

진동신호 분석에 의한 기계구조물의 진단 및 설계개선

박 윤 식

<한국과학기술원 기계공학과 교수>

1. 서 론

기계시스템, 회전체 또는 구조물에 크랙이나 결함이 발생하게 되면 구조물 또는 시스템의 동적 특성이 변하게 되므로 변화된 양 및 형태를 측정하므로 구조물 또는 시스템에서의 결함 발생 여부 및 결함위치를 색출할 수 있다는 생각은 매우 오래전부터 제시되어 많은 연구결과가 발표되어 있다. 예를 들면 기계공학 분야에서는 발전소의 터빈 제너레이터, 제트 엔진 등 운전중인 회전체로 부터의 진동신호 분석에 의하여 시스템의 이상여부를 진단하는데 사용되어져 왔으며 토목공학 분야에서도 대형빌딩이나 건축물의 안전성 여부를 판정하는 하나의 방법으로 유용하게 활용되어지고 있다. 특히 빌딩같은 콘크리트 구조물이 지진 또는 기타 다른 이유에 의하여 안전성이 손상되었을 경우 그 정도를 판정하는 방법으로 이와같은 기술이 이용되어질 수 있다. 콘크리트 구조물 내부에 마이크로크랙이 생성된 경우 외관에 의한 검색은 거의 불가능하며 자연진동수 측정에 의하여 간접적으로 구조물의 내부 변화를 예측할 수 있다. 실제로 지진이 지나간 지역의 빌딩을 조사한 결과 외관상으로는 결함이 거의 발견되지 않았으나 지진을 겪기전 후의 자연진동수는 50%나 변화된 경우도 있다. 즉 자연진동수감소는 구조물 강성의 저하 내지는 경계조건이 취약해 졌다고 해석할 수 있다. 또한 해양구조물과 같이 구조물의 부식, 피로파괴등에 의하여 시간이 지남에 따라 강성

이 저하되는 경우 안전성 조사를 위하여 진동신호분석법이 이용되어지고 있다. 이러한 진동신호분석법은 수면하에서 발생된 결함의 여부 및 그 위치 발견에 중요한 자료를 제공하며 직접 검색에 소요되는 경비 및 시간을 크게 절약해 줄 수 있다는 면에서 최근 그 이용이 활발해 지고 있다. 최근 진동 측정기술 및 해석기술의 발달로 경우에 따라 차이는 있지만 자연진동수 변화량을 0.1%까지도 측정 가능하며 해양구조물의 경우 구조물 변화에 따른 고유진동수의 변화량은 대략 1%~30% 정도이므로 0.1%정도의 진동측정 및 해석기술은 결함진단에 충분히 활용될 수 있다. 또한 진동신호 측정 및 해석과 병행하여 구조 해석용 컴퓨터 소프트웨어의 활용은 결함 진단 기술을 더욱 다양하게 할 수 있

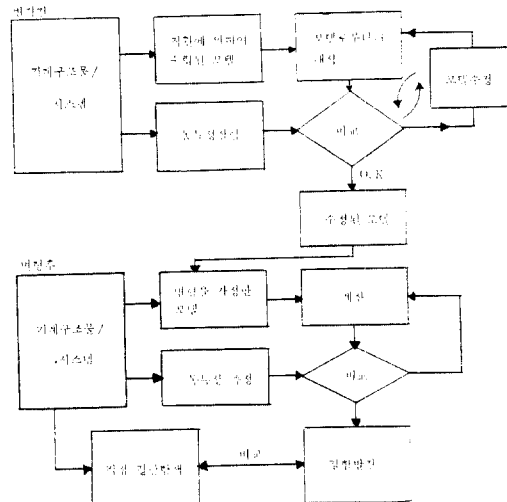


그림 1 진동 신호 분석에 의한 결함진단

으며 궁극에 가서는 컴퓨터 시뮬레이션에 의하여 결함 여부 및 위치색출을 더욱 효과적으로 수행할 수 있다. 물론 이를 위하여는 컴퓨터 모델링 기술의 개발, 시스템 Identification 문제, 시스템의 선형화 문제, 경계조건의 변화를 모델링하는 문제등 제반 문제점이 선결되어야 한다. 진동신호 측정 및 분석에 의한 결함탐지 및 컴퓨터 소프트웨어 활용에 관한 상호관계를 도표로 표시하면 그림 1과 같다.

2. 크랙이 고유진동수에 미치는 영향

2.1. 원주크랙을 갖는 회전축의 경우

반경 R 인 회전축에 크랙길이 a 인 원주 크랙을 갖는 경우를 보면 크랙이 생기므로 인하여 국부힘(local flexibility)을 갖게 되며 국부힘은 a/R 의 함수로 나타낼 수 있다. 그림 2와 같은 회전축의 경우에 대하여 원주크랙이 고유진동수에 미치는 영향을 보면 다음과 같다^(1,2).

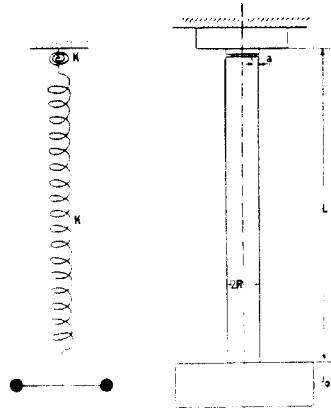


그림 2 원주크랙을 갖는 회전축 모델

원주크랙이 주는 국부힘은

$$\frac{\pi R^3 \mu}{4} c = \left[\frac{1}{R} \int_0^a \frac{2(\pi R - a)}{R} \frac{R^5}{(R-a)^5} K^2(a) da \right] = I(a/R) \quad (1)$$

여기서 c = 국부힘

μ = 전단계수 (shear modulus)

K = 응력 집중계수

그림 2와 같은 경우의 크랙길이 a 와 국부힘 c 와의 관계를 나타내면 그림 3과 같다.

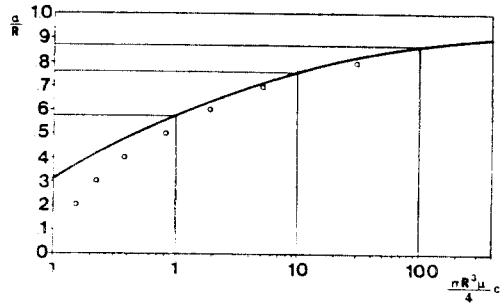


그림 3 원주크랙길이 a 의 변화에 따른 국부힘의 변화량

그림 2와 같은 모델이 크랙이 없는 경우의 고유진동수를 ω_0 크랙을 갖는 경우의 고유진동수를 ω 라고 하면

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{J_0}} = \sqrt{\frac{\pi d^4 \mu}{32 L J_0}} \quad (2)$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + K/K_c}} \quad (3)$$

여기서 $K = \frac{\mu J_0}{L}$, $\frac{1}{K_c} = c$ 이므로

$$\frac{\pi R^3 \mu}{4} c = \frac{L}{2R} \left[\frac{1}{(\omega/\omega_0)^2} - 1 \right] \quad (4)$$

식 (4)와 그림 3으로부터 크랙길이 a 의 변화에 따른 고유진동수 변화를 계산할 수 있으며 이를 그림으로 나타내면 그림 4와 같다.

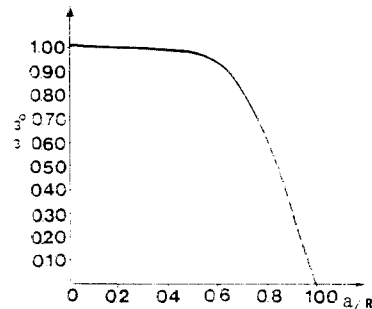


그림 4 원주크랙길이 a 의 변화에 따른 고유진동수의 변화

그림 4를 보면 a/R 의 값이 0에서 0.5까지 변하는데 따른 고유진동수의 변화량은 2~3%에 불과하므로 실험으로 고유진동수를 측정하는데 있어 실제적으로 어려움이 따르게 된다.

그림 2와 같이 고정단을 갖는 비틀림축과는 달

講 座

리 그림 5와 같은 연속 보의 경우 통상적인 방법에 의하여 주파수 방정식을 유도하면 식 (5)와 같다.

$$\left\{ \sin \frac{\omega L_1}{\nu} \cos \frac{\omega L_2}{\nu} + \sin \frac{\omega L_2}{\nu} \left(\cos \frac{\omega L_1}{\nu} - \frac{\pi R^3 \mu c}{4} \frac{R}{L} \sin \frac{\omega L_1}{\nu} \right) \right\} = 0 \quad (5)$$

여기서 $\nu = \text{Torsional wave velocity} = \sqrt{\mu/\rho}$

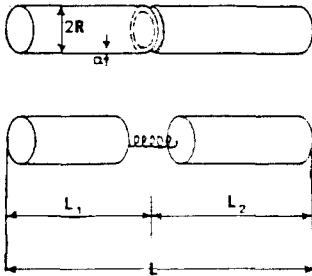


그림 5 원주크랙을 갖는 연속 비틀축 모델

여기서 $\zeta = \omega L/\nu$, $\xi = (\pi R^3 \mu c/4)(R/L)$, $\lambda = L_1/L$ 이라 하고 식 (5)를 변경하면

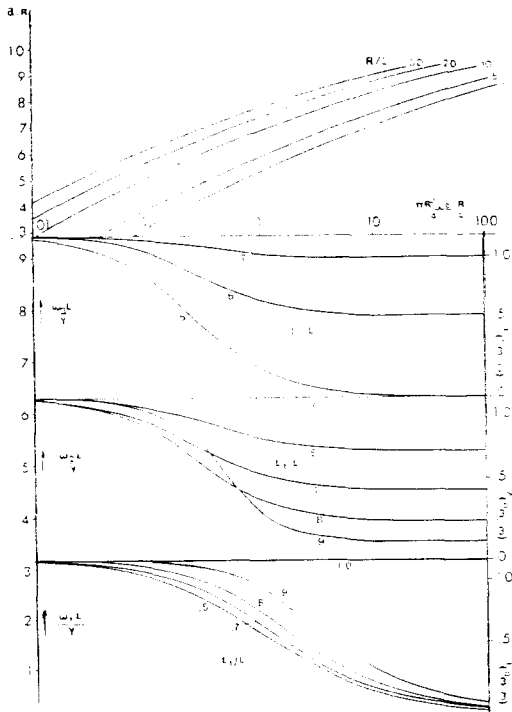


그림 6 원주크랙을 갖는 연속보의 경우 크랙 깊이 및 위치에 따른 고유진동수 변화

$$\sin \lambda \zeta \cos (1-\lambda) \zeta + \sin (1-\lambda)$$

$$\zeta (\cos \lambda \zeta - \zeta \sin \lambda \zeta) = 0 \quad (6)$$

식 (6)을 λ 및 ξ 를 변수로 하여 해를 구하고 도해하면 그림 6과 같다.

그림 6에서 보인바와 같이 1st, 2nd, 3rd 고유진동수의 측정 및 이의 변화 형태로 부터 크랙 깊이 뿐 아니라 크랙위치(λ)를 알아낼 수 있다.

2.2. 크랙을 갖는 직선 보의 경우

사각형 단면을 갖는 직선보에 lateral 크랙이 발생하게 되면 전절에서 보인 비틀축의 경우와 같이 굽힘력을 갖게 되며 따라서 고유진동수의 저하를 가져온다. 그림 7과 같이 양단이 고정된 보의 한쪽끝에 크랙에 의하여 굽힘강성 K_T 를 갖는 모델에 대하여 고유진동수 변화를 해석적으로 구하면 다음과 같다.

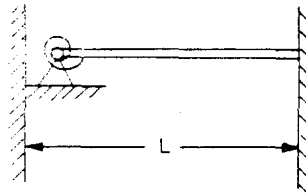


그림 7 한쪽끝에 크랙을 갖는 양 고정단 보

주어진 모델에 대한 주파수 방정식은

$$\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} - \lambda^4 w = 0 \quad (7)$$

여기서 $\lambda = \frac{\rho F \omega^2}{EI}$

F : 단면적

식 (7)의 해는

$$w(z) = C_1 \cosh \lambda z + C_2 \sinh \lambda z + C_3 \cos \lambda z + C_4 \sin \lambda z \quad (8)$$

양 고정단보의 경계조건 $w(0) = 0, w(L) = 0, EIw(0) = K_T w(0), w(L) = 0$ 을 적용하여 특성 방정식을 구하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -A & -1 & A \\ \cosh \lambda L & \sinh \lambda L & \cosh \lambda L & \sin \lambda L \\ \sinh \lambda L & \cosh \lambda L & -\sinh \lambda L & \cos \lambda L \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

여기서 $A = \frac{K_T}{\lambda EI}$

$K_T \rightarrow \infty$ 인 경우의 고유진동수를 ω_{n0} 라 하고 K_T 가 변하는데 따라 식 (9)를 풀어 ω_n 를 구하고 ω_n/ω_{n0} 의 값을 그림으로 나타내면 그림 8과 같다.

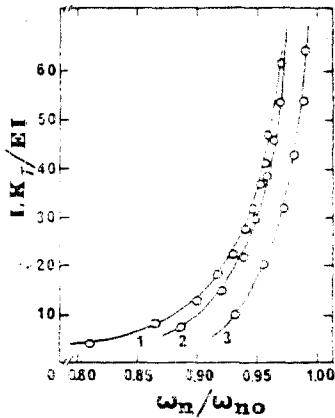


그림 8 한쪽끝에 크랙을 갖는 양 고정단 보의 K_T 변화에 따른 고유진동수 변화

내다지보인 경우의 경계조건 $w(0)=0$, $\partial^2 w(L)/\partial z^2=0$, $EIw(0)=K_T w(0)$, $\partial^3 w(L)/\partial z^3=0$ 를 적용하여 특성방정식을 구하면 식 (10)과 같다.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -A & -1 & A \\ \cosh \lambda L & \sinh \lambda L & -\cosh \lambda L & -\sinh \lambda L \\ \sinh \lambda L & \cosh \lambda L & \sinh \lambda L & -\cosh \lambda L \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

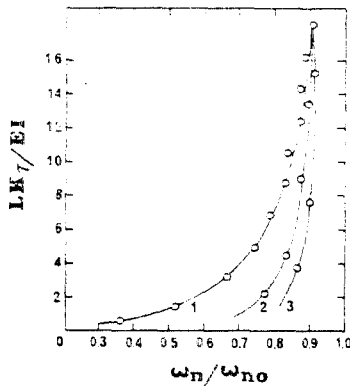


그림 9 한쪽끝에 크랙을 갖는 내다지 보의 K_T 변화에 따른 고유진동수 변화

여기서 $A = \frac{K_T}{\lambda EI}$

양 고정단 보와 마찬가지로 내다지 보에 대하여 K_T 의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 그림으로 나타내면 그림 9와 같다.

크랙길이 α 와 굽부강성 K_T 의 관계는 응력집중 계수를 사용하여 해석적으로 구하든지 또는 그림 10과 같은 모델을 사용하여 실험적으로 구할 수 있다.

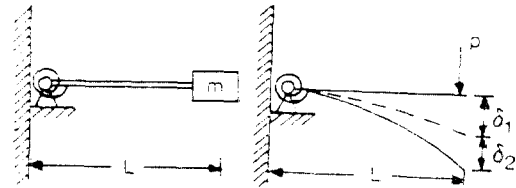


그림 10 크랙에 의한 굽부강성을 구하기 위한 실험 모델

그림 10에서 δ_1 은 $K_T \rightarrow \infty$ 인 경우의 처짐이며 δ_2 는 K_T 에 의하여 추가로 생긴 처짐이다. K_T 의 값을 δ_2 를 정밀 측정하여 직접 구할 수도 있으나 다음 관계로부터 동특성 측정으로 간접 측정이 가능하다.

즉, $\frac{\omega_n}{\omega_{nc}} = \frac{1}{1 + \mu_0^2}$ (11)

여기서 $\mu_0^2 = \frac{3EI}{LK_T}$

그림 10의 모델에 대하여 크랙길이 α 에 따른 K_T 의 값 및 고유진동수 변화는 그림 11, 12에 보여진다.

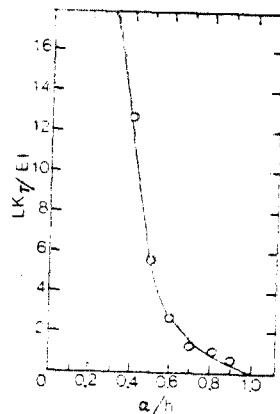


그림 11 크랙 길이에 따른 굽부강성의 변화

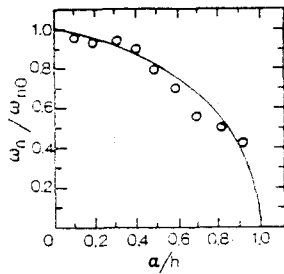


그림 12 크랙깊이에 따른 고유진동수의 변화

2.3. 고유치감도(The Eigenvalue Sensitivity Problem)

2.1, 2.2에서 보여진 바와 같은 비교적 간단한 시스템에서는 크랙에 의한 국부강성 또는 고유진동수의 변화를 해석적으로 또는 간단한 실험에 의하여 직접 구할 수 있으나 이와같은 기술을 일반적인 시스템에 적용하기 위하여는 좀더 체계적인 방법이 모색 되어져야 한다. 즉 선형계(linear system)를 생각할 때 질량 행렬과 강성행렬이 주어지면 고유치와 고유벡터를 구할 수 있다. 수정되지 않은 시스템에 대한 고유치와 고유벡터를 구한후에 크랙발생등으로 인하여 수정된 시스템의 변형된 고유치 고유벡터를 효과적으로 구하기 위하여 고유치감도가 이용되어진다. 수정된 시스템 전체에 대하여 고유치와 고유벡터를 처음부터 구할수 있으나 계산시간 및 오차의 감소를 위하여 다음과 같이 Rayleigh quotient를 이용할 수 있다.

수정되지 않은 시스템의 운동 방정식

$$[M]\ddot{X} + [K]X = 0 \tag{12}$$

고유치 $\lambda_i = \frac{\{X_i\}^T [K] \{X_i\}}{\{X_i\}^T [M] \{X_i\}} = \omega_i^2$

$[K] \{X_i\} = \lambda_i [M] \{X_i\}$

양변을 미분하면

$$[dK] \{X_i\} + [K] \{dX_i\} = d\lambda_i [M] \{X_i\} + \lambda_i [M] \{dX_i\}$$

$$\{X_i\}^T [dK] \{X_i\} + \{X_i\}^T [K] \{dX_i\} = d\lambda_i \{X_i\}^T [M] \{X_i\} + \lambda_i \{X_i\}^T [M] \{dX_i\}$$

$[K]$ $[M]$ 이 real 하고 대칭이므로

$$\{X_i\}^T [K] = \lambda_i \{X_i\}^T [M] \tag{a)}$$

if $i=j$ 이면

$$\therefore \{X_i\}^T [dK] \{X_i\} = d\lambda_i \{X_i\}^T [M] \{X_i\}$$

$$\therefore d\lambda_i = \frac{\{X_i\}^T [dK] \{X_i\}}{\{X_i\}^T [M] \{X_i\}} \tag{13}$$

고유벡터의 직교성으로부터

$$\begin{aligned} \{X_i\}^T [M] \{X_j\} &= 0 \quad i \neq j \\ \{X_j\}^T \lambda_i [M] \{dX_i\} - \{X_j\}^T [K] \{dX_i\} &= \\ \{X_j\}^T [dK] \{X_i\} \end{aligned}$$

식 (a)에서 부터

$$\begin{aligned} \{X_j\}^T (\lambda_i - \lambda_j) [M] \{dX_i\} &= \\ \{X_j\}^T [dK] \{X_i\} \end{aligned} \tag{b)}$$

고유벡터 미분치 dX_i 는

$$dX_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \{X_j\} \quad j \neq i \tag{14}$$

여기서 α_{ij} ; 미분가중계수(differential weighing factor)

$$\therefore \{X_j\}^T [M] \{dX_i\} = \alpha_{ij} \{X_j\}^T [M] \{X_i\}$$

식 (b)로 부터

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} &= \frac{\{X_j\}^T [dK] \{X_i\}}{(\lambda_i - \lambda_j) \{X_j\}^T [M] \{X_i\}} \quad i \neq j \\ \alpha_{ij} &= 0 \quad i = j \end{aligned} \tag{15}$$

식 (13)으로부터 고유치 변화량. 식 (14), (15) 으로부터 고유벡터의 변화를 계산할 수 있다.

식 (13), (14), (15)의 유효성을 보기 위하여 그림 13과 같은 비틀림진동 시스템에 대하여 크랙으로 수정되어진 시스템의 변형된 고유치와 고유벡터를 식 (12)으로 직접 계산할 경우와 식 (13), (14), (15)을 사용하는 경우를 비교하여 보면 식 (13), (14), (15)의 컴퓨터 계산 시간은 식 (12)의 경우의 약 7.5%에 불과하였다.

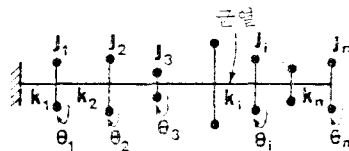


그림 13 크랙으로 변형된 비틀림진동 시스템

이와 같이 변형된 시스템의 고유치 변화를 계산하는 기술은 크랙의 유무 및 위치를 판정하여 시스템을 진단하는 데뿐만 아니라 기계 및 구조물 시스템의 최적설계분야에도 폭넓게 사용되어질 수 있다.

3. 응용 예

3.1. 해양 구조물^(3,4)

진동 신호의 주기적인 측정 및 분석에 의하여 해양 구조물의 구조강도 및 안전성을 직접 검색에 비하여 경제적으로 점검할 수 있는 방법이 개발되어 부분적으로 실제 사용되어지고 있다. 즉 파도나 바람에 의하여 가진되고 있는 해양구조물의 자연 진동수를 가속도계를 사용하여 주기적으로 측정하며 이때 검출된 자연진동수의 변화는 구조물의 질량 또는 강성의 변화나 또는 해양 구조물 경계조건의 변화로 해석될 수 있다. 또 표 1에서 보여진 바와 같이 컴퓨터 구조 해석 결과와의 비교에 의하여 결함 여부의

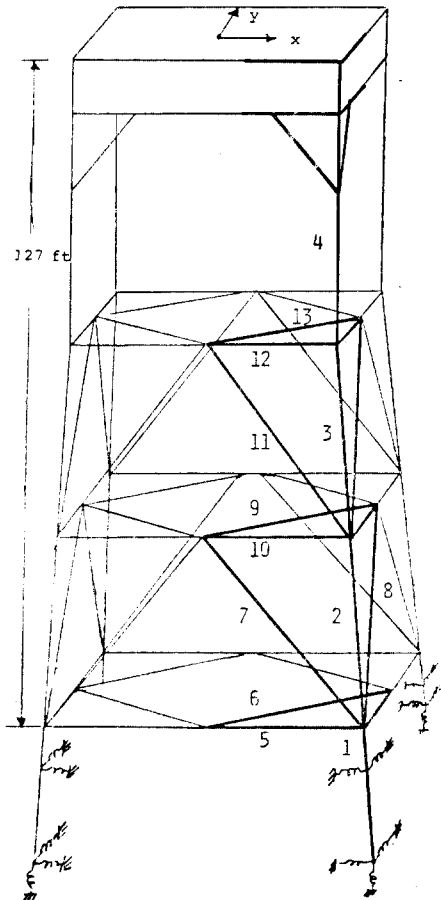


그림 14 해양 구조물의 간단한 모델

표 1 해양구조물 모델의 전산해석 결과

Damaged member	Reduction frequency (percent)			Is damage detectable?
	Δf_x	Δf_y	Δf_θ	
None	0.0	0.0	0.0	N/A
1	17.14	17.14	12.13	Yes
2	11.15	11.15	0.17	Yes
3	5.92	5.92	0.96	Yes
4	8.80	8.80	6.62	Yes
5	0.12	0.0	0.03	No
6	0.005	0.005	0.02	No
7	6.10	0.17	2.25	Yes
8	0.17	6.10	2.25	Yes
9	0.005	0.005	0.008	No
10	3.19	0.0	1.36	Yes
11	7.18	0.0	2.05	Yes
12	3.31	0.0	2.08	Yes
13	0.008	0.008	0.005	No
0.050 in. rust	3.71	3.71	1.41	Yes

점검뿐만 아니라 결함 위치를 밝혀낼 수 있는 중요한 정보를 얻을 수 있다. 그림 14와 같은 해양구조물에 대하여 각 부재에 결함이 발생하였다고 가정하고 이때 x, y, θ 방향의 고유진동수 변화를 전산해석한 결과는 표 1에 주어져 있다. 또한 진동신호의 주기적인 측정을 위하여는 그림 15와 같이 2개의 가속도계를 부착하여 중심에 위치한 가속도 계로부터는 x 방향과 y 방향의 진동을 측정하고 또 하나의 가속도계로는 x 방향의 진동신호를 동시에 측정하여 파워 스펙트럼에 구하면 f_x, f_y, f_θ 를 동시에 구할 수 있다. 실험을 의하여 구한 고유 진동수의 정도가 $\pm 0.005\text{Hz}$ 가 되기 위하여는 최소 200초간의 실험 측정치가 요구되어 지며 그림 16은 이렇게 구한 전형적인 파워스펙트럼의 한 예를 보여주고 있다. 실험으로 구한 f_x, f_y, f_θ 와 전산해석으로 구하여진 표 1의 값과의 비교에 의하여 구조물의 결함여부 및 나아가서는 결함 위치를 찾아낼 수 있다.

3.2. 기어박스 결함 진단⁽⁵⁾

계속적으로 운전중인 기어박스로 부터 진동신호를 측정하고 스펙트럼해석을 하므로써 기어박

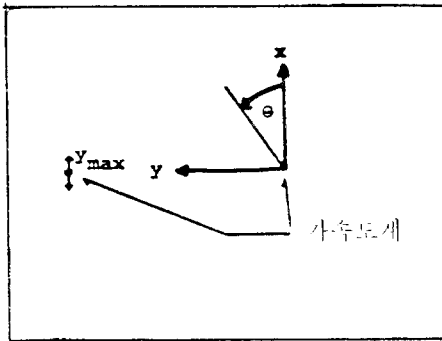


그림 15 진동 신호 측정 위치

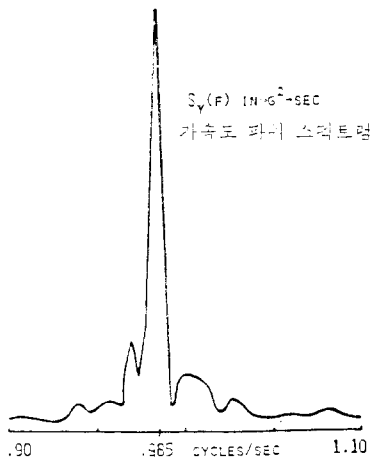


그림 16 측정된 진동 신호의 파워 스펙트럼

스 내부의 결합여부, 결합의 종류, 위치를 파악할 수 있다. 정속으로 운전중인 기어박스로부터는 시스템 동적 해석시 흔히 사용되어지는 전달 함수해석에 의한 동적해석 방법이 부적당하므로 보다 경제적이고 간편한 진동 신호의 스펙트럼 해석 결과의 변화를 관찰하여 결합을 진단하는 방법이 사용되어 질 수 있다. 동일한 조건하에서 계속 운전중인 기어박스로부터 주기적인 진동 신호를 비교 분석하므로써 기어의 마멸상태, 기어의 기계가공오차 기어의 편심베어링의 상태변화, 기어 이의 기계적 변화 ...등을 예측할 수 있다. 기어박스 진동 신호중 가장 중요한 주파수는 기어의 주기적인 맞물림 운동으로 기어 이의 처짐에 의하여 발생하는 기어 매쉬 주파수이다. 이의 주기적인 처짐은 이에 작용하는

힘, 기계가공오차, 마멸정도 등에 의하여 영향을 받으며 이와 같은 외부 조건의 변화가 스펙트럼에 미치는 영향을 보면 다음과 같다.

(1) 하중의 영향

기어가 부담하는 하중을 분담케되는 이의 수가 주기적으로 변하게 되므로 전형적인 기어매쉬 파형은 그림 17과 같다. 그림 17과 같은 파형의 스펙트럼은 고차의 하모닉스를 갖게 됨을 알수 있다. 여기서 이의 처짐은 하중에 따라 좌우되므로 기어박스 진단을 위하여는 항상 동일한 하중하에서 진동신호 측정이 요구되어 진다.

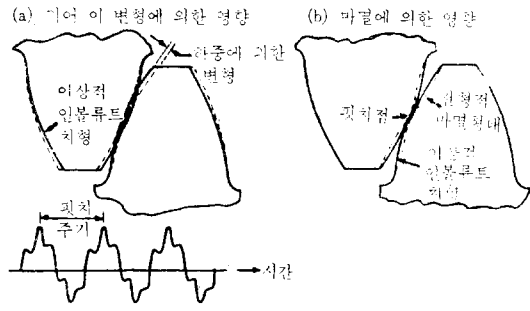


그림 17 하중에 의한 이의 처짐 및 전형적 기어매쉬파형

(2) 기계가공

각 이 모두에 존재하는 기계가공 오차에 의한 스펙트럼의 영향은 기어매쉬 주파수의 모든 하모닉스에 나타나게 되며 몇개의 이에만 있는 기계가공 오차는 ghost component로 나타난다. 기계가공 오차에 의한 스펙트럼영향은 시간이 지남에 따라 약하여 진다.

(3) 마멸

일반적으로 기어의 마멸은 그림 18에서 보여지는 바와 같이 기어매쉬 주파수의 모든 하모닉스에 영향을 주는 것은 하중이나 가공 오차의 경우와 같으나 시간이 지남에 따라 마모에 의하여 그 크기가 커지게 된다. 특히 기본 기어 매쉬 주파수 보다는 고차의 하모닉스에서 그 영향이 현저하게 나타난다.

(4) Ghost components

기어의 기계가공 상태로부터 발생하는 경우가 흔하며 그 특성은 그림 19, 20에서 보여진 바와

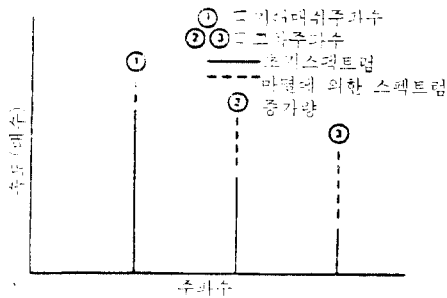


그림 18 마멸에 의한 스펙트럼의 변화

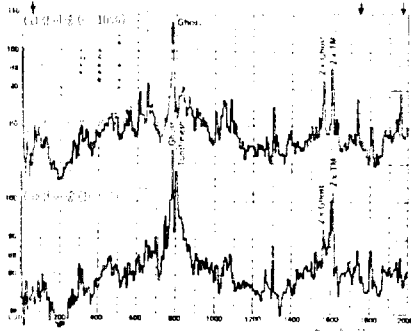


그림 19 Ghost component 의 하중에 의한 영향

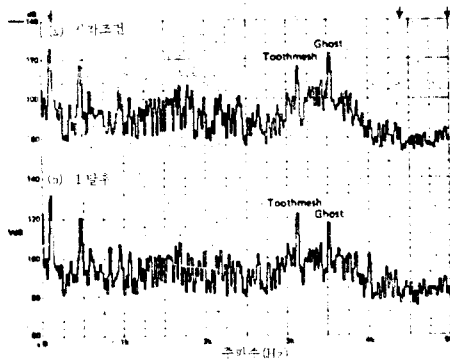


그림 20 Ghost component 의 시간의 지남에 따른 영향

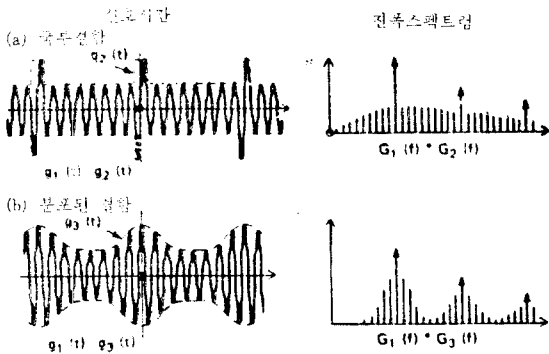


그림 21 진폭 변화의 영향

같이 하중의 변화에 민감하게 나타나고 시간에 지남에 따라(마멸이 진행됨에 따라) 그 영향이 줄어 든다.

(5) 진폭 변화의 영향

기어에 편심이 생기게 되면 기어에 작용되는 하중이 주기적으로 변하게 되므로 진동신호의 진폭이 그림 21 과 같이 변화되어 진다. 기어배쉬 주파수 뿐 아니라 그 주위의 스펙트럼모양 으로부터 결함의 형태를 추측할 수 있다.

(6) 주파수 변화 영향

기어 회전 속도가 일정하지 않거나 기어 이 사이의 간극이 균일하지 않을 때는 주파수 변화 이 생기게 된다. 기어에 작용하는 하중이 변하게 되면 기어축에 작용되는 토오크가 변하고 이것은 회전수의 변화를 갖어온다. 그러므로 진폭 변화과 주파수 변화은 같이 발생하는 것이 보통 이다.

참 고 문 헌

- (1) A.D. Dimarogonas and S.A. Paipetis, Analytical Methods in Rotor Dynamics, Chap. 7. "Identification of Cracks by Vibration Analysis" Applied Science Publishers London 1983
- (2) A.D. Dimarogonas and G. Massouros. "Torsional Vibration of a shaft with a circumferential crack" Eng. Fracture Mech. 15 (3~4)1981, 439-44
- (3) J.K. Vandiver "Detection of structural Failure on Fixed Platforms by Measurements of Dynamic Response" Journal of Petroleum Technology March 1977
- (4) R.D. Begg, A.C. Mackenzie, C.J. Dodds, and O. Loliand. "Structural Integrity Monitoring Using Digital Processing of Vibration Signals" Proceedings of Offshore Technology Conference Vol. II, pp.305~311
- (5) R.B. Randall. "A New Method of Modelling Gear Faults" ASME Journal of Mechanical Design Vol. 104 April pp.259~267