경영과학의 응용
제2권,1985년 8월

LIPEX의 개발

서 울 대 학 교
산업공학과(工博) 박 순 달

1. 서론

선형계획법은 經營科學(Operations Research)에 있어서 가장 널리 활용되고 있는 모형중에 하나이다. 그래서 선형 계획법과 같이 깊이 연구된 모형도 없을 것이며 이 모형과 같이 다양한 電算프로그램이 있는 모형도 없을 것이다. 電算機 제조회사는 거의 모두 자체 선형계획법용 프로그램을 제공하고 있으며 예를 들면

IBM	MPSX/370
CDC	APEX III
UNIVAC	MPS
HONEYWELL	ALPS
FACOM	LIPS

등이 있으며 전산기 제조회사가 아니더라도 독자적으로 선형계획법 프로그램을 개발하여 제공하는 곳도 있다. 예로써 STANFORD 大學의 MINOS가 그 예이다.

이와 같은 大型전산기를 위한 프로그램 외에도 요사이 점차 널리 활용되어 가고 있는 개인용 소형전산기용 프로그램도 많이 나타나고 있다. 예를 들어 LINDO, LP83, LP88, FLP, LP MASTER, LPP, MPP 등이 그 일부이다.

LIPEX는 대형전산기를 위한 선형계획법 프로그램이다. 앞에서 언급하였듯이 외국에서는 수많은 프로그램들이 개발되어 고가로 공급되고 있으나 현재 한국에서는 상기 프로그램에 필적한만한 프로그램이 나와 있지 않다. 더구나 외국에서 공급되는 프로그램은 그 原始프로그램이 공급되지 않고 기계어 상태에서 공급되기 때문에 필요에 따라 수정 또는 그 프로그램을 분석하여 보고싶어 하여도 불가능하다. 그래서 IBM의 MPSX/370을 모델하여 상기 대형전산기용 프로그램들과 기능이 비슷한 LIPEX를 개발하게 된 것이다.

LIPEX는 Arizona 大學의 Roy E. Marsten 교수가 개발한 XMP를 기초로 하고 있다. 이 XMP는 단체법의 주요 부분을 프로그램하여 둔 것으로써 42개의 부프로그램, 총 4,092줄로 된 부프로그램집이다. 이 XMP는 다시 英國 원자력 에너지 공사(atomic energy agency) 에서 공개하고 있는 HARWELL Subroutine library 중에서 선형계획법 부분인 LA05와 이에 관련되는 부프로그램을 합쳐 8개의 부프로그램 총 1,062줄의 부프로그램집을 기초로 하고 있다.

XMP는 전술한 바와 같이 단체법의 原단체법, 双對단체법을 프로그램화한 것으로 초기해를 구하는데서부터 최종해를 얻는데까지에 필요한 부문부분을 프로그램한 것이다. 이것을 실제 선형계획법 문제를 푸는데 사용할 수 있는 프로그램으로 개발하는 데는 크게

- 단체법 흐름의 제어
- 입력자료 처리
- 출력자료 처리
- 감도분석
- 모수계획법(parametric programming)
- 선형계획 관련 모형용 프로그램

에 필요한 부프로그램들이 있어야 한다. 이들 부프로그램을 완성하여 하나의 완성된 선형계획법용 프로그램이 바로 LIPEX이다.

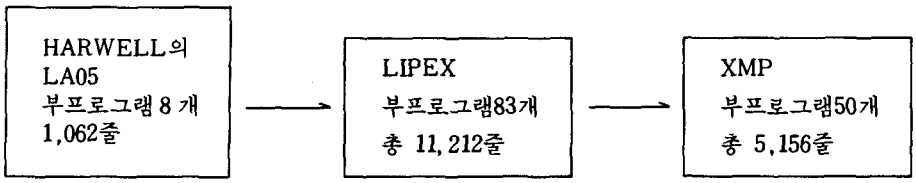

그림 1. LIPEX의 발전

이렇게 개발된 LIPEX는 원래의 목적에 맞게 商用 선형계획 프로그램에 그 효능도 뒤떨어지지 않지만 특히

- 이해의 용이성
- 사용의 편이성
- 호환성
- 확장성

을 염두에 두고 개발하였다. 이 LIPEX가 앞으로 좀더 훌륭한 Package로 발전하고 또는 학교·연구기관 등에서 연구대상이 되기 위해서는 原프로그램이 우선 읽기 쉬워야 한다. 그래서 LIPEX는 프로그램 작성때 그 흐름을 읽기 쉽게 하여 누구나 읽어보기 쉽도록 노력하였다.

그리고 프로그램의 생명은 그 프로그램의 효능과 사용 편이성이기 때문에 자료의 入出力, 그리고 착오가 있을 때 그 원인규명, 계산과정의 인쇄 등에 세심한 노력을 기울였다.

나아가 이 LIPEX는 앞으로 그 부분프로그램들이 다른 곳에 이용될 경우를 고려하여 쉽게 다른 프로그램의 일부로 또는 서로 어울려서 사용되기 쉽도록 부프로그램을 작성하였으며 선형계획법에 관련되는 다른 모형이 많다는 사실을 감안하여 LIPEX를 비선형 계획법, 정수계획법 등 관련 모형에 쉽게 확장할 수 있도록 하였다.

2. 기본설계

(1) 취급할 문제

LIPEX를 개발함에 있어 LIPEX가 취급할 문제, 계산방법(algorithm), 프로그램 구성은 가장 보편적이고 최근 기술을 사용하기로 하였다.

취급할 문제는 가장 일반적인 선형계획법 문제로써 다음과 같은 일반 한계 선형계획법 문제를 선택하였다.

$$\text{Max } GX$$
$$\text{s.t. } AX \gtrless b$$
$$\ell \leqq X \leqq u$$

여기서 하한이 ℓ은 일반적으로 X의 값은 비음이기 때문에 비음으로 택하였다.

(2) 계산방법

LIPEX에서 사용할 계산방법은 기본적으로 단체법(simplex method)이다. 그러나 선형계획법 문제를 푸는 프로그램 개발에는 단체법을 사용하더라도 다음과 같은 문제를 유의하여야 한다. 즉,

- 효과적인 단체법
- 평가전략(pricing strategy)
- 계산의 안전성(stability)

우선 효과적인 단체법을 사용하기 위하여 수정단체법(revised simplex)을 사용하되 단체법에서 가장 핵심적인 B^{-1}의 수정에 있어서는 상하분해법(LU factorization)을 사용하기로 하였다. 이러한 기법을 이용한 부프로그램은 HARWELL 부프로그램집의 LA05가 있어서 LIPEX는 이 LA05를 그대로 사용하고 있다. 상하분해법에서도 여러가지의 해법이 있으나 이 LA05는 Reid(7)의 해법을 사용한다.

선형계획법 문제에 있어서 단체법을 적용할 때 계산상에 있어서 가장 핵심적인 부분이 B^{-1}

부분이지만 기저변환에 있어서 進入변수와 탈락 변수의 결정도 대단히 중요한 역할을 한다. 이 부분을 평가전략이라고 한다.

LIPEX에 있어서 평가전략은 두가지 즉

- 부분평가(partial pricing)
- 다종평가(multiple pricing)

을 사용한다. 부분평가는 변수를 지역별로 나누어 進入변수를 결정할 때 한 지역씩에 한정하여 선택하는 것으로써 LIPEX에서는 특별히 지정하지 않으면 변수를 200개씩 나누어 한 지역씩으로 한다.

다종평가는 進入변수를 결정할 때 먼저 목적함수의 係數를 평가(pricing out)한 다음 進入후보 변수를 여러개 선택하여 둔 다음 실제의 進入변수는 이 후보 변수 중에서 선택하는 방법이다. LIPEX에서는 이 후보 변수를 특별히 정하지 않는 한 6개씩만을 선택한다.

단체법 수행에 있어서 계산의 안전성 또한 대단히 중요하다. 계산을 계속 반복하다 보면 오차가 집적되어 나중에는 오차가 대단히 큰 답을 얻게 된다. 그래서 이런 오차를 줄이기 위해 LIPEX에서는 두가지 방법을 염두에 두고 작성하였다.

하나는 B^{-1}를 계산할 때 오차를 줄이기 위하여 계산의 시간이 좀 늘어나더라도 오차가 적은 쪽을 선택하였고 다음에는 일정기간이 지나면 쌓인 오차를 없애기 위하여 계산을 다시 하는 방법을 선택하였다. 즉 단체법을 수행함에 있어서 특별한 지정이 없이는 매 50회마다 B^{-1}를 새로이 구함으로 그동안 쌓였던 오차를 없애 나갔다. 이러한 두가지 방법을 통해 LIPEX는 대단히 안정된 계산을 계속할 수 있게 하였다.

(3) 프로그램 구조

가. 프로그램의 흐름

프로그램은 사용하기에 편리하여야 한다. 그래서 기능이 다양하여야 한다. 이렇게 하기 위해서는 프로그램의 수행함에 있어서 상황에 따라 적응하기 쉽게 할 수 있어야 한다. 그래서 LIPEX에서는 LIPEX 실행시에 중간중간에 간단한 명령어로써 문제에 적응할 수 있도록 하였다.

우선 LIPEX뿐만 아니라 어떠한 프로그램이라도 개발시에는

- 자료의 보관과 선택
- 자료의 처리
- 문제의 계산
- 감도분석
- 모수계획법

를 염두에 두고 이들 과정을 편리하게 수행할 수 있도록 하여야 한다.

LIPEX에서는 우선 자료의 보관과 선택에 있어서 제1절에서 언급하였던 문제의 자료를 MPS 방법(6, 1)으로 보관하기로 하였다. 나이가 목적함수와 우변상수 벡타를 여러개 보관하였다가 그때그때 선택하여 사용할 수 있게 하였다. MPS방법은 선형계획법 문제의 보관에 사용되는 보편적인 표준양식이기 때문에 그렇게 사용하였으며 여러개의 목적함수와 여러개의 우변상수를 보관할 수 있게 했던 것은 MPSX/370이 이런 방법을 채택하고 있으며 이것이 편리하기 때문이다.

자료의 처리는 보관되어 있는 자료 또는 계산되어 나온 자료를 사용할 때

- 보관된 자료 중 한 列의 선택
- 한 列의 자료 변경
- 각 변수의 한계의 변경
- 우변상수벡타의 자료 변경

등 여러 형태의 자료 처리가 필요하게 된다. 이런 작업을 손쉽게 이룰 수 있게 해 둔다는 것이 대단히 중요하다.

문제의 계산부분은 일단 문제를 풀기 시작하면 그 도중에 제어할 필요는 없다. 단지 이 계산방법이 여러가지 있을 수 있는데 이것을 계산 시작전에 미리 확정지어 놓을 수 있다.

감도분석과 모수계획법 역시 계산도중에 특정한 제어가 필요하지는 않다. 단지 감도분석과 모수계획법을 수행할 것인지를 지정해 두면 된다.

이상의 프로그램의 흐름을 계략적인 순서대로 나타내 보면 다음 그림 2와 같다. 먼저 입력자료를 入力하면 이 문제에 맞게 메모리를 선택

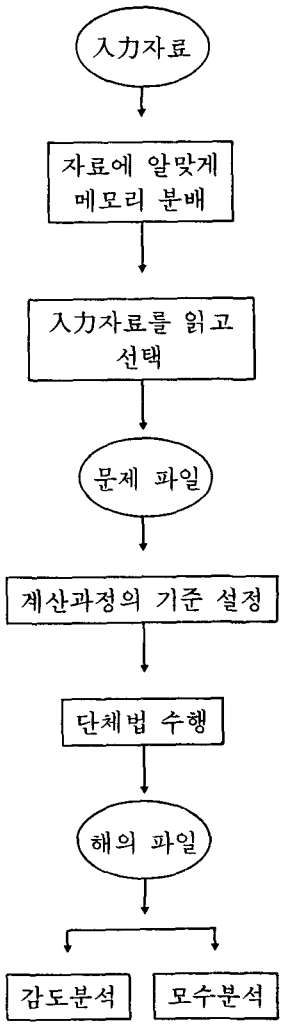

그림 2. LIPEX의 문제처리 흐름

하고 그 문제에 알맞는 각종 특성을 入力한다. 이런 특성을 入力하게 되면 넣지 않을 때 보다 적은 메모리로 빨리 문제를 풀게 할 수 있기 때문이다.

다음에는 입력자료 중에서 이번에 풀 문제를 선택하게 한다. 즉 여러개의 목적함수와 우변상수 중에서 하나씩 선택하게 되고 선택된 자료는 앞으로 단체법에서 사용될 수 있는 선형계획법 문제로 전환하게 된다. 이렇게 하여 문제 파일이 작성된다.

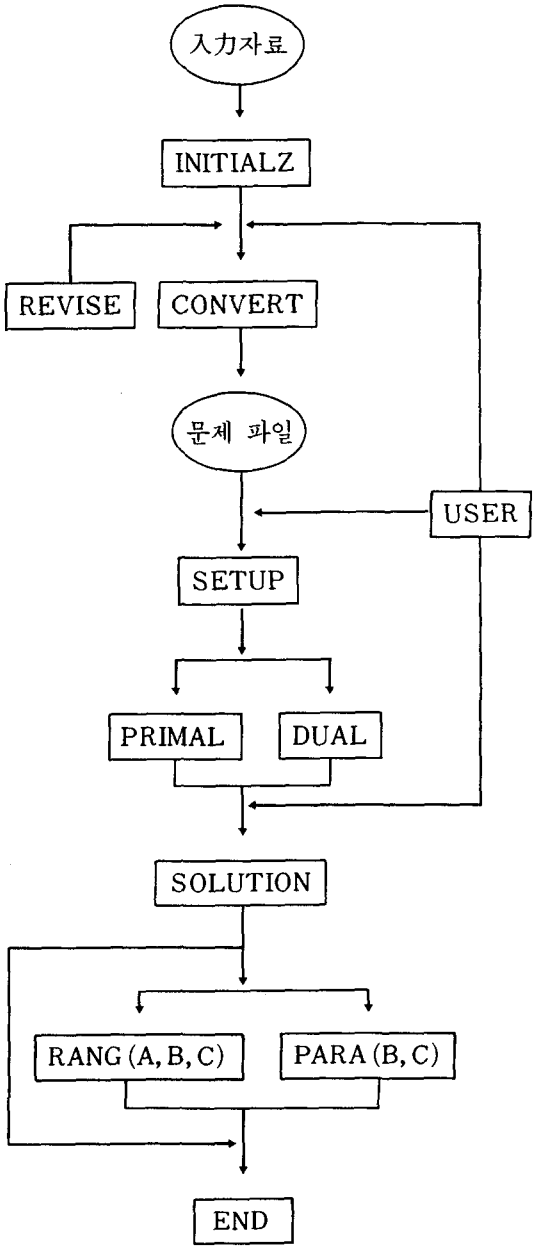

그림 3. 과정명령어의 관계

이렇게 문제 파일이 작성되면 단체법을 수행할 수 있게 되는데 이 단체법 과정을 수행하기 전에 평가전략의 사용방법이라든지 계산의 안전성에 관한 기준이라든지 등을 결정하여 준다.

표 1. 과정명령어

명 령 어	자료 필요 여부	자 료 종 류	기 능
INITIALZ	필 요	15	메모리 배열을 할당
CONVERT	불 필 요		MPS 자료를 읽어 문제자료 파일작성
SETUP	필 요	4	자료의 선택, 평가전략, 재역산 등
PRIMAL	불 필 요		단체법 수행
DUAL	불 필 요		단체법 수행
SOLUTION	불 필 요		계산결과의 인쇄
REVISE	필 요	각종	각종 자료의 수정
RANGB	필 요	3	우변상수의 감도분석
RANGC	필 요	3	목적함수 계수의 감도분석
RANGA	필 요	5	행열계수의 감도분석
PARAB	필 요	3	우변상수에 대한 모수 계획법
PARAC	필 요	3	목적함수 계수에 대한 모수 계획법
END	불 필 요		모든 과정을 끝냄
USER	필 요	각종	외부 프로그램과 연결

다음에는 단체법의 여러방법 중 하나를 결정하고 이어서 감도분석, 모수계획법의 대상을 지정해 주면 이런 정보에 따라 프로그램이 흘러갈 수 있다.

나. 과정 명령어

앞에서 LIPEX의 흐름을 서술하였는데 LIPEX에서는 이러한 흐름의 각 과정을 과정명령어로써 제어토록 하고 있다. 과정명령어는 총 14개가 있는데 예로써 단체법을 수행할 때 双對단체법을 사용하고 싶으면 DUAL이라는 과정명령어를 사용하면 된다.

이 과정명령어는 전술한 바와 같이 LIPEX 흐름의 한 과정을 제어하기 위한 것으로 자료가 필요한 경우도 있고 그렇지 않을 경우도 있다. 예로써 DUAL은 双對단체법을 수행하기 때문에 별도의 자료가 없으나 감도분석 과정을 수행하는 RANGB는 어느 우변상수에 대한 감도분석을 수행할 것인지 자료를 입력해 주어야 한다. 각 과정명령어의 기능은 표 1과 같다. 이들 과정명령어를 적절히 혼합사용하여 선형계획법의 여러가지 풀이를 수행할 수 있다. 예로써 가장 간단하게는

- INITIALZ
- CONVERT
- SETUP
- PRIMAL
- SOLUTION
- END

으로써 단체를 수행하여 문제를 풀 수 있다. 이 과정명령어의 상오 관계는 그림 3과 같다.

다. 부프로그램 구조

LIPEX는 호환성을 높이기 위하여 각 부프로그램(subroutine)의 구조를 Argument로써 자료교환할 수 있도록 하였다. 그래서 예로써 Subroutine USER는 53개의 Argument를 가지고 있다. 부프로그램을 이렇게 작성함으로써 LIPEX의 일부만을 사용하든가 또는 LIPEX와 외부에서 연결하여 사용하기 쉽게 된다. Subroutione USER의 예는 제 4 장에서 볼 수 있다.

(4) USER

USER도 과정명령어 중에 하나이다. 이것은 Package가 일단 완성되면 수정하기 힘들지만 때에 따라 그 일부를 수정하거나 또는 다른 프로그램을 추가하거나 또는 入出力 형식을 변경하고 싶을 때가 있다. 이런 경우를 위하여 USER라는 과정명령어를 만들어 두어 LIPEX의

자료 수정 또는 다른 분야로 확장시켜 나갈 수 있게 되어 있다.

LIPEX에서는 Subroutine USER가 들어 있기는 하지만 내용이 없이 빈 것으로 들어 있다. 그래서 외부에서 USER가 들어오면 LIPEX의 USER가 대체된다.

USER는 LIPEX의 어느 과정에나 영향을 미칠 수 있다. 자료의 변화, 새로운 계산과정의 삽입, 入出力 형식의 수정, 새로운 문제에 대한 해법 등 다양한 변화와 계산과정을 LIPEX에 삽입시킬 수 있다. 그래서 그림 3 에서와 같이 USER는 어느 과정에나 삽입될 수 있고 영향을 미칠 수 있다.

3. LIPEX 구성

(1) 부프로그램의 구성

LIPEX는 전술한 바와 같이 총 83개의 부프로그램으로 구성되어 있다. 이들 부프로그램을 분류해 보면

가. LIPEX흐름 제어용 부프로그램
나. 단체법 흐름을 수행하는 부프로그램
다. 자료처리용 부프로그램
라. 선형계획 관련 문제용 부프로그램
마. 기타

등으로 나누어 볼 수 있다. 이들 각 분류별 부프로그램 수는 표 2와 같다.

표 2. 부프로그램 구성

부 류	부프로그램수
LIPEX 제어용	13
단체법 수행용	28
자료처리용	28
관련문제용	6
기타	6

LIPEX의 부프로그램은 나무형 구조로 서로 연관되어 있으며, 먼저 LIPEX를 수행시키면, 즉 과정명령어를 수행시키면 이 과정명령어를 수행시킬 부프로그램이 수행되고 이 부프로그램은 다시 부하 부프로그램을 불러 수행시키는 과정을 이어간다. 각 과정명령어가 부르는 부프로그램의 이름은 표 3과 같다.

표 3. 과정명령어의 부프로그램명

과 정 명 령 어	부 프 로 그 램 명	직계부하 부프로그램 갯수
INITIALZ	SINITL	1
CONVERT	SCNVRT	4
SETUP	SSETUP	6
REVISE	SREVIS	4
PRIMAL	SPRIML	2
DUAL	SDUAL	2
SOLUTION	SSOLN	2
RANGB	SRANGB	2
RANGC	SRANGC	4
RANGA	SRANGA	5
PARAB	SPARAB	9
PARAC	SPARAC	4
USER END		

(2) 과정명령어 기능

제 2 장 기본설계에서 각 과정명령어의 기능을 언급한 바 있으나 좀더 자세히 보기로 하자. 여기서는 각 과정명령어의 입출력을 보기로 하자.

가. 기억용량 확보

- 명령어 : INITIALZ
- 목 적 : 프로그램의 수행에 필요한 메모리를 할당하는 역할을 한다.
- 입 력 : 이 INITIALZ에는 15개의 자료가 들어가는데 이들 자료는 Default 값을 취할 수 있다. 이 Default 값을 취할려면 제 1 열에 *를 입력하여야 한다. 몇몇 Default 값은 다음과 같다.
  - 입력자료 Device 번호 : 5
  - 착오, 출력, 기타 자료출력 Device 번호 : 6
  - 인쇄수준 : 2
  - 메모리 Default값 선택여부 : 1
  - 제약식 최대수 : 600
  - 변수의 최대수 : 1,000
  - 한 열에는 비영요소의 최대갯수 : 600
  - 최대 비영요소 갯수 : 600,000
- 출 력 : 각 배열(array)에 필요한 공간을 배정하고 그 결과 인쇄

나. 문제자료 파일

- 명령어 : CONVERT
- 목 적 : 자료를 읽어 자료 파일을 만든다.
- 입 력 : MPS 양식으로 된 자료
- 출 력 : 문제 자료 파일을 만들고 자료의 착오존재 여부 확인하여 결과 출력

다. 문제의 선택

- 명령어 : SETUP
- 목 적 : 문제를 선택하고 평가전략을 선택한다.
- 입 력 : MINMAX, P, LOOK, FACTOR [FORMAT (A4, 315)]
  - MINMAX : 최소화, 최대화 여부, Default값 MAX
  - P : 다종평가 갯수, Default값 6
  - LOOK : 부분평가 갯수, Default 값 200
  - FACTOR : 재역산 횟수, Default 값 50
- 출 력 : 없음

라. 최적화 과정

- 명령어 : PRIMAL, DUAL
- 목 적 : 단체법의 원단체법, 쌍대단체법을 수행
- 입 력 : 없음
- 출 력 : 없음

마. 출력과정

- 명령어 : SOLUTION
- 목 적 : 최적화 결과를 Rows section cloumn section별로 인쇄한다.
- 입 력 : 없음
- 출 력 : 최적해, 잠재가 등 각종 정보의 출력

바. 감도분석

- 명령어 : RANGA, RANGB, RANGC
- 목 적 : 감도분석을 수행한다.
- 입 력 : 행열계수, 우변상수, 목적함수 계수에서 감도분석 하고자 하는 부분을 입력한다. Default는 0이며, 이 때에는 모든 부분에 대해 감도분석
- 출 력 : 입력한 부분에 대해 감도분석

사. 모수계획법

- 명령어 : PARAB, PARAC
- 목 적 : 모수계획법을 수행한다.
- 입 력 : 모수계획법을 행하고자 하는 부분, λ의 상한치 등을 입력
- 출 력 : 요구한 부분에 대해 모수계획법 결과가 출력

아. 자료 수정

- 명령어 : REVISE
- 목 적 : 입력된 자료를 수정한다.
- 입 력 : 수정할 자료를 MPS 형식으로 입력
- 출 력 : 자료를 수정하면 착오존재 여부확인

자. 외부 프로그램 연결

• 명령어 : USER

• 목 적 : 외부에서 LIPEX와 연결하여 LIPEX의 일부 프로그램을 이용한다.

• 입 력 : 부프로그램

• 출 력 : 새로운 문제의 해결

이상과 같은 각 과정명령어의 기능으로써 LIPEX는 다양하게 선형계획법 및 그 관련분야 문제를 해결할 수 있다.

```
      SUBROUTINE USER(B, BASCB, BASIS, BASLB, BASUB, BNDTYP, BOUND,
     X DFEASR, DTERM, DUNBR, FACTOR, IOERR, IOLOG, LENMA,
     X LENMI, LENMY, LOOK, M, MAPA, MAPI, MAXA, MAXM, MAXN, MEMORY,
     X N, NCOLSA, NTYPE2, P, PRINT, ROWTYP, STATUS, TERMIN,
     X UZERO, XBZERO, Z, IOOUT)
     INTEGER ARRAYS AND VARIABLES.
      INTEGER BNDTYP, DFEASQ, DTERM, DUNBR, FACTOR,
     X IOERR, IOLOG, LENMA, LENMI, LENMY, LOOK,
     X M, MAPA(20), MAPI(20), MAXA, MAXM, MAXN,
     X N, NCOLSA, NTYPE2, P, PRINT, TERMIN
     DOUBLE PRECISION ARRAYS AND VARIABLES,
      DOUBLE PRECISION B(MAXM), BASCB(MAXM), BASLB(MAXM),
     X BASUB(MAXM), BOUND, MEMORY(LENMY), UZERO(MAXM),
     X XBZERO(MAXM), Z, XB(50), YB(50), ZB

      INTEGER*2 BASIS(MAXM), ROWTYP(MAXM), STATUS(MAXN)
      DO 2 I=1, NCOLSA
    2 XB(I)=0.0
      DO 5 I=1, M
      K=BASIS(I)
      XB(K)=XBZERO(I)/Z
    5 CONTINUE
      DO 20 I=1, M
   20 YB(I)=UZERO(I)/Z
      ZB=1/Z
      WRITE(IOOUT, 100)
      WRITE(IOOUT, 110) (I, YB(I), I=1, M)
      WRITE(IOOUT, 120)
      WRITE(IOOUT, 110) (I, XB(I), I=1, NCOLSA)
      WRITE(IOOUT, 130) ZB
  100 FORMAT(///3X, 36H*** MIXED STRATEGIES OF THE GAME ***//5X,
     X 31H--- PLAY I   MIXED STRATEGY ---,/)
  110 FORMAT(/7X, 3(I4, 3X, E12.7, 5X))
  120 FORMAT(////5X, 31H--- PLAY II MIXED STRATEGY ---/)
  130 FORMAT(///10X, 25H--- VALUE OF THE GAME ---/15X, E12.7)
```

그림 5. USER 프로그램 예

4. LIPEX확장과 USER 프로그램

LIPEX는 과정명령어 USER를 통해 LIPEX를 확장해 나갈 수 있다. 전술한 바와 같이 USER는 필요한 모든 자료를 Argument로 가지고 있어 필요한 자료의 수정 또는 LIPEX의 부분을 사용할 수 있다.

현재 이 USER를 이용하여 다음 부문에까지 LIPEX를 확장 사용할 수 있게 해두고 있다. 즉

- 비선형 계획법
- 혼합정수 계획법
- 사료배합문제
- LP의 모든 정점 구하는 문제
- 2인 영합게임
- 협력게임

예로써 2인 영합게임을 LIPEX로 풀고저 할 때는 USER 프로그램을 그림5와 같이 작성하여 LIPEX에 붙인 다음 과정명령어를

- INITIALZ
- CONVERT
- SETUP
- PRIMAL
- USER
- END

로 사용하면 된다.

5. 사례

여기에서는 실제 문제를 LIPEX로 푼 결과를 보도록 하자. 문제, 입력, 출력은 다음과 같다.

(1) 문제

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & -2X_1 - 4X_2 - X_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2X_1 + X_2 + X_3 \leqq 1 \\ & X_1 + X_2 - X_3 \leqq 4 \\ & 0 \leqq X_1 \leqq 4 \\ & 0 \leqq X_2 \leqq 6 \\ & 0 \leqq X_3 \leqq 6 \end{aligned}$$

이 문제에 대해 原단체법으로 풀고

가. 첫열의 모든 행열계수에 대해 감도분석
나. 우변상수의 모든 상수에 대한 감도분석
다. 목적함수의 모든 계수에 대한 감도분석
라. 우변상수의 모수계획법

- 횟수 : 10
- λ : 1,000
- 계수 : 각각 1, 5

마. 목적함수의 모수계획법

- 횟수 : 10
- λ : 1,000
- 계수 : 각각 2, 1, 3

(2) 입력

```
*THIS IS A PROGRAM TO TEST RANGE
      INITIALZ
      CONVERT
      SETUP
      PRIMAL
      SOLUTION
      RANGEA
      RANGEB
      RANGEC
      PARAB
      PARAC
      END
ROWS
 N  VALUE
 L  PHIONE
 G  PHITWO
COLUMNS
    XONE    PHIONE   2.0 VALUE   -2.0
    XONE    PHITWO   1.0
    XTWO    PHIONE   1.0 VALUE   -4.0
    XTWO    PHITWO   1.0
    XTHREE VALUE    -1.0 PHIONE   1.0
    XTHREE PHITWO  -1.0
RHS
    CAPA    PHIONE  10.0 PHITWO  4.0
BOUND
```

PRIMAL

SECTION1-ROWS

DIR-MAX IMIZE
VALUE OF OBJECTIVE- -.13000000E+02
NAME-LP EXAMP OBJ - VALUE RHS - CAPA BND - BOUNDX

NUMBER	..POW...	TYPE	ROW ACTIVITY	SLACK	RHS LOWER	RHS UPPER	DUAL ACTIVITY
1	VALUE	FR	-.130000E+02	.130000E+02	-INF	+INF	.000000E+00
2	PHIONE	LE	.100000E+02	.000000E+00	-INF	.100000E+02	.000000E+00
2	PHITWO	GE	.400000E+01	.000000E+00	.400000E+01	+INF	-.400000E+01

SECTION2-COLUMNS

DIR-MAX IMIZE
VALUE OF OBJFCTIVE- -.13000000E+02
NAME-LP EXAMP OBJ - VALUE RHS - CAPA BND - BOUNDX

NUMBER	COLUMN	TYPE	COL ACTIVITY	OBJ COEF	LOWER BOUND	UPPER BOUND	REDUCED COST
1	XONE	UL	.000000E+00	-.200000E+01	.000000E+00	.400000E+01	.200000E+01
2	XTWO	BS	.100000E+01	-.400000E+01	.000000E+00	.600000E+01	.000000E+00
3	XTHREE	LL	.000000E+00	-.100000E+01	.100000E+01	.400000E+01	-.500000E+01

RANGEA

CUL	COL. NAME	ROW	ROW. NANE	ACOEFFT	LOWER BOUND	UPPER BOUND
1	XONE	1	PHIONE	2.000	-INF	.0000E+00
1	XONE	2	PHITWO	1.000	.0000E+00	.2500E+00

RANGEB

ROW	ROW. NAME	ACTIVITY (RHS)	LOWER BOUND	UPPER BOUND
1	PHIONE	.10000E+02	.10000E+02	+INF
2	PHITWO	.10000E+01	.30000E+01	.40000E+01

RANGEC

COLUMN	VARIABLE NAME	STATUS	COEFFICENT	LOWER BOUND	UPPER BOUND
1	XONE	UL	2.00000	-INF	.40000E+01
2	XTWO	BS	4.00000	.20000E+01	+INF
3	XTHREE	LL	1.00000	-.40000E+01	+INF

PARAMETIC ANALYSIS (COST)

ITERATION	ENTER	LEAVE	PARAMETER RANGE	VALUE OF OBJECTIVE FUNCTION
1	3	4	.00000000E+00 .GE.LAMDA.LE. .12500000E+01	.12000000E+02*LAMDA+ -.13000000E+02

*** SUPER-BASIC VARIABLES STATUS IS AS FOLLOWS :

VARIABLE	STATUS	VALUE
1	-1	.40000000E+01
2	1	.10000000E+01
3	0	.10000000E+01
4	2	.00000000E+00
5	0	.00000000E+00

2	1	2	.12500000E+01 .GE.LAMDA.LE. .45000000E+01	.12000000E+02*LAMDA+ -.13000000E+02

*** SUPER-BASIC VARIABLES STATUS IS AS FOLLOWS :

VARIABLE	STATUS	VALUE
1	-1	.40000000E+01
2	1	.10000000E+01
3	2	.10000000E+01
4	0	.00000000E+00
5	0	.00000000E+00

3			.45000000E+01 .GE.LAMDA.LE. .10000000E+31	.15333333E+02*LAMDA+ .13356956E+55

*** SUPER-BASIC VARIABLES STATUS IS AS FOLLOWS :

VARIABLE	STATUS	VALUE
1	1	.66666667E+00
2	-1	.60000000E+01
3	2	.26666667E+01
4	0	.00000000E+00
5	0	.00000000E+00

PARAMETRIC ANALYSIS (RHS)

ITERATION	ENTER	LEAVE	PARAMETER RANGE	VALUE OF OBJECTIVE FUNCTION
1	1	4	.00000000E+00 .GE.LAMDA.LE. .00000000E+00	−.60000000E+01*LAMDA+ −.13000000E+02

*** SUPER-BASIC VARIABLES STATUS IS AS FOLLOWS :

VARIABLE	STATUS	VALUE
2	1	.15000000E+01*LAMDA+ .10000000E+01
4	2	−.50000000E+00*LAMDA+ .00000000E+00
1	− 1	.4000000E+01
3	0	.1091568E+10
5	0	.0000000E+00

2			.00000000E+00 .GE.LAMDA.LE. .25000000E+01	−.70000000E+01*LAMDA+ −.13000000E+02

*** SUPER-BASIC VARIABLES STATUS IS AS FOLLOWS :

VARIABLE	STATUS	VALUE
2	1	.20000000E+01*LAMDA+ .1000000E+01
1	2	−.50000000E+00*LAMDA+ .4000000E+01
3	0	.1091568E+10
4	0	.0000000E+00
5	0	.0000000E+00

THE DUAL PROBLFM IS UNBOUNDED WHEN PARAMETER IS GREATER THAN .25000000E+01

```
 LO BOUNDX XONE      0.0
 LO BOUNDX XTWO      0.0
 LO BOUNDX XTHREE    1.0
 UP BOUNDX XONE      4.0
 UP BOUNDX XTWO      6.0
 UP BOUNDX XTHREE    4.0
ENDATA
MAX
XONE
      0
      0
      0
     10   1000.000
       1.000       1.500
     10   1000.000
       2.000       1.000       3.000
```

6. 개발자

이 LIPEX는 1981년부터 개발하기 시작하였다. 지금도 타분야에 확장시키고 있으나 LIPEX 자체는 1984년에 일단락 완결하였다. 그동안 산업공학과의 많은 대학원 학생들이 이 개발에 참여하였는데 주로 이광석, 박태호, 소광섭군이 많은 공헌을 하였다. 그러나 이에 못지 않게 송성헌, 김태호, 전영호, 윤창보 등이 수고하였다.

앞으로 LIPEX는 계속하여 정수계획법, LP의 다른 해법 등에 더욱 확장시킬려고 하고 있다.

참 고 문 헌

1. 박순달, 선형계획법과 그 관련분야, 대영사, 1983.
2. LIPEX사용자 안내서, 서울 공대 산업공학과 체계분석실.
3. ALPHAC User's manual, University of California, Berekely.
4. Harwell Subroutine Library, Atomic Energy Agency, England.
5. Marsten, R. E. "The Design of the XM-P Linear Programming Library", MIS Report 80-2, University of Arizona.
6. MPSX/370 User's manual, IBM.
7. Reid, J. K., "Fortran Subroutines for handling Sponse Linear Programming Bases", A. E. R. E. Harwell Report R 8269, England.
8. Saunders, M.A., MINOS User's manual, Stanford University.
9. Tomlin, J.A., LPMI User's manual Stanford University.