.6
軸 間 距 離 $a$ (mm)		91.5	91.5	91.5
맞 물 림 을 $\epsilon$		1.58	1.58	1.46

앞의 그림 5에 따라

$$\mu_m = 0.070 - \ln(V_{gm} + 0.6)^{0.02} \quad (3)$$

이 되며, 따라서 손실율  $\zeta$ 와 효율  $\eta$ 는 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$\zeta = 1 - \eta = \pi \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \times (\epsilon^2 - \epsilon + 1 - 2 \epsilon_1 \epsilon_2) \ln \frac{1.075}{(0.6 + V_{gm})^{0.021}} \quad (4)$$

이 식에 따르면 평균미끄럼속도  $V_{gm}$ 이 높아짐에 따라 손실율은陰이 된다. 그러므로 이 식은 높은  $V_{gm}$  영역에서는 적합하지 않다.

이 마찰손실과 평면마찰계수는 윤활유 점성이 크게 변화하여도 또는 마멸방지제(티오인산아연) 등을 첨가해도 크게 변화하지 않는다. 그림 6은 2종류의 치형을 이용하여 윤활유의 점성(90°C에서의 값)을 크게 변화하였을 때의 마찰손실율을 나타낸다. 실제적으로는 윤활유 점성이 치차의 마찰손실율에 별다른 영향을 미치지 않는 것으로 보아도 좋다.

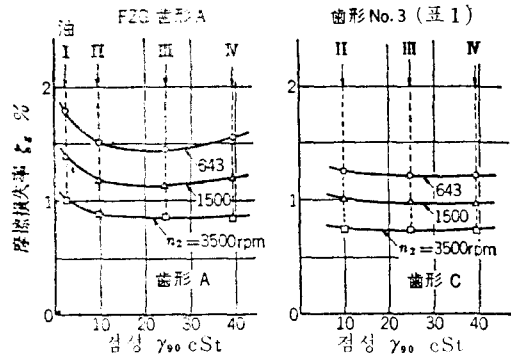


그림 6 潤滑油의 粘度, 回轉數 및 齒形이 齒車의 摩擦損失에 미치는 影響

다음에 마멸방지제의 첨가에 따라 치차의 마찰손실율에 어떠한 영향을 미치는가를 조사한 것이 그림 7에 나타나 있다. 여기서 보여준 것과 같이 마멸방지제의 첨가농도는 치차의 마찰

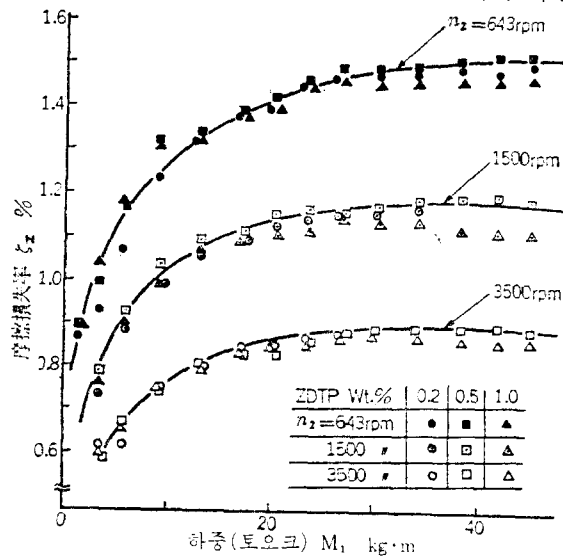


그림 7 平齒車에서의 損失과 荷重과의 關係

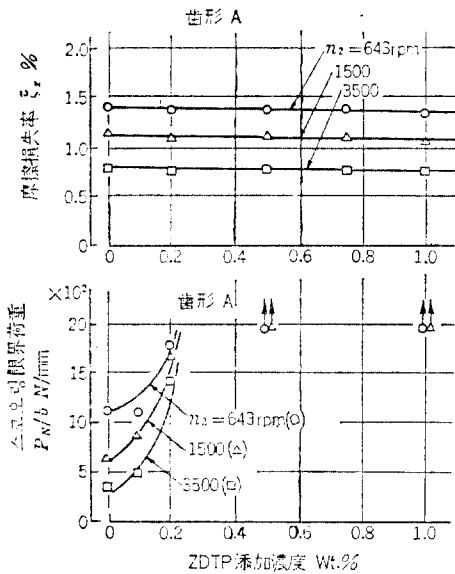


그림 8 ZDTP의 농도가 摩擦損失 및 스코어링 限界荷重에 미치는 影響(齒形 A의 경우)

손실율에는 거의 영향을 미치지 않음을 알 수 있다<sup>(8)</sup>.

이상의 치차의 마찰손실율은 치차의 맞물림에

만 의존한 것이고 윤활유의 교반에 의한 것, 베어링 손실 등은 생략하였다. 마멸방지제를 윤활유에 첨가해도 이상과 같이 마찰손실율은 변화가 없지만 스코어링 한계하중은 변화하고 크게 상승한다. 이를 그림 8에 나타내었다.

참 고 문 헌

- (1) R. Stribeck, Z. VDI, Bd. 46 (1902), 1341, 1432, 1463
- (2) H.M. Martin, Engineering 102 (1916)
- (3) W. Pepler, VDI-Forschungsheft, 391(1938)
- (4) D. Dowson & G.R. Higginson, Elastohydrodynamic lubrication 1977, Pergamon Press
- (5) Ohlendorf, Diss. T.H. München(1958)
- (6) G. Niemann & K. Stößel, Konstruktion 23-7 (1971-7)
- (7) 成瀬長太郎 외 3人 : 日本機械學會論文集(C) 第49卷. 第443號, pp.1236~1245, 1983
- (8) 成瀬長太郎 외 3人, 日本機械學會論文集(C) 第48卷 第431號, pp.1107~1110, 1982

