

主成分 및 正準相關分析에 의한 樹幹成長 解析에 關하여¹

李 光 南²

An Analytical Study on the Stem-Growth by the Principal Component and Canonical Correlation Analyses¹

Kwang Nam Lee²

要 約

林木의 主體成因인 樹幹에 대한 各種 成長因子間의 正準相關과 그의 關係의 背景 및 樹幹의 總合的 變動 分析에 의한 樹幹의 特徵을 把握함에 있어, 그의 最適技法을 探索하기 위한 試圖로서 日本잎갈나무(*Larix leptolepis*)에 主成分 및 正準相關分析法을 導入適用하고, 얻어진 結果를 다음과 같이 要約한다. 1) 正形數 (x_8)를 除外한 모든 成長因子 即, 樹高(x_1), 枝下高(x_2), 望高(x_3), 胸高直徑(x_4), 中央直徑(x_5), 樹冠幅 (x_6) 및 幹材積(x_7) 등의 各 因子間에 強弱間의 相關이 있으며, 特히 胸高直徑, 樹高 및 中央直徑 等은 幹材積과 高度의 相關이 있다(表 1 參照). 2) ① 上長成長因子인 樹高, 枝下高 및 望高 等の 合成變量과 幹材積間, ② 肥大成長因子인 胸高直徑, 中央直徑 및 樹冠幅 等の 合成變量과 幹材積間, ③ 上長 및 肥大成長因子를 總網羅한 6個因子의 合成變量과 幹材積間의 正準相關係數와 正準變量이 各各

$$\textcircled{1} r_{u_1, v_1} = 0.82980^{**}, \begin{cases} u_1 = 1.00000 x_7 \\ v_1 = 1.08323 x_1 - 0.04299 x_2 - 0.07080 x_3 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} r_{u_1, v_1} = 0.98198^{**}, \begin{cases} u_1 = 1.00000 x_7 \\ v_1 = 0.86433 x_4 + 0.11996 x_5 + 0.02917 x_6 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} r_{u_1, v_1} = 0.98700^{**}, \begin{cases} u_1 = 1.00000 x_7 \\ v_1 = 0.12948 x_1 + 0.00291 x_2 + 0.03076 x_3 + 0.76707 x_4 + 0.09107 x_5 + 0.02576 x_6 \end{cases}$$

等과 같이 되어, 어느 境遇에서도 高度의 正準相關을 가지며, ①의 境遇에는 樹高가, ②의 境遇에는 胸高直徑이, ③의 境遇에는 胸高直徑과 樹高가 各各의 正準相關에 絶對적인 寄與를 하는 것으로서, 各種 質的 成長의 總合特性은 이들 因子의 막강한 影響力에 의해서 形成되며, 特히 ③의 경우에서 幹材積과의 正準相關에 미치는 胸高直徑의 影響力은 其他의 因子에 比하여 判異하게 큰 것으로 밝혀지고 있다(表 2 參照). 3) 上長成長因子인 樹高, 枝下高 및 望高 等の 合成變量과 肥大成長因子인 胸高直徑, 中央直徑 및 樹冠幅 等の 合成變量間의 正準相關係數와 正準變量이

$$r_{u_1, v_1} = 0.78556^{**}, \begin{cases} u_1 = 1.20569 x_1 - 0.04444 x_2 - 0.21696 x_3 \\ v_1 = 1.09571 x_4 - 0.14076 x_5 + 0.05285 x_6 \end{cases}$$

와 같이 됨에 따라, 각종 上長成長因子와 肥大成長因子間의 高度의 正準相關에 있어 樹高와 胸高直徑만의 寄與도가 極히 현저한 것으로서, 上長成長의 總合特性은 樹高에 의해서, 肥大成長의 總合特性은 胸高直徑에 의해서 各各 形成된다는 事實이 確認된 것이다. 따라서 兩因子에 대한 幹材積計測에 있어서의 必須有力因

¹ 接受 5月 20日 Received May 20, 1985.

² 全南大學校 農科大學 College of Agriculture, Chonnam National University, Kwangju, Korea.

* 이 論文은 文敎部 學術研究造成費의 協助로 이루어졌음.

子로서의 科學性이 立證된 것이라 생각한다(表 2 參照). 4) 樹幹의 8個成長因子 即, 8次元의 情報(特性值)를 設定된 有效目標 85%에 따라 3次元으로 簡約化된 總合特性值 即, 第1~第3 主成分은 다음과 같다.

第1 主成分(Z_1);

$$Z_1 = 0.40192x_1 + 0.23693x_2 + 0.37047x_3 + 0.41745x_4 + 0.41629x_5 + 0.33454x_6 + 0.42798x_7 + 0.04923x_8$$

第2 主成分(Z_2);

$$Z_2 = -0.09306x_1 - 0.34707x_2 + 0.08372x_3 - 0.03239x_4 + 0.11152x_5 + 0.00012x_6 + 0.02407x_7 + 0.92185x_8$$

第3 主成分(Z_3);

$$Z_3 = 0.19832x_1 + 0.68210x_2 + 0.35824x_3 - 0.22522x_4 - 0.20876x_5 - 0.42373x_6 - 0.15055x_7 + 0.26562x_8$$

第1 主成分(Z_1)은 寄與率이 63.26%나 되는 매우 높은 情報吸收力을 가진 “크기의 因子(size factor)”로서, 그의 主成分得點(principal component score)은 因子負荷量이 매우 높은 幹材積, 胸高直徑, 中央直徑 및 樹高等에 의해서 決定되며, 第2 主成分(Z_2)은 立體的 形狀의 指標 即, 樹幹의 立體的 相似性과 完滿度를 나타내주는 “形狀의 因子(shape factor)”로서, 그의 score는 正形數의 絕對的인 影響力에 依해서 形成되며, 第3 主成分(Z_3)은 上長成長과 肥大成長과의 逆關係의 現象 即, 樹幹의 細長(또는 굵고 짧음)의 정도를 表示하는 成長形狀의 指標로서, 이는 第2의 “形狀의 因子”가 된다. 以上 3個主成分은 그의 累積寄與率이 88.36%로서 만족스러운 情報吸收力을 지니고 있다(表 3 參照). 5) 本研究에 適用된 主成分 및 正準 相關分析法은 積極的인 利用開發에 따라서는 森林計測(林木成長), 地位判定分類, 森林 및 林産業의 經營診斷, 林産加工(品)의 生産管理 및 其他 總合特性值의 算定을 必要로 하는 分野에 많은 寄與가 있을 것으로 思料된다.

ABSTRACT

To grasp canonical correlations, their related backgrounds in various growth factors of stem, the characteristics of stem by synthetical dispersion analysis, principal component analysis and canonical correlation analysis as optimum method were applied to *Larix leptolepis*. The results are as follows; 1) There were high or low correlation among all factors (height (x_1), clear height (x_2), form height (x_3), breast height diameter (D. B. H.: x_4), mid diameter (x_5), crown diameter (x_6) and stem volume (x_7)) except normal form factor (x_8). Especially stem volume showed high correlation with the D.B.H., height, mid diameter (cf. table 1). 3) (1) Canonical correlation coefficients and canonical variate between stem volume and composite variate of various height growth

factors (x_1 , x_2 and x_3) are $r_{u_1, v_1} = 0.82980^{**}$, $\begin{cases} u_1 = 1.00000x_7 \\ v_1 = 1.08323x_1 - 0.04299x_2 - 0.07080x_3 \end{cases}$ (2) Those of stem

volume and composite variate of various diameter growth factors (x_4 , x_5 and x_6) are $r_{u_1, v_1} = 0.98198^{**}$,

$\begin{cases} u_1 = 1.00000x_7 \\ v_1 = 0.86433x_4 + 0.11996x_5 + 0.02917x_6 \end{cases}$ (3) And canonical correlation between stem volume and composite

variate of six factors including various heights and diameters are $r_{u_1, v_1} = 0.98700^{**}$, $\begin{cases} u_1 = 1.00000x_7 \\ v_1 = 0.12948x_1 \end{cases}$

+0.00291 x_2 +0.03076 x_3 +0.76707 x_4 +0.09107 x_5 +0.02576 x_6 . All the cases showed the high canonical correlation. Height in the case of (1), D.B.H. in that of (2), and the D.B.H. and height in that of (3) respectively make an absolute contribution to the canonical correlation. Synthetical characteristics of each qualitative growth are largely affected by each factor. Especially in the case of (3), the influence by the D.B.H. is the most significant in the above six factors (cf. table 2). 3) Canonical correlation coefficient and canonical variate between composite variate of various height growth factors and that of the various diameter factors are $r_{u_1, v_1} = 0.78556^{**}$,

$\begin{cases} u_1 = 1.20569x_1 - 0.04444x_2 - 0.21696x_3 \\ v_1 = 1.09571x_4 - 0.14076x_5 + 0.05285x_6 \end{cases}$ As shown in the above facts, only height and D.B.H. affected consi-

derably to the canonical correlation. Thus, it was revealed that the synthetical characteristics of height growth was determined by height and those of the growth in thickness by D.B.H., respectively (cf. table 2). 4) Synthetical characteristics (1st-3rd principal component) derived from eight growth factors of stem, on the basis of 85% accumulated proportion aimed, are as follows; 1st principal component (z_1): $Z_1 = 0.40192x_1 + 0.23693x_2 + 0.37047x_3 + 0.41745x_4 + 0.41629x_5 + 0.33454x_6 + 0.42798x_7 + 0.04923x_8$, 2nd principal component (z_2): $z_2 = -0.09306x_1 - 0.34707x_2 + 0.08372x_3 - 0.03239x_4 + 0.11152x_5 + 0.00012x_6 + 0.02407x_7 + 0.92185x_8$, 3rd principal component (z_3): $Z_3 = 0.19832x_1 + 0.68210x_2 + 0.35824x_3 - 0.22522x_4 - 0.20876x_5 - 0.42373x_6 - 0.15055x_7 + 0.26562x_8$. The first principal component (z_1) as a "size factor" showed the high information absorption power with 63.26% (proportion), and its principal component score is determined by stem volume, D.B.H., mid diameter and height, which have considerably high factor loading. The second principal component (z_2) is the "shape factor" which indicates cubic similarity of the stem and its score is formed under the absolute influence of normal form factor. The third principal component (z_3) is the "shape factor" which shows the degree of thickness and length of stem. These three principal components have the satisfactory information absorption power with 88.36% of the accumulated percentage variance (cf. table 3). 5) Thus the principal component and canonical correlation analyses could be applied to the field of forest measurement, judgement of site qualities, management diagnoses for the forest management and the forest products industries, and the other fields which require the assessment of synthetical characteristics.

Key words: stem analysis; canonical correlation & principal component; Larix leptolepis.

結 言

우리의 周圍에 展開되고 있는 모든 現象은 多面的 特性의 結合이라 할 수 있는 것으로 多變量解析法(multivariate analysis)은 많은 現象들이 지니고 있는 多數變量(特性)간의 各種 關係를 밝힘으로써 未來의 豫測이나 變量의 合成 및 分類 等に 대한 결정 내지는 各種 現象에 대한 內在變動 및 背後構造 等を 分析하는 多様な 統計學的 技法인 것이다.

그의 機能이 沈滯되어 있던 多變量解析法은 最近 高性能 computer의 出現으로 實際 應用上的 諸般 制約條件이 解消되어짐으로써 自然科學은 물론, 人文 社會科學의 各分野에 이르기까지 모든 分野에서 劃期的인 研究手段으로 그의 應用體系를 急進적으로 다져가고 있다.^{1,2,4,5,7,8,9)}

이와같은 發展趨勢에 따라 林學研究에도 多變量解析法이 時代的인 解析手段으로 예외없이 導入適用되어 斯學發展의 新紀元이 이루어지길 期待하면서, 今般 森林資源造成의 效率的인 遂行을 위한 새로운 視角에서의 森林生産組織의 基礎課題의 一部로서 樹幹의 成長因子간의 關係의 構成과 多次元에 의한 그의 總合의 表現 및 各種 變動關係 等を 보다 密度 있게 把握하기 위한 高次的 技法으로서 主成分 및

正準相關分析法(principal component analysis and canonical correlation analysis)을 日本잎갈나무 (*Larix leptolepis*)에 試驗適用하고 未洽하나마 그 成果를 報告하는 바이다.

試料 및 方法

1. 試料

1) 試料의 選定

全南 昇州郡 樂安面 平沙里 所在 永豐農場에서 比較的 集約的인 營林方式에 따라 經營管理하고 있는 20年生의 日本잎갈나무 (*Larix leptolepis*) 單純林 35ha에서 4個所의 標準地(50m × 30m)를 設定하고, 設定된 各標準地에 대한 直徑分布(12cm ~ 24cm)를 調查把握한 다음, 2cm 括約의 直徑階의 分布比에 따라 各標準地에서 16 ~ 20本씩 都合 70本の 任意標本木을 抽出(伐倒)하여, 이것들에 대한 各種 測定値를 얻어 이를 試料로 하였다.

2) 試料의 調査測定

1)項에서 採取된 各種標本木에 대한 各種成長因子를 caliper, diameter-tape, vernier-caliper, steel-tape 및 pole 等を 使用하여 다음과 같은 要領으로 測定하였다. 樹高(x_1), 枝下高(x_2), 望高(x_3) 및 樹冠幅(x_6)은 cm單位로, 胸高直徑(x_4), 中央直徑

(x_5) 및 其他 各所定部位의 直徑(正形數를 求하기 爲한 樹高 1/20 部位의 直徑 및 幹材積求積을 爲한 各區分(區分長: 2m)의 中央直徑)은 mm 단위로, 幹材積(x_7)은 $m^3/100,000$ 單位로 各各 測定하였으며, 正形數(x_3)는 小數點 以下 3 位까지 算出하여 이를 3 位에서 4 捨 5 入하였다.

2. 方法

위에서 얻은 8 個變量(特性值)(正形數(x_3)는 其他의 全因子($x_1 \sim x_7$)와 無相關인 것으로 判明되었으므로 正準相關分析에서는 除外)을 資料로 하여 이에 正準相關分析法(canonical correlation analysis)^{2,3, 4,6,7,8,9)} 과 主成分分析法(principal component analysis)^{2,3,4,6,7,8,9,10,11,12)} 을 適用하여 處理分析하였다.

本 論文의 統計分析에 있어서 正準相關分析은 全南 大學校電算所의 H. P. 3000 (Package SPSS), 主成分分析은 全南大學校農科大學의 APPLE II Persocom 에 의하여 計算되었다.

結果 및 考察

1. 成長因子의 正準相關과 그의 關係의 背景

1) 單相關과 그의 有意性

7 個의 各種 成長因子 即, 樹高(x_1), 枝下高(x_2), 望高(x_3), 胸高直徑(x_4), 中央直徑(x_5), 樹冠幅(x_6), 幹材積(x_7) 等을 2 個因子씩 組合한 7C_2 組에 對한 單相關內容은 表 1 에서 알 수 있는 바와 같이 組合 因子에 따라 強度의 差異는 있으나 다같이 相關關係가 있으며, 이 中에서도 相關強度가 매우 높은 것은 x_4 와 $x_7(r=0.981^{**})$, x_4 와 $x_5(r=0.951^{**})$, x_5 와 $x_7(r=0.946^{**})$, x_1 과 $x_3(r=0.870^{**})$, x_1 과 $x_7(r=0.829^{**})$, ... 等이었으며, 매우 낮은 것은 x_2 와 $x_6(r=0.214^*)$, x_2 와 $x_5(r=0.350^{**})$ 의 順이었다.

위의 相關分析에 따라 經濟林業(用材生産)의 側面에서 窮極의 目的因子가 되는 幹材積(量의 成長因子)

Table 1. Pearsonian(simple) correlation coefficients of the various combinations (7C_2)

Growth factor (X)	(x_2)	(x_3)	(x_4)	(x_5)	(x_6)	Volume (x_7)
Height (x_1)	0.5362**	0.8703**	0.7809**	0.7486**	0.5643**	0.8286**
Clear height (x_2)		0.5223**	0.3850**	0.3497**	0.2139*	0.4156**
Form height (x_3)			0.6443**	0.6845**	0.4925**	0.7049**
Breast height diameter (x_4)				0.9514**	0.7003**	0.9809**
Mid diameter (x_5)					0.7263**	0.9461**
Crown diameter (x_6)						0.7086**

*: $p < 0.05$, **: $p < 0.01$, p: probability

은 모든 質的 成長因子와 密接한 關係를, 그 中에서도 특히 胸高直徑과 樹高 및 中央直徑은 幹材積과 더욱 높은 相關關係가 있음이 確認됨으로써, 胸高直徑(또는 中央直徑)과 樹高는 幹材積의 成長 및 測定 指標(尺度)가 되며, 이들의 成長(量)은 바로 幹材積 成長(量)의 相對的 表現임을 알 수 있다. 또한 用材利用의 側面에서 매우 重要視되는 樹高와 中央直徑 및 胸高直徑 역시 枝下高와의 相關이 약할 뿐, 其他의 모든 成長因子와 매우 높은 相關이 있음을 알 수 있는데, 이와 같은 事實은 用材生産을 營林目的으로 하는 경우 育林過程에서 重視되어야 할 것으로 생각된다.

2) 正準相關과 影響力 構造

正準變量(canonical variate)이란 N 個의 各標本에 대한 p 種의 變量(特性) 即, p 個의 多變量 data

(x_1, x_2, \dots, x_p)를 r 個의 變量群(x_1, x_2, \dots, x_r)과 $p-r=s$ 個의 變量群($x_{r+1}, x_{r+2}, \dots, x_p$) 等 2 개群(一般的인 경우 $s \geq r$ 로 함)으로 區分하여, 各群의 所屬變量에 關한 線形結合(linear combination)形式의 合成變量(總合特性值) $u = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_r x_r$, $v = b_1x_{r+1} + b_2x_{r+2} + \dots + b_s x_p$ 를 推定함에 있어, $E\{u\} = a'E\{X_1\} = 0$, $E\{v\} = b'E\{X_2\} = 0$ 및 $V\{u\} = a'V\{X_1\}a = 1$, $V\{v\} = b'V\{X_2\}b = 1$ 의 條件下에서 最大의 相關係數를 갖는 合成變量 u, v 를 말하는 것으로서, 各群의 所屬因子間의 相關行列 R_{11}, R_{22} (部分行列)과 兩群의 因子交互間의 相關行列 R_{12}, R_{21} (部分行列)에 依해서 이루어진 行列 $R_{11}^{-1}R_{12}R_{22}^{-1}R_{21}$ 의 固有方程式(characteristic equation) $|R_{11}^{-1}R_{12}R_{22}^{-1}R_{21} - \lambda^2 E| = 0$ 을 풀어서 得힌 各 가지 正準變量에 關한 分析結果는 表 2 와 같은데,

Table 2. Canonical correlation analysis

Related variate (Growth factor) (X)		Canonical variate number	Eigenvector (Coefficient vector of canonical variate)														Eigenvalue (λ^2)	Canonical correlation coefficient ($r_{1,2}$)	Test of significance ($p \leq 0.01$)	Remarks
Group I	Group II		Group I (A)							Group II (B)										
			a_1	a_2	a_3	a_4	a_7	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6							
x_7	x_1, x_2, x_3	1	1.00000	1.06323	-0.04299	-0.07080	0.68857	0.82960**	Highly significant	d.f. = 3 p = 0.000	
x_7	x_4, x_5, x_6	1	1.00000	.	.	.	0.86433	.	0.11996	0.02917	0.96428	0.98198**	"	"	d.f. = 3 p = 0.000	
x_7	$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$	1	1.00000	0.12948	0.00291	0.03076	0.76707	0.09107	0.02576	0.97418	0.98700**	"	"	"	d.f. = 6 p = 0.000	
x_7	x_1, x_4	1	1.00000	0.16281	.	.	0.86768	.	.	0.97219	0.98600**	"	"	"	d.f. = 2 p = 0.000	
x_1, x_2, x_3	x_4, x_5, x_6	1	1.20569	-0.04444	-0.21696	1.09571	-0.14076	0.05285	0.61711	0.78556**	"	"	"	d.f. = 9 p = 0.000	
x_1, x_3		2	1.47075	0.34531	-2.01343	3.04601	-3.28097	0.05874	0.21121	0.45958**	"	"	"	d.f. = 4 p = 0.003	
x_1	x_4, x_5, x_6	1	1.00000	0.92354	0.05204	0.03761	0.61054	0.78137**	"	"	"	d.f. = 3 p = 0.000	
x_4	x_1, x_2, x_3	1	.	.	.	1.00000	.	1.17231	-0.04663	-0.17494	.	.	.	0.61588	0.78478**	"	"	"	d.f. = 3 p = 0.000	
x_1, x_2	x_4, x_5	1	1.03271	-0.06371	0.91159	0.09250	.	0.61189	0.78223**	"	"	"	d.f. = 4 p = 0.000	
x_1, x_3	x_4, x_5	1	1.19522	.	-0.23181	1.12513	-0.13239	.	0.61565	0.78463**	"	"	"	d.f. = 4 p = 0.000	
		2	-1.64171	.	2.01743	-3.04728	3.24566	.	0.19229	0.43851**	"	"	"	d.f. = 1 p = 0.000	

x_1 : Height, x_2 : Clear height, x_3 : Form height, x_4 : D. B. H., x_5 : Mid diameter, x_6 : Crown diameter, x_7 : Stem volume

그 內容을 檢討하여 다음과 같이 要約한다.

(1) 樹高(x_1), 枝下高(x_2) 및 望高(x_3)와 幹材積(x_7)

上長成長因子(質的 成長因子)인 x_1, x_2 및 x_3 를 1 個 組合으로 連結한 條件 即, 3 個 變量에 관한 線形結合形式의 合成變量($v_1 = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$) 과 量的 成長因子인 x_7 과의 正準相關 $r_{u_1, v_1} = 0.32980^{**}$ ($\lambda_1^2 = 0.68857$) 이 매우 強할 뿐만 아니라 x_1, x_2, x_3 와 x_7 間의 各單相關係數($r_{1,7} = 0.8286^{**}$, $r_{2,7} = 0.4156^{**}$, $r_{3,7} = 0.7050^{**}$) 보다 높게 나타남으로써, 正準相關分析 本來의 意義와 適用目的에 副應함을 알 수 있는데, 이 境遇에 얻어진 正準變量

$$\begin{cases} u_1 = 1.00000x_7 \\ v_1 = 1.08323x_1 - 0.04299x_2 - 0.07080x_3 \end{cases}$$

의 係數 vector 에서 x_1 的 係數가 x_2, x_3 的 것에 비하여 극히 크게 나타남으로써, x_1 은 x_1, x_2, x_3 에 依한 上長成長의 總合特性(值)의 形成에 있어 決定的인 影響力을 가진 有力한 因子임을 알 수 있다. 이에 따라 幹材積과 가장 密接한 關係가 있는 것은 樹高로서 이는 3 個 上長成長因子 中 幹材積과의 正準相關에 주는 寄與도가 絶對的인데 反하여, 枝下高와 望高는 그의 影響力이 極히 미약함을 알 수 있다.

(2) 胸高直徑(x_4), 中央直徑(x_5) 및 樹冠幅(x_6) 과 幹材積(x_7)

(1) 項에서와 같은 構想에 따라, 肥大成長因子(質的 成長因子)인 x_4, x_5 및 x_6 的 合成變量과 量的 因子인 x_7 과의 相關分析에서 얻은 正準相關 $r_{u_1, v_1} = 0.98198^{**}$ ($\lambda_1^2 = 0.96428$) (關連된 各因子間의 單相關보다 높음) 과 正準變量

$$\begin{cases} u_1 = 1.00000x_7 \\ v_1 = 0.86433x_4 + 0.11996x_5 + 0.02917x_6 \end{cases}$$

에 의하여 合成變量內의 胸高直徑은 幹材積과의 正準相關에서 最大의 影響力을 保有하면서 肥大成長因子의 總合特性의 形成에 絶對적인 比重을 차지하고 있으며, 中央直徑과 樹冠幅 특히 樹冠幅의 影響力은 極도로 미약함을 알 수 있다.

(3) 樹高(x_1), 枝下高(x_2), 望高(x_3), 胸高直徑(x_4), 中央直徑(x_5) 및 樹冠幅(x_6) 과 幹材積(x_7)

上長成長因子인 x_1, x_2, x_3 와 肥大成長因子인 x_4, x_5, x_6 等을 총망라한 6 個 質的 因子를 1 個의 線形結合形式으로 連結한 合成變量($v_1 = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_6x_6$) 과 量的 成長因子인 x_7 과의 正準相關分析에서 얻은 正準相關 $r_{u_1, v_1} = 0.98700^{**}$ ($\lambda_1^2 = 0.97418$) 과 正準變量

$$\begin{cases} u_1 = 1.00000x_7 \\ v_1 = 0.12948x_1 + 0.00291x_2 + 0.03076x_3 + 0.76707x_4 + 0.09107x_5 + 0.02576x_6 \end{cases}$$

에 따라 各種 質的 因子로 連結된 合成變량과 量的 因子인 幹材積間의 正準相關이 各個 質的 因子와 幹材積間의 單相關보다 크게 나타남으로써, 正準相關 本然의 特性에 符合됨을 確認할 수 있으며, 또한 正準變量 v_1 式의 係數 vector 에 따라 胸高直徑이 幹材積과의 正準相關에 있어 最大의 影響力을, 樹高가 第2의 影響力을 保有한 因子로서 幹材積과의 相關에 크게 寄與하는데 反하여, 枝下高, 樹冠幅 및 望高等은 無相關에 가까울 정도의 극히 낮은 寄與度를 지닌 것으로 淸明된다. 各種 質的 成長의 總合特性은 肥大成長因子인 胸高直徑과 上長成長因子인 樹高의 強한 影響力에 依해서 形成된다는 事實에 따라 幹材積計劃에 있어 胸高直徑과 樹高는 必要不可缺한 主要因子임을 確認할 수 있게 된다.

(4) 樹高(x_1) 및 胸高直徑(x_4) 과 幹材積(x_7)

위에서 밝혀진 結果에 따라, 幹材積과의 相關에서 兩大有力因子로 認定된 x_1 과 x_4 와의 優劣差를 알아보기 위한 分析에서 얻은, 線形結合形式으로 連結된 條件下에서의 x_1, x_4 와 x_7 과의 正準相關 $r_{u_1, v_1} = 0.98600^{**}$ 과 이에 對應한 正準變量

$$\begin{cases} u_1 = 1.00000x_7 \\ v_1 = 0.16281x_1 + 0.86768x_4 \end{cases}$$

에서 胸高直徑이 幹材積과의 正準相關에 미치는 影響力 即, 胸高直徑의 寄與도가 樹高에 比하여 相對的으로 훨씬 높다는 事實을 確認할 수 있는데, 이로써 肥大成長因子인 胸高直徑이 上長成長因子인 樹高보다 幹材積과 密接한 關係에 있음을 알 수 있다.

(5) 胸高直徑(x_4), 中央直徑(x_5) 및 樹冠幅(x_6) 과 樹高(x_1)

肥大成長因子인 x_4, x_5 및 x_6 로 線形結合된 合成變量과 上長成長因子인 x_1 과의 相關分析에서 얻은 $r_{u_1, v_1} = 0.78137^{**}$ ($\lambda_1^2 = 0.61054$) 과 正準變量

$$\begin{cases} u_1 = 1.00000x_1 \\ v_1 = 0.92354x_4 + 0.05204x_5 + 0.03761x_6 \end{cases}$$

에 따라 正準相關의 背景을 살펴 보면, 樹高와 正準相關에 있어 3 個 肥大成長因子 中 寄與도가 두드러지게 높은 것은 胸高直徑으로서 肥大成長의 總合特性의 形成에 현저한 影響力을 지니고 있으며, 中央直徑과 樹冠幅은 樹高와의 正準相關이 희미함을 나타내주고 있다.

따라서 胸高直徑과 樹高間에는 매우 強한 相關이 있다는 既知의 事實을 確實할 수 있게 된 것이다.

(6) 樹高(x_1), 枝下高(x_2), 望高(x_3)와 胸高直徑(x_4)

(5)項의 樹高와의 相關分析에서 가장 有力한 相關因子로 밝혀진 胸高直徑과 各種 上長成長因子(x_1, x_2, x_3)을 1組의 合成變量으로 연결한 條件下에서의 樹高와의 相關을 ((5)項과의 逆關係에서) 알아 보기 위하여, x_1, x_2, x_3 에 關한 合成變量과 x_4 間의 正準相關 $r_{u_1, v_1} = 0.78478^{**}$ ($\lambda_1^2 = 0.61588$)과 正準變量

$$\begin{cases} u_1 = 1.00000 x_4 \\ v_1 = 1.17231 x_1 - 0.04663 x_2 - 0.17494 x_3 \end{cases}$$

를 얻었다.

위의 高度正準相關에 대한 影響力의 分布分析에 따라, 上長成長因子 中 肥大成長因子인 胸高直徑과의 正準相關이 현저하게 높은 것은 樹高로서, 이는 上長成長의 總合特性形成의 絕對的인 影響因子가 되며, 其他의 因子는 胸高直徑과의 正準相關성이 극히 미약함을 알 수 있는데, 이와 같은 사실은 (5)項에서의 關係事實을 強力히 立證해 주고 있다.

(7) 胸高直徑(x_4), 中央直徑(x_5) 및 樹冠幅(x_6)과 樹高(x_1), 枝下高(x_2) 및 望高(x_3)

(5), (6)項에서 밝혀진 樹高와 胸高直徑間의 關係事實을 再確認하고자, 上長成長因子인 x_1, x_2, x_3 와 肥大成長因子인 x_4, x_5, x_6 을 各個組로 연결한 各各의 3個變量에 關한 合成變量間의 相關關係를 分析하고, 第1正準相關 $r_{u_1, v_1} = 0.78556^{**}$ ($\lambda_1^2 = 0.61711$) 및 第2正準相關 $r_{u_2, v_2} = 0.45958^{**}$ ($\lambda_2^2 = 0.21121$)과 第1正準變量

$$\begin{cases} u_1 = 1.20569 x_1 - 0.04444 x_2 - 0.21696 x_3 \\ v_1 = 1.09571 x_4 - 0.14076 x_5 + 0.05285 x_6 \end{cases}$$

및 第2正準變量

$$\begin{cases} u_2 = 1.47075 x_1 + 0.34531 x_2 - 2.01343 x_3 \\ v_2 = 3.04601 x_4 - 3.28097 x_5 + 0.05874 x_6 \end{cases}$$

을 얻었다. 이에 따라 兩總合特性間의 高度相關에

關한 影響力 構造와 그의 力學關係를 檢討해 보면, 第1正準變量에서 上長成長의 總合特性은 樹高에 依해서, 肥大成長의 總合特性은 胸高直徑에 依해서 各各 形成됨이 分明한 뿐만 아니라, 正準變量의 兩式이 係數의 符號가 서로 달라 係數의 代數和가 0에 가까운 것으로 되어 있어 形式上 各式의 總合特性이 各變量의 差에 依해서 形成되는 것으로 되어있는 第2正準變量 역시 실제상 樹高와 胸高直徑이 其他의 變量(特性值)보다 월등히 크기 때문에 結果적으로 總合特性이 樹高와 胸高直徑에 依해서 결정된다고 解釋된다. 이와같은 事實은 各種 上長成長因子와 肥大成長因子間의 正準相關에 있어 樹高와 胸高直徑의 寄與가 극히 현저함을 뜻하는 것으로서 이는 兩因子에 대한 幹材積計測에 있어서의 必須的인 有力因子로서 의 科學性을 立證해 주고 있다.

2. 成長因子的 主成分과 그의 情報力量

N 個의 各 標本에 대한 相互 關聯성이 있는 p 種의 變量(x_1, x_2, \dots, x_p)(多變量 data)을 相互 獨立性을 지닌(相關성이 없는) m ($m \leq p$)個의 線形結合形式의 合成變量 $Z_i = a_{1i} x_1 + a_{2i} x_2 + \dots + a_{pi} x_p$ ($a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + \dots + a_{pi}^2 = 1$ 의 條件)로 變換할 境遇, Z_i 가 變量 x_1, x_2, \dots, x_p 等에 關한 모든 1次式(合成變量)이 갖는 分散中 最大分散을 가질 때, 이 Z_i ($i = 1 \dots m$)를 第 i 主成分(principal component)이라 稱하는 것으로서, 本 試料인 8種의 成長因子의 特性值에 의한 다음과 같은 相關行列(correlation matrix) R 의 固有值問題(eigenvalue problem) $Ra = \lambda a$ 를 解決함으로써 即, 相關行列 R 의 固有方程式(characteristic equation) $|R - \lambda E| = 0$ 를 풀어서 얻은 R 의 固有值(eigenvalue) λ_i (主成分 Z_i 의 分散)에 對應한 R 의 固有 vector a_i ($i = 1 \dots 8$) (主成分 Z_i 의 係數 vector)를 反復法(iteration method; power method) 또는 Jacobi 法에 依하여 算定하고,

相關行列(correlation matrix)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	1	0.53619	0.87035	0.78090	0.74859	0.56427	0.82840	0.03219
x_2	0.53619	1	0.52229	0.38500	0.34973	0.21388	0.41564	-0.05469
x_3	0.87035	0.52229	1	0.64432	0.68446	0.49249	0.70486	0.21112
x_4	0.78090	0.38500	0.64432	1	0.95144	0.70029	0.98093	0.02245
x_5	0.74859	0.34973	0.68446	0.95144	1	0.72629	0.94620	0.16070
x_6	0.56427	0.21388	0.49249	0.70029	0.72629	1	0.70859	0.01102
x_7	0.82840	0.41564	0.70486	0.98093	0.94620	0.70859	1	0.09753
x_8	0.03219	-0.05469	0.21112	0.02245	0.16070	0.01102	0.09753	1

算定된 λ_i 와 a_i 에 따라 各主成分의 寄與率(percentage variance, proportion)과 因子負荷量(factor loading) 및 主成分 Z_i 까지의 累積寄與率(accumulated percentage variance) 등을 算出하여 얻은 主成分에 關한 分析結果를 要約한 表 3 과 같았는데, 이에 따라 分析檢討된 內容은 다음과 같다(本試驗에서는 試料의 各種 變量(特性值)의 單位가 相異할 뿐만 아니라 各變量에 대한 均형있는 weight 를 取하기 위하여 相關行列을 利用하였음).

1) 主成分과 그의 寄與率

樹幹에 대한 各種 主要變動을 分析檢出하여 그의 特徵을 把握할 目的으로 相關성이 있는 8次元의 情報(8種의 特性值)를 最大의 說得力(最大의 情報吸收力)을 지닌 相互無相關의 總合特性值들 即, 各主成分으로 變換導出하였는데, 各主成分은 表 3 에 따라 다음과 같다.

第 1 主成分 (Z_1);

$$Z_1 = 0.40192x_1 + 0.23693x_2 + 0.37047x_3 + 0.41745x_4 + 0.41629x_5 + 0.33454x_6 + 0.42798x_7 + 0.04923x_8$$

第 2 主成分 (Z_2);

$$Z_2 = -0.09306x_1 - 0.34707x_2 + 0.08372x_3 - 0.03239x_4 + 0.11152x_5 + 0.00012x_6 + 0.02407x_7 + 0.92185x_8$$

第 3 主成分 (Z_3);

$$Z_3 = 0.19832x_1 + 0.68210x_2 + 0.35824x_3 - 0.22522x_4 - 0.20876x_5 - 0.42373x_6 - 0.15055x_7 + 0.26562x_8$$

第 4 主成分 (Z_4);

$$Z_4 = -0.43667x_1 + 0.59718x_2 - 0.49010x_3 + 0.05869x_4 + 0.09320x_5 + 0.39163x_6 + 0.02492x_7 + 0.21535x_8$$

第 5 主成分 (Z_5);

$$Z_5 = 0.10563x_1 - 0.03059x_2 + 0.34241x_3 - 0.39773x_4 - 0.26984x_5 + 0.73916x_6 - 0.30541x_7 - 0.00540x_8$$

第 6 主成分 (Z_6);

$$Z_6 = 0.67738x_1 - 0.00988x_2 - 0.55135x_3 + 0.01053x_4 - 0.42100x_5 + 0.07955x_6 + 0.16505x_7 + 0.16171x_8$$

第 7 主成分 (Z_7);

$$Z_7 = -0.35472x_1 - 0.02148x_2 + 0.25539x_3 + 0.31229x_4 - 0.69979x_5 + 0.03780x_6 + 0.46858x_7 + 0.01630x_8$$

第 8 主成分 (Z_8);

$$Z_8 = 0.06294x_1 + 0.00428x_2 + 0.02752x_3 + 0.71742x_4 - 0.14916x_5 + 0.03244x_6 - 0.67296x_7 + 0.06629x_8$$

위에서 原變量의 數와 同數의 主成分(第 8 主成分까지)을 導出하였으나, 主成分과 같은 總合特性值의 誘導을 위한 最善의 技法으로서의 主成分分析法은 固有의 理論과 性格이 多次元의 變量을 合成變量形式의 少次元의 變量으로 變換 即, 多次元變量에 대한 有效次元의 簡約化로서 原變量의 情報量을 最大限으로 吸收할 수 있는 少數個(原變量數보다 적은 數)의 總合特性值를 設定된 有效目標에 따른 個數만 導出하는데 있으므로, 本試驗에서 有效目標을 85% (累積寄與率)로 設定(目的에 따라 다르겠으나 通常 80%로 함)했을 경우, 表 3에서 알 수 있는 바와 같이 第 3 主成分까지의 累積寄與率이 88.36%로서 有效目標 85%를 超過하게 되므로, 3次元까지의 簡約化(第 3 主成分까지의 導出) 即, 3個의 主成分으로 8種의 原變量이 保有하고 있는 全情報量(8次元의 情報)의 88.36%를 說明할 수 있을만치 3個의 主成分 특히 第 1 主成分(1st principal component)은 그의 寄與率이 63.26%나 되는 매우 情報吸收力이 強한 主成分임을 알 수 있으며, 아울러 第 4 以上の 主成分 導出의 必要性이 없음을 알 수 있다.

2) 主成分의 因子負荷量과 因子型

前 1) 項에서 구체화된 各主成分은 各標本에 대한 樹幹의 特徵을 單적으로 表現하는 總合指標가 되며, 各主成分의 係數와 因子負荷量은 主成分內에서의 自體(關係)變量의 影響力과 當該 主成分과의 相關度를 各各 表示하게 된다.

表 3에서, 第 1 主成分 Z_1 는 그의 係數가 모두 +로 되어 있어 變量의 크기에 따라 그의 값이 커지게 되므로, 이는 곧 樹幹의 總合的인 크기의 指標가 된다.

따라서, Z_1 은 樹幹의 “크기의 因子(size factor)”가 되며, size factor인 Z_1 은 前述한 바에 따라 8種의 變量(成長因子)中 係數와 因子負荷量이 相對的으로 매우 큰 x_1 , x_4 , x_5 및 x_7 등의 支配的인 影響을 받게 되므로, Z_1 의 score 即, 主成分得點(principal component score)은 이들 4個 變量에 의해서 決定된다. 따라서, 樹幹의 크기를 형성하는 絶對的인 因子는 材積, 胸高直徑, 中央直徑 및 樹高임을 알 수 있는데, 이는 또한 樹幹 크기의 절대적

Table 3. Principal component analysis calculated from correlation matrix

P. c. (Z) Var- iate (G.f.) (X)	Z ₁		Z ₂		Z ₃		Z ₄		Z ₅		Z ₆		Z ₇		Z ₈		
	E. v.	F. l.	E. v.	F. l.	E. v.	F. l.	E. v.	F. l.	E. v.	F. l.	E. v.	F. l.	E. v.	F. l.	E. v.	F. l.	
x ₁	0.40192	0.90414	-0.09306	-0.09571	0.19832	0.19331	86.40	-0.43667	-0.27947	0.10563	0.06383	0.67738	0.22099	-0.35472	-0.07027	0.06294	0.00669
x ₂	0.23693	0.53299	-0.34707	-0.35694	0.68210	0.66488	85.35	0.59718	0.38220	-0.03059	-0.01848	-0.00988	-0.00322	-0.02148	-0.00426	0.00428	0.00045
x ₃	0.37047	0.83339	0.08372	0.08610	0.35824	0.34919	82.39	-0.49010	-0.31366	0.34241	0.20690	-0.55135	-0.17987	0.25539	0.05059	0.02752	0.00292
x ₄	0.41745	0.93907	-0.03239	-0.03331	-0.22522	-0.21953	93.12	0.05869	0.03756	-0.39773	-0.24032	0.01053	0.00344	0.31229	0.06186	0.71742	0.07625
x ₅	0.41629	0.93647	0.11152	0.11469	-0.20876	-0.20349	93.15	0.09320	0.05965	-0.26984	-0.16305	-0.42100	-0.13735	-0.69979	-0.13863	-0.14916	-0.01585
x ₆	0.33454	0.75256	0.00012	0.00012	-0.42373	-0.41303	73.69	0.39163	0.25064	0.73916	0.44663	0.07955	0.02595	0.03780	0.00749	0.03244	0.00345
x ₇	0.42798	0.96276	0.02407	0.02475	-0.15055	-0.14675	94.91	0.02492	0.01595	-0.30541	-0.18454	0.16505	0.05385	0.46858	0.09283	-0.67296	-0.07152
x ₈	0.04923	0.11075	0.92185	0.94808	0.26562	0.25891	97.82	0.21535	0.13782	-0.00540	-0.00326	0.16171	0.05276	0.01630	0.00323	0.06629	0.00705
Eigenvalue	5.06047		1.05771		0.95014		0.40960		0.36511		0.10643		0.03924		0.01130		
P. v. (%)	63.26		13.22		11.88		5.12		4.56		1.33		0.49		0.14		
A. p. v. (%)	63.26		76.48		88.36		93.48		98.04		99.37		99.86		100.00		
T. f.	Size factor		Shape factor		Shape factor			

E. v. : Eigenvector, F. l. : Factor loading, P. c. : Principal component, G. f. : Growth factor,
 S. p. e. p. c. v. : Summed proportion of the efficient principal components (1st~3rd p.c.) to each variate,
 P. v. : Percentage variance (proportion), A. p. v. : Accumulated proportion, T. f. : Type of factor

인 因子는 材積이며, 材積 크기의 絶對적인 因子는 胸高直徑, 中央直徑 및 樹高인 것으로도 解釋된다.

다음으로 第2主成分 Z_2 는 극히 큰 +係數(0.92185)와 因子負荷量(0.94801)을 가진 x_8 (正形數) 以外の 모든 變量(成長因子)의 係數가 相反符號의 極小値로 되어 있어 Z_2 의 score는 正形數의 決定的인 影響을 받게됨으로써 Z_2 는 名實相符한 樹幹形狀의 指標로서의 "形狀의 因子(shape factor)"임을 알 수 있다. 따라서, Z_2 는 正形數 本然의 意味에 따른 樹幹의 立體的 相似性 및 完滿度(tapering grade)의 尺度가 된다고 判斷된다.

끝으로, x_2 (枝下高)와 相當한 相關이 있어 보이는 第3主成分 Z_3 는 上長成長因子인 x_1, x_2 및 x_3 등의 係數가 +인데 反해, 肥大成長因子인 x_4, x_5, x_6 및 x_7 등의 係數가 -로 되어 있어 上長因子値가 크고, 肥大因子値가 작을 때는 Z_3 의 score가 커지며, 이의 逆인 경우에는 작아지므로, Z_3 는 細長한 樹幹일수록 그 값이 커진다는 것을 알 수 있다.

따라서, Z_3 는 樹幹의 成長形狀을 表現하는 指標로서, 第2의 "形狀의 因子(shape factor)"가 된다는 것을 알 수 있다. 따라서 密生地の 細長한 樹幹이나 疎生地の 굵고 짧은 樹幹이 Z_3 에 屬할 것으로 解釋된다.

3) 有效主成分의 各變量에 대한 寄與率

이는 3個 有效主成分 即, 既히 設定된 有效目標 85%에 맞추어 採擇된 第1~第3主成分($Z_1 \sim Z_3$)의 各變量에 대한 情報의 吸收率을 意味하는 것으로서, 表 3에서 x_6 (樹冠幅)를 除外한 모든 變量의 情報가 有效主成分에 의해서 82% 以上씩 說明된다는 것, 이 中에서도 특히 x_7 (材積), x_8 (正形數), x_4 (胸高直徑) 및 x_5 (中央直徑) 등은 自體情報量의 93.00

~98.00%까지 說明될 수 있다는 事實은 期待되는 成果로서 매우 만족스러운 일이 아닐 수 없다.

引 用 文 獻

1. 本多正久. 1983. 經營のための多變量解析法. 産能大出版. pp. 84-101.
2. 河口至商. 1980. 多變量解析. 森北出版. pp. 35-51, 53-60.
3. Kreyszig, E. 1983. Advanced Engineering Mathematics. John Wiley & Sons. pp. 345-349.
4. Morrison, D. F. 1967. Multivariate Statistical Methods. Mc Graw-Hill. pp. 266-269.
5. 中村慶一. 1979. 應用多變量解析. 森北出版. pp. 196-224.
6. 中村正一. 1982. 例解多變量解析入門. 日刊工業新聞社. pp. 79-105, 131-138.
7. 農林水産技術會議. 1972. 農林水産試驗研究のための統計的數學的方法. pp. 137-146.
8. 奥野忠一. 1980. 多變量解析法. 日科技連. pp. 159-257, 373-384.
9. 奥野忠一. 1982. 應用統計ハンドブック. 養賢堂. pp. 318-377, 390-399.
10. 鈴木義一. 1982. 例解多變量解析. 實教出版. pp. 95-122, 146-152.
11. 田中 豊. 1983. 多變量統計解析法. 現代數學社. pp. 53-97.
12. 浦 昭二. 1980. 多變量解析の基礎. サイエンス社. pp. 5-28, 56-70.