論 文

大韓熔接學會誌
第3卷第2號1985年11月
Journal of the Korean
Welaing Society
Vol. 3, No. 2, Nov., 1985

십자형 필렛 용접 이음부의 굽힘피로 특성에 대한 파괴역학적 고찰

엄동석* · 강성원* · 김영기**

Fracture Mechanics Approach to Bending Fatigue Behavior of Cruciform Fillet Welded Joint

by
D. S. Um* · S. W. Kang* · Y. K. Kim**

Abstract

Fillet welded joints, specially in ship structure, are well known the critical part where stress concentrate or crack initiates and grows.

This paper is concerned with the study of the behavior of fatigue crack growth at the root and toe of load carrying cruciform fillet welded joints under three points bending by the determination of stress intensity factor from the J-Integral, using the Finite Element Method.

The stress intensity factor was investigated in accordance to the variation of the weld size (H/Tp). weld penetration (a/W) and plate thickness (2a'/Tp).

As mixed mode is occured on account of shearing force under the three points bending, Stern's reciprocal theory is applied to confirm which mode is the major one.

The main results may be summerized as follows

1) The calculation formula of the stress intensity factor at the both of root and toe of the joint was obtained to estimate the stress intensity factor in the arbitrary case.

2) The change of stress field around crack tip gives much influence on each other at the root and toe as H/Tp decreases.

3) Mode I is a major mode under the three points bending.

1. 서 론

선박이나 해양구조물과 같은 해상구조물의 경우에는 그 일생을 통하여 끊임없이 반복적으로 받게되는 부력, 파랑에 의한 외력 및 추진기의 기진력 등에 의한 반복하중을 받게되므로 피로강도에 대한 연구가[1~5] 활발하게 진행되고 있다.

해상구조물의 경우에 이와 같이 피로파괴가 발생할 수 있는 부분은 용접이음부와 같은 기하학적 불연속부

* 부산대학교 공대, 정회원
** 울산공업전문대학, 정회원

인 응력집중개소이다. 응력집중을 유발하는 용접이음부 가운데 특히 하중전달형 필렛 이음부는 많은 연구가[1~6]들의 관심의 대상이 되어왔다.

이제까지 하중전달형 필렛 용접이음부가 반복되는 단순인장하중을 받으므로 인하여 발생되는 피로강도에 대해서는 다수의 연구가[1~4] 진행되어 왔고 또한 반복굽힘하중을 받는 경우에서의 피로 강도에 대해서도 순수굽힘(pure bending)인 경우에 대해서는 연구가[2] 다소 진행되어 왔으나 실제구조물에서 흔히 발생할 수 있는 굽힘하중을 받는 경우의 연구는 적다.

따라서 본 연구에서는

가. 하중전달형 필렛 용접이음부가 반복되는 굽힘하중을 받으므로 인하여 발생되는 피로균열에 대하여 파괴역학적인 검토를 함으로서 루트부와 토우부의 응력확대계수값(K)을 구하였다. 동시에 이들 부위의 응력확대계수를 구하는 계산식을 정식화하여 피로설계의 기초자료를 제시하였다.

나. 전술한 용접이음부가 3점굽힘하중 조건하에서 피로균열이 Mode Ⅰ과 Mode Ⅱ의 혼합모우드 형태로 이루어지므로 어느 모우드가 지배적인 모우드인가 검토하였다.

2. 모델의 설정과 계산 결과

해상구조물에서 필렛 용접이 적용되는 부위에 16*mm* 판이 최고 두께가 되는 경우 적용되는 용접 다리길이가 구조기능과 위치에 따라 5.5~12.0*mm*까지(ABS Rule 기준) 폭 넓게 변화하는 것을 감안하여 이같은 용접다리길이가 적용될 수 있도록 H/Tp의 값을 0.3, 0.5 및 0.8로 정하였다. 순수 굽힘 상태에서는 H/Tp가 0.4~0.5 이상이면 토우부에서 균열로 인한 파단이 먼저 발생하는 점과, 단순인장상태에서는 H/Tp=0.8이 루트부 파단과 토우부 파단의 경계가 되는 임계점이 되는 것으로 이미 알려져 있기 때문에, Fig. 1 및 Table 1과 같은 H/Tp값을 선정하였다. 또한 필렛 이음은 이등변 용접 이음이다. 유한요소해석을 함에 있어 본 모델이 3점굽힘 하에 놓이게 되므로 X축을 기준으로 이등분하여 Fig. 2와 같은 모델을 사용하였다. 루트부와 토우부에서의 균열진전에 따른 균열선단 주위의 J-적분 및 Stern의 선적분 경로는 모델A가 Fig. 3에, 모델 B는 Fig. 4에, 모델 C는 Fig. 5에 각각 굵은선으로 나타내었다.

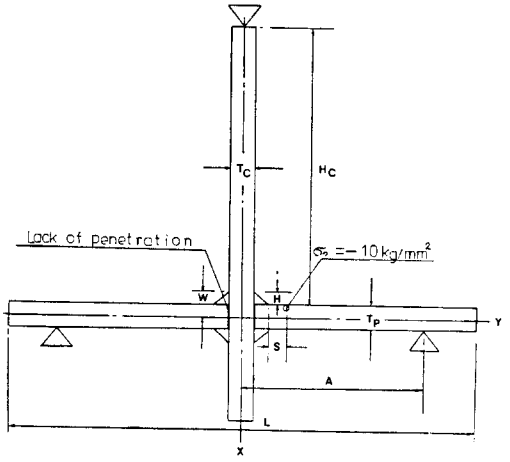


Fig. 1. Load carrying joint under three point bending

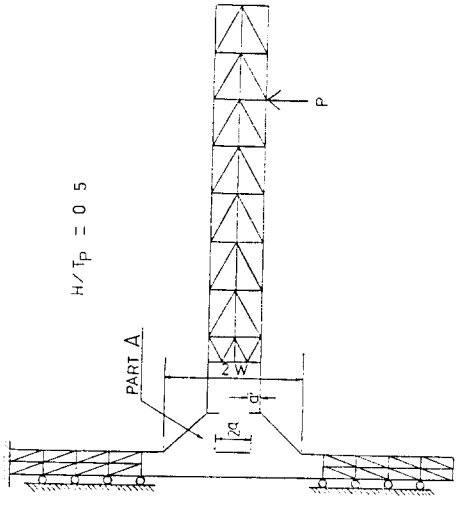


Fig. 2. F.E.M. mesh and boundary condition for model B. Model A and C similar

J-적분과 Stern에 의한 선적분은 인장응력을 받는 균열선단에서 정의 되어지는 값들이므로 인장부에서만

Table 1. Variation of model A. B and C

Model	H/Tp	Tp	Tc	H	W	Hc	A	L	S
A	0.3	16	16	4.8	12.8	180	120	300	4.8
B	0.5	16	16	8.0	16.0	180	120	300	8.0
C	0.8	16	16	12.8	20.8	180	120	300	12.8

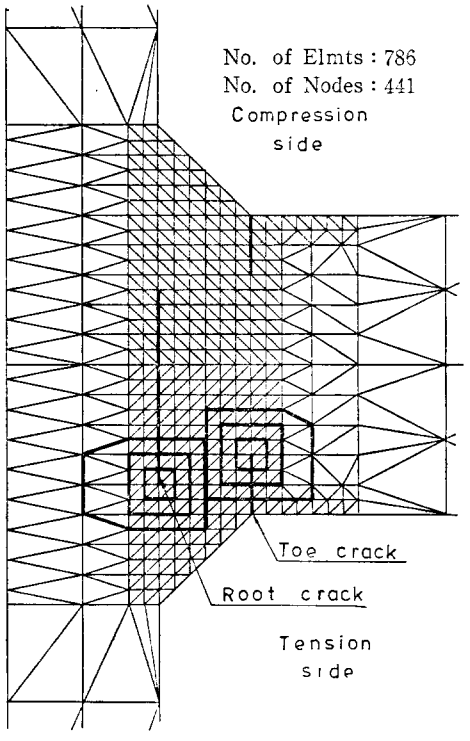


Fig. 3. Detail of partA and typical J-Integral paths for modol A

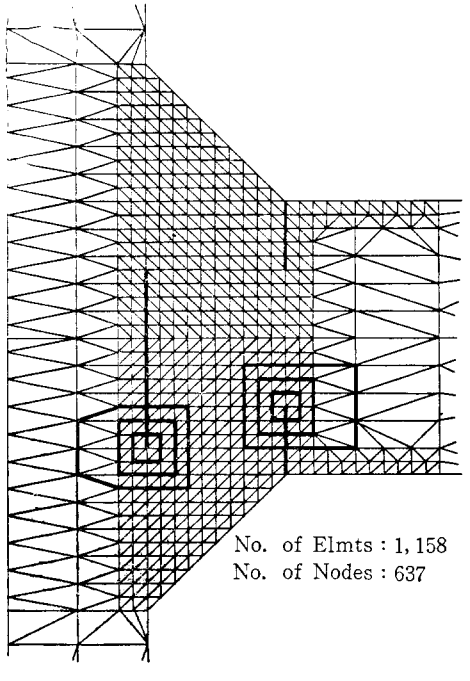


Fig. 4. Detail of part A and typical J-Integral paths for modelB

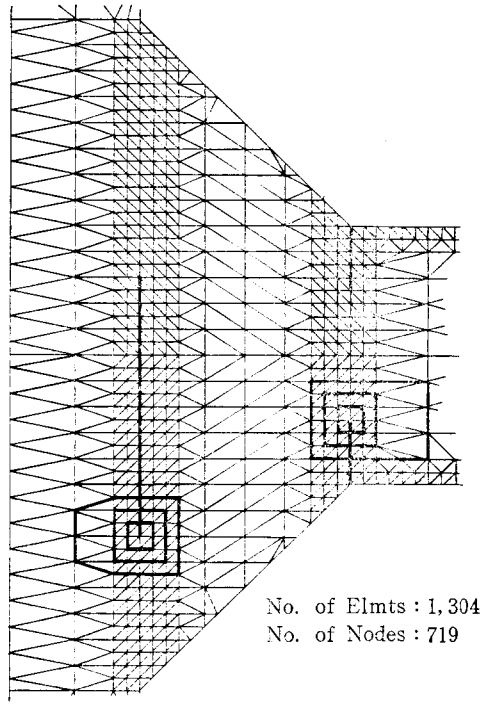


Fig. 5. Detail of part A and typical J-Integral paths for model C

수행시켰으며 Fig. 3, Fig. 4 및 Fig. 5에서 나타낸 바와 같이 루트부와 토우부에서 각각 3경로에 대하여 계산을 수행하였다. 계산 결과는 J—적분의 경로독립성에 의해 루트부에서의 3개의 J—적분치가 서로 거의 일치되었으며 Stern에 의한 선적분값도 서로 거의 일치되었고 토우부에서도 동일한 현상이 생기는 것을 확인하였다.

또한 루트부에서의 균열진전은 a/W, 토우부에서의 균열진전은 2a′/Tp로 무차원화 시킨값을 Table 2에 보인 바와 같이 증가시키면서 변화를 주었으며 각각의 모델에서 균열로 인하여 단면이 감소함에 따라 균열선단 주위의 인장응력이 증가되어, 증가된 인장응력이 재료의 파단응력에 도달하는 범위까지로 루트부와 토우부에서 균열진전의 최대범위를 정하였다.

균열진전의 양상은, 첫째 루트부에서만 균열이 진전되는 경우와, 둘째 토우부에서만 균열이 진전되는 경우와, 셋째 루트부와 토우부에서 균열이 혼합적으로 발생되는 모든 경우를 고려하였다.

루트부에서는 실제로는 메탈터치 상태이지만 유한요소 해석에서는 루트부에 설정한 절점들의 변위는 Fig. 6 (a)

Table 2. Variation of a/W and 2a′/Tp for model A, B and C

ROOT

Model A		Model B		Model C	
a(*mm*)	a/W	a(*mm*)	a/W	a(*mm*)	a/W
0.8	0.0625	0.8	0.05	0.8	0.0385
1.6	0.125	1.6	0.1	1.6	0.077
3.2	0.25	3.2	0.2	3.2	0.154
4.8	0.375	4.8	0.3	4.8	0.231
6.4	0.5	6.4	0.4	6.4	0.3077
8.0	0.625	8.0	0.5	8.0	0.3846
9.6	0.75	9.6	0.6	9.6	0.4615
		11.2	0.7	11.2	0.538
				12.8	0.6154
				14.4	0.692
				16.0	0.77

TOE

a′(*mm*)	$2a'/T_P$	a′(*mm*)	$2a'/T_P$	a′(*mm*)	$2a'/T_P$
0.8	0.1	0.8	0.1	0.8	0.1
1.6	0.2	1.6	0.2	1.6	0.2
2.4	0.3	2.4	0.3	2.4	0.3
3.2	0.4	3.2	0.4	3.2	0.4
4.0	0.5	4.0	0.5	4.0	0.5
4.8	0.6	4.8	0.6	4.8	0.6
5.6	0.7	5.6	0.7	5.6	0.7

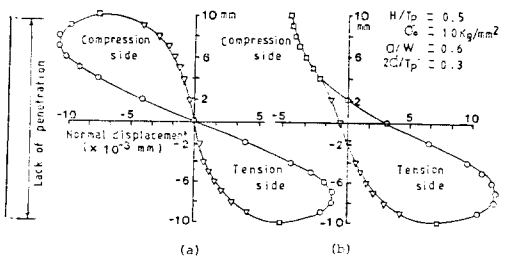


Fig. 6. Distribution of displaoement of nodal points in way of lack of penetration under bending

에서 보는 바와 같이 압축부에서 엇갈린 상태가 되어 실제의 경우와 모순된 결과가 나온다. 이같은 상태에서 인장부에서 J-적분을 수행하면 엇갈리지 않은 실제의 상태에서 J-적분을 수행한 값과 약간의 오차가 발생되므로 압축부에서 엇갈린 모순을 제거하기 위하여 Fig. (b)에 보인 것과 같이 엇갈린 부분이 제거 될때까지 상층부에서 요소를 아랫쪽으로 단계적으로 달히도록 하여 최종적으로 달혀진 위치를 찾은 후 인장부에서 J-적분을 수행하였는 바 이같은 작업을 각 모델에서 모든 경우마다 반복적으로 수행하였으며 계산에 사용된 프로그램의 flow chart는 Fig. 7과 같다.

3. 계산결과 및 고찰

3.1. 균열진전에 따른 균열 선단의 응력분포

응력확대계수는 균열선단 주위의 응력값들과 함수관

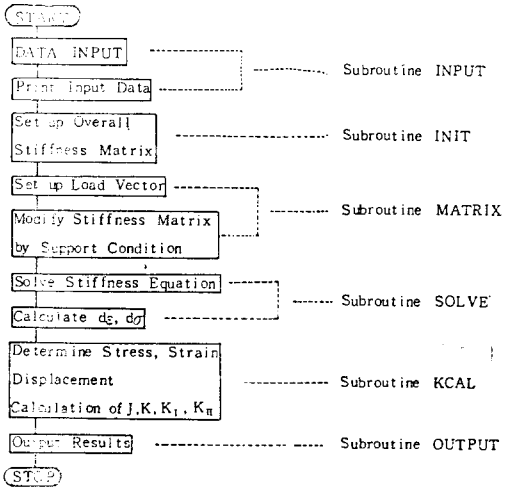


Fig. 7. Flow chart

계에 있으므로 본 모델에서 고려하는 루트부와 토우부에서의 응력확대계수의 분포를 미리 예측하기 위해 루트부와 토우부 에서의 균열선단의 인장응력분포를 조사하여 보았다. 루트부와 토우부 균열선단 주위의 인장응력 분포는 앞서 언급한 바와 같이 균열이 단독적으로 또는 상호유기적으로 발생하는 모든 경우를 고려하여 유한 요소법으로 구하였다. 루트균열선단 주위의 인장응력 분포는 모델 A에 대하여 Fig. 8 (a)에, 모델 B에 대하여 (b)에, 모델 C에 대하여 (c)에 각각 나타내 있고 각 경우에서 토우부의 균열진전과 조합하여 얻어진 결과를 종합하였다.

또한 토우 부균열선단 주위의 인장응력 분포는 model A에 대하여 Fig. 9 (a)에, 모델 B에 대하여 (b)에, 모델 C에 대하여 (c)에 각각 나타내었으며 각각의 경우에서 루트부의 균열진전과 조합하여 얻어진 결과를 종합하였다. 루트부에서 균열선단의 인장응력 분포는 H/Tp가 작을 수록 토우부의 균열의 증가함에 따라 대단히 큰폭으로 증가하고 있으나 H/Tp가 커질수록 토우부의 균열이 증가하더라도 증가되는 폭이 줄어든다.

토우부에서의 인장응력 분포 역시 H/Tp가 적을수록 루트부의 균열이 증가함에 따라 큰폭으로 증가하고 있으나 H/Tp가 커질수록 루트부의 균열이 증가하더라도 적은 폭으로 증가하고 있으며 특히 H/Tp=0.8인 경우에서는 루트부의 균열진전이 토우부의 인장응력에 거의 영향을 주지 못하고 있다.

또한 루트부와 토우부에서의 균열선단 주위의 인장응력을 상호비교해 보면 토우부에서의 값이 루트부에서의 값보다 훨씬 높다. 이러한 경향은 응력확대계수 에

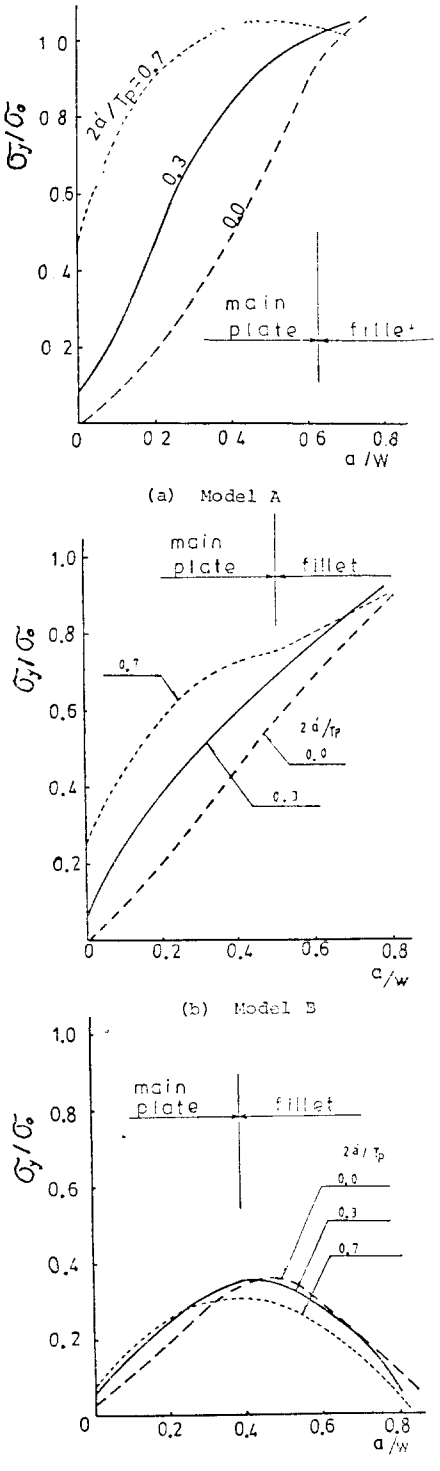


Fig. 8. Variation of σ_y around root crack tip for each model

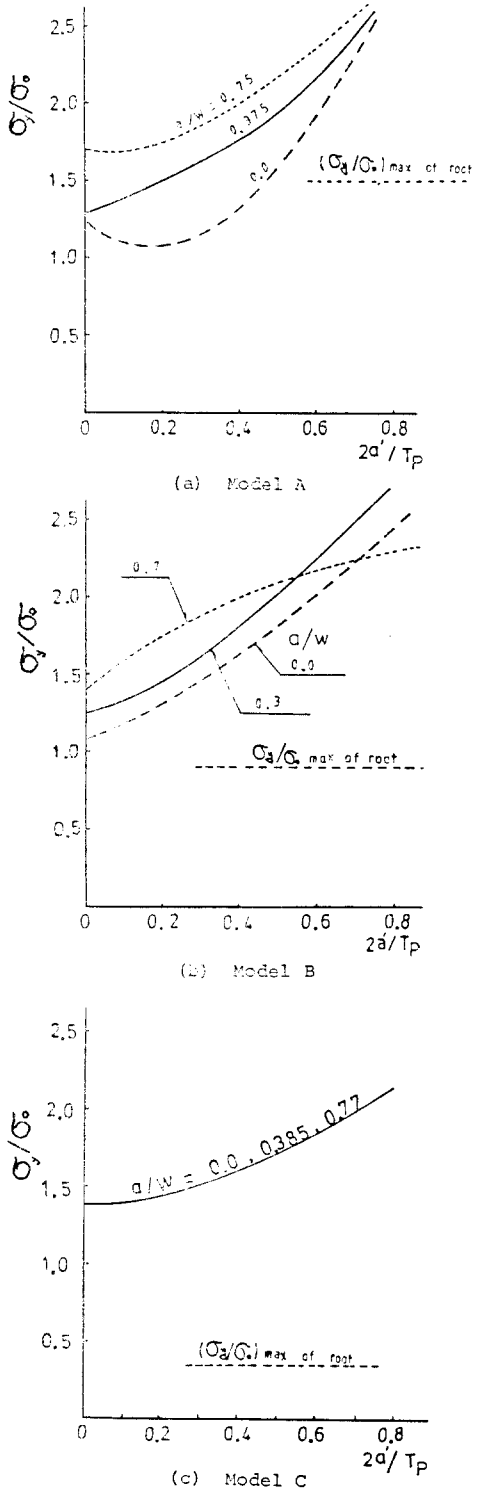


Fig. 9. Variation of σ_y around toe crack tip for each model

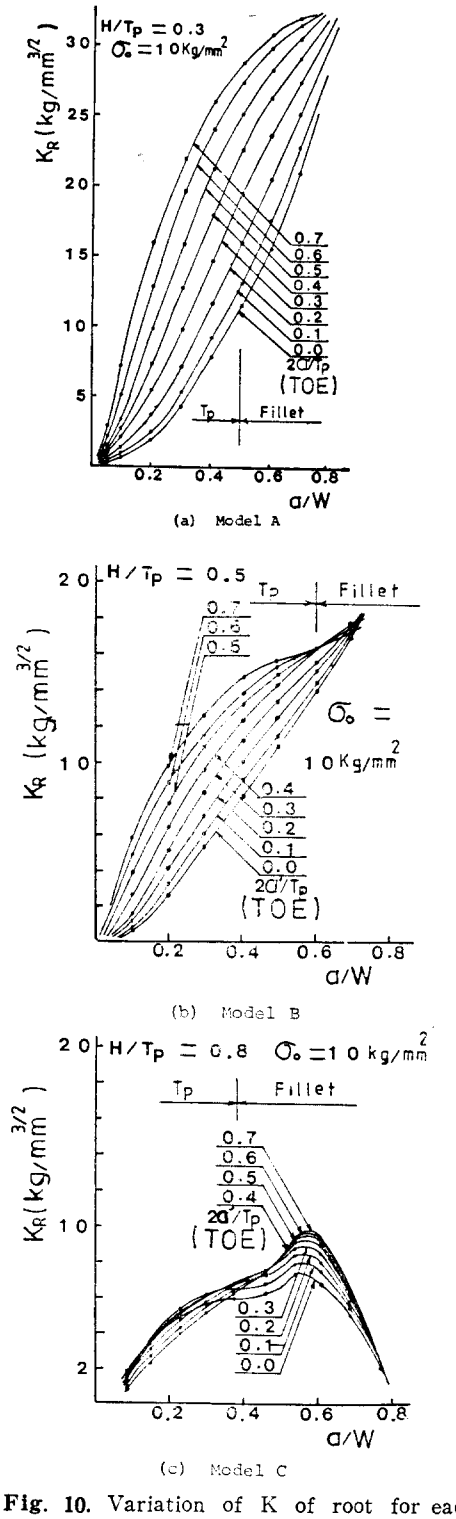


Fig. 10. Variation of K of root for each model

서도 유사한 양상으로 나타날 것이 예상된다.

3.2. 루트부의 응력확대계수와 응력확대계수식의 정식화

실제 구조물에 있어서 균열선단 주위의 응력확대계수는 다음 식과 같이 나타낼 수 있으며

$$K=\sigma\sqrt{\pi a}\,\lambda \quad \cdots\cdots(1)$$

본 연구에서는 응력확대계수 K값을 식 (2)와 식(3)에 의하여 구하였다.

$$J=\int_{\Gamma}\left(Wdy-\mathbf{T}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}ds\right) \quad \cdots\cdots(2)$$

식 (2)는 Rice[12]가 제안한 J—적분이며 유한요소법에 의하여 J—적분값을 구하였다.

$$K=\sqrt{J\cdot E} \quad \cdots\cdots(3)$$

식 (3)에 의하여 plane stress 상태에서 응력확대계수를 구하였다.

루트부의 응력확대계수는 앞서 언급한 바와 같이 토우부의 균열과 같이 조합하여 구하였으며 모델 A에 대하여 Fig. 10 (a)에, 모델 B에 대하여 (b)에, 모델 C에 대하여 (c)에 각각 나타내었다. 이상의 도표들을 참조할때 루트부에서의 응력확대계수 분포는 Fig. 8의 (a), (b) 및 (c)에서 보인 루트부에서의 균열선단주위의 인장응력 분포와 유사한 형태를 이루게 되었다.

유한요소법에 의하여 얻어진 K값들을 토대로 하여 루트부의 응력확대계수의 계산식을 정식화하기 위해 식 (1)을 참조하여 식 (4)와 같이 가정하였다.

$$K_R=\sigma_0\sqrt{\pi a}\,\lambda_R \quad \cdots\cdots(4)$$

λ_R이 a/W, $2a'/T_P$ 및 H/T_P에 의해 지배된다고 가정한다. 먼저 루트부 균열진전비 a/W에 대한 변화량을 작성하면 모델 A, B 및 C의 λ_R분포가 Fig. 11(a), (b), (c)중 점선으로 표시된 바와 같이 나타내어 진다.

각 모델에서 각각의 λ_R값들을 근사적으로 대표할 수 있는 회귀직선방 정식을 식(5)와 같이 정의한다.

$$\lambda_R=R_1+R_2(a/W) \quad \cdots\cdots(5)$$

선형최소자승법을 이용하여 R_1과 R_2의 값들을 일일이 구한다. 구해진 R_1과 R_2의 값들을 $2a'/T_P$ 변화에 따라 작성하면 각각의 모델에서 R_1은 Fig. 12 (a)에, R_2는 (b)에 각각 나타내어 진다. $2a'/T_P$ 변화에 따른 R_1과 R_2의 분포를 근사적으로 대표할 수 있는 회귀직선 방정식을 식(6)과 같이 정의한다.

$$R_1=R_3+R_4(2a'/T_P)$$
$$R_2=R_5+R_6(2a'/T_P) \quad \cdots\cdots(6)$$

선형최소자승법을 이용하여 R_3, R_4, R_5 및 R_6의 값들을 구한뒤, 이 값들을 최종적으로 H/T_P의 변화에 따라 작성하면 Fig. 12의 (c), (d), (e) 및 (f)와 같은 곡선군을 얻을 수 있다. 이 곡선군을 비선형 최소자승법을 이용하여 식(7)의 관계식이 구해진다.

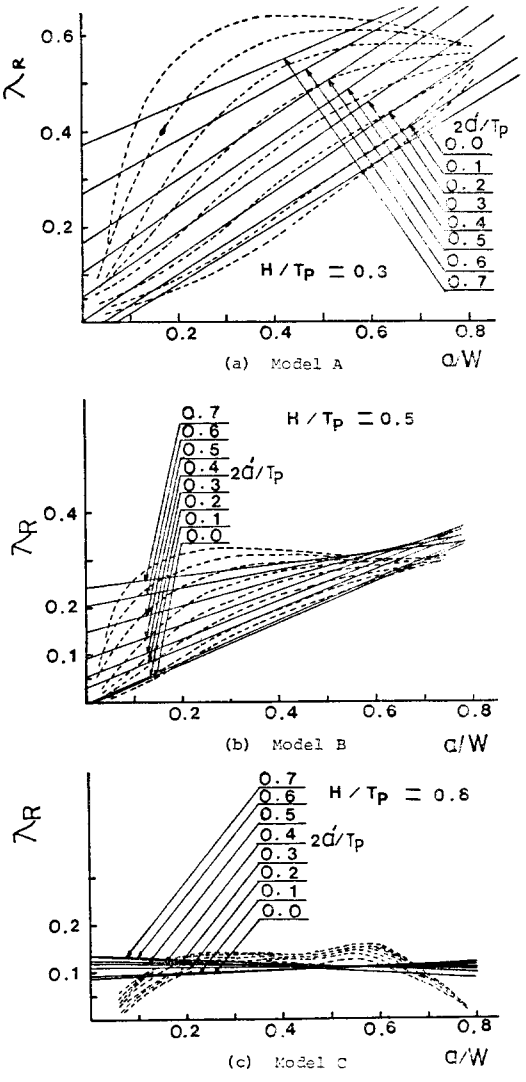


Fig. 11. Variation of λ_R forcach model

$$R_3=0.16820-2.6282(H/T_P)+8.75318(H/T_P)^2-11.30369(H/T_P)+5.39771(H/T_P)^4$$
$$R_4=0.83505-0.95761(H/T_P)$$
$$R_5=1.13555-2.52971(H/T_P)+5.72067(H/T_P)^2-8.48750(H/T_P)^3+3.92380(H/T_P)^4$$
$$R_6=0.57497-2.88334(H/T_P)-0.70334(H/T_P)^2+5.75227(H/T_P)^3-2.22911(H/T_P)^4 \quad \cdots\cdots(7)$$

식 (6)과 (7)을 식(5)에 대입 함으로서 λ_R이 결정되어지고 따라서 식 (4)의 루트부 응력확대계수가 정식화 되었다.

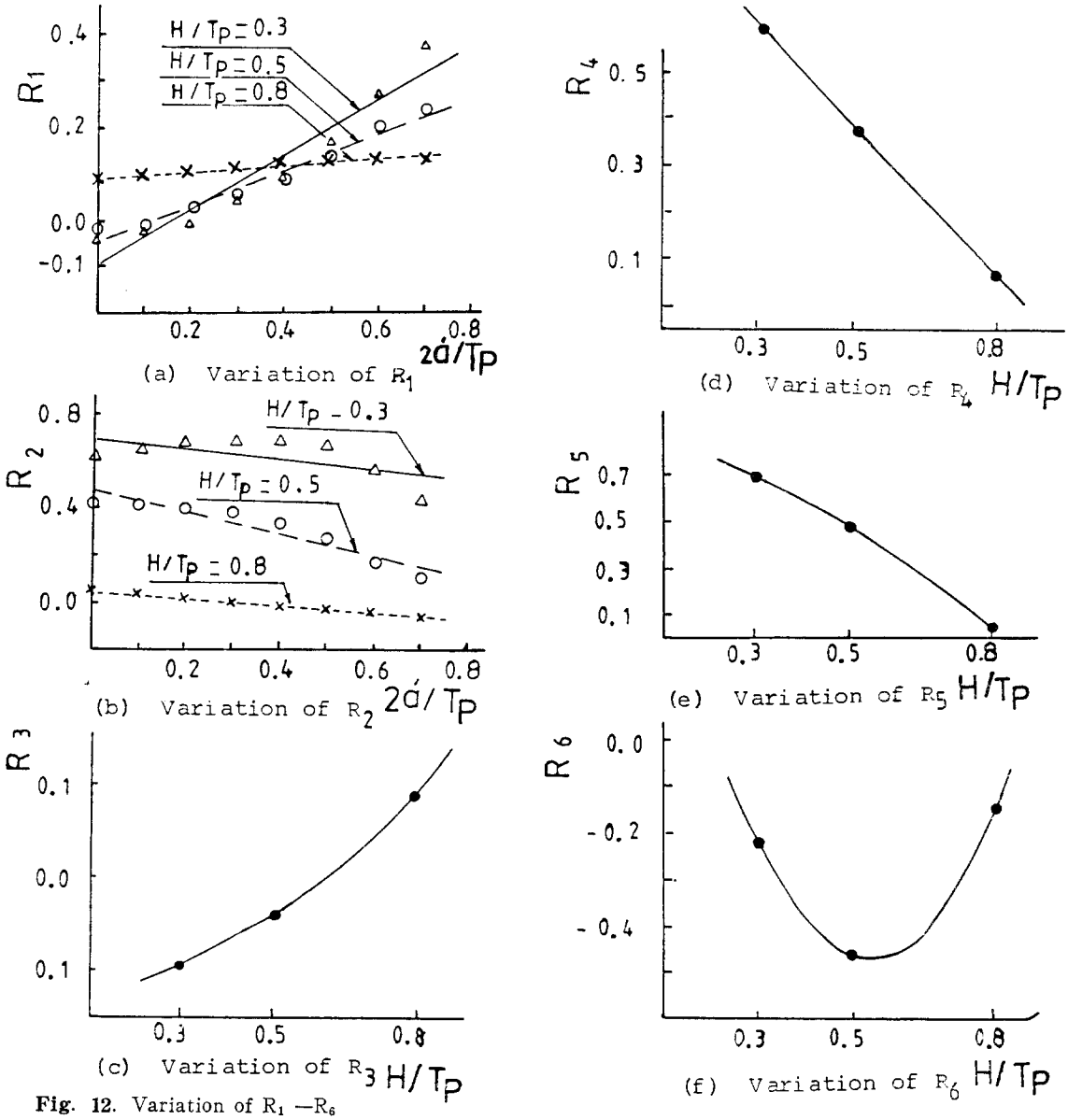


Fig. 12. Variation of R_1 —R_6

3.3 토우부의 응력확대계수와 응력확대계수식의 정식화

토부의 응력확대계수도 역시 루트부의 균열과 조합하여 구하였으며, 모델 A, B 및 C의 값들을 Fig. 13 (a), (b) 및 (c)에 나타내었다.

이상의 Fig. 13에 나타낸 토우부에서의 응력확대계수 분포는 Fig. 9, 에서 보인 토우에서의 균열선단의 인장응력분포와 유사한 형태를 이루고 있다. 루트부에서와 같이 토우부에서의 응력확대계수 계산식을 정식화하기 위해 식 (1)을 참조하여 식(8)과 같이 정의한다.

$$K_T = \sigma_0 \sqrt{\pi a}\, \lambda_T \quad \cdots\cdots (8)$$

식(8)에서 $\lambda_T = K_T/\sigma_0\sqrt{\pi a}$ 로 놓고 λ_T값을 구한다. λ_T는 $2a'/T_P$, a/W 및 H/T_P에 의해 지배된다고 가정하여 먼저 토우부 균열진전비 $2a'/T_P$에 대한 변화량을 작성하면 모델 A, B 및 C의 λ_T 분포가 Fig. 14 (a), (b) 및 (c)의 점선으로 표시된 바와 같이 나타내어진다.

각 모델에서 각각의 λ_T값들을 근사적으로 대표할 수 있는 회귀직선 방정식을 식(9)와 같이 정의한다.

$$\lambda_T = T_1 + T_2(2a'/T_P) \quad \cdots\cdots (9)$$

선형최소자승법을 이용하여 T_1과 T_2의 값들을 구한다. 구해진 T_1과 T_2의 값들을 a/W에 따른 변화량에 대

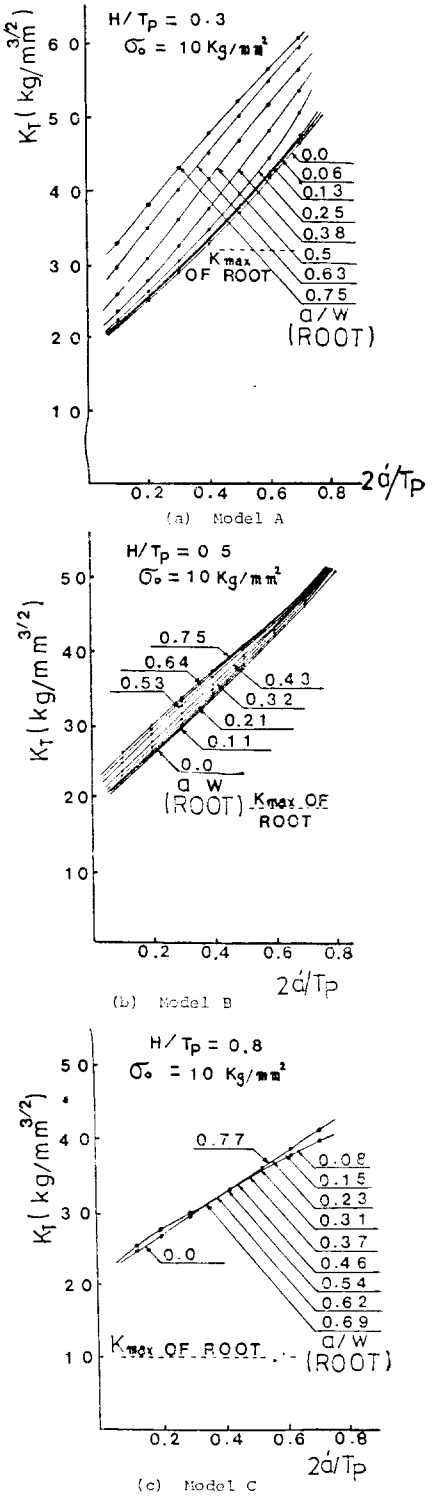


Fig. 2-13. Variation of K of Too for each model

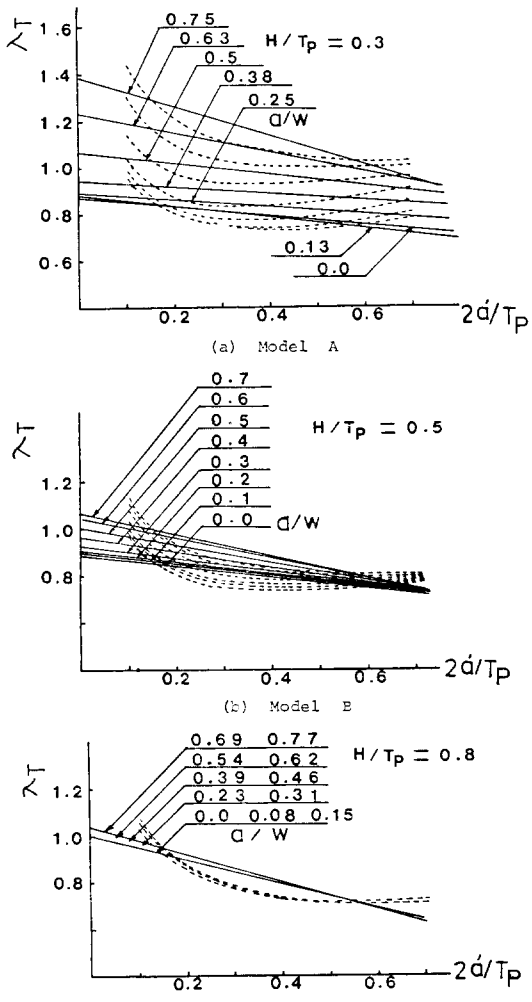


Fig. 14. Variation ofλ T for each model

하여 작성하면 각각의 모델에서 T_1 및 T_2는 Fig. 15(a) 및 (b)에서처럼 나타내어진다.

a/W 변화에 따른 T_1과 T_2의 분포를 근사적으로 대표할 수 있는 회귀직선 방정식을 식(10)과 같이 정의한다.

$$T_1 = T_3 + T_4(a/W)$$

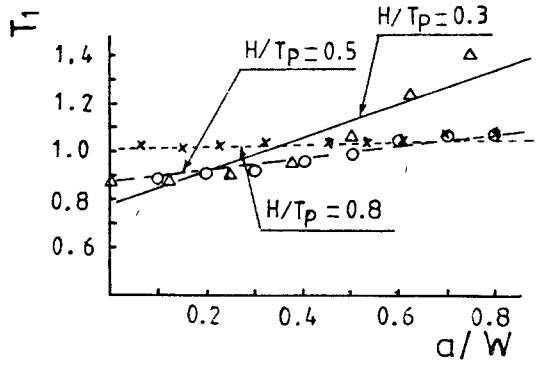
$$T_2 = T_5 + T_6(a/W) \quad \cdots\cdots(10)$$

선형최소자승법을 이용하여 T_3, T_4, T_5 및 T_6의 값들을 구한 뒤 이 값들을 최종적으로 H/T_P의 변화에 따라 작성하면 Fig. 15의(c), (d), (e) 및 (f)와 같은 곡선을 얻을 수 있고 이 곡선을 비선형최소자승법을 이용하여 식(11)을 얻었다.

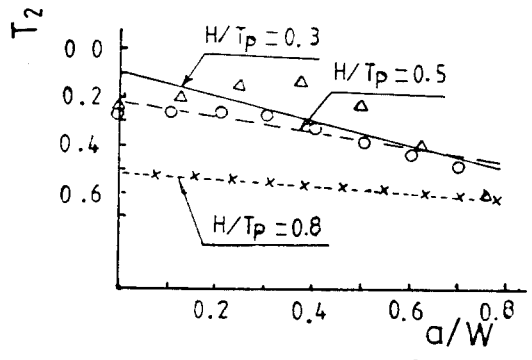
$$T_3 = 0.65057 + 0.43796(H/T_P)$$

$$T_4 = 2.07886 - 6.67751(H/T_P) + 7.65737(H/T_P)^2 - 2.95354(H/T_P)^3 - 0.179328(H/T_P)^4$$

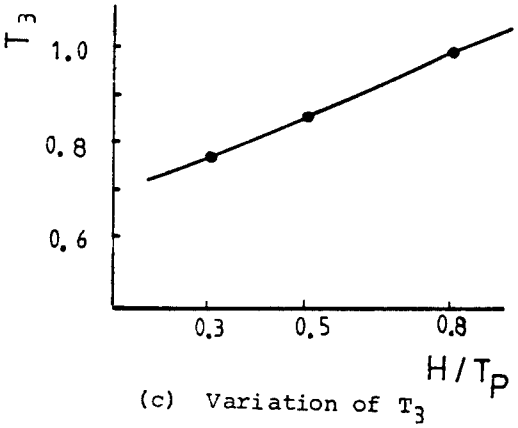
$$T_5 = -0.03145 + 0.10467(H/T_P) - 1.43386(H/$$



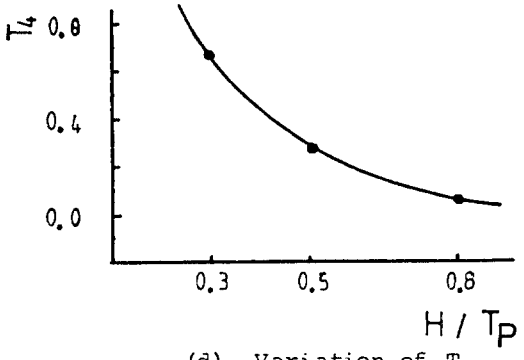
(a) Variation of T_1



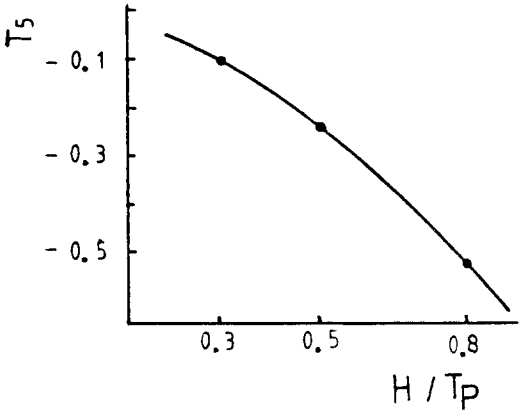
(b) Variation of T_2



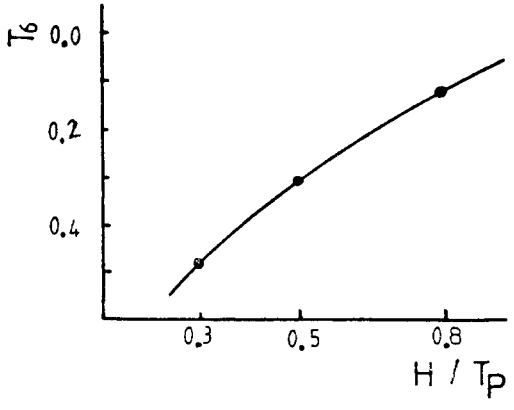
(c) Variation of T_3



(d) Variation of T_4



(e) Variation of T_5



(f) Variation of T_6

Fig. 15. Variation of T_1—T_6

$T_P)^2+1.04965(H/T_P)^3-0.47948(H/T_P)^4$

$T_6=-0.77783+0.84427(H/T_P)+0.99266(H/T_P)^2-0.20393(H/T_P)^3+0.94179(H/T_P)^4$ ……(11)

상기식 (10)과 (11)을 식 (9)에 대입함으로서 λ_T가 결정되어지고 따라서 식(8)의 토우부 응력확대계수식이 정식화되었다.

4. 혼합모우드(Mixed Mode)에서의 K_I과 K_{II}의 값의 비교

본 모델이 3점굽힘 하중조건 하에서 반복피로 하중을 받게되므로 발생되는 혼합모우드에 대한 $I_r=C_1 K_I - C_2 K_{II}= \int_\Gamma (\vec{tu}-\vec{tu})ds$과 같이 Stern[13]이 제안한 선적분값을 유한요소법에 의하여 구함으로서 K_I과 K_{II}에 대한 비교결과를 3개의 모델A, B 및 C에 대하여 Table 3과 같이 나타내었다. Table 3을 참조할 때 루트부의 균열이 가장 미소할 때 루트부에서의 K_I값이 K_{II}값보다 각각의 모델에서 약간 작은 것으로 나타나 있으나 균열이 증가함에 따라 곧 K_{II}값보다 증대하기 시작하였고 그뒤 모든 경우에 있어서 K_I값이 K_{II}값보다 상당히 큰 비율로서 큰 값을 가지고 있다. 특히 각각의 모델에서 루트부와 토우부의 균열진전비가 최대 균열진전비의 1/2가량 도달한 근처(*표된 부분)에서 루트부의 K_I값이 K_{II}값보다 훨씬 큰 값을 가지게 되었다.

Table 3. Comparison between K_I and K_{II}

Model	Root / Toe	a/W	2a/Tp	K_I	K_{II}	K_I/K_{II}
A	Root	0.125	0.1	2.116	3.577	0.592
		0.375	0.4	19.935	2.387	8.351*
		0.75	0.7	31.467	15.610	2.016
	Toe	0.125	0.1	15.621	7.663	2.0385
		0.375	0.4	20.486	6.444	3.179
		0.75	0.7	23.862	11.333	2.1055
B	Root	0.1	0.1	1.531	2.701	0.567
		0.4	0.4	14.252	2.293	6.215*
		0.7	0.7	17.983	7.383	2.436
	Toe	0.1	0.1	15.541	7,812	1.989
		0.4	0.4	20.321	5.465	3.718
		0.7	0.7	24.799	6.415	3.866
C	Root	0.077	0.1	1.629	2.037	0.800
		0.385	0.4	7.828	1.017	7.697*
		0.77	0.7	2.162	2.414	0.8954
	Toe	0.077	0.1	22.641	7.757	2.918
		0.385	0.4	21.704	11.658	1.862
		0.77	0.7	24.954	11.551	2.160

일반적으로 3점굽힘하중 상태하에 있는 필렛 용접이음부의 루트부와 토우부에서의 응력확대계수는 K_I값이 K_{II}값보다 비교적 높은 값을 가지게 되며 따라서 Mode I이 대체적으로 지배적인 파괴 Mode가 됨을 알 수 있다.

4. 결 론

해상구조물에서 주요부재로 쓰이는 후판중 16*mm* 두께의 판을 선택하고 16*mm* 두께로 이루어진 하중전달형 Fillet 용접이음부가 3점굽힘상태에서 반복피로 하중을 받게 됨에 따라 루트부와 토우부에서 피로파괴가 발생하는 경우 용접다리길이를 H/Tp=0.3, 0.5 및 0.8로 변화시켜가며 균열이 진전되는 모든 경우를 고려한 응력확대계수 계산식을 정식화 하였는바 루트부에서는 식(5)~(8)과 같이 얻었고 토우부에서는 식(9)~(12)와 같이 얻었다. 또한 이상과 같은 조건하에서 얻어진 응력확대계수의 변화분포를 살펴보면

1) H/Tp가 작을수록 루트부와 토우부에서의 응력확대계수는 상호균열이 진전함에 따라 상호간에 큰 영향을 주고 있다.

2) H/Tp=0.8인 경우에 루트부의 균열진전은 토우부의 응력확대계수값에 거의 영향을 주지 않는다.

3) H/Tp가 커질수록 토우부에서의 응력확대계수값이 루트부에서의 응력확대계수값보다 훨씬 높아지고 있으며 특히 H/Tp=0.5 이상이면 토우부에서의 균열진전속도가 루트보다 훨씬 빠를것이 예상된다.

또한 3점굽힘 하중상태에서는 Mode II보다는 Mode I이 지배적이다.

참 고 문 헌

1. 嚴東錫, 康聖原, 劉德相, 十字型 필렛 熔接이음의 疲勞龜裂에 對한 破壞力學的 考察, 大韓熔接學會誌 第1卷 第1號, (1983).
2. S.W., Kang *Study on Fatigue Strength of Fillet Welded Joint in Member of ship Structure*, Ph. D. Thesis, Hiroshima Univ. (1982)
3. K.H. Frank, *The Fatigue Strength of Fillet Welded Connections*, Lehigh Univ., Ph. D., Thesis(1972).
4. T. R. Gurney, *Fatigue of Welded Sructure*, Cambridge Univ. Press, (1979).

5. 任尙鉉 譯, 基本造船學(上), SNAME. (1979), p. 383.
6. J. D. Harrison, *An Analysis of the Fatigue Behavior of Cruciform Joints*, Metal Const and British Welding Journal, Vol. 1, No. 7, (1969).
7. 三井宣之, すみ肉 溶接繼手の 溶接止端に おける, 曲げ疲勞き裂の 發生. 進展擧動, 日本 溶接學會誌, 第52卷 第3號 (1983), p. 298.
8. A. A. Griffith, T*he theory of Rupture*, Proc. of 1st Int. Cong. for Applied Mech. Delft, (1974).
9. E. Orowan, *Fracture and Strength of Solids*, Reports of Progress in Physics, Vol. 12, London Physical Society, (1949).
10. G. R. Irwin, *Analysis of Stresses and Strain Near the End of a Crack Transversing a plate*, J. Appl. Mech. Vol. 24, (1957). p. 361.
11. P. C. Paris, Gomez and Anderson, *Stress Analysis of Cracks Fracture Toughness Testing and It's Application*, ASTM Special Technical Publication No. 381, (1965).
12. J. R. Rice, *A Path Independent Integral and-he Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks*, Journal of Applied Mech., June(1968), p. 379~386.
13. M. Stern, *A Contour Integral Computation of Mixed Mode Stress Intensity Factors*, International Journal of Fracture, Vol. 12 No. 3 June, (1976).

부 록

기호 해설

H : 용접다리 길이
T_P : Main plate 판두께
Tc : Inserted plate 판두께
W : i) Fig. 1에서, Main plate 판두께 중앙에서 용접다리 길이 끝까지의 거리
ii) 식(2)에서 strain energy density
Hc : Main plate 판 상면에서 Inserted plate 끝까지의 거리
A : Inserted plate 판두께 중앙에서 하중점까지의 거리
L : 모델의 수평방향 전길이
V_o : 토우부 응력집중개소를 벗어난 위치에서의 공칭응력 ($10kg/mm^2$)
s : 용접다리 길이 끝에서 공칭응력을 취한 곳까지의 거리.
a : i) Fig. 2에서, 루트부 균열길이의 1/2 길이
ii) 식(1)에서, 무한판에서의 균열길이의 1/2 길이
K : 응력확대계수, 하첨 R 및 T는 루트와 토우부를 표시
J : J—적분값
Γ : J—적분경로 또는 stern의 선적분경로
λ : 구조의 형상과 하중의 크기 및 조건에 따라 결정되어지는 수정계수, 하첨 R 및 T는 루우트와 토우부를 표시
σ, σ_y : 균연선단 주위의 인장응력
T : J—적분 경로 Γ에 연한 법선의 표면력 벡타
u : 변위 벡타
ds : J—적분 경로상의 미소한 두점간의 거리
E : 재료의 탄성계수
I_r : Stern의 선적분값
K_I : Mode I에서의 응력확대계수
K_{II} : Mode II에서의 응력확대계수
C_1, C_2 : Stern의 선적분값중의 상수
t : Stern의 선적분경로 Γ에 연한법선의 표면력 벡타
$\vec{t}$: 상반정리에 의해 정리되어지는 표면력 벡타
u : Stern의 선적분경로 Γ에 연한법선의 변위
$\vec{u}$: 상반정리에 의해 정리되어지는 변위
a′ : 토우부의 균열길이
da/dN : 피로균열 전파속도
c, m : 피로균열 전파속도를 정리하는 상수 값
ΔK : 응력확대계수 범위($K_{max}-K_{min}$)