

차분방정식에 基礎를 둔 디지털 필터의 周波數 特性 計算에 관한 研究

(A Study on the Computation of Digital Filter Frequency Characteristics Based on a Difference Equation)

朴 仁 政\*, 李 太 遠\*\*

(In Jung Park and Tae Won Rhee)

要 約

디지털 필터의 구성이 차분방정식에 근거하였을 때, 그 주파수 특성을 구하는 방법은 계산에 의해 할 수 있는 식이 없으므로 Z-변환식으로 미루어 짐작하거나 실험에 의해 측정하는 방법 밖에 없다.

본 논문에서는 차분방정식으로 표현된 함수의 주파수 응답 진폭특성을 계산하는 방법을 Parseval의 정리를 도입하여 제시하고, 이 식의 타당성을 확인하기 위해 실제로 두 종류의 디지털 필터를 설계 제작하고 실험 측정하였다. 측정된 결과와 Z-변환식에 의한 계산값, 본 논문에서 제시한 계산식에 의한 값을 서로 비교하였다. 그 결과 차분방정식에 의해 계산된 값이 훨씬 실제 측정값에 접근하였다. 또한 Z-변환식에 의한 결과보다 예리한 roll-off 특성을 보여 줌을 확인했다. 따라서 차분방정식을 기초로 하여 구성된 디지털 필터의 진폭응답 특성은 Z-변환식보다 차분방정식에 의한 계산이 보다 나은 실제적인 결과를 예측해 준다.

Abstract

When a digital filter implementation is based on a difference equation, the frequency characteristics cannot be obtained by direct computation, but be obtained by experiment or analogized by Z-transform.

In this paper, the method to compute the frequency magnitude response of the function expressed in a difference equation is derived from: PARSEVAL's relation.

To verify the validity of this new method two types of digital filters are implemented.

Both filters' characteristics are measured and their values are compared with the value obtained by a Z-transform and with the value by a difference equation.

The result shows that the measured values and the values obtained by the difference equation are more closer than the values by a Z-transform. And the difference-equation-based filters' showed sharper roll off characteristics than the Z-transform-based filters.

Therefore when a digital filter implementation is based on a difference equation, the characteristics computation by a difference equation predicts better practical results than based on Z-transform.

\*正會員, 檀國大學校 理工大學 電子工學科  
(Dept. of Electron. Eng., Dan Kook Univ.)

\*\*正會員, 高麗大學校 工科大學 電子工學科  
(Dept. of Electronics Eng. Korea Univ.)

接受日字: 1984年 11月 16日

I. 序 論

디지털 필터의 구성이 Z-변환식에 근거하였을 때, 필터의 주파수 응답특성을 구하기 위해 필터 전달함수의 Z항을  $e^{j\omega t}$ 로 대치하여  $\omega$ 의 변화에 대한 전달함수 값을 계산하여 그래프로 표시한다.<sup>(1)</sup>

그러나 디지털 필터의 구성이 차분방정식에 근거하였을 때, 그 주파수 특성을 구하는 방법은 계산에 의해 할 수 있는 식이 없으므로 Z-변환식으로 이루어 짐작하거나 실험에 의해 측정하는 수 밖에 없다.

본 논문에서는 차분방정식으로 표현된 함수의 주파수 응답 진폭특성을 계산하는 방법을 Parseval의 정리를 도입하여 제시하고, 이 방법에 의해 구해진 특성을 확인하기 위해 실제로 디지털 필터를 구성하고 실험 측정하였다. 측정된 결과와 Z-변환식에 의한 계산값, 본 논문에서 제시한 계산값을 서로 비교하였다.

II. 주파수 응답 진폭특성 계산식의 도출

디지털 필터의 진폭특성은 필터에 인가되는 입력신호값과 출력되는 출력신호값의 비로서 주파수의 함수가 된다.

다음에 입출력비를 decibel로 구했을 때의 관계식을 보인다.

$$\text{입출력비} = 10 \log_{10} \frac{P_{\text{out}}[W]}{P_{\text{in}}[W]} \text{ dB} \tag{1}$$

전력 P[W]에 시간 t[sec]를 곱하면 에너지 E[J]이 되므로 식(1)은 회로로부터 출력되는 에너지와 회로에 입력되는 에너지의 비로 된다.

$$\begin{aligned} \text{입출력비} &= 10 \log_{10} \frac{P_{\text{out}}[W] \times t[\text{sec}]}{P_{\text{in}}[W] \times t[\text{sec}]} \text{ sec} \\ &= 10 \log_{10} \frac{E_{\text{out}}[J]}{E_{\text{in}}[J]} \end{aligned} \tag{2}$$

신호의 함수값이 연속적인 시스템과 이산적인 시스템에서 입력신호의 에너지와 출력신호의 에너지와의 관계는 다음의 Parseval의 정리를 도입하여 구할 수 있다.<sup>[2]</sup>

연속적인 시스템에서 한 주기내에 들어 있는 신호의 에너지는 한 주기내의 Fourier 계수로 표현되는 에너지와 같다.

$$\frac{1}{T_0} \int_{T_0} |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2 \tag{3}$$

여기서  $T_0$  : 주기  
 $x(t)$  : 연속적인 입력신호  
 $a_k$  : 입력신호의 Fourier 계수

이산적인 시스템에서 한 주기내에 들어 있는 이산신호의 에너지는 한 주기내의 Fourier 계수로 표현되는 에너지와 같다.

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2 \tag{4}$$

여기서 N : 한주기의 샘플링 수  
 $x(n)$  : 이산적인 입력신호  
 $a_k$  : 입력신호의 Fourier 계수

식(3)과 (4)에서 동일한 입력신호에 대해 식의 우변은

동일한 값이다.

출력신호에 대해서도 식(3)과 (4)를 동일하게 적용시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |y(t)|^2 dt &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} |b_k|^2 \\ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |y(n)|^2 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} |b_k|^2 \end{aligned} \tag{5}$$

여기서  $T_0$  : 출력신호의 주기  
 $y(t)$  : 연속적인 출력신호  
 N : 한주기의 샘플링 수  
 $y(n)$  : 이산적인 출력신호  
 $b_k$  : 출력신호의 Fourier 계수

식(2), (3), (4), (5)로부터 입력에너지와 출력에너지의 비는 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{\frac{1}{T_0} \int_{T_0} |y(t)|^2 dt}{\frac{1}{T_0} \int_{T_0} |x(t)|^2 dt} \tag{6}$$

$$= \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} |b_k|^2}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2} \tag{7}$$

$$= \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |y(n)|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2} \tag{8}$$

식(8)은 시퀀스 n의 함수이다. 이것을 주파수의 함수로 표시해야 주파수에 따른 입출력의 비를 얻을 수 있다.

시간영역에서 입력신호를 주파수 f를 가진 정현파 신호라고 하자. 이 신호를 샘플링 주파수  $f_s$ 로 샘플링 하면 한 주기의 샘플링수 N은 다음으로 주어진다.

$$N = \left[ \frac{f_s}{f} \right] = \left[ \frac{2 \pi f_s}{2 \pi f} \right] = \left[ \frac{\omega_s}{\omega} \right] \tag{9}$$

여기서  $\lfloor f_s/f \rfloor$  표시는  $f_s/f$ 보다 작거나 같은 최대의 整數를 의미한다.<sup>[3]</sup>

정현파 입력신호를  $x(t) = \sin \omega t$ 과 하면 샘플링된 입력신호  $x(n)$ 은 t를 n으로 대치하여 얻는다.

$$x(n) = x(t) |_{t=n} = \sin(\omega n) \tag{10}$$

식(9)에 의해  $\omega$ 는  $\omega_s/N$ 가 된다.

$$x(n) = \sin(\omega n) = \sin\left(\frac{\omega_s}{N} \cdot n\right) \tag{11}$$

여기서  $\omega_s/N \cdot n$ 을  $\omega(n)$ 이라 하면 한 주기에 대해  $\omega(n)$ 은 다음의 이산값을 갖는다.

$$n=0 \quad \omega(0)=0$$

$$n=1 \quad \omega(1)=\frac{\omega_s}{N}$$

$$n=2 \quad \omega(2) = \frac{2 \cdot \omega_s}{N} \quad (12)$$

⋮

$$n=N-1 \quad \omega(N-1) = \frac{N-1}{N} \cdot \omega_s$$

만일  $x(n)$ 이 초기 위상값  $\Delta\omega$ 를  $n=0$ 에서 갖는다면  $\omega(0)=\Delta\omega$ 가 되고  $\omega(n)$ 은 다음의 이산값을 갖는다.

$$n=0 \quad \omega(0) = \Delta\omega$$

$$n=1 \quad \omega(1) = \frac{\omega_s}{N} + \Delta\omega$$

$$n=2 \quad \omega(2) = \frac{2 \cdot \omega_s}{N} + \Delta\omega \quad (13)$$

⋮

$$n=N-1 \quad \omega(N-1) = \frac{(N-1) \cdot \omega_s}{N} + \Delta\omega$$

식(9), (10), (11), (12), (13)에 의해 식(8)은 주파수의 함수로 표시된다.

$$\begin{aligned} \text{입출력비} &= 10 \log_{10} \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |y(n)|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2} \\ &= 10 \log_{10} \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |y(n)|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |\sin \cdot \omega(n)|^2} \quad (14) \end{aligned}$$

식(14)에서  $y(n)$ 은 FIR 디지털필터에서 다음의 일반형을 갖는다.

$$y(n) = a_0 x(n) + a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) + \dots \quad (15)$$

식(15)에서  $y(n)$ 을 계산하기 위해 다음의 시퀀스  $x$ 의 값을 대입한다.

$$\begin{aligned} x(n) &= \sin(\omega(n)) \\ x(n-1) &= \sin(\omega(n-1)) \\ x(n-2) &= \sin(\omega(n-2)) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (16)$$

IIR 필터에 대해서도 동일하게 적용한다.

### III. 디지털 필터의 구성

II장에서 도출된 식의 타당성을 확인하기 위해 두 종류의 기본적인 디지털 필터(FIR, IIR)를 설계 구성하였다.

IIR형의 디지털 필터는 16비트 마이크로프로세서 8086을 기본으로 한 시스템에 A/D변환부분 D/A변환부분, 샘플-홀드부분과 샘플링 주기 제어회로를 부가했다. 샘플링 제어회로는 샘플링 주파수에 동기하여 8086 CPU에 Interrupt 요구를 하며, 이에 따라 CPU는 Interrupt요구 인지신호를 내보내며, 이 신호에 맞추어 제어회로에서 Interrupt 포인터 어드레스(type vector)를 데이터 버스에 실는다.<sup>(4,5,6)</sup>

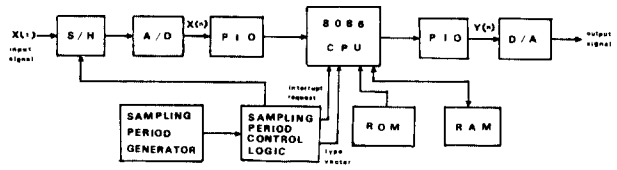


그림 1. IIR 디지털 필터 구성도  
Fig. 1. IIR digital filter configuration.

그림 1은 IIR 디지털 필터의 구조를 보여 주는 구성도이다.

이 시스템을 움직이게 하는 프로그램은 ROM에 저장했다. 이 프로그램은 디지털량으로 바뀐 입력신호를 받아들이고 전달함수를 계산한 후 디지털 값으로 출력신호를 내보내기 위해 입력 및 출력포트 설정부분과 Interrupt를 할 수 있게 하고 Interrupt가 발생했을 때 실행할 Interrupt 처리 루틴으로 나누어 진다. Interrupt 처리 루틴에서 입력된 데이터에 따라 전달함수를 계산하고 출력한 후, 입력 및 출력 시퀀스를 지연시키고 다시 Interrupt 이전상태로 돌아가게 한다. 부록 1에 오브젝트 프로그램과 소스프로그램을 제시한다.

IIR 디지털 필터는 차단 주파수가 200Hz이고 샘플링 주파수는 1KHz가 되도록 설계했다. 디지털 전달함수를 구하기 위해 먼저 아날로그 전달함수로부터 출발한다. 4차의 Butterworth 다항식의 S항을  $S/\omega_{ca}$ 로 대치한다.  $\omega_{ca}$ 는 아날로그 차단 각 주파수로서 디지털 차단 각 주파와의 관계는 prewarping했을 경우 다음과 같다.

$$\omega_{ca} = \frac{2}{T} \tan \omega_{ca} T / 2 \quad (17)$$

여기서 T는 샘플링 주기로서 샘플링 주파수의 역수이다. 그리고  $\omega_{ca}$ 는 디지털 차단 각 주파수이다.

Z-변환식을 얻기 위해 (17)식을 4차 Butterworth 다항식에 대입한 후 역수를 취하고, S대신  $(2/T)(Z-1)/(Z+1)$ 을 대입한다. 이식이 bilinear 변환된 디지털 전달함수로서 다음과 같다.

$$H(z) = \frac{0.047 + 0.186z^{-1} + 0.280z^{-2} + 0.186z^{-3} + 0.047z^{-4}}{1 - 0.782z^{-1} + 0.680z^{-2} - 0.183z^{-3} + 0.03z^{-4}} \quad (18)$$

(18)식으로부터 차분방정식을 얻기 위해 다음의 관계식을 적용한다.

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad (19)$$

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (20)$$

(19), (20)식으로부터 차분방정식으로 표시된 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{1}{64} y(n) = 3x(n) + 12x(n-1) + 18x(n-2) + 12x(n-3) + 3x(n-4) + 50y(n-1) - 44y(n-2) + 12y(n-3) - 2y(n-4) \quad (21)$$

FIR 디지털 필터는 8 차의 전달함수를 계산할 수 있도록 하드와이어드 로직으로 구성했다. 전달함수 계산에서 필요한 승산부분은 곱셈기를 사용하지 않고 대신에 모든 가능한 승산을 ROM에 저장한 룩업 테이블을 사용했다.<sup>17)</sup>

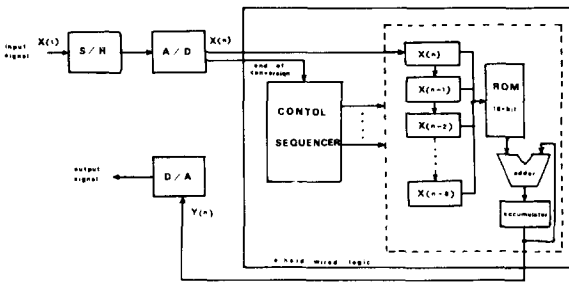


그림 2. FIR 디지털 필터 구성도  
Fig. 2. FIR digital filter configuration.

그림 2는 FIR 디지털 필터의 구조를 보여 주는 구성도이다.

FIR 디지털 필터는 샘플링 주파수가 10KHz일 때, 차단 주파수가 1600Hz가 되도록 설계했다.

디지털 전달함수는 Hamming window 함수를 사용하여 주파수 영역에서 구했다. 샘플링수 N은 20으로 정하고 Hamming window의 폭 I는 5로 하였다. 이때 샘플링된 값은 다음과 같게 하였다.

$$(1, 1, 1, 1, 0.5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.5, 1, 1, 1) \quad (22)$$

구해진 Z-표현식 전달함수는 다음과 같다.

$$H(z) = -0.011 - 0.023z^{-1} + 0.062z^{-2} + 0.274z^{-3} + 0.4z^{-4} + 0.274z^{-5} + 0.062z^{-6} - 0.023z^{-7} - 0.011z^{-8} \quad (23)$$

(23)식에 256을 곱하고 정수값만 취해 차분방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{256} y(n) = -3x(n) - 6x(n-1) + 16x(n-2) + 70x(n-3) + 102x(n-4) + 70x(n-5) + 16x(n-6) - 6x(n-7) - 3x(n-8) \quad (24)$$

IV. 실험 및 검토

실험에 적용한 IIR 디지털 필터의 전달함수는 식(21)이고 FIR 디지털 필터의 전달함수는 식(24)이다.

식(9)에서 샘플링 횟수는 정수 N으로 주어지는 데, 실제로 N값은 샘플링 주파수와 입력 주파수에 따라 정수 또는 실수값을 갖는다. 따라서 일률적으로 N을 고정하면 오차가 발생한다. 다음에 각 입력주파수에 대한 N의 정수값과 실수값 및 오차를 계산했다. 표 1은 샘플링 주파수 1000Hz, 입력 주파수는 25Hz 부터 500Hz 까지 간격 25Hz인 경우이고, 표 2는 샘플링 주파수 10KHz, 입력 주파수는 100Hz부터 5KHz까지 간격 100Hz인 경우이다.

표 1. IIR 필터의 샘플링 오차  
Table 1. Sampling error in IIR filter.

입력신호 주파수 f	$\left[ \frac{f_s}{f} \right]$	$\frac{f_s}{f}$	$\frac{\left[ \frac{f_s}{f} \right] - \frac{f_s}{f}}{\left[ \frac{f_s}{f} \right]} \times 100\%$
25	40	40	0
50	20	20	0
75	13	13.333	-2.562
100	10	10	0
125	8	8	0
150	6	6.666	-11.11
175	5	5.714	-14.28
200	5	5	0
225	4	4.444	-11.101
250	4	4	0
275	3	3.636	-21.201
300	3	3.333	-11.1
325	3	3.076	-2.534
350	2	2.857	-42.85
375	2	2.666	-33.301
400	2	2.5	-25
425	2	2.352	-17.601
450	2	2.222	-11.101
475	2	2.105	-5.251
500	2	2	0

표 1에서 %오차는 0 부터 -42.85%까지이고 표 2에서는 0 부터 -47.05%까지이다. 음수부호는 N을 정수로 택했을 때 실제보다 이론치가 작은 횟수라는 것을 의미한다. 이 오차를 감소시키기 위해 여러 주기를 샘플링하는 것이 필요하다. 그림 3은 입력 신호 400Hz, 샘플링 주파수 1KHz일 때의 샘플링 횟수의 변하는 값을 보여 주고 있다.

표 2. FIR 필터의 샘플링 오차  
Table 2. Sampling error in FIR filter.

입력신호 주파수 f	$\left[ \frac{f_s}{f} \right]$	$\frac{f_s}{f}$	$\frac{\left[ \frac{f_s}{f} \right] - \frac{f_s}{f}}{\left[ \frac{f_s}{f} \right]} \times 100\%$
100	100	100	0
200	50	50	0
300	33	33.333	-1.01
400	25	25	0
500	20	20	0
600	16	16.666	-4.163
700	14	14.285	-2.036
800	12	12.5	-4.167
900	11	11.111	-1.01
1000	10	10	0
1100	9	9.09	-1
1200	8	8.333	-4.163
1300	7	7.692	-9.886
1400	7	7.142	-2.029
1500	6	6.666	-11.1
1600	6	6.25	-4.167
1700	5	5.882	-17.64
1800	5	5.555	-11.1
1900	5	5.263	-5.261
2000	5	5	0
2100	4	4.761	-19.025
2200	4	4.545	-13.625
2300	4	4.347	-8.675
2400	4	4.166	-4.15
2500	4	4	0
2600	3	3.846	-28.201
2700	3	3.703	-23.434
2800	3	3.571	-19.034
2900	3	3.448	-14.934
3000	3	3.333	-11.1
3100	3	3.225	-7.5
3200	3	3.125	-4.167
3300	3	3.03	-1.001
3400	2	2.941	-47.05
3500	2	2.857	-42.85
3600	2	2.777	-38.85
3700	2	2.702	-35.1
3800	2	2.631	-31.551
3900	2	2.564	-28.201
4000	2	2.5	-25
4100	2	2.439	-21.951
4200	2	2.38	-19

4300	2	2.325	-16.251
4400	2	2.272	-13.6
4500	2	2.222	-11.101
4600	2	2.173	-8.651
4700	2	2.127	-6.351
4800	2	2.083	-4.15
4900	2	2.04	-2.001
5000	2	2	0

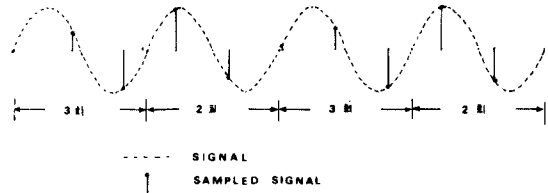


그림 3. 샘플링 횟수의 변화  
Fig. 3. Change of number of sampling.

식(13)에서와 같이 입력 신호가 초기 위상값을 가지면 또한 입력 시퀀스가 갖는 에너지는 이 위상값에 따라 영향을 받는다. 그림 4-1, 2는 위상값  $\Delta\omega$ 가 다음 식으로 주어질 때의 입력 시퀀스의 파형이다.

$$\Delta\omega = \frac{\omega_s}{N} \times \frac{K}{10} \text{ 단, } K=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \text{ (25)}$$

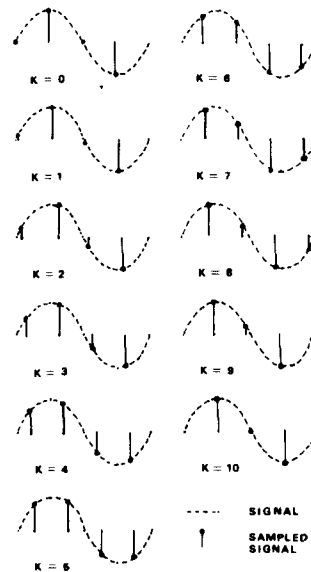


그림 4.  $\Delta\omega$  변화에 따른 샘플링값의 변화 (N=4)  
Fig. 4.  $\Delta\omega$  변화에 따른 샘플링값의 변화 (N=4).

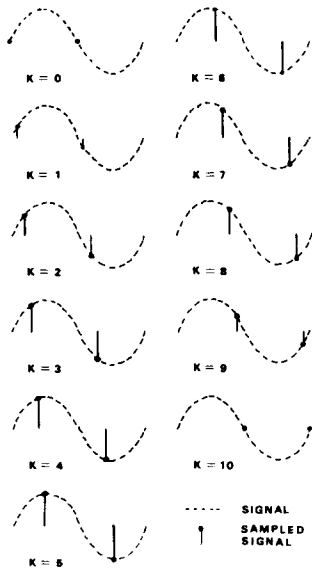


그림 5.  $\Delta\omega$  변화에 따른 샘플링 값의 변화 ( $N=2$ )  
 Fig. 5. Sampled value change by changing  $\Delta\omega$  ( $N=2$ ).

그림4-1은 한 주기의 샘플링 횟수가 4 회일 때  $\Delta\omega$ 의 변화에 따른 샘플링 위치 및 샘플링 값의 변화를 보여준다. 그림4-2는 한 주기의 샘플링 횟수가 2 회일 때  $\Delta\omega$ 의 변화에 따른 샘플링 위치 및 샘플링 값의 변화를 보여준다. 샘플링 횟수가 한 주기에 2 회이고  $\Delta\omega=0$  이면 모든 샘플링 점에서 샘플링된 값은 0이다.

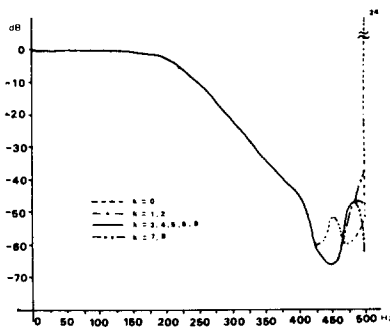


그림 6. IIR 디지털 필터에서  $\Delta\omega$  변화에 따른 주파수 응답 특성  
 Fig. 6. Frequency magnitude response by changing  $\Delta\omega$  in the IIR digital filter.

$\Delta\omega$ 의 변화에 따른 주파수 진폭 응답특성을 구하기 위해  $\Delta\omega$ 를  $\omega_s/f_s/f$ 의 10% 간격으로 증가시킬 때의 입출력비를 컴퓨터를 이용하여 계산했으며 그 결과를

그림 6에 도시했다. 여기서  $N$ 에 대한 오차를 줄이기 위해  $N$ 의 20배에 해당하는 샘플링수 만큼 계산하여 입출력비를 구했다. 그림 6은 IIR, 그림 7은 FIR 디지털 필터의 경우이다.

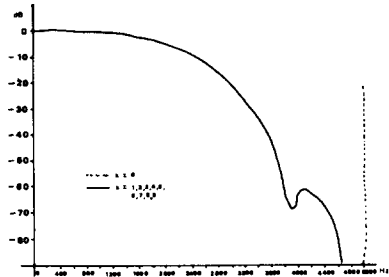


그림 7. FIR 디지털 필터에서  $\Delta\omega$  변화에 따른 주파수 응답 특성  
 Fig. 7. Frequency magnitude response by changing  $\Delta\omega$  in the FIR digital filter.

그림 6에서 현저한 차이를 갖는 부분은 입력 주파수 500 Hz일 때이고 그림 7에서는 입력 주파수 5 KHz 일 때이다. 그 이유는 그림 5를 참조하면 알 수 있다. 즉  $\Delta\omega=0$  일 때 샘플링되는 입력 주파수의 값은 항상 0 이므로 출력값이 약간이라도 있으면 입출력비는 거의 무한대의 값을 갖기 때문이다. 부록 2는  $\Delta\omega=(\omega_s/f_s/f) \times 0.3$  이고  $N$ 의 20배만큼 샘플링했을 때의 컴퓨터 프로그램에 대한 신호흐름도이다.

부록 2의 프로그램에 의해 구해진 IIR 및 FIR 디지털 필터의 입출력비와 Z-변환식에 의해 계산된 값과 실험에서 측정된 값에 의해 도시된 결과가 그림 8과 9이다.

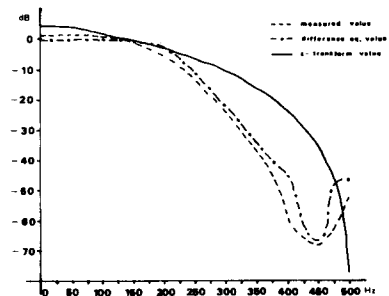


그림 8. IIR 디지털 필터의 주파수 응답 진폭특성  
 Fig. 8. IIR digital filter frequency magnitude response.

그림 8에서 측정값과 차분방정식에 의해 계산된 값

은 주파수 범위 0~350 Hz에서 거의 일치한다. 그러나 측정값과 Z-변환식에 의해 계산된 값은 0~75 Hz 및 250 Hz 이상에서 측정값에 대해 10% 이상의 오차를 갖는다. 세 경우 모두 차단 주파수는 거의 같았다.

그림 9에서 측정된 값과 차분방정식에 의해서 계산된 값은 0~3800 Hz까지 거의 일치한다. 그리고 3800~5000 Hz 범위에서는 측정된 값에 비해 10% 이상의 오차를 갖는다. 그러나 측정된 값과 Z-변환식에 의해서 계산된 값은 2200 Hz부터 5 kHz까지 10% 이상의 오차를 갖는다. 모두 차단 주파수는 거의 일치한다.

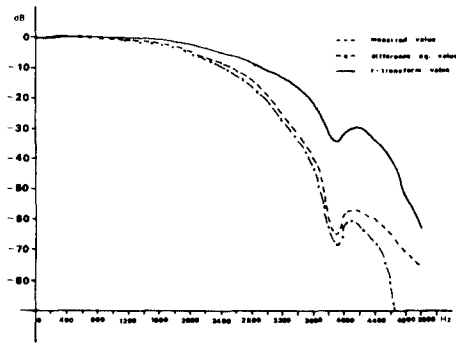


그림 9. FIR 디지털 필터의 주파수 응답 진폭 특성  
Fig. 9. FIR digital filter frequency magnitude response.

또한 그림 8과 9에서 모두 차분방정식으로 계산된 결과가 Z-변환식에 의한 결과보다 예리한 roll-off 특성을 갖는다.

V. 結 論

차분방정식으로 주어진 디지털 필터 전달함수의 주파수의 변화에 대한 진폭응답 특성을 계산하는 관계식을 Parseval의 정리를 도입하여 구하였다.

또한 이 관계식이 실제 Z-변환식으로 주어진 전달함수에 의해 계산된 응답 특성과 비교하여 실제로 어느 것이 실험결과와 잘 일치하는 가를 알기 위해 두 종류의 디지털 필터를 설계 제작하였다. 제작된 필터의 주파수 진폭 응답 특성을 측정하여 응답특성 곡선을 도시하고 Z-변환식 및 차분방정식에 의한 계산값과 비교한 결과 차분방정식에 의해 계산된 값이 훨씬 실제 측정값에 접근하였다. 또한 차분방정식을 기초로 하여 디지털 필터를 구성하면 Z-변환식에 기초로 하여 구성된 필터보다 훨씬 예리한 roll-off 특성을 가질 것임을 예측할 수 있다.

부록 1. Appendix

\*\*\* Digital Filter Program \*\*\*

Port (8255) Initialization

```

BA FE FF      MOV DI,FFFEH      ; port 2 is input port
B0 9B         MOV AL,9BH
EE            OUT DX
BA FF FF      MOV DI,OFFFH      ; port 1 is output port
B0 80         MOV AL,80H
EE            OUT DX
BB           STI          ; enable interrupt
    
```

Dummy Program

```

EB FE      DUMMY : JMP DUMMY      ; wait for interrupt
    
```

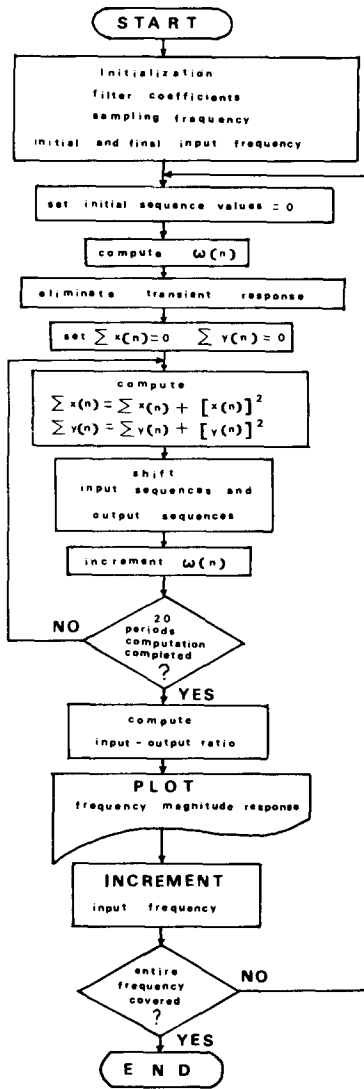
Interrupt Type 32 Program for an IIR Filter

```

BB 00 03      MOV BX,0300H      ; a base address
BA FA FF      MOV DI,FFFAH
EC            IN DX          ; input data x(n)
BB 47 00      MOV [DI],AL
F6 63 3A      MUL [DI+3AH]      ; a(0)x(n)
B9 47 20      MOV [DI+20H],AX
BA 47 01      MOV AL,[DI+01]
F6 63 3B      MUL [DI+3BH]      ; a(1)x(n-1)
B9 47 22      MOV [DI+22H],AX
BA 47 02      MOV AL,[DI+02]
F6 63 3C      MUL [DI+3CH]      ; a(2)x(n-2)
B9 47 24      MOV [DI+24H],AX
BA 47 03      MOV AL,[DI+03]
F6 63 3D      MUL [DI+3DH]      ; a(3)x(n-3)
B9 47 26      MOV [DI+26H],AX
BA 47 04      MOV AL,[DI+04]
F6 63 3E      MUL [DI+3EH]      ; a(4)x(n-4)
B9 47 28      MOV [DI+28H],AX
BA 47 05      MOV AL,[DI+05]
F6 63 3F      MUL [DI+3FH]      ; b(1)y(n-1)
B9 47 2A      MOV [DI+2AH],AX
BA 47 06      MOV AL,[DI+06]
F6 63 40      MUL [DI+40H]      ; b(2)y(n-2)
B9 47 2C      MOV [DI+2CH],AX
BA 47 07      MOV AL,[DI+07]
F6 63 41      MUL [DI+41H]      ; b(3)y(n-3)
B9 47 2E      MOV [DI+2EH],AX
BA 47 08      MOV AL,[DI+08]
F6 63 42      MUL [DI+42H]      ; b(4)y(n-4)
03 47 20      ADD AX,[DI+20H]      ; a(0)x(n) + a(1)x(n-1) + a(2)x(n-2)
03 47 22      ADD AX,[DI+22H]      ; + a(3)x(n-3) + a(4)x(n-4) +
03 47 24      ADD AX,[DI+24H]      ; b(1)y(n-1) + b(2)y(n-2) +
03 47 26      ADD AX,[DI+26H]      ; b(3)y(n-3) + b(4)y(n-4)
03 47 28      ADD AX,[DI+28H]
03 47 2A      ADD AX,[DI+2AH]
03 47 2C      ADD AX,[DI+2CH]
03 47 2E      ADD AX,[DI+2EH]
F7 7F 35      IDIV [DI+35H]      ; compute y(n)
BB 47 09      MOV [DI+09],AL
BA FD FF      MOV DI,FFFDH
EE            OUT DX          ; an output data y(n)
BB 47 03      MOV AL,[DI+03]      ; shifting of input sequences
BB 47 04      MOV [DI+04],AL
BA 47 02      MOV AL,[DI+02]
BB 47 03      MOV [DI+03],AL
BA 47 01      MOV AL,[DI+01]
BB 47 02      MOV [DI+02],AL
BA 47 00      MOV AL,[DI+00]
BB 47 01      MOV [DI+01],AL
BA 47 07      MOV AL,[DI+07]      ; shifting of output sequences
BB 47 08      MOV [DI+08],AL
BA 47 06      MOV AL,[DI+06]
BB 47 07      MOV [DI+07],AL
BA 47 05      MOV AL,[DI+05]
BB 47 06      MOV [DI+06],AL
BA 47 09      MOV AL,[DI+09]
BB 47 05      MOV [DI+05],AL
CF           RETI          ; return from interrupt
    
```

부록 2

參 考 文 獻



- [1] Trevor J. Terrell, *Introduction to Digital Filters*, Macmillan Press, pp. 29-31, 1980.
- [2] Oppenheim and Willsky, *Signals and Systems*, Prentice Hall, pp. 211, 327, 1983.
- [3] Crochiere and Rabiner, *Multirate Digital Signal Processing*, Prentice Hall, pp. 24, 1983.
- [4] Rector and Alexy, *The 8086 book*, Osborn/Mcgraw Hill, pp. 8.30 - 8.42, 1980.
- [5] iAPX 86, 88 user's manual, Intel Corporation, 1981.
- [6] SDK 86 MCS 86 System Design Kit User's guide, Intel Corporation, 1981.
- [7] Trevor J. Terrell, *Introduction to Digital Filters*, Macmillan Press, pp. 84-186, 1980.