

# 박판금속성형에 있어서 곡선절곡에 관한 연구

## A Study on Curved Line Folding in Sheet Metal Working

양 동 열\* 이 정 우\*\*  
Dong-Yol YANG · Jung-Woo LEE

### Abstract

The study is concerned with the investigation of curved line folding of developable surface from flat sheets of metal. General geometric relations among folding line, folded surface, folded angle are derived. From the derived geometric relations, the required plastic work and punch force are derived for the first approximation. Five methods of forming are suggested and the experiment is carried out using two chosen methods for the prismatic developable surfaces of which cross-sections have 103° arc, 180° arc, sinusoidal shape. In the die design for the folding of prismatic developable surfaces, a stack of sheets were used to form shapes of the dies by which acceptable folded surfaces were obtained. The computed plastic work and punch force turned out to be in reasonable agreement with the experimental result.

### 부 호 설 명

$C, S_s, S_r, T_s, T_r, I$  : 경계조건에서 주어지는 상수

$D_p$  : 소성강성도 (plastic rigidity)

$f, g$  : 곡면을 표현하는  $s, t$  의 함수

$f_1, f_2, f_3$  : 곡면을 표현하는  $s, t$  의 함수

$f_{ij}$  :  $\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_i \partial x_j}$

$h, k$  : (14)식에서 정의되는  $s$  의 함수

$M_p$  : 굽힘 모멘트 (bending moment)

$n$  : 가공경화지수 (workhardening exponent)

$R$  : 곡률반경 (radius of curvature)

$s, t$  : 곡면을 표현하는 매개 변수

$U, L$  : (19)식에서 정의되는 함수

$W$  : 소성일 (plastic work),  $W_1 + W_2$

$W_1$  : 절곡하는 데에 소요되는 소성일

$W_2$  : 전개가능 곡면으로 성형하는데 소요되는 일

$X_i$  : 접곡면 (tangent surface) 을 표현하는 함수

$x_i$  : 직교좌표계

$\alpha$  : 절곡각 (folded angle, radian)

$\theta$  : 회전각 (rotation angle, radian)

$\epsilon$  : 변형도

$\sigma$  : 응력

$\nu$  : 포와송비 (poisson's ratio)

\*정회원, 한국과학기술원 생산공학과

\*\*한국전기통신연구소 기구설계실

1. 서 론

최근에 자동차업체들의 박판가공 업체에서는 박판재에 대하여 강도/무게비와 인장강도/항복강도의 비가 큰 재료를 요구하고 있으며, 반면에 소형프레스로도 가공할 수 있도록 하기 위해서 낮은 항복강도 또한 요구하고 있다. 이러한 목적을 만족시키기 위해서 인장강도/항복강도의 비가 크면서 높은 강도를 가진 재료를 개발하는 방안도 있겠으나 가공성 등을 고려할 때 전개 가능한 형상을 곡선 절곡하는 성형법이 바람직한 경우가 많다. 전개 가능한 형상이란 그림 1에서 보는 바와 같이 평면 방향의 변형이 거의 없이 성형될 수 있는 형상을 말하며 이러한 형상을 성형하는 방법에는 곡선 절곡공정(curved line folding), 일반굽힘공정(straight line folding) 등이 있다. 전개 가능한 형상을 보다 효과적으로 이용하고, 생산공정에 응용할 수 있는 전개 가능한 형상의 성형법을 개발할 필요가 있다. 실제로 전개 가능한 형상을 이용하면 공업적으로 유용한 형상을 다양하게 얻을 수 있으나, 전개 가능한 형상에 대한 이해와 관심의 부족으로 전개 가능한 형상과 이의 곡선절곡의 이용이 활발하지 못했다. 박판성형에 전개 가능한 형상과 이의 곡선절곡 공정을 이용하면 성형공정상의 여러가지 장점들을 가질 수 있다. 우선 강도/무게비 그리고 인

장강도/항복강도의 비에 관계없이 성형할 수 있으며 굽힘강성이 증가하게 된다. 또한 전개 가능한 형상을 이용하여 성형된 박판은 전체적으로 두께방향의 미소한 변형만이 발생되므로 성형시 네킹(necking) 등의 불안정한 요소가 없는 안정한 상태에서 가공할 수 있는 것들이 있다.

한편 전개 가능한 형상에 대해서만 성형하기 때문에 기하학적인 형상이 제한되는 단점이 있으나 전개 가능한 형상의 조합, 구부림 등으로 이를 어느정도 해결할 수 있으며 또한 소성 가공량이 적어 재료의 강도향상은 기대할 수 없지만 그대신 굽힘강성이 커지므로 이 단점이 어느 정도 보완된다고 할 수 있다.

전개 가능한 형상을 구부리는 방법으로는 주조된 플라스틱 블랭킷(plastic blanket)을 이용하는 방법도 있으나<sup>(2)</sup> 이 방법은 굽힘반경 부위에 국부적으로 많은 연신이 발생되므로 굽힘이 불안정해지고, 따라서 굽힘각을 크게할 수 없다는 단점이 있다.

이러한 곡선절곡공정에 대하여는 J. L. Duncan 등<sup>(1)</sup>이 전개 가능한 형상의 곡선절곡에 대한 기초적인 성질을 제시하였고 곡선절곡으로 성형이 가능한 형상의 예를 몇가지 제시하였다. 또한 그들은 서로 이어진 전개 가능곡면(conjunct developable surface)을 이용하여 오토바이(motor cycle)의 연료탱크를 성형한 응용예를 보여주었고 이때 기본적으로 만족해야 하는 절곡면과 절곡선의 형상관계를 개략적으로 제안하였다.

W. Johnson과 T. X. Yu<sup>(3)</sup>는 전개 가능형상의 곡선절곡시에 만족해야 하는 기하학적관계를 근사적으로 유도하였고 재료를 완전강소성체로 곡선절곡에 필요한 소성일을 계산한 바 있다. 그러나 여기서 곡선절곡된 형상이 한 평면으로 전개 가능한가를 검증하지 않았다.

본 논문에서는 이전까지 근사적으로 유도된 전개 가능곡면을 이용한 곡선절곡의 기하학적 관계를 엄밀히 유도하고, 그 엄밀해를 이용하여 곡선절곡 성형에 필요한 소성일과 펀치력을 해석함에 있어서 가공경화를 고려할 수 있는 일반식을 유도한다. 본 논문에서는 곡선절곡용 금형설계법 다섯가지를 제시하고 그중 두가지 방법으

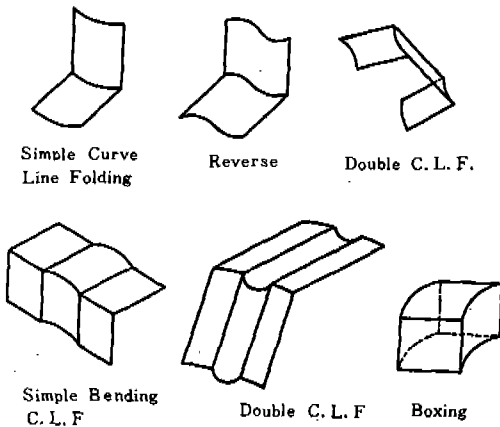


Fig. 1 Examples of developable sheet shapes by curved line folding

로 성형실험을 행하여 성형가능성 및 이론의 정당성을 확인한다. 특히 원주형 전개가능곡면의 곡선절곡용 금형으로는 판재를 조합하여 금형의 형상을 만들어 성형하는 새로운 방법을 채택하여 실험하였다.

2. 곡선 절곡 이론

2.1 전개가능 곡면의 기하학적 성질

두께가 얇은 임의의 형상이 중립면(neutral surface)의 변형없이 평면으로 전개가능할 때 그 형상을 전개가능형상이라고 부른다. 어떤 곡면이 직각좌표계에서 (1)식과 같이 표현된다고 하자.

$$\begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{cases} = \begin{cases} f_1(x_1, x_2, x_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \\ f_3(x_1, x_2, x_3) \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

이때 이 곡면이 전개가능하려면 (2)식의 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_1 \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_2 \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_3 \\ f_1 & f_2 & f_3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

단,  $f_{ij} \equiv \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j \partial x_j}$  이다.

전개가능곡면은 원주형, 원추형 및 이 두 형을 제외한 다른 접곡면형(tangent surface)으로 나누어 볼 수 있다. 여기에서 원주형과 원추형 전개가능곡면은 한 평면으로 전개가능하지만 일반적인 전개가능곡면은 대체로 하나의 평면으로 전개가능하지 못하다. 예를 들어서 원형나선(circular helix)에 대한 접곡면은 평면으로 전개는 가능하지만 적어도 두장 이상의 평면이 있어야만 원형나선의 접곡면이 전개가능하다. 이렇게 한장 이상의 평면으로 전개되는 형상은 공업적으로는 유용하지 않으므로 본 논문에서는 다루지 않기로 한다.

2.2 곡면 곡선 절곡의 기하학적 일반해의 유도

평면을 임의의 곡선으로 절단한후 한쪽평면을

임의의 원하는 형상으로 구부린 후(곡면 I) 나머지 한 평면을 구부려(곡면 II) 곡면 I의 절단선과 곡면 II의 절단선이 틈새가 없도록 맞춰지면 그것이 원하는 곡선절곡형상이 된다(그림2참조). 이때에 곡면 I 과 그 절단선(절곡선)을 임

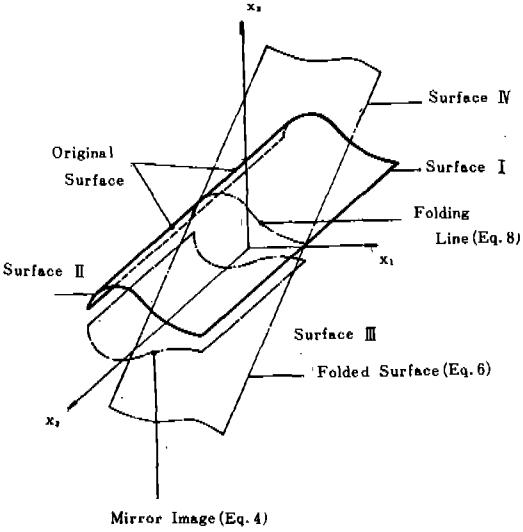


Fig. 2 Transformation scheme for curved line folding

의로 선정하면 평면 II를 어떻게 구부려도 절단선이 틈새없이 맞춰지지 않는다. 틈새없이 맞춰지는 경우는 절단선이 한 평면위에 놓여질 수 있는 경우이며 절단선이 한 평면위에 놓여질 수 없는 경우는 틈새없이 맞추어질 수 없다는 것이 수학적으로 입증되었다.

한편 곡면 I 과 곡면 II가 틈새없이 맞을 경우 곡면 II를  $x_1, x_2, x_3$  축을 중심으로 적당히 회전시키면 곡면 I 과 곡면 II는 같은 형상인 것을 알 수 있다. 이 사실과 절곡되어진 형상을 보면 절곡되어 이어져 있는 두 곡면은 서로 공역곡면(conjugate surface)의 관계가 있다는 것을 알 수 있으므로 다음과 같이 절곡면과 절곡선, 절곡각의 관계를 유도할 수 있다.

직각 좌표계에서 어떤 곡면(절곡되기 전의 곡면)이 다음 식으로 표현된다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(s, t) \\ f_2(s, t) \\ f_3(s, t) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

이 곡면이  $x_1-x_2$  평면에 투영된 매개변수 표현은 (4)식과 같이 표시된다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(s, t) \\ -f_2(s, t) \\ f_3(s, t) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

(4)식으로 표시된 원곡면의 거울상을  $x_1$  축을 회전중심으로 하여 회전 각  $\theta$  만큼 회전시켰을 때 그 곡면의 표현은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(s, t) \\ -f_2(s, t) \\ f_3(s, t) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos & -\sin \\ 0 & \sin & \cos \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(5)$$

따라서 (6)식이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(s, t) \\ -f_2(s, t) \cos \theta - f_3(s, t) \sin \theta \\ -f_2(s, t) \sin \theta + f_3(s, t) \cos \theta \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

여기에서 (3)식으로 표현되는 곡면과 (6)식으로 표현되는 곡면이 교차하는 교차선이 만족해야 하는 조건은 (3)식과 (6)식을 등치시킴으로써 다음 (7)식의 조건을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f_2(s, t) &= -f_2(s, t) \cos \theta - f_3(s, t) \sin \theta \\ f_3(s, t) &= -f_2(s, t) \sin \theta + f_3(s, t) \cos \theta \end{aligned} \dots\dots\dots(7)$$

이 (7)식의 조건을 (3)식 또는 (6)식에 대입하면 교차선의 표현이 얻어지는데 이 (7)식의 조건을 만족하는  $t$ 를  $t=t^*(s)$ 로 둔다면 교차선의 식은 다음 (8)식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(s_1, t^*(s)) \\ f_2(s_1, t^*(s)) \\ f_3(s_1, t^*(s)) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(8-a)$$

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(s, t^*(s)) \\ -f_2(s, t^*(s)) \cos \theta - f_3(s, t^*(s)) \sin \theta \\ -f_2(s, t^*(s)) \sin \theta + f_3(s, t^*(s)) \cos \theta \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(8-b)$$

(8)식으로 표현되는 교차선에 의해서 (3)식의 곡면은 그림 2의 곡면 I 과 곡면 II 두 곡면으로 나누어지며, (6)식으로 표현되는 곡면도 절곡선에 의해 두개의 곡면으로 나누어 볼 수 있다. 여기에서 (3)식의 곡면 I 과 (5)식의 곡면 III 이 교차선으로 연결되어져 있는 절곡되어 이어진 또 다른 곡면을 생각할 수 있다. 이렇게 연결되어진 곡면은 (3)식으로 표현된 곡면과 어느 점 사이의 거리도 같으므로 중립면의 변형이 없는 상태에서 가공될 수 있다. 다시 말해서 교차선으로 연결되어진 절곡되어진 두 곡면을 이상적으로 (3)식으로 표현된 곡면에서 평면방향으로의 변형이 없이 절곡되어질 수 있으므로 원하는 곡선절곡형상은 (3)식과 (6)식이 되고 절곡선의 식은 (8)식으로 표현된다.

일반적으로 어떤 곡선이 하나의 평면위에 놓여지려면 곡선이 직각좌표계에서 (8)식으로 표현된다고 할 때 다음 (9)식의 조건을 만족하여야 한다.

$$\begin{vmatrix} f'_1 & f'_2 & f'_3 \\ f''_1 & f''_2 & f''_3 \\ f'''_1 & f'''_2 & f'''_3 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(9)$$

(8)식으로 표현되는 절곡선은 (9)식의 조건을 만족하므로 어떠한 경우에도 절곡선은 한 평면위에 놓여질 수 있다.

2.3 절곡된 각의 계산

절곡된 작은 굽힘모멘트의 계산, 소성일의 계산, 편치력의 계산에 이용되는 중요한 인자이다. 이 절곡된 작은 앞의 (5)식과 (6)식에서 사용된 회전각과는 다르며 절곡선에 수직인 선이 이루는 각이 된다.

어떤 전개가능곡면이 (10)식으로 표현된다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ f(s, t) \\ g(s, t) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

그리고 (8)식에 대한 접평면(tangent plane)의 식이 다음 (11)식으로 표현된다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(11)$$

이때에 (10)식과 (11)식은 다음 (12)식의 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{vmatrix} X_1-s & X_2-f & X_3-g \\ 1 & \frac{\partial f}{\partial t} & \frac{\partial g}{\partial t} \\ 0 & \frac{\partial f}{\partial s} & \frac{\partial g}{\partial s} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(12)$$

따라서 접평면의 표현은 다시 다음 (13)식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ f_1 g_2 (u-s) + f_2 (w-g) - g_1 f_2 \\ (w-s) / g_2 + f \\ w \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(13)$$

한편 절곡선의 식이 다음 (14)식으로 표현된다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ k(s) \\ h(s) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(14)$$

그러면 이 절곡선 위의 점에서의 접선의 표현은 다음 (15)식으로 표시된다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s+c \\ k(s)+ck'(s) \\ h(s)+ch'(s) \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} s+c \\ k+ck' \\ h+ch' \end{Bmatrix} \dots\dots(15)$$

(13)식으로 표현되는 평면상의 점과 절곡선의 주어진 점을 잇는 벡터와 절곡선의 주어진 점에서의 접선벡터가 이루는 각이 직각인 다음 식으로 표현되는 면상의 점을 찾는다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u-s \\ v-k(s) \\ w-h(s) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(16)$$

이 벡터가 직각을 이루어야 하므로 다음 (17)식의

조건을 만족해야 한다.

$$(u-s)(s+c) + (v-k(s))(k(s)+ck') + (w-h(s)) \cdot (ch'+h) = 0 \quad (17)$$

따라서 w에 대하여 정리하면 다음 (18)식을 얻을 수 있다.

$$w = \frac{(u-s)(s+c) + (v-k)(k+ck')}{h+ch'} + h \dots\dots(18)$$

이 (18)식을 식(13)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$w = \frac{U}{L} \dots\dots\dots(19)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } U &= g_2(u-s)(s-c) + f_1 g_2(u-s) - f_2 g \\ &\quad + g_1 f_2 s + g_2 f \cdot (ck'+k) - g_2 k(ck'+k) \\ &\quad + g_2 h(h+ch') \\ L &= g_2(h+ch') - (ck'+k)(f_2 - g_1 f_2) \end{aligned}$$

이다.

이 (19)식을 (16)식에 대입하면 절곡선에 직각이며 곡면에서의 접평면에 놓여 있는 직선의 식이 다음 (20)식으로 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u-s \\ u-k(s) \\ \frac{u}{L} - h(s) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(20)$$

여기에서 두개의 전개가능한 곡면이 절곡선에서 만나고 있을 때 이 절곡선상의 임의의 점  $s=s^*$  인 점을 지나고 각 곡면의 접평면에 있으며 절곡선의 접선에 수직한 두개의 선을 각기 (20)식과 같이 구한다. 한 곡면에 대하여 다음 (21)식으로 표현된다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1-s \\ v_1-k(s) \\ w_1-h(s) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(21)$$

또다른 곡면에 대해서도 다음 (22)식으로 표현된다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_2-s \\ v_2-k(s) \\ w_2-h(s) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(22)$$

여기에서 (21)식으로 표현되는 직선이 이루는 각이 절곡각이 되며 이 절곡각  $\alpha(s)$ 는 다음 (23)식으로 표현된다.

$$\alpha(s) = \pi - \arccos\left(\frac{U'}{L'}\right) \dots\dots\dots(23)$$

단,  $U' = (u_1 - s)(u_2 - s) + (v_1 - k(s))(v_2 - k(s)) + (w_1 - h(s))(w_2 - h(s))$   
 $L' = \sqrt{(u_1 - s)^2 + (v_1 - k(s))^2 + (w_1 - h(s))^2} + \sqrt{(u_2 - s)^2 + (v_2 - k(s))^2 + (w_2 - h(s))^2}$

이다. 곡선절곡자체에 대한 엄밀한 수학적인 관계는 지금까지 발표되지 않았으며 Johnson과 Yu (3)의 논문에서는 일반적인 곡면으로 쥐는 경우에 대해서는 한쪽 곡면이 원통 실린더에 감기는 경우에 대해서만 해석하였다. 본 논문에서는 곡선절곡에 대한 엄밀한 관계식을 유도하면서 임의의 곡면에서 임의각으로 쥐는 경우에 대해서 해석한다.

2.4 곡면곡선절곡에 소요되는 소성일의 계산

곡선절곡에 필요한 소성일은 다음 두가지로 구분해 볼 수 있다.

- (1) 절곡선을 따라 절곡하는 데에 소요되는 일:  $W_1$
- (2) 원래의 평면을 전개가능곡면으로만 성형하는 데에 소요되는 일:  $W_2$

2.4.1 절곡선을 따라 절곡하는 데에만 소요되는 소성일( $W_1$ )의 계산

절곡선이 다음 (24)식으로 표현된다고 하자

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ f(s) \\ g(s) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(24)$$

이때 임의의 절곡선상의 점s에 대한 절곡각이 (23)식으로 주어지므로  $W_1$ 은 다음 (25)식으로 표현할 수 있다.

$$W_1 = \int_{s_g}^{s_f} \int_0^{\alpha(s)} M_p(\alpha) d\alpha ds$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{df}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dg}{ds}\right)^2} ds \dots\dots\dots(25)$$

여기에서  $M_p(\alpha)$ 는 재료의 가공경화를  $\sigma = c_2 \epsilon^n$ 으로 나타내면  $\epsilon = h/R$ 이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M_p(\alpha) = 2 \int_0^{\frac{\epsilon}{2}} C \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^n \cdot h dh = \frac{C(h)^{n+2}}{R^{n+2}} \dots\dots(26)$$

2.4.2 전개가능곡면으로 성형하는 데에만 소요되는 소성일( $W_2$ )의 계산

어떤 곡면이 변형될 때의 절곡에너지  $U_p$ 는 소성역에서 다음 (27)식으로 표현할 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$U_p = \iint_A \frac{\rho}{2} [(x_{x_1} + x_{x_2})^2 - 2(1-\nu)(x_{x_1}x_{x_2} - x_{x_1x_2})^2] dA \dots\dots\dots(27)$$

여기서,  $x_{x_1} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}$ ,  $x_{x_2} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}$ ,  $x_{x_1x_2} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}$  이며

w는  $x_1 - x_2$  면에 수직방향의 변위이다.

$$W_2 = \iint^p \frac{\rho}{2} \left[ \left(\frac{1}{r_{x_1}} + \frac{1}{r_{x_2}}\right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{1}{r_{x_1}r_{x_2}}\right)^2 \right] dA \dots\dots\dots(28)$$

2.5 펀치력의 계산

관성을 무시하고 금형의 탄성변형이 없다고 가정하면 펀치력 F는 다음 식으로 근사시킬 수 있다.

$$F = \frac{d(\text{plastic work})}{d(\text{stroke})} \dots\dots\dots(29)$$

소성일(plastic work)은  $W_1 + W_2$ 이므로 다음(30)식이 얻어진다.

$$F = \frac{d(W_1 + W_2)}{d\theta} / \left(\frac{d\ell}{d\theta}\right) \dots\dots\dots(30)$$

단,  $\theta$ 는 스트로크의 진행에 따라 변하는 절곡각이고  $\ell$ 은 램의 진행량이다. 한편 편심형 기계식 프레스(eccentric type mechanical press)를 사용한다면 램의 속도 V는 다음식으로 표시된다.

$$V \approx \ell \sin\left(\frac{\omega}{2\pi} t\right) \approx \frac{d\ell}{dt} \dots\dots\dots(31)$$

(31)식을 (30)식에 대입하면 다음 식들이 얻어진다.

$$F = \frac{d(W_1 + W_2)}{d\theta(\ell)} \cdot \frac{d\theta(\ell)}{dt}$$

$$F = \frac{d(w_1 + W_2)}{d\theta(\ell)} \cdot \frac{d\theta(\int \ell \sin(\frac{\omega}{2\pi}t) dt) \frac{d\ell}{dt}}{dt} \quad (32)$$

$$F = \frac{d(W_1 + W_2)}{d\theta} \cdot \frac{d\theta(\int \ell \sin(\frac{\omega}{2\pi}t) dt)}{dt} \cdot \frac{1}{\ell \sin(\frac{\omega}{2\pi}t)} \dots\dots\dots(32)$$

2.6 일반해의 응용

원주형 전개가능곡면은 일반적으로 다음 (33)식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ f(s) + ct \\ t-1 \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(33)$$

단,  $0 \leq t \leq 2\ell$ ,  $S_0 \leq s \leq S_r$ 이다.

(33)식을 (8)식에 대입하면 다음 (34)식을 얻는데 이것이 원주형 전개가능곡면의 곡선절곡시 형성되는 절곡선의 표현이 된다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ f(s) + \frac{C \{ f(s) (1 + \cos \theta) + \ell \sin \theta \}}{C + \sin \theta} \\ \frac{f(s) (1 + \cos \theta) + \ell \sin \theta}{C + \sin \theta} - 1 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(34)$$

(34)식에서  $c=0$ 이면 원주형 전개가능곡면의 표현이 된다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ f(s) \\ t-\ell \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(35)$$

단,  $0 \leq t \leq 2\ell$ ,  $S_0 \leq s \leq S_r$ ,

(34)식과 같은 방법으로 원주형 전개가능곡면의 곡선절곡시 만족해야 하는 절곡선의 식이 다음 (36)식으로 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ f(s) \\ \frac{f(s) \cdot (1 + \cos \theta)}{\sin \theta} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(36)$$

3. 판재의 곡선절곡 성형법 및 금형설계

판재의 곡선절곡에 대한 성형은 예전에 수동식으로 행해져 왔으며 프레스에서 금형을 이용해서 하는 경우는 문헌 등에서 성형법이 발표되지 않고 있는데 그것은 회사의 노우하우에 관련되어 있기 때문으로 생각된다. 따라서 본 연구에서는 프레스에서 금형을 사용하는 경우로 가능한 성형방법들 및 관련금형 설계를 제안하고 이중 일부는 실험실에서 제작된 금형으로 실험하기로 한다.

절곡선과 절곡면은 3차원적 형상을 가지고 있으며 절곡면의 공간에서의 상대적인 기하학적 형상은 절곡각과 관련되어 있으므로 일반적인 직선절곡과는 달리 금형의 형상이 복잡해지며 때로는 캠을 사용하여야 성형이 가능한 경우도 있다.

(1) 곡선절곡성형법 1 - 몇단계로 나누어 성형하는 방법(그림 3 (a)).

최종형상이 갖는 절곡선에 대응하는 평면상의 절곡선을 갖게 하면서 원하는 각도까지를 몇 단계로 나누어 가공한다. 이 방법을 사용할 때에는 각 단계에서의 절곡선은 곡면을 평면으로 전개했을 때의 절곡선의 전개형상이 언제나 일치하여야 한다.

(2) 곡선절곡성형법 2 - 한쪽을 꺾어내리는 방법(그림 3 (b)).

이 방법은 두 단계로 나누어 성형한다.

첫번째 단계: 그림 3 (b)에서와 같이 오른쪽 윗 금형과 오른쪽 아랫금형 사이에 시편을 넣고 두 금형을 밀착시켜 오른쪽을 먼저 성형한다.

두번째 단계: 왼쪽 아래 금형은 시편의 왼쪽이 최종적으로 성형되는 형상과 맞추어져 있고 왼쪽 윗 금형은 첫번째 단계에서 성형된 시편의 형상에 맞대어져 놓여있으며 이때 오른쪽 윗 금형은 오른쪽 아래 금형과 맞추어져 있다. 이상

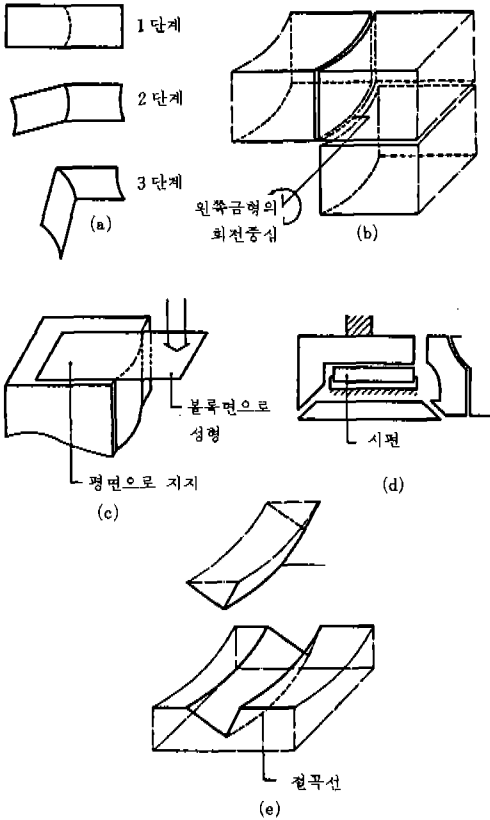


Fig. 3 Suggested five forming methods for curved line folding

태에서 왼쪽 윗 금형을 적절한 회전축을 중심으로 회전시키면 원하는 곡선절곡이 이루어진다.

(3) 곡선절곡성형법 3 - 한쪽만 성형하고 나머지 한쪽은 저절로 성형되도록 하는방법(그림 3 (c))

이 방법은 밑면의 형상이 평평한 금형으로 시편의 왼쪽을 아래에서 위로 밀착할 수 있도록 받쳐준다. 그리고 오른쪽을 시편의 윗면이 볼록한 형상을 가지도록 성형한다. 그러면 시편의 왼쪽 부분이 아래쪽으로의 움직임이 제한되기 때문에 윗 방향으로만 움직일 수 있다. 소재의 오른쪽이 가공될 때 소재의 왼쪽이 평면으로 유지되면 많은 변형에너지가 필요하기 때문에 소재의 왼쪽면이 변형이 없도록 꺾여 올라가면 곡선절곡성형이 완성된다.

(4) 곡선절곡성형법 4 - 캠을 이용하는 방법(그림 3 (d)).

위에 언급한 바와 같이 곡선절곡공정에서는 절곡면, 절곡선, 절곡각의 공간에서의 상대적인 위치가 서로 관련을 맺으며 공정이 진행됨에 따라 변해간다. 이렇게 변화되어가는 기하학적 관계를 캠장치를 이용하여 만족시켜 주면 곡선 절곡성형이 가능하다.

(5) 곡선절곡성형법 5 - V자형상의 금형을 사용하는 방법(그림 3 (e)).

이 방법은 원하는 최종형상과 일치하는 두 개의 맞물리는 금형을 만들어 사용하는 방법으로 일반적인 V자 형상의 금형을 이용한 절곡과 유사한 방법이다.

(6) 성형법의 장단점비교

위에 제시한 다섯가지 성형법은 각기 금형제작비, 성형성 등등의 견지에서 볼때 서로 다른 특색을 가지고 있다. 표 1에 다섯가지 성형법의 장단점을 비교하였다.

성형법 4와 성형법 5는 고정밀 고급가공방법을 이용하여 가공해야 하는 삼차원 형상의 금형이 필요하므로 금형제작비가 많이 소요되고 성형법 2와 성형법 3은 이차원 형상의 금형으로도 성형이 가능하며 박판재를 조합하여 금형형상으로 사용할 수 있으므로 금형제작에 비용이 적게 소요된다.

성형성은 최종제품에 찢김이나 흠집이 나타날 가능성이 적은 것을 말하는 것으로 성형법 4와 성형법 5는 금형제작에 많은 비용이 소요되는 반면 성형성이 좋다. 생산성 역시 성형법 4와 성형법 5가 높으며 반면에 성형법 2와 성형법 3이 떨어진다.

박판재를 이용하여 금형으로 사용되는 방법은 이차원 형상의 금형에만 가능하므로 성형법 1, 성형법 2, 성형법 3에 대하여 사용이 가능하다. 이중 성형법 2와 성형법 3을 택하여 실험하였는데 그 이유는 이 두방법이 생산성은 떨어지지만 성형성을 확인하기에 편리하고 박판재를 금형으로 사용할 수 있기 때문이다.



Table 1. Comparison among five suggested forming methods

구분	방법	성형법 1	성형법 2	성형법 3	성형법 4	성형법 5
금형 제작비		3	2	1	5	4
성형성		4	1	2	5	3
생산성		3	1	2	5	4
박판재금형사용판 overbending		가 가	가 불가	가 불가	불가 가	불가 가

(숫자는 비교순위를 나타냄)

3.2 박판재를 조합하여 금형으로 사용하는 방법

금형의 형상이 복잡해지면 금형제작에 많은 비용이 소요되므로 원주형상의 곡선절곡에는 박판재를 조합하여 금형의 형상을 만들어 사용할 수도 있다. 이렇게 박판재를 사용하면 비용도 적게 소요될 뿐더러 한번 사용한 금형을 해체하여 다른 형상의 금형으로 재조립하여 사용할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 금형의 형상이 약간은 불완전하고 박판재를 원하는 형상대로 고정시키는 기구들이 필요하다는 단점도 있다.

이 방법을 사용할 때에는 금형을 해체하여 모델형상만 바꾸어 주고 재조립하면 다시 다른 금형으로 사용할 수 있다. 따라서 하나의 금형으로 여러가지 형상을 성형할 수 있기 때문에 경제적이다.

그러나 금형의 조립이 간단하지 않고 금형의 형상이 종래의 금형보다는 약간 불안정하며 금형세트가 복잡해지는 단점이 있다.

4. 실험

금속 박판재의 곡선절곡성형의 가능성 및 이론의 적합성을 확인하기 위하여 박판재료의 곡선절곡을 실험하였다.

4.1 실험장치

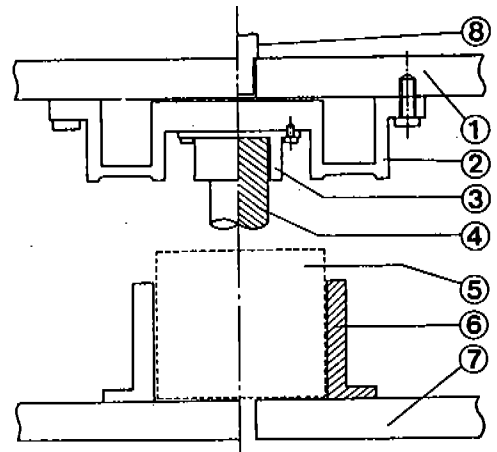
실험은 35ton 편심형 기계식 프레스(E. W. Bliss 사 제품 C-35)를 사용하였고 성형방법은 성형법 2와 성형법 3을 이용하였다.

그림 4와 그림 5는 금형의 개략도 및 실물 사진을 보여주고 있으며 금형은 다음 다섯 부분으

로 나누어질 수 있다.

1. 다이세트(die set)
2. 로드셀(load cell)
3. 펀치 홀더(punch holder)
4. 세개의 판재 고정구
5. 안내판(guide plate)

판재 고정구의 개략도가 그림 6에 도식되어 있다. 판재 고정구는 두개의 모델형상(model pattern)을 넣고 이 모델형상 위에 같은 크기의 판재를 올려놓으면 판재의 모서리가 모델형상의 형상대로 정렬하도록 설계되어 있다. 이렇게 금형의 형상을 만든 후 가압볼트를 죄어서 가압판을 밀어주면 판재가 서로 밀착된다. 가압력이 어느



1	Upper Plate	5	Die Assembly
2	Load Cell	6	Guide Plate
3	Punch Holder	7	Lower Plate
4	Punch	8	Ram

Fig. 4 Schematic drawing of the die set-up



Fig. 5 Experimental die set-up

정도 이상이 되면 관재사이의 마찰력과 모델형상의 받치는 힘에 의해서 금형의 형상이 일그러지지 않는다.

#### 4.2 실험

실험시편은 상용의 인칭동판(t0.3), 동판(t0.3), 냉간 압연강판(t0.4), 합석판(t0.35), 알루미늄판(t1.0) 등을 다양한 크기의 직사각형으로 절단하여 사용하였다. 시편의 절단은 판금용 가위 또는 전단기(shearing machine)를 사용하였고 시편과 금형 사이의 마찰을 줄이기 위하여 피마자유로 윤활한 후 성형하였다. 성형법 2와 성형법 3에 의해 성형된 시편이 그림 7의 (a), (b)에 각각 나와 있으며 성형법 3에 의한 그림 7 (b)의 경우 한쪽 끝은 평평한 채로 남아 있음을 볼 수 있다.

실험에 사용될 박판 소재들의 응력-변형도 관계를 구하기 위하여 ASTM박판 인장시험규격 A 370에 준하여 단순인장시험을 하였다. 인장시험은 100ton 용량의 Instron 재료시험기를 사용하여 인장속도 2mm/min으로 변형을 20%까지 시험하여 힘-변위곡선을 얻었다. 이로부터 공학 응력-변형도(engineering stress-strain) 관계를 구하고 여기서 진응력-진변형도 관계를 구해서 이를 최소자승법(least square method)를 사용하여 곡선맞춤(curve fitting) 하였다(표 2 참조).

곡선절곡 공정에서 성형에 필요한 펀치력을 측정하기 위해서 굽힘에 의해 힘을 감지할 수 있도록 로드셀을 제작하였는데 성형력의 범위내에서 우수한 선형성을 확인할 수 있었다.

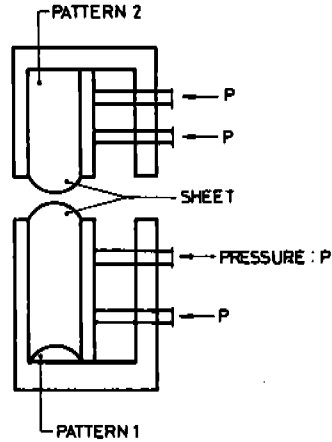


Fig. 6 Schematic drawing of sheet-die fixture

절곡에 필요한 힘은 단순히 절곡하기 위해서 필요한 힘과 압착힘(bottoming force)으로 나누어 볼 수 있다. 실험에서 측정되는 힘은 이 두 가지 힘이 연속하여 작용하는 것이 측정된다.

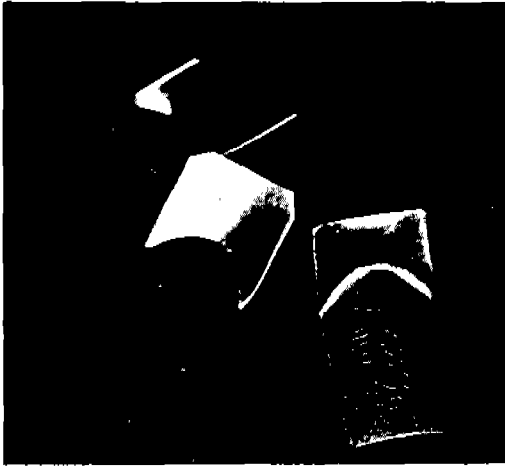
금형 사이에 시편을 넣지 않고 프레스를 가동시키면 압착힘-스트로크(stroke)의 관계를 측정할 수 있다.

따라서 실제 측정된 펀치력-스트로크 선도에서 압착힘의 스트로크-펀치력의 기울기가 같은 부분을 제외시켜 주면 실제 성형에 필요한 펀치력-스트로크의 관계를 측정할 수 있다. 완전히 압착된 다음에는 프레스와 금형의 탄성변형회복에 의해서 리스트라이크(restrike) 현상이 일어나는데 이도 실제 성형에 필요한 힘이 아니므로 계산에서 제외한다.

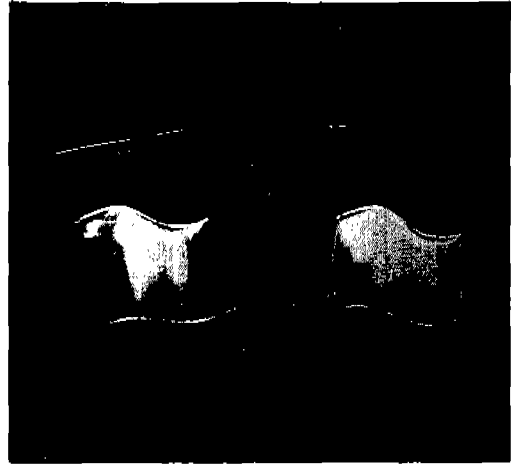
절곡에너지는 실험에서 구해진 펀치력을 스트로크에 대하여 적분함으로써 얻어진다. 이때에도 압착힘이 나타내는 부분은 실제 성형에 필요한 부분이 아니므로 적분하지 않는다.

Table 2. Experimental results for tensile test

재질	두께	K	n
SPCC	t0.3(mm)	108.1	0.201
A $\alpha$	t1.0	25.2	0.304
PBH	t0.3	103.9	0.394
CUP	t0.3	71.7	0.414



(a)



(b)

Fig. 7 Tested specimens (a) Method 2 (b) Method 3

## 5. 결과 및 토론

### 5.1 성형성의 검토

성형법 2와 성형법 3을 이용하여 이론에서 구해진 몇가지 형상에 대하여 실험한 결과 이론에서 제시된 기하학적 관계를 만족하는 형상으로 성형이 가능하였다. 따라서 이론에서 제시된 기하학적 관계는 실제로 유효하다고 볼 수 있다.

실제로 가공중에는 원하는 각도만큼 절곡되어어도 금형에서 시편을 빼면 다시 탄성 회복되어 원하는 각도만큼 절곡되지 않는다. 이 탄성회복량은 이론적으로 구하기 어려우며 실험적으로 구할 수 밖에 없다. 따라서 실험적으로 구한 탄성회복량 만큼 더 절곡하여 주고 압착힘을 가하면 탄성회복이 최종형상에 미치는 영향을 줄여줄 수 있다.

시편 위에 얇은 선을 긋고 곡선절곡한 다음 선과 선사이의 폭과 선의 길이를 측정해 본 결과 정밀광학측정기 (precision optical projector, Werth사 제품, 정밀도 0.001mm)로도 측정할 수 없을 정도의 변형밖에 일어나지 않았다. 따라서 성형된 형상은 평면방향의 변형이 거의 없다는 것이 입증되었으며 따라서 성형된 형상은 전개 가능 형상이라는 것을 실험적으로 확인할 수 있었다.

판재를 조합하여 금형의 형상을 만들어 금형

으로 사용하는 방법을 시도하였는데 만족스러운 제품을 얻을 수 있었다. 그러나 금형형상의 기울기가 크면 판재두께에 대한 높이 차이가 크기 때문에 제품에 약간의 판재 모서리 자국이 남았으나 금형형상의 기울기가 크면 판재의 모서리에 더 많은 모따기를 해주었다.

성형법 2와 성형법 3은 꺾이는 부분의 형상을 원하는 형상으로 구속시키지 않는다. 따라서 시편의 왼쪽은 원하는 형상에 가깝게 성형될 뿐만 아니라 절곡된 만큼 성형되지 않는다. 이러한 결함은 시편의 왼쪽부분을 후성형 (post forming)하여 어느 정도까지는 제거할 수 있었다.

전개가능곡면의 곡선절곡에 필요한 소성일은 다음과 같이 계산하였다. 식 (25)와 식 (28)을 적용할 때에는 변형경로를 따라 적분하여야 하는데 실제 가공중의 금형 사이에서의 판재변형 거동이 알려져 있지 않기 때문에 실제공정을 이상화시켜서 단순공정으로 가정하였다. 또한 절곡에 필요한 소성일( $W_1$ )은 절곡선 부위의 굽힘반경에 따라 민감하게 변하는데 굽힘반경을 편치의 진행량에 반비례하여 감소한다고 가정하고 계산했다. 이 두가지 가정하에서의 소성일의 계산치와 실험결과와의 비교가 표 3에 수록되어 있는데 약 40%~115%의 오차가 있음을 알 수 있다. 이 오차는 위의 두가지 가정이 실제공정과 다르기

Table 3. Comparison of plastic work for curved line folding between theory and experiment

재 질	두께 (t, mm)	원주곡변형	절곡 각	절곡반경 (mm)	소성일 (kg. mm)	
					이론치	실험치
SPCC	0.3	180° 반원주형	90°	2.5	1430	880
Al	1.0	"	"	2.0	1210	990
PBH	0.3	"	"	2.5	990	580
CUP	0.3	"	"	2.5	910	420
SPCC	0.3	103° 호형 원주곡면	40°	4.0	1120	520
Al	1.0	"	"	3.0	760	470
PBH	0.3	"	"	4.0	720	440
CUP	0.3	"	"	4.0	620	420
SPCC	0.3	Sine형 원주곡면	90°	3.0	1380	810
Al	1.0	"	"	2.5	1320	920
PBH	0.3	"	"	3.0	980	610
CUP	0.3	"	"	2.5	660	380

때문이라고 생각된다. 또한 소성일을 측정할 때에는 4.5절에 기술된 바와 같이 펀치력-스트로크 선도에 나타난 면적을 적분하는데 이때 압착 힘이 가해지기 시작하는 부분을 제외시키기 어려웠던 것도 오차가 발생한 원인중의 하나인 것으로 생각된다.

펀치력은 (32)식을 이용하여 구하여야 하는데 ( $W_1 + W_2$ ) 항을 계산할 때에 변형경로를 따라 적분하고 다시 펀치의 스트로크에 대하여 미분해야 하는데 금형 사이에서의 판재의 변형거동경로가 알려져 있지 않기 때문에 계산이 불가능하지만 가공경화를 고려할 수 있는 일반식을 유도하였다는 데에 의의가 있다. 실험결과가 그림 8, 그림 9, 그림 10에 나와 있다.

이론에서는 수학적인 취급을 용이하게 하기 위하여 절곡선부위의 절곡반경을 0으로 놓았다. 실제의 절곡반경은 절곡각이 클수록 작아지는 경향을 보였다. 이는 또 재료에 따라서도 차이를 보이는데 알루미늄과 구리의 경우에는 절곡반경이 비교적 작았고 냉간압연강판 및 인칭동판의 경우에는 절곡반경이 크게 나타났는데 이는 탄성회복량에도 관계가 있으리라고 생각된다. 또한 이 탄성회복량이 큰 재료일수록 원래 원하

는 형상과 실제 제품의 형상이 많이 차이 나는 경향을 보였다.

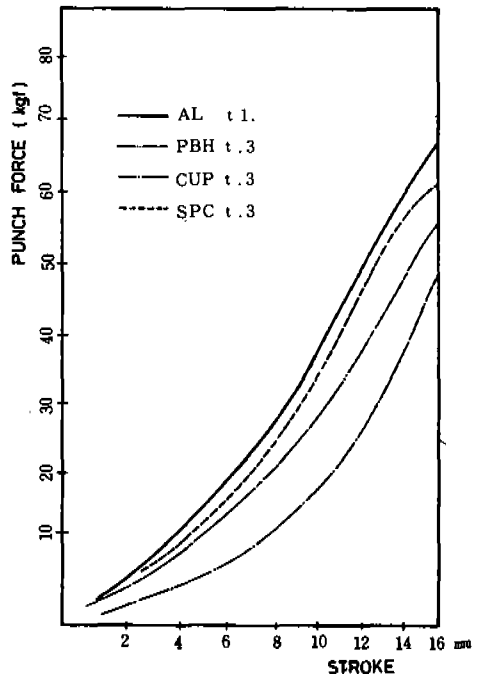


Fig. 8 Experimental punch force vs. stroke diagram (Sectional shape: 180° arc, bending angle: 90°, see table 3)

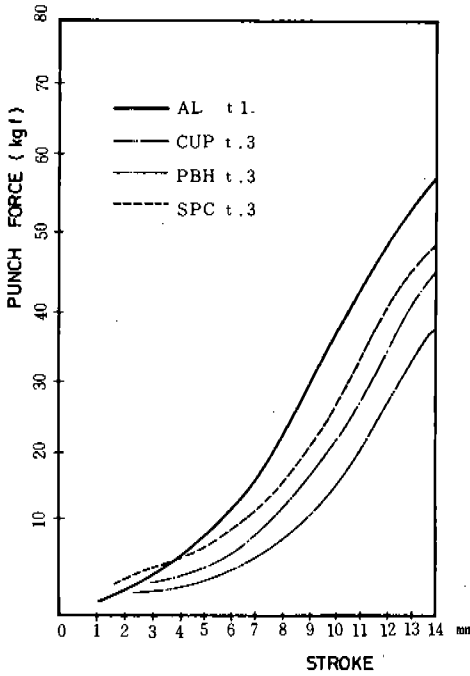


Fig. 9 Experimental punch force vs. stroke diagram  
(Sectional shape: sine curve, bending angle: 90°, see table 3)

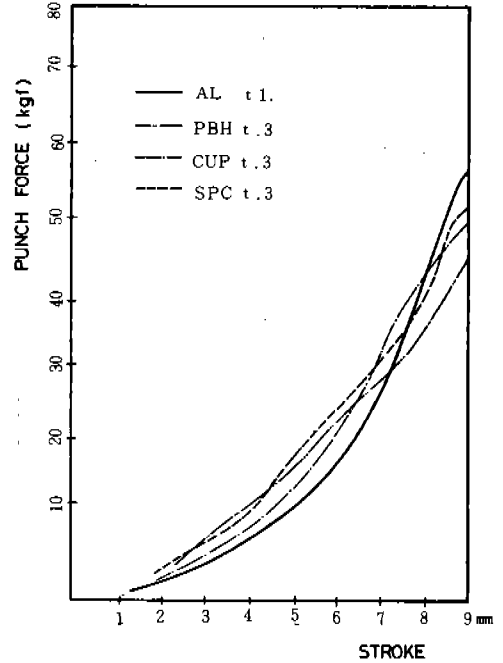


Fig. 10 Experimental punch force vs. stroke diagram  
(Sectional shape: 103° arc, bending angle: 40°, see table 3)

6. 결 론

- (1) 전개가능곡면의 곡선절곡에서 만족되어야 하는 절곡각, 절곡선, 절곡면의 기하학적 관계를 일반식으로 엄밀해를 구하였다.
- (2) 공업적으로 이용이 가능한 곡선절곡성형법 및 그 금형설계법 다섯 가지를 제안하였고 그중 두 가지로 실험하여, 제품을 완성하였다. 이론에서 구해진 몇가지 형상으로 실험한 결과 결함이 없는 곡선절곡이 이루어졌다.
- (3) 원주형 (prismatic) 전개가능곡면의 곡선절곡용 금형으로 판재를 조합하여 금형의 형상을 제작하는 경제적인 방법의 사용을 시도하여 성공하였다.
- (4) 유도된 일반식을 이용하여 성형에 필요한 소성일과 편치력을 가공정확도를 고려할 수 있는 일반식으로 유도하였다. 절곡 반경이 램의 진행량에 반비례하고 단순공정을 따른다는 가정하의 계산과 실험에서 구해진 소성일을 비

교한 결과 비교적 일치를 보였다. 그러나 정확히 계산하는 것은 가공중 소재의 변형경로가 알려져야 하므로 실제공정과 유사한 가정하에 계산하는 엄밀한 방법이 모색되어야 한다.

참 고 문 헌

- (1) J. L. Duncan, J. P. Duncan, R. Sowerby and B. S. Levy, "Curved Line Folding of Sheet Metal," Sheet Metal Industries, pp. 527 - 533, July 1981.
- (2) ASM, ASM Metals Handbook Vol. 4: Forming, 1969
- (3) W. Johnson and T. X. Yu, "The Angle of Fold and the Plastic Work Done in the Folding of Developable Flat Sheets of Metal," Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 22, No. 5, pp. 233 - 241, 1980.

(4) L. P. Eisenhart, "An Introduction to Differential Geometry," Princeton University Press, 1947

(5) T. X. Yu, W. Johnson and W. J. Stronge, "Stam-

ping and Springback of Circular Plates Deformed in Hemispherical Dies," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 26, No. 2, pp. 131-148, 1984