

의공학적 기법에 의한 간암의 검진과 치료경과의 정량 : 칼만 필터링 기법에 의한 초음파 영상 처리⁺

우광방* · 남상일* · 신동호* · 진영민* · 이성모*

=Abstract=

Bioengineering Approaches to Quantitation of Diagnosis and Treatment Monitoring for Patients with Liver Cancer: Ultrasonic Image Processing by Kalman Filtering

Kwang-Bang Woo,* Sang-Eel Nam,* Dong-Ho Shin,* Young-Min Chin,* Sung-Mo Lee*

In this paper Kalman filtering technique is applied to ultrasound signal to improve resolution capability, which is in use of diagnostic imaging systems.

The main advantage of Kalman filter algorithm for the analysis of reflected ultrasound signal is its recursive structure which can be easily adapted to time varying system. Because soft-tissues, such as liver, act as distributed acoustic low-pass filters which continually change the propagating pulse.

We can put to practical use above advantage to find a suitable signal generating model.

In state-space description of the system, the 6th order system produces the best spectral approximation to the source pulse.

As a result of spectrum analysis, 6th order estimator for two closely spaced(0.5 mm) reflectors enhances resolution by 4dB-10dB. By using this result, the possibility to detect even minute tumor is demonstrated.

1. 서 론

간과 같은 연성 조직에서 반사되는 초음파 신호는 일반적인 화면 구성에 사용되는 것 보다는 더 많은 병리적인 정보를 포함하고 있다. 이와 같은 반사 신호에 대한 정보를 정교한 신호 처리를 적용하여 해상력

을 향상시키는 것이 본 연구의 목적이다.

Kalman 필터링 기법은 이미 지진 자료처리(seismic data processing), 레이더(radar) 또는 제어 시스템에서 널리 적용되어 온 분석 방법이다. 즉 진단 초음파에서는 지진 자료 처리와 같이 반사 신호를 조합하여 조직 내의 이상 부위에 대한 위치와 강도(location and strength)를 좀 더 정확하게 구하는 것이 현재의 연구 과제인 것이다.

Kalman 필터링 알고리즘은 기존의 위너 필터 알고리즘(Wiener filter algorithm)과는 달리 시변 체계(time varying system)에 쉽게 적용할 수 있는 순환 구조의 장점을 가지고 있다.

Kalman 필터링 기법을 적용하기 위해서는 신호 발

<1985. 3. 7. 접수>

* 연세대학교 공과대학 전기공학과
Dept of Electrical Eng.
Yonsei University

⁺ 본 논문은 1983년도 문교부 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

생 모델(signal generating model)과 이에 해당하는 상태 공간 표현이 구체적으로 검토되어야 한다.

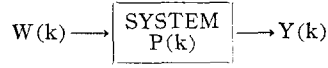


그림 1. 신호 발생 모델
Fig. 1. Signal generating model

2. 신호 발생 모델

초음파 신호 처리에 있어서 신호 발생 모델을 구성 하는 데는 다음과 같은 점을 고려해야 한다.

1) 간과 같은 연성 조직은 저주파역 통과 필터(distributed acoustic low-pass filter)의 특성을 갖기 때문에 전파를 시간에 따라 계속 변화시킨다. Kalman 필터의 순환 형식(recursive form)은 이와 같은 시변 체계를 모델화 하는데 적절하기 때문에 전파(propagating pulse)를 시스템으로 택하는 편이 편리하다.

2) 반사계수는 일어나는 시간과 크기가 랜덤한 임펄스(sequence of impulses)로 나타나므로 Kalman 필터를 적용하기 위한 상태공간 형태의 모델로는 어려운 점이 있다.

초음파 신호에서의 일반적인 신호 발생 모델은 기본파[$p(k)$, source pulse]와 인체내의 강도와 위치를 나타내는 반사계수[$w(k)$, reflection coefficient sequence] 그리고 반사파[$y(k)$, noiseless reflected signal]로 구성된다. 즉 기본파를 입력으로 하고 반사계수를 시스템 그리고 반사파를 출력으로 하는 다음과 같은 식의 콘볼루션형 모델(convolution summation model)로 표현할 수 있다.

$$z(k) = y(k) + v(k) \quad (1)$$

$$y(k) = \sum_{j=1}^k w(j) \cdot p(k-j) \quad (2)$$

여기서 $z(k)$ 는 측정치(measurement)이고 $v(k)$ 는 잡음(noise)이다.

그러나 진단 초음파에서는 음향 에너지와 조직과의 관계는 선형적이라고 생각할 수 있기 때문에 선형 체계 이론을 이용하여 입력과 시스템을 바꾼 상태에서도 같은 출력을 얻을 수가 있다. 즉 식 (2)를 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$y(k) = \sum_{j=1}^k p(j) \cdot w(k-j) \quad (3)$$

그러므로 본 연구에서 검토된 사항들은 종합하여 반사계수를 입력으로 하고 시스템을 기본파로 하는 신호 발생 모델을 구성하였다. 그림 1은 신호 발생 모델을 나타낸다.

3. 시스템에 대한 상태 방정식 구성

위너 필터(Wiener filter)를 토대로 한 콘볼루션(convolution summation)과는 달리 Kalman 필터를 적용하기 위해서는 시스템의 상태 공간 표현이 필요하게 된다.

식 (1)과 (3)의 상태 공간 표현식을 상태 변수가 1차 차등 방정식의 형태인 다음 식으로 가정한다.

$$x(k+1) = Fx(k) + Gw(k) \quad (4)$$

또한 측정치는 다음식으로 나타낸다.

$$z(k) = y(k) + v(k) = H'x(k) + v(k) \quad (5)$$

여기서 F 는 시스템의 동태(dynamics)를 나타내는 상태 변이 행렬이며 G 는 입력 배분 벡터이고 H' 는 상태 변수를 스케일 하는 컨텀 벡터이다.

F, G 와 H' 는 시간에 따라 변할 수도 있는데 본 논문에서는 상수로 택했다. 그림 2는 그림 1에서 시스템에 대한 위의 식들을 도입한 상태 공간 모델의 블록 선도를 나타낸 것이다.

다음은 시스템의 차수(system order)에 대해서 고려해야 하는데 이는 실제 시스템에 어느 정도 가깝게 접근 하느냐에 관계되는 것이다. 본 연구에서는 2차, 4차와 6차를 택했다. 그림 3은 각 시스템 차수에 따른 임펄스 응답(impulse response)의 스펙트럼과 실제의 기본파에 대한 스펙트럼의 비교를 나타내고 있다. 여기서 임펄스 응답은 2차, 4차, 6차 시스템을 갖는 신호발생 모델에서 입력인 반사계수 $w(k)$ 를 한 성분만이 영이 아닌 값을 주고 그 외는 전부 영으로 하여 출력 $y(k)$ 를 얻은 것이다.

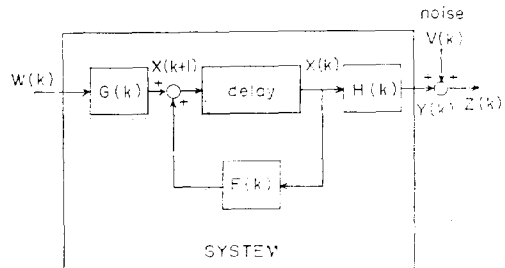


그림 2. 상태 공간 모델의 블록 선도
Fig. 2. Block diagram of the state-space model

본 논문에서 사용된 2차, 4차, 6차 시스템 모델에 대한 임펄스 응답의 해석 방정식(analytic equation)은 측정된 실제의 기본파에 접근하도록 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$P_2(kT) = A_0 e^{-a k T} \sin \omega k T \quad (6)$$

$$P_4(kT) = (A_1 k T + A_0) e^{-a k T} \sin \omega k T \quad (7)$$

$$P_6(kT) = \{A_2 (kT)^2 + A_1 k T + A_0\} e^{-a k T} \sin \omega k T \quad (8)$$

여기서 $P_2(kT)$, $P_4(kT)$ 와 $P_6(kT)$ 는 각각 2차, 4차와 6차에 대한 시스템의 해석방정식을 나타낸다.

이 식에서 매개변수(parameter) A_0, A_1, A_2, a 와 ω 등은 기본파와 각 시스템 임펄스 응답과의 시간 영역에 대한 최소 자승법(least square fit)을 취하여 구했다.

그림 3을 보면 6차 시스템 모델의 임펄스 응답이 기본파에 대해서 가장 가깝게 접근함을 알 수 있다. 시스템의 차수를 증가할 수록 좀 더 접근하는 임펄스 응답을 구할 수 있으나 복잡성, 계산시간과 시스템의 불안정등의 요인을 감안해 보면 6차 시스템으로 충분하다고 생각된다.

시스템 모델의 유도가 되던 이에 대한 반사계수 $w(k)$ 와 잡음 $v(k)$ 에 대한 가정이 필요하게 된다. 본 연구에서는 Kalman 필터링 기법이 이미 널리 적용되고 있는 지진 자료 분석에서 만들어진 다음과 같은 일반적인 가정을 택했다.

$$E\{w(i) \cdot w(j)\} = Q \delta_{ij}$$

$$E\{v(i) \cdot v(j)\} = R \delta_{ij} \quad (9)$$

$$E\{w(i) \cdot v(j)\} = 0$$

즉 $w(k)$ 와 $v(k)$ 는 상관 관계가 없고 평균이 영인 백색 잡음(white noise)이고 이들 각각의 변이(variance)는 Q 와 R 이라 가정했다.

4. 반사 계수 추정 알고리즘

신호 발생 모델과 이에 대한 상태 공간 시스템 모델을 완성한 다음은 추정치 $z(k)$ 로부터 최적의 반사계수 $w(k)$ 를 추정(estimate)하기 위해서 Kalman 필터 알고리즘과 Mendel 알고리즘을 적용하였다.

(1) Kalman 필터 알고리즘

Kalman 필터 알고리즘은 예측 방정식(prediction equation)과 수정 방정식(correction equation)으로 구성된다. 예측 방정식은 다음식으로 주어진다.

$$\hat{x}(k+1/k) = F \hat{x}(k/k) \quad (10)$$

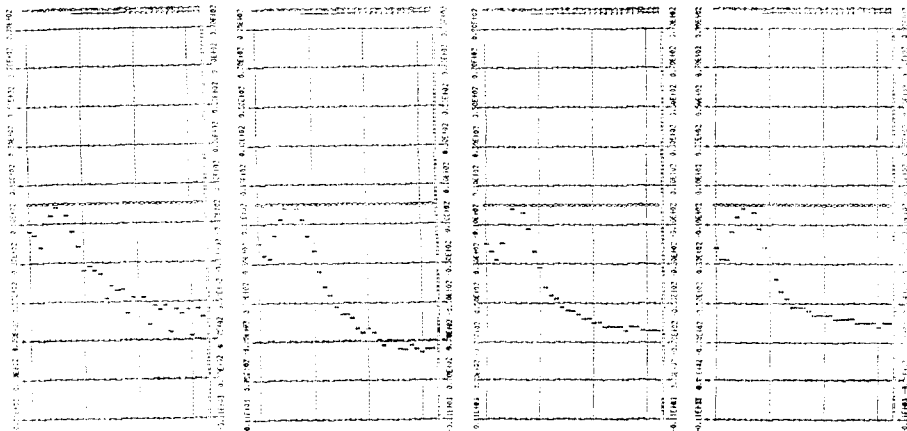
$$P(k+1/k) = F P(k/k) F' + G Q G' \quad (11)$$

수정 방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$K(k+1) = P(k+1/k) H' [H P(k+1/k) H' + R]^{-1} \quad (12)$$

$$\hat{z}(k+1/k) = z(k+1) - H \hat{x}(k+1/k) \quad (13)$$

$$\hat{x}(k+1/k+1) = \hat{x}(k+1/k) + K(k+1) \hat{z}(k+1/k) \quad (14)$$



(a) 2차 시스템 모델의 임펄스 응답 (b) 4차 시스템 모델의 임펄스 응답 (c) 6차 시스템 모델의 임펄스 응답 (d) 실제의 기본파

그림 3. 2차, 4차와 6차의 시스템 응답에 대한 스펙트럼과 실제의 기본파에 대한 스펙트럼 비교
Fig. 3. Comparison of observed pulse with impulse responses for 2nd, 4th and 6th order system model

$$P(k+1/k+1) = [I - K(k+1)H]P(k+1/k) \quad (15)$$

여기서 P 는 오차 covariance 행렬 $[P(k+1/k) : \text{prior}, P(k+1/k+1) : \text{posterior}]$ 이고 K 는 Kalman 이득 행렬이며 z 는 이노베이션 프로세스(innovations process), $x(k+1/k)$ 은 $x(k)$ 의 최적 예측치, $\hat{x}(k+1/k+1)$ 은 $x(k)$ 의 최적 필터치를 나타낸다. 이 Kalman 필터 알고리즘에서 예측 오차(prediction error)를 나타내는 부분이 $z(k+1/k)$ 이다.

(2) Mendel 알고리즘

Kalman 필터 알고리즘에서는 최적의 필터치와 예측치 그리고 예측 오차등이 구해진다. 그러나 잡음이 존재하는 경우는 정확한 반사계수를 추정하기 곤란하므로 미래치($k+1$ 까지)를 조합하여 $w(k)$ 를 구하는 알고리즘(Mendel's 1-stage optimal smoothed estimates of $w(k)$)이 필요하게 된다. 이 알고리즘에는 3가지가 있는데 본 연구에서는 fixed-point와 fixed-interval의 고속 알고리즘(fast algorithm)을 사용하였다.

가). Fixed-Point Smoothing 알고리즘

1단계 최적의 완만한 $w(k)$ 의 추정치(1-stage optimal smoothed estimates of $w(k)$)는 다음과 같은 식에 의해 구한다.

$$\hat{w}(k/k+1) = \hat{w}(k/k+1-1) + N(k/k+1)\hat{z}(k+1/k+1-1) \quad (16)$$

여기서 $1=1, 2, \dots, \hat{w}(k/k) \triangleq 0$ 이다.

1단계 추정 오차 covariance(1-stage estimation error covariance)는 다음 식에 의해 구한다.

$$\sigma^2(k/k+1) = \sigma^2(k/k+1-1) - N^2(k/k+1) \cdot [HP(k+1/k+1-1)H+R]^{-1} \quad (17)$$

여기서 $\sigma^2(k/k) = Q$ 이다

이들 방정식에서 사용되는 smoothing 이득 행렬 $N(k/k+1)$ 은 다음과 같은 순서에 의해 구해진다.

$$D(k/k+1) = QG'H^2P(k+1/k)H+R^{-1} \quad (18)$$

$$D(k, 1) = D(k, 1-1)[I - K(k+1-1)H']^2F' \quad (19)$$

여기서 $D(k, 1) \triangleq QG'$

을 구한 다음,

$$N(k/k+1) = D(k, 1)H[H^2P(k+1/k) + 1-1)H+R]^{-1} \quad (20)$$

을 구하는 것이다.

나). Fixed-Interval Smoothing 알고리즘

이 알고리즘에서는 반사계수를 추정하기 위해 먼저 다음과 같은 두가지를 구해야 한다.

$$\xi(L-1/L-1) = [H^2P(L-1/L-1-1)H + R]^{-1} \hat{z}(L-1/L-1-1) \quad (21)$$

여기서 $1=0, 1, \dots, L-1$ 이다.

$$r(L-1-1/L) = [I - K(L-1)H']^2F'r(L-1/L) + H'\xi(L-1/L-1-1) \quad (22)$$

여기서 $r[L/L] = 0$ 으로 주어진다.

식 (21)과 식 (22)을 이용하여 반사계수를 추정하면 다음과 같다.

$$\hat{w}(L-1/L) = QG'r(L-1/L) \quad (23)$$

여기서 $1=1, 2, \dots, L-1$ 이다.

이들 알고리즘은 사용하는 반사계수 추정기의 블록 선도는 그림 4에 나타냈다.

5. 실험

본 연구에 사용된 조음파 기기는 연세 의료원 암센터에 있는 Toshiba model SAC-10A = 2(compound type)을 사용하였다. 실험에 사용된 자료는 2.25MHz의 transducer를 사용했으며 sampling rate가 20MHz 인 A/D converter에 의해 얻었다.

먼저 기본파(source pulse)를 얻기 위해 transducer

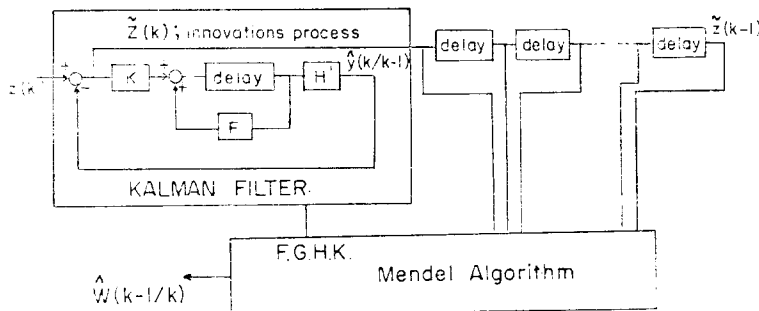


그림 4. 반사계수 추정기의 블록 선도
Fig. 4. Block diagram of reflectiom coefficient estimator

와 합성수지(두께 30cm)로 부터 15cm의 간격을 두어 반사파를 측정하였다. 또한 부수적인 측정 장치는 digital storage oscilloscope 468(Tektronix)를 사용하여 32개의 Pulse를 평균한 값을 얻었으며 스펙트럼 분석은 spectrum analyzer 7L12(Tektronix)를 사용하였다.

자료 처리에 있어서 신호와 잡음의 비율(signal to noise ratio)은 6.4로 고정시켰는데 이때 사용된 수식은 다음과 같다.

$$S/N = \frac{E\{[H'x(k)][H'x(k)']\}}{R} \quad (24)$$

또는

$$S/N = \frac{H'(FP_x F' + QGG')}{R} \quad (25)$$

여기서 P_x 는 $P_x(k+1) = FP(x)F' + QGG'$ 의 안정 상태의 해를 나타낸다.

첫번째 실험은 단일 반사물(single reflector)에서 얻은 반사파를 앞장에서 설계한 2차, 4차와 6차 시스템 모델의 반사계수 추정기에 대한 입력으로 하여 이에 대한 출력을 분석하여 보았다.

두번째 실험은 6차 반사계수 추정기의 해상력 정도

를 살펴보기 위해서 간격이 좁은(0.5mm) 이중 반사물에 투사하여 측정된 반사파를 6차 추정기의 입력으로 하여 출력을 분석하였다.

이 두 실험에서 얻어진 자료는 off-line으로 하여 PDP 11/44에 입력하여 Mendel 알고리즘의 1=10(10-stage optimal smoothed estimates of $w(k)$)인 경우를 사용하여 자료 처리를 하였다. 또한 fixed-point 알고리즘은 반사계수를 초기적으로 추정하는데 사용했고 주로 fixed-interval 알고리즘을 사용하여 반사계수를 추정하였다.

6. 결과 고찰

첫번째 실험인 단일 반사물에 대한 결과는 그림 5에서 보여준다. 이 결과는 먼저 단일 반사물로 부터 반사되는 반사파를 2차, 4차와 6차의 반사계수 추정기의 입력으로 하여 얻어진 출력을 스펙트럼 분석하여 보았다. 이 실험에서의 반사계수 추정기의 이상적인 출력은 오직 하나의 값만을 제외하고는 전부 0인 값을 갖는다. 그러나 이와 같은 추정기의 이상적인 출력은 모

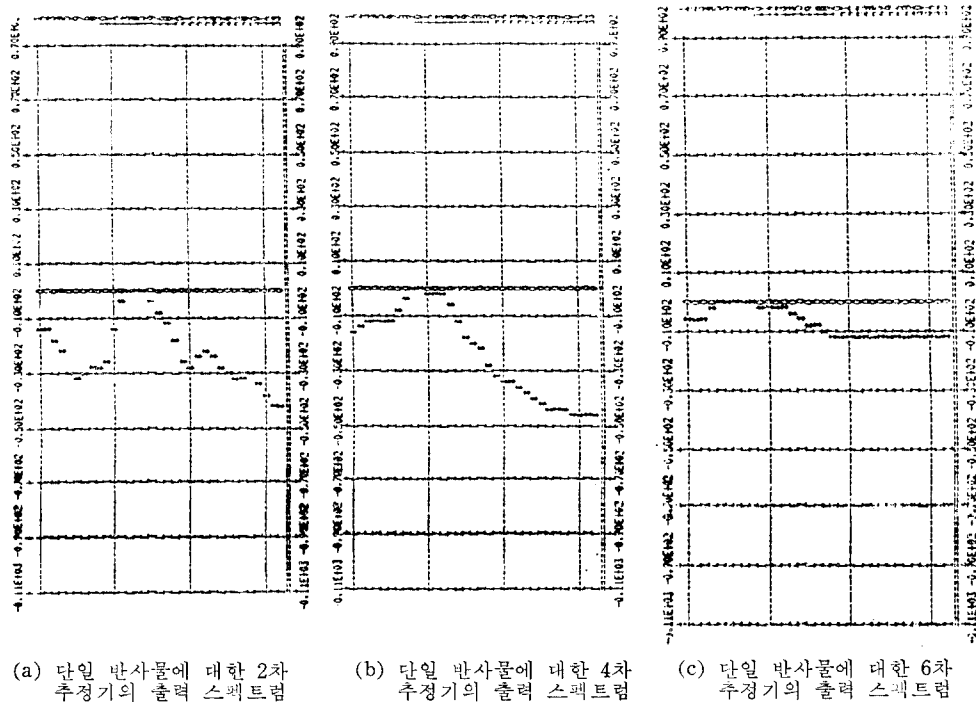
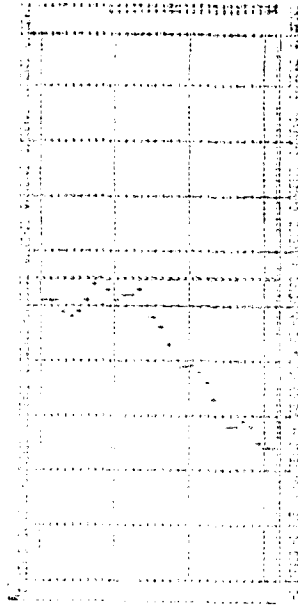
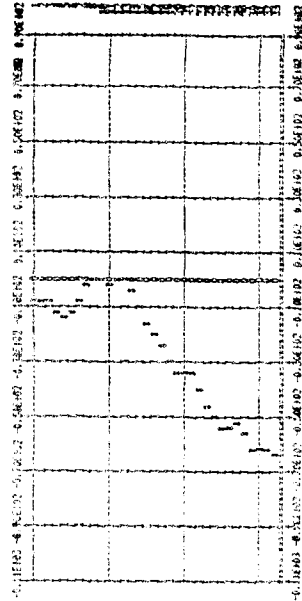


그림 5. 단일 반사물에 대한 추정기 출력 스펙트럼

Fig. 5. Spectrums of the outputs produced by the different estimators using the observed data from a single reflector



(a) 이중 반사물에 대한 수정기법
거치지 않은 입력의 spectrum



(b) 이중 반사물에 대한 추정기
를 거친 출력의 spectrum

그림 6. 이중 반사물에 대한 스펙트럼

Fig. 6. Spectrum of the observed data and of the output by the 6th order estimator from two closely spaced reflectors

변환 의한 오차와 잡음으로 인해 일어나기가 어렵다. 이상적인 단일 반사물의 반사계수를 스펙트럼으로 분석할 때 모든 주파수 범위에서 상수값을 갖는 것을 알 수 있었다. 그림 5를 보면 2차는 별 의미없는 변화만이 있었고 4차에서는 약간의 상수값을 갖는 것을 볼 수 있다. 6차의 스펙트럼을 보면 중심 주파수 부근은 거의 일정한 상수값을 갖으며 전반적인 확장된 형태를 갖는다. 이때 거의 일정한 상수값이란 0dB ~ -8dB (SNR이 6.4에 해당) 사이에 포함된 상수값을 말한다. 만약 이 범위를 벗어나게 되면 스펙트럼 값이 감소하는 만큼 잡음의 양이 증가하므로 분석하는데 별 의미가 없게 된다.

두번째 실험에 대한 결과는 그림 6에서 보여준다. 이 실험은 해상력의 정도를 살펴보기 위해 이중 반사물(0.5mm의 간격을 갖는)로 부터 반사된 반사파를 6차 반사계수 추정기의 입력으로 하여 출력인 반사계수를 스펙트럼 분석하여 보았다. 0.5mm 간격을 갖는 이중 반사물의 실제 반사계수는 약 13개의 샘플치(0.65 μs에 해당) 사이에 두고 2개의 피크(Peak)값을 갖는다. 이를 스펙트럼 분석해 보면 1.5MHz정도 사이를 두고 2개의 봉우리 모양이 생긴다. 그림 6에서 (a)

와 (b)를 비교해 보면 본 연구의 반사계수 추정기(6차)를 거친 출력이 입력보다 3.9MHz 부근에서 해상력이 4dB정도 향상되었음을 알 수 있다.

7. 결 론

본 연구에서 Kalman 필터링 기법을 진단용 초음파 영상 신호에 적용하여 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 0.5mm간격을 갖는 이중 반사물에서 얻은 반사파의 경우 이 기법을 적용한 결과 해상력이 4dB정도 향상되었다.

(2) 단일 반사물에서 얻은 반사파를 분석한 결과 S/N비가 6.4일때 시스템의 차수는 6차가 적당하였다.

(3) 간과 같은 연성 조직의 저주파역 통과 필터 특성을 갖는 신호 발생 모델을 구성하는데에 Kalman 필터의 장점인 순환 형식을 적용할 수 있었다.

(4) 고속 알고리즘을 사용함으로써 중배의 알고리즘보다 계산시간이 단축되었다.

參 考 文 獻

- 1) Mendel, J.M., *White-noise estimators for seismic data processing in oil exploration, IEEE Trans. Auto. Control AC-22*, 694~706(1977)
- 2) Mendel J.M. and Korm'ylo, J., *New fast optimal white-noise estimators for deconvolution, IEEE Trans. Geosci. Electron. GE-15*, 32~41(1977)
- 3) Crump, N., *A Kalman filter approach to the deconvolutin of seismic signals, Geophysics* 39, 1~13(1974)
- 4) Schwarts, M. and Shaw, L., *Signal Processing, (McGraw Hill, New York, 1975)*
- 5) Anderson, B. and Moore, J., *Optimal Filtering, (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1979).*
- 6) Eckart E.H and Elmar, A., *Digital processing of ultrasonic data by Deconvolution, IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol. Su27, No. 5, pp. 249~252(1980)*
- 7) Masao Saito, *Basic aspects of signal processing in Ultrasonic Imaging.*