

<論 文>

인벌류우트—圓弧 合成齒形의 創成에 대한 研究

崔商勳* · 卞俊溍* · 尹甲英**

(1985年 6月 10日 接受)

A Study on Composite Tooth Profile Generation of Involute and Circular Arc

Sang Hoon Chweh, Joon Hyoung Byun and Kab Young Yoon

Key Words : Gear(기어), Radius of Circle(원호반경), Pinion and Rack Cutter Tooth Profile (피니언, 랙커터 치형), Involute—Circular Composite Tooth Profile Generation (인벌류우트—원호 합성치형 창성)

Abstract

A composite gear with involute-circular arc tooth profile and a tooth profile of the rack to cut this gear are theoretically obtained.

The composite gear has involute tooth profile in the vicinity of pitch point and has circular arc tooth profiles at addendum and dedendum.

The contact ratio(M_c), chordal tooth thickness (chordal tip tooth thickness S_t , chordal root tooth thickness S_r) of the composite gear are compared with those of involute gear.

When module, number of teeth and pressure angle are equal, S_r of composite gear is much larger than that of involute gear.

Under the same conditions, S_t and M_c of composite gear become smaller than those of involute gear.

기 호 설 명

P_B : 기초원에서 인벌류우트 곡선의 시작점
 P_0 : 피치점
 P_s : 합성치형에서 인벌류우트 곡선이 시작되는 피치원 상의 점
 P_1 : 인벌류우트—원호의 합성점
 P : 인벌류우트 위의 임의점
 P^* : 원호위의 임의점
 T : 접촉점

α_0 : 직선 랙 커터의 공구 압력각
 $\text{inv}\alpha_0$: $\tan \alpha_0 - \alpha_0$
 α : 원호반경의 회전각
 a : 원호반경
 ϕ_0, ϕ, ϕ_1 : 각각 P_s, P, P_1 점에서의 인벌류우트의 플립각
 θ_t : 치형곡선이 $T.C.$ 와 만나는 점에서 그 반경벡터가 O_1x_1 축과 이루는 각
 θ_r : 치형곡선이 $W.R.C$ 와 만나는 점에서 그 반경벡터가 O_1x_1 축과 이루는 각
 γ : $\pi/2z$

* 正會員, 漢陽大學校 大學院

** 正會員, 漢陽大學校 工科大學 機械工學科

- S_1 : 弦 이끝 두께
- S_2 : 弦 이뿌리 두께
- M_c : 물림률
- $B.C.$: 기초원
- $T.C.$: 이끝원
- $W.R.C.$: 유효 이뿌리 원
- O : 좌표 원점
- O' : 좌표축의 회전시 회전하기 전의 좌표 원점
- x, y : 치형 및 접촉점의 궤적의 직각좌표
- X, Y : 랙치형의 직각좌표
- R : 피치원 반경
- R_b : 기초원 반경
- Z : 잇수
- θ : 피니언 및 기어의 회전각
- θ_c : 퇴거각

참자

- 1 : 피니언
- 2 : 기어 및 원호
- T : 접촉점의 궤적
- a : 어텐덤
- d : 디텐덤
- i : 인벌류우트
- c : 원호 및 원호와 대응하는 부분

1. 序 論

最近 産業이 급속히 發展됨에 따라 기어 裝置의 高 負荷, 高速化 및 小型化의 要求가 점점 증대되고 있으며, 기어가 負荷容量의 限界에 가깝게 사용되고 있는 경우가 많아지고 있다. 즉 高負荷傳達能力을 가진 기어가 絶실히 要求되고 있는 실정이다.

既存 齒形으로서 인벌류우트齒形은 호브(hob)의 날이 直線이므로 製作이 용이하여 경제적이고, 축간거리가 다소 변화하여도 速度比가 變하지 않으며 미끄름률이 피치점(pitch point)에서 零인 장점과, 서로 접촉할 때 凸面과 凸面끼리의 接觸應力이 크고 스코어링, 마멸등의 원인이 되고, 미끄름률이 이끝과 이뿌리部에서 최대로 되는등의 결점이 있다.

사이클로이드齒形은 미끄름률이 이끝과 이뿌리部에서 一定하며 齒面強度가 인벌류우트齒形보다 큰 장점이 있으나, 곡률반경이 피치점에서 零이므로 하중전달에 적당치 못하며, 凹面과 凸面 두개의 곡률반경을 갖는 關係상 工作이 힘들고 축간거리가 정확해야 하는 결점이 있다.

圓弧齒形은 凹面과 凸面끼리의 접촉이므로 面壓強度가 크고, 미끄름 속도가 一定한 장점과 工作이 어려운 결점을 가지고 있다.

以上的 기존 齒形보다 性能을 向上시키기 위해서 齒形의 수정 또는 合成에 關한 研究가 進行되어 왔다. 例로서 1956年 M.L. Novikov⁽¹⁾에 의하여 수정 고안된 圓弧齒形의 一種인 Novikov 齒形은 특히 面壓強度에서 우수함이 인정되었으며 1959年 Wildhaber⁽²⁾에 의하여 再확인 되었다. 뒤이어 W. John Davies⁽³⁾, H. Walker⁽⁴⁾, T. Allan⁽⁵⁾, R.V. Fedyakin⁽⁶⁾, K. Lingaiah⁽⁷⁾, B.A. Shotter⁽⁸⁾ 등에 의하여 研究되었다. 최근에는 寺內喜男⁽⁹⁾에 의한 인벌류우트-사이클로이드合成齒形에 對한 연구로 기존 인벌류우트나 사이클로이드齒形보다 性能이 좋은 齒形을 갖게 되었다.

本 研究에서는 인벌류우트와 圓弧齒形의 短點을 補完하고 兩者의 長點을 取한 齒形을 얻기위하여 피치點 部에서는 인벌류우트齒形으로 이끝부분에서는 원호로 하고 이뿌리부분에서는 상대방 기어의 원호부분과 맞물릴 수 있는 곡선으로 하는 齒形을 合成하고, 이 合成齒形의 有效齒形을 加工할 수 있는 랙齒形을 理論的인 方法으로 求하였다. 그리고, 이 合成齒形의 有效齒形에 對한 이끝과 이뿌리 두께의 변화와 물림률을 檢討하였다.

2. 齒形의 合成

2.1. 랙齒形의 基 礎 理論

피니언의 어텐덤齒形으로 랙의 디텐덤齒形을 求하는 方法은 다음과 같다. Fig. 1에서 x_1-y_1 좌표에 對한 피니언의 어텐덤齒形의 曲線을

$$y_1 = f(x_1) \tag{1}$$

라고 하면, 이때 피니언이 랙과 접촉점인 P_0 에서부터 맞물려서, 反時計方向으로 角 θ 만큼 回轉하여 接觸點이 P_0 에서 T 로 옮겨간다.

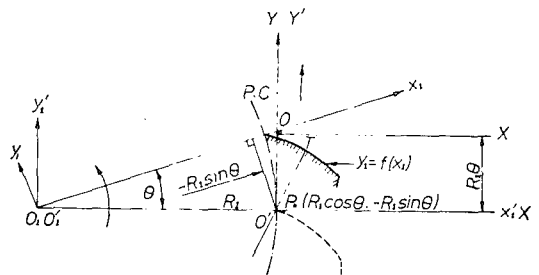


Fig. 1 Generation of rack dedendum tooth profile

이때 접촉점 T 에서 피치점 (P_0)을 지나는 공통법선의 방정식은 치형의 기하학적 조건에 의해 식 (3)으로 표시된다.

$$\frac{dy_1}{dx_1} = f'(x_1) \tag{2}$$

$$y_1 = -\frac{1}{(dy_1/dx_1)} [x_1 - R_1 \cos \theta] - R_1 \sin \theta \tag{3}$$

식 (1)과 (2)를 식 (3)에代入하면 접촉점 T 의 방정식을 다음과 같은 θ 의 함수로 표시할 수 있다.

$$x_1 = \phi(\theta), \quad y_1 = \psi(\theta) \tag{4}$$

식 (3)과 (4)의 조건을 만족하는 백의 디텐덤齒形은 피니언의 x_1-y_1 좌표를 백의 $X-Y$ 좌표로 변환하여 식 (5)를 얻는다.

$$\begin{aligned} X_d &= \phi(\theta) \cos \theta - \psi(\theta) \sin \theta - R_1 \\ Y_d &= \phi(\theta) \sin \theta + \psi(\theta) \cos \theta - R_1 \theta \end{aligned} \tag{5}$$

2. 齒形의 合成

Fig. 2에서 피니언의 어텐덤部分의 齒形曲線은, 인벌류우트曲線中에서 피치점의 윗 부분만을 택한 $\widehat{P_1P_1}$ 과 圓弧部分인 $\widehat{P_1P^*}$ 로 合成시킨다.

基礎圓 ($B.C.$)에 接하게 그은 直線 $\widehat{P_1P_1}$ *線에 圓弧의 中心 O_2 를 두면, 점 P_1 에서 接하는 인벌류우트曲線部分 $\widehat{P_1PP_1}$ 과 圓弧部分 $\widehat{PP_1P^*}$ 은 합성점 P_1 에서 共히 齒形조건을 만족하게 된다.

이 때에 피니언의 어텐덤의 인벌류우트 部分의 치형식은 식 (6)으로 표시된다.

$$\begin{aligned} x_{1ei} &= R_{b1} [\cos(\phi - \text{inv} \alpha_0) + \phi \sin(\phi - \text{inv} \alpha_0)] \\ y_{1ei} &= -R_{b1} [\sin(\phi - \text{inv} \alpha_0) - \phi \cos(\phi - \text{inv} \alpha_0)] \end{aligned} \tag{6}$$

그리고 圓弧 部分에 對하여는, Fig. 2에서 $\widehat{P_1P_1}$ *線에 있는 圓弧의 圓점 $O_2(x_{02}, y_{02})$ 를 x_1-y_1 좌표로 표시하면 식 (7)과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} x_{02} &= R_{b1} \cos(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0) \\ &+ (R_{b1} \phi_1 - a) \sin(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0) \end{aligned}$$

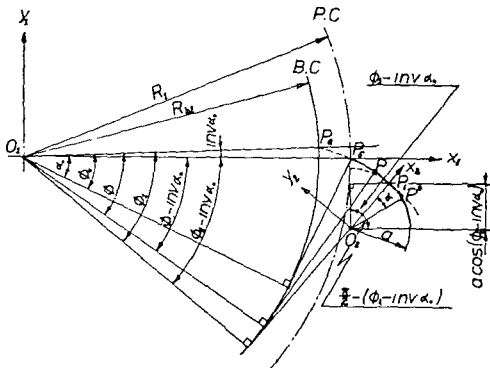


Fig. 2 Addendum tooth profile of pinion

$$\begin{aligned} y_{02} &= -R_{b1} \sin(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0) \\ &+ (R_{b1} \phi_1 - a) \cos(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0) \end{aligned} \tag{7}$$

圓弧위의 임의의 점 P^* 를 x_2-y_2 좌표로 表示하면 식 (8)로 표시되며

$$\begin{aligned} x_2 &= a \cos \alpha \\ y_2 &= -a \sin \alpha \end{aligned} \tag{8}$$

식 (7)과 (8)에 의해 P^* 점은, Fig. 2에서 x_1 軸과 x_2 軸이 이루는 각이 $\frac{\pi}{2} - (\phi_1 - \text{inv} \alpha_0)$ 이므로, x_1-y_1 좌표계로 나타내면 식 (9)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x_{1ac} \\ y_{1ac} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\phi_1 - \text{inv} \alpha_0)\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\phi_1 - \text{inv} \alpha_0)\right) \\ -\sin\left(\frac{\pi}{2} - (\phi_1 - \text{inv} \alpha_0)\right) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\phi_1 - \text{inv} \alpha_0)\right) \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} &+ \begin{Bmatrix} x_{02} \\ y_{02} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{9}$$

따라서 피니언의 어텐덤의 원호부분 齒形식은 식 (7), (8)을 식 (9)에代入하여 식 (10)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} x_{1ac} &= a \sin(\alpha + \phi_1 - \text{inv} \alpha_0) + x_{02} \\ y_{1ac} &= a \cos(\alpha + \phi_1 - \text{inv} \alpha_0) + y_{02} \end{aligned} \tag{10}$$

3. 合成齒形과 rack 齒形

3.1. 피니언의 어텐덤과 rack의 디텐덤

2.2. 절에서 구한 피니언의 어텐덤 치형에 의하여 rack의 디텐덤 치형을 2.1. 절의 이론으로 구한다.

먼저 인벌류우트部分에 對하여는, 식 (6)으로부터 구기울기는

$$\begin{aligned} \frac{dy_{1ei}}{dx_{1ei}} &= -\frac{\sin(\phi - \text{inv} \alpha_0)}{\cos(\phi - \text{inv} \alpha_0)} \\ &= -\tan(\phi - \text{inv} \alpha_0) \end{aligned} \tag{11}$$

이고, 식 (6)과 식 (11)을 식 (3)에代入하여 ϕ 와 θ 의 관계식

$$\phi = \text{inv} \alpha_0 + \alpha_0 + \theta \tag{12}$$

를 얻는다. 식 (6)에 식 (12)를代入함으로써 접촉점 T 의 방정식은

$$\begin{aligned} \phi(\theta) &= R_{b1} [\cos(\theta + \alpha_0) \\ &+ (\text{inv} \alpha_0 + \alpha_0 + \theta) \sin(\theta + \alpha_0)] \\ \psi(\theta) &= -R_{b1} [\sin(\theta + \alpha_0) - \\ &(\text{inv} \alpha_0 + \alpha_0 + \theta) \cos(\theta + \alpha_0)] \end{aligned} \tag{13}$$

으로 된다. 식 (13)을 식 (5)에代入하면 피니언의 어텐덤部分에서의 인벌류우트齒形에 對한 백齒形의 디텐덤部分은 식 (14)로 表示할 수 있다.

$$X_{di} = \frac{1}{2} R_1 \theta \sin 2\alpha_0$$

$$Y_{di} = -R_1 \theta \sin^2 \alpha_0 \quad (14)$$

여기서 θ 를 소거하면 $Y_{di} = -\tan \alpha_0 \cdot X_{di}$ 로 되고 이것은 공구 압력각이 α_0 인 직선 백齒形임을 알 수 있다.

피니언의 어텐덤의 圓弧部分에 對한 백치형의 디텐덤치형을 구하기로 한다. 먼저 式 (10)으로부터 기울기는

$$\frac{dy_{1ac}}{dx_{1ac}} = -\tan(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0) \quad (15)$$

이고, 式 (10)과 式 (15)를 式 (3)에 代入하여 α 와 θ 의 관계식 (16)을 얻는다.

$$\alpha - \tan^{-1} \left[\frac{R_1 \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) - R_{b1}}{R_1 \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) - R_{b1} \phi_1 + a} \right] \quad (16)$$

式 (10)과 (16)에 의해 접촉점 T 의 방정식은 式 (17)과 같이 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} \phi(\theta) &= a \sin(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0) + x_{02} \\ \psi(\theta) &= a \cos(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0) + y_{02} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式 (17)을 式 (5)에 代入하여 백의 좌표로 변환하면 피니언의 어텐덤부분에서의 원호치형에 대한 백치형의 디텐덤부분은 式 (18)로 표시된다.

$$\begin{aligned} X_{dc} &= a \sin(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad + R_{b1} \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) - R_1 \\ Y_{dc} &= a \cos(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad - R_{b1} \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) - R_1 \theta \quad (18) \end{aligned}$$

3. 2. 백의 어텐덤과 피니언의 디텐덤

백의 어텐덤齒形으로 피니언의 디텐덤齒形을 구한다. 이 때에 호환성을 갖는 기어를 얻기 위하여 백의 디텐덤部分式인 式 (14), (18)을 Fig. 3에서 백치형좌표 ($X-Y$)의 원점 0에 對해서 180° 회전 이동하면⁽¹⁰⁾ 디텐덤部分과 접대칭인 백의 어텐덤部分의 式을 얻을 수 있다. ($X_a = -X_d$, $Y_a = -Y_d$) 이렇게 求한 백의 어텐덤에 의해 創成되는 피니언의 디텐덤部分式은, 백의 어텐덤의 齒形방정식을 X_a, Y_a 라 할때, 좌표변환에 의해 式 (19)와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x_{1d} \\ y_{1d} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_a \\ Y_a \end{Bmatrix} \\ &\quad + R_1 \begin{Bmatrix} \cos\theta + \theta \sin\theta \\ \sin\theta - \theta \cos\theta \end{Bmatrix} \quad (19) \end{aligned}$$

백의 齒形은 원점 0에 대해 접대칭이므로, 피니언의 디텐덤部分 중에서 인벌류우트齒形에 대응하는 백의 어텐덤式은 式 (14)로부터 式 (20)으로 표시된다.

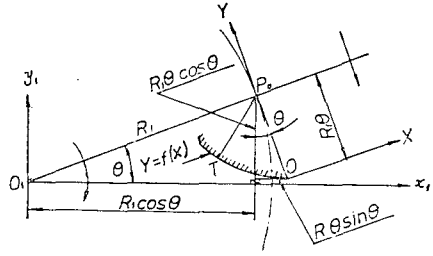


Fig. 3 Generation of pinion dedendum tooth profile

$$\begin{aligned} X_{a1} &= -\frac{1}{2} R_1 \theta \sin 2\alpha_0 \\ Y_{a1} &= R_1 \theta \sin^2 \alpha_0 \quad (20) \end{aligned}$$

式 (19)에 式 (20)을 代入하면 피니언의 디텐덤部分의 인벌류우트齒形 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} x_{1d1} &= R_1 \cos\theta + R_1 \theta \cos \alpha_0 \sin(\theta - \alpha_0) \\ y_{1d1} &= R_1 \sin\theta - R_1 \theta \cos \alpha_0 \cos(\theta - \alpha_0) \quad (21) \end{aligned}$$

(단, $\theta = \phi - \text{inv}\alpha_0 - \alpha_0$)

백의 어텐덤에서 式 (20)으로 표시되는 직선 以外의 부분의 치형곡선은 式 (18)의 접대칭이므로 式 (22)로 표시된다.

$$\begin{aligned} X_{ac} &= -[a \sin(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad + R_{b1} \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta)] + R_1 \\ Y_{ac} &= -[a \cos(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad - R_{b1} \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta)] + R_1 \theta \quad (22) \end{aligned}$$

式 (19)에 式 (22)를 代入하면 X_{ac}, Y_{ac} 에 대응하는 피니언의 디텐덤部分의 齒形방정식은 式 (23)으로 표시된다

$$\begin{aligned} x_{1dc} &= 2R_1 \cos\theta - [a \sin(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - 2\theta) \\ &\quad + R_{b1} \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - 2\theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - 2\theta)] \\ y_{1dc} &= 2R_1 \sin\theta - [a \cos(\alpha + \phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - 2\theta) \\ &\quad - R_{b1} \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - 2\theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - 2\theta)] \quad (23) \end{aligned}$$

(단, $\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{R_1 \cos(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) - R_{b1}}{R_1 \sin(\phi_1 - \text{inv}\alpha_0 - \theta) - R_{b1} \phi_1 + a} \right]$)

4. 考 察

4. 1. 合成齒形기어의 이두께

半徑 $R_1 + m$ 및 $R_1 - m$ 되는 곳에서의 弦 이두께 S_i 및 S_f 는 Fig. 4에서

$$\begin{aligned} S_i &= 2(R_1 + m) \sin(\gamma - \theta_i) \\ S_f &= 2(R_1 - m) \sin(\gamma + \theta_f) \quad (24) \end{aligned}$$

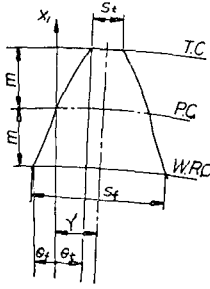


Fig. 4 Chordal tooth thickness

로 표시되고, Fig. 5, 6 은 $\phi_1 = \phi_0 + 2^\circ$ 와 $\phi_1 = \phi_0 + 3^\circ$ 인 경우로 나누어 잇수가 30, 60, 90 개이고 압력각이 14, 16, 18, 20 度이며 모듈이 4 일때 원호 반경의 크기를 모듈의 2~10 배로 했을 경우 S_t/m 와 S_f/m 의 변화를 나타낸 그림들이다. 이점때문에 표시한 것은 표준 인벌류우트齒形에 대한 것이다. 이들 Fig. 5, 6 에서 뚜렷한 것은 共히 인벌류우트 치형기어에서 보다 S_f 가 현저히 증가하고 S_t 는 감소함을 알 수 있다. 또 같은 잇수와 壓力角일때 원호반경이 감소할수록 S_t 는 감소

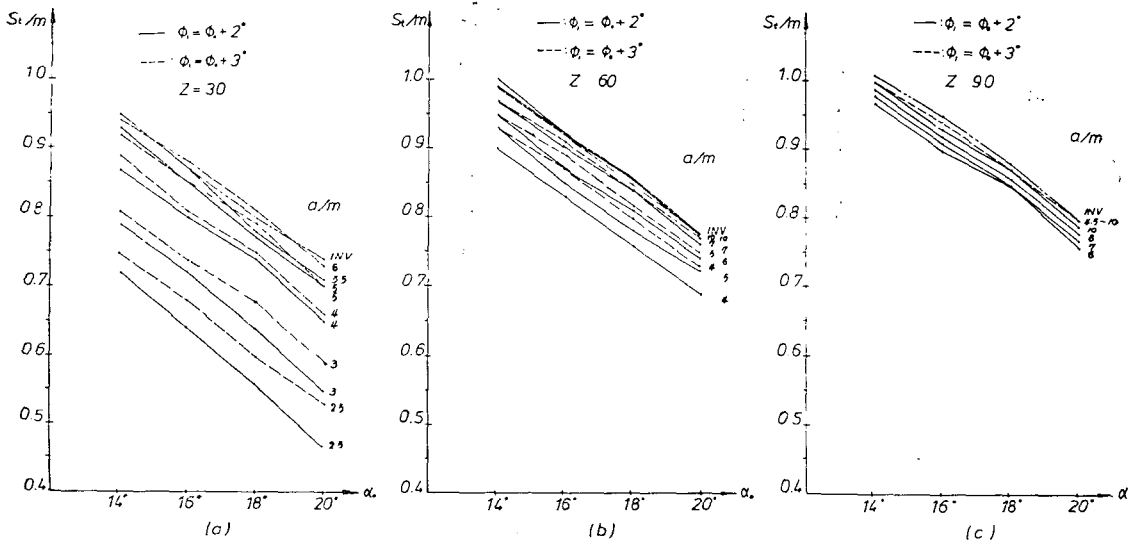


Fig. 5 Relation among $\alpha_0, a/m, S_t/m$

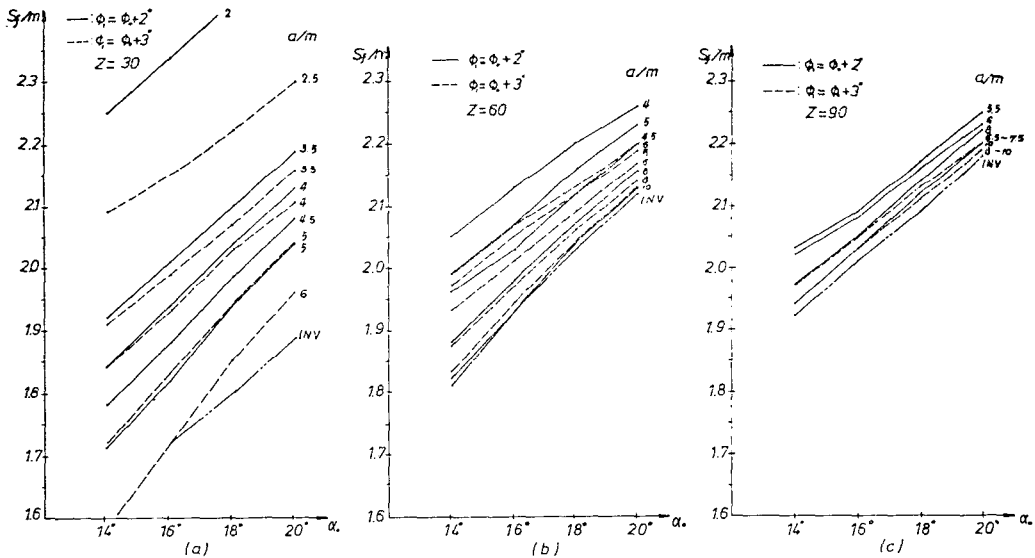


Fig. 6 Relation among $\alpha_0, a/m, S_f/m$

하고 S_r 는 증가하며 같은 잇수와 圓弧半徑일때는 壓力角이 커질수록 S_i 는 감소하고 S_r 는 증가한다. 잇수가 적을수록 圓弧半徑의 變化에 따른 S_i 와 S_r 의 증감이 뚜렷하다. 한편 잇수가 많아질수록 設計할 수 있는 合成齒形의 圓弧半徑의 最小값이 커짐을 알 수 있다.

4.2. 合成齒形기어의 물림률

접촉점의 궤적은 Fig. 7에서 좌표의 원점을 O_1 이라 하고 $\overline{O_1O_2}$ 의 연장선을 x_T 로 하여 이 x_T 축과 직각되는 y_T 축으로 고정 직각좌표계를 취하여, $x_1 = \phi(\theta)$, $y_1 = \psi(\theta)$ 를 $x_T - y_T$ 좌표상에 표시하면 접촉점의 궤적의 방정식을 식 (25)와 같이 얻는다.

$$\begin{aligned} x_T &= \phi(\theta) \cos \theta - \psi(\theta) \sin \theta \\ y_T &= \phi(\theta) \sin \theta + \psi(\theta) \cos \theta \end{aligned} \quad (25)$$

물림과정은 Fig. 8에서 \widehat{SQ} 에서 원호부분의 접근 물림이고, $\widehat{QP_0Q'}$ 에서 인벌류우트의 접근과 퇴거 물림이며, $\widehat{Q'E}$ 에서 원호부분의 퇴거 물림이 진행된다. 퇴거 물림만 고려하면 $\widehat{P_0Q'}$ 에서 인벌류우트 부분의 접촉점의 궤적은 식 (13)을 식 (25)에 代入하여

$$\begin{aligned} x_{Ti} &= R_1 + \frac{1}{2} R_1 \theta \sin 2\alpha_0 \\ y_{Ti} &= R_1 \theta \cos^2 \alpha_0 \end{aligned} \quad (26)$$

이 된다. $\widehat{Q'E}$ 에서 원호부분의 접촉점의 궤적은 식 (17)을 식 (25)에 代入하여

$$\begin{aligned} x_{Tc} &= a \sin(\alpha + \phi_1 - \text{inv} \alpha_0 - \theta) \\ &\quad + R_{b1} \cos(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0 - \theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \sin(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0 - \theta) \end{aligned}$$

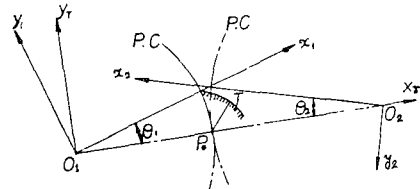


Fig. 7 Path of contact

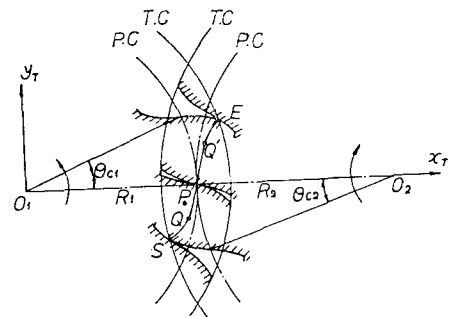


Fig. 8 Arc of recess

$$\begin{aligned} y_{Tc} &= a \cos(\alpha + \phi_1 - \text{inv} \alpha_0 - \theta) \\ &\quad - R_{b1} \sin(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0 - \theta) \\ &\quad + (R_{b1} \phi_1 - a) \cos(\phi_1 - \text{inv} \alpha_0 - \theta) \end{aligned} \quad (27)$$

이 된다.

퇴거 물림 과정의 최종 접촉은 피니언의 이끝과 기어의 디텐덤에서 이루어지므로 이 때 Fig. 8에서 피니언의 회전각을 θ_{c1} 이라 두면 퇴거호는 $\widehat{R_1\theta_{c1}}$ 이며 같은 방법으로 기어의 접근호는 $\widehat{R_2\theta_{c2}}$ 가 된다. 따라서 물림률은

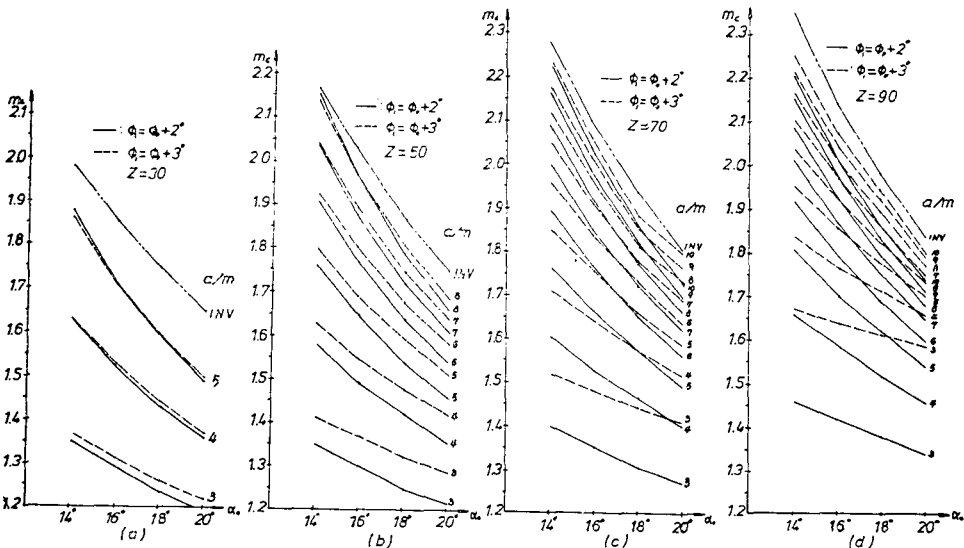


Fig. 9 Relation among α_0 , a/m , m_c

$$m_c = \frac{1}{\pi m} \{R_1 \theta_{c1} + R_2 \theta_{c2}\} \quad (28)$$

이 된다. 여기서 되거 물림각 θ_{c1} 은 $xr^2 + yr^2 = (R_1 + m)^2$ 일 때 이므로 식 (27)을 이식에 代入하면 α 의 함수로 표시되는 $f(\alpha) = 0$ 를 얻을 수 있다. $f(\alpha) = 0$ 를 수치해법으로 풀어 α 의 값을 구한 후, α 와 θ 의 관계식 (16)식에 代入하여 θ 의 함수로 표시되는 $g(\theta) = 0$ 를 얻는다. 다시 수치해법으로 $g(\theta) = 0$ 의 해를 구하면 이 θ 값이 θ_{c1} 이다. 접근 물림 각 θ_{c2} 도 같은 방법으로 구할 수 있다. Fig. 9는 $z_1 = z_2$ 인 경우에 $\alpha_0, a/m, z, \phi_1$ 에 대한 m_c 값을 표시한 것이다.

Fig. 9에서 물림물이 끼히 인벌류우트보다 작으며, 잇수와 圓弧半徑이 같은 경우 압력각이 증가하면 물림물은 감소하고, 동일 잇수와 압력각 일때는 圓弧半徑이 감소할수록 물림물이 감소한다. 또 잇수가 적을수록 圓弧半徑의 變化에 따라 물림물의 증감이 뚜렷하며 合成齒形에서 인벌류우트 部分이 큰 경우에 물림물이 커짐을 알 수 있다.

5. 結 論

피치點 부근에서는 인벌류우트齒形으로 이뿌리 部分과 이끝部分의 齒形은 圓弧齒形으로 하는 인벌류우트-圓弧의 合成齒形기어와 이를 加工할 수 있는 락齒形을 理論的인 方法으로 求하여 이 合成齒形기어의 물림물 (m_c)를 인벌류우트齒形기어와 비교하고 또 $R_1 + m$ 인 곳에서의 弦 이끝두께 (S_c)와 $R_1 - m$ 에서의 弦 이뿌리 두께 (S_r)를 比較 檢討한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

- (1) 合成齒形에서 압력각의 증가와 원호반경의 감소에 따라 S_c 와 m_c 는 감소하고 S_r 는 증가한다.
- (2) 合成齒形에서 잇수가 적을수록 圓弧半徑에 따라 S_c 와 S_r 및 m_c 의 증감이 뚜렷하다.
- (3) 合成齒形에서 잇수가 많을수록 圓弧半徑의 最小 값이 커진다.

(4) 모듈, 잇수 및 壓力角을 同一條件으로 할 때 인벌류우트齒形에 比하여 合成齒形의 S_r 는 현저히 크며 S_c 와 m_c 는 작게 나타난다.

참 고 문 헌

- (1) M.L. Novikov, USSR. Patent. No.109750, 1956
- (2) E. Wildhaber, Gears with Circular Tooth Profile Similar to the NOVIKOV System, VDI. Berjchte No. 47, 19, 1961
- (3) W. John Davies, Novikov Gearing, Machinery, Vol. 96, pp. 64~73, January 13, 1960
- (4) H. Walker, A Critical Look at the Novikov Gear, Engineer(London), pp. 725~729, April 29, 1960
- (5) T. Allan, Some Aspects of the Design and Performance of Wildhaber-Novikov Gearing, Proc Inst Mech Engrs, Vol. 179, No. 30, pp. 931~937, 1965
- (6) R.V. Fedyakin and V.A. Chesnokov, Selection of Basic Profiles of All-Addendum Type Gearing for Novikov Transmissions with very Hard Tooth Working Surfaces, Russian Eng, J. Vol. 56, No. 7, pp. 19~25, 1976
- (7) Dr K. Lingaiah and K. Ramachandra, Finite Element Method for the Analysis of Stresses in Wildhaber-Novikov Circular Arc Gears, Inst Eng (india) Mech Eng DIV Vol. 56, No. 4, pp. 156~159, 1976
- (8) B.A. Shotter, Experiences with Conformal W-N Gearing Mach and Prod Eng(C.B), Vol. 131, No. 3381, pp. 322~326, October 1977
- (9) Yoshio Terauch, On Design and Performance of Involute-Cycloid Composite Tooth Profile Gear, JS-ME, Vol. 25, No. 199, pp. 118~126, January 1982
- (10) Earle Buckingham, Analitical Mechanics of Gears, Dover Pub. New York, pp. 23, 1949