

一般 카메라에 의한 위치결정의 解析的 技法에 관한 연구

楊 寅 台*

Analytical Techniques For Use With Frame Photography

In-Tae Yang*

Abstract

Analytical techniques for use with reconnaissance frame photographs are outlined. The first approach is a point-by-point space resection in which the dynamic properties of the camera are taken into account. In the second approach appropriate parameters are added to correct for image distortions, caused by the focal plane shutter, during the space resection phase. Test results showed that the analytical techniques developed will significantly improve the planimetric and height accuracy obtained by conventional methods.

하다.

1. 序 論

一般 카메라에 의한 사진의 기하학적 성질은 1978년 EI Hassan 에 의하여 밝혀졌다. 理論的 관찰은 단지 초점평면에 셋터가 장착되고 아무런 이미지의 흔들림도 보정하지 않은 카메라가 적용될 때 이미지의 기하학적 성질은 심하게 왜곡될 것 이라는 것을 보여 주었다.¹⁾ 재래식 立體圖化機는 초점평면셋터에 의하여 촬영된 영상을 보정할 수 있는 장치를 갖추고 있지 않기 때문에 이 문제에 대한 해석적 접근은 어쩔 수 없다. 그러므로 相互標定을 가능케 하는 방법과 수정된 모델과 地形座標를 가능케 하는 두가지 방법을 고안하고 실험하였다. 이 모든 조작을 위한 기본적인 入力자료는 單座標測定機나 立體座標測定機에서 測定되어진 寫眞座標나 이미지 座標가 이용된다. 물론 이러한 기술 들은 해석적 도화기의 사용을 위해 아주 적당

2. 셋터작동시 경사변화

測定用 寫眞을 사용하는 이제까지의 사진측량작업에서, 경사는 노출시간 동안과 고정시키는 표준방법인 標定技術에 의하여 발생된다. 이러한 가정은 노출시간이 약 1/300에서 1/500 초이고 노출시간 동안의 경사변화는 무시되어 질 수 있는 내부 렌즈 셋터를 이용하여 찍은 측정용 사진을 이용하여 밝혀졌다. 초점평면 셋터에서 각각의 이미지 점에 대한 노출시간 t_0 가 같다 할지라도 초점평면을 지나는 셋터의 통과시간 t_s 는 아주 다를 것이다. 그러므로 노출시간 동안 경사값이 일정하게 남고, 그것이 1967년에 Call 이 그의 스트리프와 파노라마 사진의 해석이라는 보고서에서 사용한 “동적이미지 시스템”의 형태를 갖길 것²⁾이라고 가정하는 것은 매우 어렵다. 이 상황에서 노출점의 위치와

* 江原大學校 工科大學 土木工學科 助教授

* Assistant Professor, Dep't of Civil Engineering, Kangweon Nat'l University.

카메라의 위치는 셋터가 초점평면 전체를 노출시키는 동안에 변하고 있다. 그러므로 외부표정 요소는 시간에 따른 변수로 간주되어져야 한다.

3. 點과 點의 空間交會法

초점평면 셋터는 음화가 노출되고 있는 동안에 노출점의 위치와 자세를 변화시키기 때문에 이미지 점들은 각각 처리되어야 한다. 즉 사진상의 각 점들에 대하여 각각의 대응하는 노출점과 카메라의 자세가 결정되어야 한다. 공간상에서 대상물과 이미지 사이의 상호관계⁶⁾는 카메라상에 있는 각각의 점에 대하여 적용할 때 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \lambda_i A_i \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ -f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{o,i} \\ Y_{o,i} \\ Z_{o,i} \end{pmatrix}$$

여기서 X_i, Y_i, Z_i 는 고정된 외부좌표계에 있는 대상점의 좌표이며, $X_{o,i}, Y_{o,i}, Z_{o,i}$ 는 가상적인 외부표정좌표계에서 투영중심의 좌표이고 이미지점 i 에서 노출된다. 그리고 A_i 는 점 i 의 노출순간에 나타나고, 동시에 투영중심($X_{o,i}, Y_{o,i}, Z_{o,i}$)에 기인하고 또 지상좌표계에 대한 사진좌표에 관계하는 회전요소 $\omega_i, \phi_i, \kappa_i$ 로 이루어진 orthogonal transformation matrix이다.

사진좌표계는 Fig. 1에서와 같이 기하학적 중심 p 를 원점으로 하고 슬릿을 따라 y 축, 그의 직각방향을 x 축으로 하고 있다.

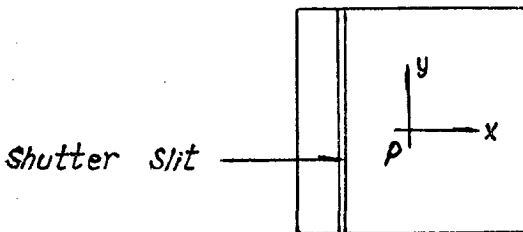


Fig. 1. Photocoordinate System

이 관계로부터 상응되는 역행렬은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ -f \end{pmatrix} = \frac{J_i}{\lambda_i} A_i^T \begin{pmatrix} X_i - X_{o,i} \\ Y_i - Y_{o,i} \\ Z_i - Z_{o,i} \end{pmatrix}$$

共線方程式은 식(2)로부터 다음과 같이 유도되어질 수 있다.

$$x_i = -f \frac{a_{11i}(X_i - X_{o,i}) + a_{12i}(Y_i - Y_{o,i}) + a_{13i}(Z_i - Z_{o,i})}{a_{31i}(X_i - X_{o,i}) + a_{32i}(Y_i - Y_{o,i}) + a_{33i}(Z_i - Z_{o,i})}$$

$$y_i = -f \frac{a_{21i}(X_i - X_{o,i}) + a_{22i}(Y_i - Y_{o,i}) + a_{23i}(Z_i - Z_{o,i})}{a_{31i}(X_i - X_{o,i}) + a_{32i}(Y_i - Y_{o,i}) + a_{33i}(Z_i - Z_{o,i})}$$

여기서 a_{11i}, a_{12i} 등은 대칭행렬 A_i 의 요소들이다.

이 식은 비선형이므로 Taylor의 정리를 이용하여 선형화 하면 다음과 같다.⁷⁾

$$V_{x_i} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial \omega_i} \right) d\omega_i + \left(\frac{\partial x_i}{\partial \phi_i} \right) d\phi_i + \left(\frac{\partial x_i}{\partial \kappa_i} \right) d\kappa_i + \left(\frac{\partial x_i}{\partial X_{o,i}} \right) dx_{o,i} + \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y_{o,i}} \right) dY_{o,i} + \left(\frac{\partial x_i}{\partial Z_{o,i}} \right) dZ_{o,i} - J_i$$

$$V_{y_i} = \left(\frac{\partial y_i}{\partial \omega_i} \right) d\omega_i + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \phi_i} \right) d\phi_i + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \kappa_i} \right) d\kappa_i + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X_{o,i}} \right) dx_{o,i} + \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y_{o,i}} \right) dY_{o,i} + \left(\frac{\partial y_i}{\partial Z_{o,i}} \right) dZ_{o,i} - K_i$$

여기서 V_{x_i}, V_{y_i} 는 측정된 사진좌표에 대한 보정량이며 J_i, K_i 는 기하학적 중심의 노출순간에 적용된 대략의 외부표정요소를 사용하여 계산된 값으로부터 측정된 사진좌표의 변위이다. 또한 알고 있지 않은 표정요소들에 대한 x_i 와 y_i 의 편미분은 외부표정요소의 대략 값으로 계산된다.

단약 사진의 중심점 P 의 노출에 상응하는 외부표정요소의 대략 값이 $\omega_p, \phi_p, \kappa_p, X_{o,p}, Y_{o,p}, Z_{o,p}$ 로 주어지고 벡터 \vec{X}_p 로 나타내어 진다면 사진상의 노출점 i 에 상응하는 대략의 외부표정요소 $\omega_i, \phi_i, \kappa_i, X_{o,i}, Y_{o,i}, Z_{o,i}$ 는 벡터 \vec{X}_i 로 나타내어지므로 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{X}_i = \vec{X}_p + \mathbf{x}_i \quad (5)$$

여기서 x_i 는 $d\omega_i, d\phi_i, d\kappa_i, dX_{oi}, dY_{oi}, dZ_{oi}$ 를 나타내는 벡터이고 그것은 점 i 가 노출되는 그들의 위치에 따라 외부표정요소에서의 변위량이다. 그러나 이 변위들은 X_{oi}, Y_{oi}, Z_{oi} 를 성분으로 하는 비행기 속도 V 와 물 $\omega_i, \phi_i, \kappa_i$ 의 함수이며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$x_i = t_i \bar{X}_i \quad (6)$$

여기에서 $\bar{X}_i = [\omega_i, \phi_i, \kappa_i, X_{oi}, Y_{oi}, Z_{oi}]^T$ 이다.

만약 슬릿속도가 일정하다고 가정되어진 U_s 로 주어진다면 사진의 중심점 P 가 노출되는 곳에서 순간적으로 관측된 사진점 i 에 대한 시간 t_i 는 다음과 같다.

$$t_i = \frac{x_i}{U_s} \quad (7)$$

만약 점 i 가 사진의 중심점 앞에서 노출되어 진다면 t_i 의 대응하는 값은 음수일 것이다.

식(7)로부터 t_i 가 x_i 의 선형방식으로 생각되어지는 것은 명백하다. 따라서 여섯개의 식이 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} d\omega_i &= a_0 + a_1 x_i \\ d\phi_i &= d_0 + b_1 x_i \\ d\kappa_i &= c_0 + c_1 x_i \\ dX_{oi} &= d_0 + d_1 x_i \\ dY_{oi} &= e_0 + e_1 x_i \\ dZ_{oi} &= f_0 + f_1 x_i \end{aligned} \quad (8)$$

상수 a_0, b_0, \dots, f_0 는 사진 중심점의 노출에 대응되는 외부표정요소의 대략 값을 보정하기 위한 것이다.

식(8)의 보정값을 식(4)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_{x_i} &= \left(\frac{\partial x_i}{\partial \omega_i}\right) a_0 + \left(\frac{\partial x_i}{\partial \omega_i}\right) a_1 x_i + \left(\frac{\partial x_i}{\partial \phi_i}\right) b_0 \\ &+ \left(\frac{\partial x_i}{\partial \phi_i}\right) b_1 x_i + \left(\frac{\partial x_i}{\partial \kappa_i}\right) c_0 + \left(\frac{\partial x_i}{\partial \kappa_i}\right) c_1 x_i \\ &+ \left(\frac{\partial x_i}{\partial X_{oi}}\right) d_0 + \left(\frac{\partial x_i}{\partial X_{oi}}\right) d_1 x_i + \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y_{oi}}\right) e_0 \\ &+ \left(\frac{\partial x_i}{\partial Y_{oi}}\right) e_1 x_i + \left(\frac{\partial x_i}{\partial Z_{oi}}\right) f_0 + \left(\frac{\partial x_i}{\partial Z_{oi}}\right) f_1 x_i \\ &- J' \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} V_{y_i} &= \left(\frac{\partial y_i}{\partial \omega_i}\right) a_0 + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \omega_i}\right) a_1 x_i + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \phi_i}\right) b_0 \\ &+ \left(\frac{\partial y_i}{\partial \phi_i}\right) b_1 x_i + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \kappa_i}\right) c_0 + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \kappa_i}\right) c_1 x_i \\ &+ \left(\frac{\partial y_i}{\partial X_{oi}}\right) d_0 + \left(\frac{\partial y_i}{\partial X_{oi}}\right) d_1 x_i + \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y_{oi}}\right) e_0 \\ &+ \left(\frac{\partial y_i}{\partial Y_{oi}}\right) e_1 x_i + \left(\frac{\partial y_i}{\partial Z_{oi}}\right) f_0 + \left(\frac{\partial y_i}{\partial Z_{oi}}\right) f_1 x_i \\ &- \kappa_i \end{aligned}$$

식(9)는 a_0 에서부터 f_1 까지의 미지의 표정인자 열두개와 각각의 표정에 대하여 두개의 미지수를 포함한다. 각각의 관측점은 식(9)에서 두식을 한조로 하여 주어지기 때문에, 한 장의 사진에 대하여 최소한 여섯개의 기준점이 미지의 매개변수를 결정하기 위하여 필요하다.

계산된 매개변수의 값은 식(8)로부터 새로운 보정값을 결정하기 위하여 사용되어진다. 표정요소에서 변하는 새로운 값들은 표정요소에 대한 새로운 개략값을 결정하기 위하여 식(4)에서 이용되며 그러한 과정은 반복된다. 그러므로 반복적 解는 결국 사진상의 각점들에 대한 매개변수 a_0, b_0, \dots, f_0 에 의하여 결정되는 정확한 외부표정요소를 나타내게 한다.

4. 공간교회법

사진좌표와 상좌표는 주어지고 표정요소는 후방교회법에 의하여 유도되기 때문에 식(1)에서 주어진 투영관계는 대상물의 지상좌표(X, Y, Z)를 해결하기 위하여 이용된다. 이것은 두개의 입체모델의 중복사진상에서 그 측정이 이루어지고 공간 후방교회법에 의하여 결정된 외부표정요소가 축척계수를 해결하기 위하여 이용되는 공간교회법에 의하여 행해진다.

지상의 대상물에 관련한 투영식과 두사진상의 그것에 대응하는 영상은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} X_i - X'_{oi} \\ Y_i - Y'_{oi} \\ Z_i - Z'_{oi} \end{bmatrix} = \lambda'_i A'_i \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ -f \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} X_i - X''_{oi} \\ Y_i - Y''_{oi} \\ Z_i - Z''_{oi} \end{pmatrix} = \lambda''_i A''_i \begin{pmatrix} x''_i \\ y''_i \\ -f \end{pmatrix} \quad (11)$$

여기서 (10)식은 왼쪽사진에 대한 것이고 (11)식은 오른쪽 사진에 대한 것이다.

이 식으로부터 축척계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\lambda''_i = \frac{(X''_{oi} - X'_i)W''_i - (Z''_{oi} - Z'_i)U''_i}{U''_i W''_i - U'_i W'_i} \quad (12)$$

$$\lambda''_i = \frac{(Z''_{oi} - Z'_i)U''_i - (X''_{oi} - X'_i)W''_i}{U''_i W''_i - U'_i W'_i} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{pmatrix} U'_i \\ V'_i \\ W'_i \end{pmatrix} = A'_i \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ -f \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} U''_i \\ V''_i \\ W''_i \end{pmatrix} = A''_i \begin{pmatrix} x''_i \\ y''_i \\ -f \end{pmatrix} \quad (14)$$

5. 공간후방 교회법

자체 캘리브레이션의 방법은 Brown²⁾이나 Baur와 Muller에 의한 bundle 방법을 이용하는 항공삼각측량에 특히 적용되어 왔다.¹⁾

부가적 매개변수에 대한 해는 공간후 방교회법에 의하여 얻어진다. 즉 다시 말해서 그들은 카메라 외부표정요소를 가지고 유사하게 해결된다. 그때 공간 교회법은 보정된 상좌표를 이용하여 수행된다.

다음의 오차모델은 지형조사용 일반 카메라를 해결하기 위하여 Brown(1976), Ebner(1978)가 선택한 것이다.²⁾

$$\Delta x = a_1 x + a_2 y + b_1 xy + b_2 xy^2 + b_3 x^2 y$$

$$+ c_1 xr^2 + c_2 xr^5 + d_1$$

$$\Delta y = -a_1 y + a_2 x + b_4 xy + b_5 xy^2 + b_6 x^2 y$$

$$+ c_1 yr^2 + c_2 yr^5 + d_2 \quad (15)$$

여기서 a_1, a_2 는 사진의 회전과 영상축척의 변경을 위하여 수정되어지고, 이때의 사진회전은 초점평면벡터에 의하여 야기되는 현상이다.⁴⁾ b 는 필름변형에 대한 보정항, c 는 방사왜곡에 대한 보정항, d 는 주점위치에 대한 보정항이다.

매개변수간의 매우 높은 상관성은 심각한 문제이며 아마 일정하지 않은 해를 나타내게 될 것이다. 이 상관성을 피하기 위하여 공분산행렬로부터 일반화된 상관행렬에 의하여 시험되어질 수 있다. 가장 영향이 작은 매개변수는 다른 매개변수와 높은 상관성을 갖기 때문에 오차모델로부터 제외될 수 있다.

6. 실험적 시도

그들의 효과를 검토하기 위하여 S-190B 사진기를 이용하여 실험하였다. S-190B 카메라의 몸은 양방향 초점평면벡터를 장치한 Hycon KA-74 지형조사 카메라를 변형시킨 것이다.⁵⁾

이미지 변형수정은 노출하는 동안 그의 마운트내에 있는 카메라 전체를 흔들음에 의하여 얻어진다. S-190B 카메라는 초점거리가 460mm, 최대노출 f/4, 최대방사변형이 ±10um인 렌즈를 장착하고 있다.

실험결과를 Table 1과 같다.

Table 1. Root Mean Square Errors of Residuals at Check Points

방	법	모델 No. 0112/3				모델 No. 0113/4			
		기준점 20개		점검점 40개		기준점 20개		점검점 32개	
		평	면	높	이	평	면	높	이
		μm	m	‰ H	m	μm	m	‰ H	m
1.	총매의 공간 교회법	28	26.7	0.36	158.0	30	28.4	0.30	130.3
2.	점간 공간 교회법	22	21.2	0.15	66.2	28	26.2	0.19	83.4
3.	부가매개 변수에 의한 교회법	25	23.2	0.24	106.2	21	19.8	0.16	69.8

7. 결과 解析

결과를 분석해보면 평면과 높이의 正確度를 높여주는 이러한 행태의 사진을 이용할 수 있

도록 고안된 기법은 종래의 공간 전후방교회법에 의하여 얻어졌다.

두 기법의 正確度에 대한 向上比率은 Table 2와 같다.

Table 2. Percentage Improvement in Accuracy

	平面精度向上 비율		높이精度向上 비율	
	0112/3	0113/4	0112/3	0113/4
1. 절간 전후방 교회법	21%	7%	58%	37%
2. 부가매개 변수에 의한법	15%	30%	33%	46%

Table 2로부터 알 수 있듯이 부가매개변수법은 두 모델에 대하여 평균 22%의 평면 正確度의 向上을 보여주고 있다. 또한 點間法과 부가매개변수법 모두 높이에 대한 正確度는 매우 큰 向上을 보여 주었다. 두 모델에 대한 평균 向上度는 點間法과 부가매개변수법에 대하여 각각 47%, 39% 였다.

8. 結 論

위와 같은 分析結果를 정리하면 다음과 같다.

첫째 위와 같은 결과는 解析的 技法을 사용하는 프레임 사진을 조사하는 데에서 얻어지며 측정용정보나 지형학적 정보를 얻는데 유용하다.

둘째 이 실험은 B/H 비율이 0.1까지도 제한되기 때문에 본 실험에서와 다른 초점거리, B/H 비율을 갖는 경우는 더욱 연구되어야 한다.

셋째 이러한 기법은 해안의 현장에서 모래언덕, 모래톱의 움직임을 연구하는데 이용되리라 기대된다.

Reference

1. Bauer, H., and J. Muller "Height accuracy of Blocks and Bundle Adjustment with Additional Parameters" Presented Paper, Commission III, 12th Congress of the ISP, Ottawa, 1972.
2. Brown, D.C., "The Bundle Adjustment-Progress and Prospects." Invited Paper, Commission III, 13th Congress of ISP, Helsinki, 1976.
3. Case, J.B., "The Analytical Reduction of Panoramic and Strip Photography." Photogrammetria, 22 (4) : 124-141, 1967.
4. El Hassan, I.M., "Metric Aspects of Reconnaissance Frame Photography, Dessertatin Paper for the Degree of Ph. D. in the University of Glasgow, 1978.
5. McLaurin, J.D., "The S-190B Earth Terrain Camera" Presented Paper, Commission I. 12th Congress of the ISP, Ottawa, 1972.
6. Schmid, H., "A Ggeneral Analytical Solution to the Problem of Photogrammetry" Ballistic Research Laboratories Report No.1065, Aberdeen, Maryland, 1959.
7. 양인태, "경사사진에 의한 해석적 위치 결정에 관한 연구", 연세대학교 대학원 박사학위 논문, p. 25, 1984.