

海洋構造物の推計學的 解析法

A Stochastic Analysis of Offshore Structures

李 榕 才*
Lee, Yong Jae

Abstract

A stochastic dynamic analysis using Mode-Acceleration Method was formulated and examined in this paper. A computer program was developed using this theory and model offshore structure was analyzed by the program.

Results show that the stochastic dynamic analysis using the Mode-Acceleration Method is superior to that using Mode Displacement Method. The method using the theory developed in this paper was proved to be very reliable, economic and potential.

要 旨

Mode-Acceleration Method를 사용하여 파력을 받는 해양구조물의 추계학적 해석법을 유도하고, 그 이론에 따라 computer program을 작성하여 예제 구조물을 해석하고, 이미 발표된 Mode-Displacement Method에 의한 추계학적 해석법과 비교한 결과, 본 논문에서 사용한 방법에 의한 경우 적은 수의 모드만을 사용함으로써 믿을 수 있는 결과를 경제적으로 얻을 수 있어, 이러한 구조물의 해석에 매우 유력한 한가지 방법임이 입증되었다.

1. 서 론

바다속에 매장되어 있는 광물자원의 개발에 필요한 해양구조물은 파도의 영향으로 파력하중을 받게된다. 이러한 경우 작은 구조물이면 정역학적 해석만으로 충분하나⁽⁹⁾, 깊은 바다속에 세워지는 높은 구조물인 경우에는 파도에 의해 심한 진동을 하게 되어 동역학적 해석이 필요하게 된다⁽¹⁰⁾.

이러한 구조물의 해석방법으로는 확정론적 방법(Deterministic Method)과 추계학적 방법(Stochastic Method)의 두가지로, 크게 나눌 수 있다. 확정론적 방법에서는 Airy나 Stokes의 파 이론⁽⁶⁾에 의해 해면을 일정한 크기의 파고와 주기를 갖는 하나의 파로 대치하여 파력을 계산하고, 구조물이 이파력에 의해 어떻게 거동하는지를 계산하는 것이고, 추계학적 방법에서는 해면을 각기다른 파고, 주기, 위상을 갖는 수 많은 파의 합성으로 생각함으로써 더 실제에 가까운

* 正會員・建國大學校 工科大学 副教授, 土木工學科

해면상태를 묘사하고 확률이론에 의해 구조물의 변위나 내력의 가능범위를 구한다. 해수의 흐름이 없는 경우, 동역학적 파력 및 응답은 Zero-mean 이고 Gaussian characteristics 를 갖는 것으로 가정하고 구조물의 응답은 선형이고 탄성 범위내에 있다고 본다. drag effects 에 의한 비선형항을 equivalent linearization technique 에 의해 선형화하고^(2,11), 이미 알려진 확률방법에 의해 응답의 가능치를 계산한다^(1,2,8,14).

한편, Mode-Superposition Method 에 의해 동역학적 평형방정식을 풀 경우, Mode-Displacement Method 가 일반적으로 많이 쓰이고 있으나 이 방법에 의한 경우 많은 Mode 수를 사용해야 하며 따라서, 많은 계산시간이 소요된다.

이러한 단점을 보완하기 위한 방법으로 최근 Mode-Acceleration Method 가 추천되고 있으며 특히, 구조물의 고유진동주기에 비하여 하중의 주기가 큰 경우에는 이 방법이 좋은 결과를 준다^(6,8).

지금까지 발표된 추계학적 해법에 관한 연구 논문은 모두가 Mode-Displacement Method 를 사용하고 있으나^(1,2), 본 논문에서는 추계학적 해법에 Mode-Acceleration Method 를 사용하여 공식을 유도하고 예제를 풀어서 결과를 비교하고자 한다.

2. 운동방정식과 해법

2.1 운동방정식

파력을 받는 해양구조물에 대한 운동방정식은 유체와 구조물의 상호작용을 고려하고 움직이는 물체에 대한 Morison 의 파력공식을 사용하면 다음과 같이 쓸 수 있다^(1,2,4).

$$[M]\{\dot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \rho\{\dot{V}\}\{V\} + (C_M - 1)\rho\{\dot{V}\}\{(\dot{V} - \dot{U})\} + \frac{1}{2}C_D\rho\{A_p\}\{(\dot{V} - \dot{U})\}\{(\dot{V} - \dot{U})\} \dots\dots(2.1)$$

여기서

$[M], [C], [K]$; 구조물의 질량, 감쇠 및 강도 matrix,

$\{U\}, \{\dot{U}\}, \{\ddot{U}\}$; 절점의 변위, 속도 및 가속도 vector,

$\{\dot{V}\}, \{\ddot{V}\}$; 변형전 절점위치에서의 유체입자의

속도 및 가속도 vector. 이것은 엄밀한 의미에서는 변형후의 절점에서의 값은 취해야 하지만 보통은 이와같이 근사값을 택함.

ρ ; 유체의 밀도

$\{V\}, \{A_p\}$; 구조부재의 절점에서의 lumped volume 및 projected area 를 표시하는 diagonal matrix.

C_D, C_M ; drag 및 inertia 계수로 $1.0 \leq C_D \leq 1.4$, $1.4 \leq C_M \leq 2.0$ 범위의 수치이나 여기서는 1.4 및 2.0 을 택한다.

위의 식에서 matrix 의 차수는 $N \times N$, vector 는 $N \times 1$ 로 한다.

Mode-Superposition Method 에 의해 위의 비선형 방정식을 풀기 위해 equivalent linearization technique 에 의해 선형화하면 다음과 같이 된다^(1,2,11).

$$[M_s]\{\ddot{U}\} + [C_s]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = C_M\rho\{\dot{V}\}\{\ddot{V}\} + [\bar{C}]\{\dot{V}\} \dots\dots\dots(2.2)$$

여기서

$[M_s] = [M] + (C_M - 1)\rho\{V\}$; 부가질량을 포함한 질량 Matrix

$$\bar{C}_{ij} = \begin{cases} C_{ij}, & i \neq j \\ C_{ij} + C_D\rho A_{pj} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{rj}, & i = j \end{cases}$$

$$\bar{C}_{ij} = C_D\rho A_{pj} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{rj}, \quad [\bar{C}] = [\bar{C}] - [C] \dots\dots(2.3)$$

$$\bar{C}_{ij} = 0; \quad i \neq j$$

$\dot{\gamma}_j = \dot{V}_j - \dot{U}_j$; 상대속도

σ_{rj} ; j 점의 상대속도 $\dot{\gamma}_j$ 에 대한 표준편차

위의 식에서 C_{ij} 의 계산을 위해서는 σ_{rj} 가 먼저 구해져야 하는데, 역으로 σ_{rj} 의 계산을 위해서는 (2.2) 식으로부터 $\{\ddot{U}\}$ 가 먼저 계산되어야 한다. 따라서 반복계산이 필요하게되며 먼저 σ_{rj} 를 가정하고 $[\bar{C}]$ 및 $[\bar{C}]$ 를 계산하여 (2.2) 식에서 $\{U\}$ 를 구한다. 이 $\{U\}$ 를 사용하여 $\{\dot{\gamma}\} = \{\dot{V}\} - \{\dot{U}\}$ 를 구하고, σ_{rj} 를 계산하여 다시 위의 과정을 수렴할 때까지 반복한다. (2.2) 식을 master-slave 해석법에 의해 그의 차수를 줄이면 다음과 같이 된다⁽¹²⁾.

$$[M^a]\{\ddot{X}\} + [C^a]\{\dot{X}\} + [K^a]\{X\} = \{p^a\} \dots\dots(2.4)$$

여기서

$\{X\}, \{\dot{X}\}, \{\ddot{X}\}$; master node 의 변위, 속도 및 가속도.

$\{U\} = [A]\{X\}$; $[A]$ 는 $N \times L$ 차수의 변환 matrix

$$[M^*] = [A]^T [M_s] [A]$$

$$[C^*] = [A]^T [C] [A] = [A]^T [C] [A] + [A]^T [\bar{C}] [A]$$

$$[K^*] = [A]^T [K] [A]$$

$$\{p^*\} = [A]^T (C_{M\rho} [V] \{\dot{V}\} + [\bar{C}] \{V\})$$

위의 식에서 matrix의 차수는 $L \times L$, vector의 차수는 $L \times 1$ 이고 $L < N$ 이다.

2.2 방정식의 해법

2.2.1 Mode-Superposition Method

앞의 (2.4)식은 coupled equations로 이것을 풀기 위해서는 L 개의 미분방정식을 연립으로 풀어야 한다. 따라서 번거로움을 덜기 위해 Mode-Superposition Method에서는 좌표변환에 의해 이것들을 L 개의 uncoupled equations로 변환하여 푸는 방법으로 이 경우 (2.4)식은 다음과 같이 된다^(7,8).

$$[M^*] \{\ddot{Y}\} + [C^*] \{\dot{Y}\} + [K^*] \{Y\} = \{p^*\} \quad (2.5)$$

여기서

$$\{X\} = [\phi] \{Y\};$$

$[\phi]$; $L \times L$ 차수의 mode-shape 함수

$\{Y\}$; 좌표 vector

$$[M^*] = [\phi]^T [M^*] [\phi]; \text{ 질량 matrix}$$

$$[K^*] = [\phi]^T [K^*] [\phi] = [\omega_n^2] [M^*]; \text{ 강도 matrix}$$

$[\omega_n^2]$; 원 주파수 matrix

$$\{p^*\} = [\phi]^T \{p^*\}; \text{ 파력 vector}$$

$$C^*_{jj} = \sum_{i=1}^L C^0_{jA} \frac{E[\dot{Y}_j \dot{Y}_k]}{E[\dot{Y}_j^2]} \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

여기서

$$[C^0] = [\phi]^T [C^0] [\phi]; \text{ coupled damping matrix}$$

$E[\]$; ensemble average.

앞의 C_{ij} 와 σ_{r_j} 의 관계에서와 마찬가지로 위의 식의 C^*_{ij} 의 계산에도 먼저 $E[\dot{Y}_j \dot{Y}_k]$ 의 계산이 필요하며, 역으로 이 값은 (2.5)식의 해에 의해서만 가능하다. 따라서 반복계산에 의해서만 C^*_{ij} 의 값을 계산할 수 있다.

위의 (2.5)식에서 $[M^*]$, $[C^*]$ 및 $[K^*]$ matrix는 모두 diagonal matrix이므로 다음과 같은 L 개의 식으로 분해할 수 있다.

$$M_{jj} \ddot{Y}_j(t) + C_{jj} \dot{Y}_j(t) + K_{jj} Y_j(t) = p_j^*(t)$$

이식에서 $\{Y\}$ 를 구하여 $\{X\} = [\phi] \{Y\}$ 에 대

입하면 master-node의 변위가 구해지고 $\{U\} = [A]\{X\}$ 식에 대입하면 절점변위가 구해진다.

2.2.2 $E[\dot{Y}_j \dot{Y}_k]$ 및 σ_{r_j} 의 계산

(2.2)식에서 \bar{C}_{ij} 의 계산에 필요한 σ_{r_j} 와 (2.5)식에서 C^*_{ij} 의 계산에 필요한 $E[\dot{Y}_j \dot{Y}_k]$ 는 다음과 같이 구할 수 있다⁽²⁾.

임의의 process $X(t)$ 및 $Y(t)$ 에 대해 power spectral density function $S_{XX}(\omega)$ 와 cross spectral density function $S_{XY}(\omega)$ 는 다음과 같이 정의된다⁽⁴⁾.

$$S_{XX}(\omega) = \frac{2\pi}{T} \bar{F}_X(\omega) F_X(\omega)$$

$$S_{XY}(\omega) = \frac{2\pi}{T} \bar{F}_X(\omega) F_Y(\omega) \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

여기서 $F(\omega)$ 는 Fourier Transform으로 다음과 같이 정의된다.

$$F_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \exp(-i\omega t) dt$$

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

$\bar{F}_X(\omega)$ 는 $F_X(\omega)$ 의 공액복소수이다.

한편, $E[\dot{Y}_j \dot{Y}_k]$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다⁽⁷⁾.

$$E[Y_j Y_k] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{Y_j Y_k}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{Y_j Y_k}(\omega) d\omega \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

여기서 $S_{Y_j Y_k}(\omega)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다⁽⁷⁾

$$S_{Y_j Y_k}(\omega) = \bar{H}_j(\omega) H_k(\omega) S_{p_j^* p_k^*}(\omega) \quad \dots\dots (2.10)$$

$$H_k(\omega) = \frac{1}{K_{kk}^* \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 + 2i\xi_k \left(\frac{\omega}{\omega_k} \right) \right)}$$

$$= \frac{1}{M_{kk}^* (\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\xi_k \omega \omega_k)}$$

$$\xi_k = \frac{C_{kk}^*}{2M_{kk}^* \omega_k} \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

$\bar{H}_j(\omega)$ 는 $H_j(\omega)$ 의 공액복소수

$$S_{p_j^* p_k^*}(\omega) = \{p_j\}^T [S_{p\rho p\rho}(\omega)] \{p_k\} \quad \dots\dots (2.12)$$

$$[S_{p\rho p\rho}] = [A]^T (C_{M\rho} [V] [S_{VV}(\omega)] C_{M\rho} [V]^T + [\bar{C}] [S_{VV}(\omega)] [\bar{C}]^T + C_{M\rho} [V] [S_{VV}(\omega)] [\bar{C}]^T + [\bar{C}] [S_{VV}(\omega)] C_{M\rho} [V]^T) [A] \quad \dots\dots (2.13)$$

(2.13)식에 나오는 spectral density function은 파의 진행방향인 x 방향의 유체의 속도 및 가속도만을 고려했을 경우 다음과 같이 구할 수 있다⁽²⁾.

$$S_{V_j V_k}(\omega) = S_{v_k}(\omega)$$

$$\times \frac{\omega^2 \cosh k(y+d)(\cosh k(y_k+d))}{\sinh^2 kd} \times$$

$$\exp(ik(x_j - x_k))$$

$$S_{\dot{y}_j \dot{y}_k}(\omega) = i\omega S_{y_j y_k}(\omega)$$

$$S_{\dot{y}_j \dot{y}_k}(\omega) = -i\omega S_{y_j y_k}(\omega)$$

$$S_{\dot{y}_j \dot{y}_k}(\omega) = \omega^2 S_{y_j y_k}(\omega) \dots \dots \dots (2.14)$$

$S_{\eta\eta}(\omega)$ 는 해면의 변위 η 에 대한 power-spectral density function으로 여러가지 공식이 제시되고 있으나 여기서는 Pierson-Moskowitz⁽¹³⁾에 의한 다음과 같은 식을 사용한다.

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{2|\omega^5|} \exp\left[-\beta\left(\frac{g}{W\omega}\right)^4\right],$$

$$-\infty < \omega < \infty \dots \dots \dots (2.15)$$

여기서 α 및 β 는 무차원량으로

$$\alpha = 0.0081, \quad \beta = 0.74$$

W 는 평균풍속

(2.15)식은 어떤 단위계에 대해서도 쓸 수 있다.

$k = \frac{2\pi}{L}$, (L :과장)로 정의되는 wave number k 는 $\omega^2 = gk \tanh kd$ 로부터 임의의 ω 에 대해 Newton Raphson Method에 의해 구할 수 있다.

이와같이 하여 $E\{\dot{Y}_j \dot{Y}_k\}$ 가 계산된다.

다음으로 $\sigma_{\dot{y}_j}$ 는 아래와 같이 계산할 수 있다^(1,2).

$$\sigma_{\dot{y}_j}^2 = E\{\dot{y}_j^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{y}_j \dot{y}_j}(\omega) d\omega \dots \dots \dots (2.16)$$

$$S_{\dot{y}_j \dot{y}_j}(\omega) = S_{\dot{y}_k \dot{y}_j}(\omega) + \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L D_{ji} D_{jk} S_{\dot{y}_k \dot{y}_i}(\omega)$$

$$- \sum_{i=1}^L D_{jk} [S_{\dot{y}_k \dot{y}_j}(\omega) + S_{\dot{y}_j \dot{y}_k}(\omega)] \dots \dots \dots (2.17)$$

여기서 D_{jk} 는 변환 matrix로

$$\{\dot{U}\} = [A] \{\dot{X}\} = [A] \{\phi\} \{\dot{Y}\} = [D] \{\dot{Y}\}$$

$$\text{즉, } D_{jk} = \sum_{i=1}^L A_{ji} \phi_{ik}$$

$$S_{\dot{y}_k \dot{y}_j}(\omega) = \bar{H}_k(\omega) \{\phi_k\}^T [A]^T (C_M \rho [V] \{S_{\dot{v}_j}(\omega)\} + [\bar{C}]\{S_{\dot{v}_j}(\omega)\})$$

$$S_{\dot{y}_j \dot{y}_k}(\omega) = \bar{S}_{\dot{y}_k \dot{y}_j}(\omega)$$

$$S_{\dot{y}_k \dot{y}_j}(\omega) = -i\omega S_{y_k y_j}(\omega) \dots \dots \dots (2.18)$$

(2.17) 식을 (2.16)식에 대입하면 $\sigma_{\dot{y}_j}$ 가 구해진다.

2.2.3 Mode-Displacement Method

변위 $\{X(t)\}$ 를 다음 식에 의해 좌표변환한다.

$$\{X(t)\} = [\phi'] \{Y(t)\} \dots \dots \dots (2.19)$$

여기서 $[\phi']$ 는 $L \times L'$ 차수의 mode-shape matrix로 $L' < L$ 이다. 학자들에 따라서는 Mode-Superposition Method와 Mode-Displacement Method를 동일시 하는 경우가 많으나 여기서는 편의상 위와같이 구별한다.

(2.19) 식으로 부터 다음식이 유도된다.

$$[S_{XX}(\omega)] = [\phi'] [S_{YY}(\omega)] [\phi']^T \dots \dots \dots (2.20)$$

전단력이나 휨모멘트와 같은 부재내력을 $\{Q(t)\}$ 라하면 이는 변위 $\{X(t)\}$ 의 함수로 표시할 수 있으며 다음의 식을 유도할 수 있다.

$$\{Q(t)\} = [M_{\alpha X}] \{X(t)\} \dots \dots \dots (2.21)$$

$$[S_{\alpha\alpha}(\omega)] = [M_{\alpha X}] [S_{XX}(\omega)] [M_{\alpha X}]^T \dots \dots \dots (2.22)$$

변위 $\{X(t)\}$ 와 내력 $\{Q(t)\}$ 는 같은 방법으로 계산할 수 있으므로 이하에서는 변위만을 다루기로 한다.

X_j 의 표준편차는

$$\sigma_{X_j}^2 = E\{X_j^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{X_j X_j}(\omega) d\omega \dots \dots \dots (2.23)$$

$\eta = \frac{X_j}{\sigma_{X_j}}$ 로 놓으면 mean extreme value $\bar{\eta}_e$ 와

이에 대한 표준편차는 다음과 같이 된다^(7,14).

$$\bar{\eta}_e = (2 \ln \nu T)^{\frac{1}{2}} + 0.5772 (2 \ln \nu T)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{\eta_e} = \sqrt{\frac{\pi}{6}} (2 \ln \nu T)^{-\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (2.24)$$

여기서

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sigma_{X_j}}{\sigma_{X_j}} \right) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{X_j X_j}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{X_j X_j}(\omega) d\omega} \right]^{\frac{1}{2}}$$

T : 바람 계속시간

T 가 커지면 표준편차 σ_{η_e} 가 작아지고, 따라서 평균극치 η_e 를 최대치로 보는 것은 공학적인 면에서 가능하다. 즉,

$$\text{Max } X_j = \sigma_{X_j} [(2 \ln \nu T)^{\frac{1}{2}} + 0.5772 (2 \ln \nu T)^{-\frac{1}{2}}] \dots \dots \dots (2.25)$$

내력 Q_j 에 대한 최대치도 마찬가지로 계산된다.

2.2.4 Mode-Acceleration Method

이 방법에서는 (2.4)식에서 $\{X(t)\}$ 를 다음과 같이 구한다.

$$\{X(t)\} = [K^{\alpha}]^{-1} [\{p^{\alpha}\} - [C^{\alpha}] \{\dot{X}(t)\} - [M^{\alpha}] \{\ddot{X}(t)\}] \dots \dots \dots (2.26)$$

여기서 $[f] = [K^{\alpha}]^{-1}$ 로 놓으면, spectral density

$$\text{function의 정의 } S_{XX} = \frac{2\pi}{T} \bar{F}_X(\omega) F_X(\omega), \quad F_X(\omega)$$

는 $X(t)$ 의 Fourier Transform,로부터 다음식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [S_{XX}] &= [f][S_{ppaa}][f]^T + [f][\hat{C}^a][S_{XX}][\hat{C}^a]^T \\
 &\quad [f]^T + [f][M^a][S_{XX}][M^a]^T [f]^T \\
 &- [f][S_{paax}][\hat{C}^a]^T [f]^T + [f][\hat{C}^a][S_{XX}][M^a]^T \\
 &\quad [f]^T - [f][M^a][S_{Xpa}][f]^T \\
 &- [f][\hat{C}^a][S_{Xpa}][f]^T + [f][M^a][S_{XX}][\hat{C}^a]^T \\
 &\quad [f]^T - [f][S_{paax}][M^a]^T [f]^T \dots \dots \dots (2.27)
 \end{aligned}$$

(2.27) 식에 나오는 spectral density function 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [S_{Xpa}] &= [\phi'] [F(\omega)] [\phi']^T [S_{ppaa}] \\
 [S_{paax}] &= [S_{Xpa}]^T; \text{ 전치해렬의 공액복소수} \\
 [S_{Xpa}] &= -i\omega [S_{Xpa}] \\
 [S_{paax}] &= i\omega [S_{paax}] \\
 [S_{XX}] &= -\omega^2 [S_{Xpa}] \\
 [S_{XX}] &= -\omega^2 [S_{paax}] \\
 [S_{XX}] &= \omega^2 [S_{XX}] \\
 [S_{XX}] &= \omega^2 [S_{XX}] \\
 [S_{XX}] &= -i\omega [S_{XX}] \\
 [S_{XX}] &= i\omega [S_{XX}] \dots \dots \dots (2.28)
 \end{aligned}$$

이후의 과정은 Mode-Displacement Method 에서와 마찬가지로 (2.20)~(2.25)식을 사용할 수 있다.

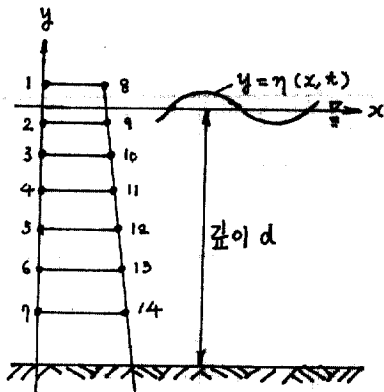


그림 1. 좌표축과 절점

3. 예제해석 및 검토

그림 1에 보인 높이 475ft 이고 물 깊이가 400 ft 인 해양구조물이 풍속 50ft/sec 하의 풍파에 의한 파력을 받을 경우를 예로 들어 해석해 본다.

이 구조물은 이미 Penzien, J.⁽¹⁶⁾ 및 Wu, S.C.⁽²⁾에 의해 검토된 구조물이다. 여기서 절점수는 14개 ($N=14$)이나 master node의 자유도는 각 층에 하나의 x 방향의 자유도만을 고려하여 7개 ($L=7$)로 하면 (2.4)식의 변환 matrix $[A]$ 는 14×7 차수로

$$[A] = \begin{bmatrix} [I] \\ [I] \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3.1)$$

이고 submatrix $[I]$ 는 7×7 차수의 단위 Matrix 이다. 질량은 각층에서 계산하지만 파력은 각 절점에서 다르므로 14개의 절점에 대하여 계산해야 한다.

$C_D=1.4$, $C_M=2.0$, $\rho=2.1 \times 10^{-3}$ kip·sec²/ft⁴으로 하고, 계산결과를 종합하면 다음의 표와 같다. 층번호는 윗층에서부터 시작하여 제일 윗층이 1번이고 제일 밑층이 7번이다. σ_j 및 $E [Y_j Y_k]$ 의 계산은 초기치를 각각 1로 놓고 반복 계산에 의해 $|{}^{n+1}C_{jj}^* - {}^n C_{jj}^*| / {}^n C_{jj}^*$ 의 최대치가 0.05 보다 작아질때 까지 반복하였으며 반복회수는 4 회에서 한계치내에 들어왔다. (2.9)식의 적분구간은 $-\infty < \omega < \infty$ 이나 풍속 W 가 50 ft/sec 인 경우 $\omega=0.2 \sim 1.5$ rad/sec 로 충분하며 $\Delta\omega=0.05$ rad/sec 로하여 사다리꼴 적분공식에 의해 계산하였다. 표 1 부터 표 5 까지는 Wu, S.C.⁽²⁾의 논문결과를 그대로 사용하였다.

본 논문에서 전개한 이론을 computer programming 하여 위의 자료를 기초로 Mode-Displacement Method(MDM)와 Mode-Acceleration Method(MAM)로 해석한 결과가 표 6~ 표 11에 나와 있다. 표6, 표7, 및 표8에서는 각층의 변위 전단력 및 모멘트에 대한 표준편차가 또 표 9, 표 10, 및 표 11에서는 각층의 변위 전단력 및 모멘트의 최대치가 각기 계산에 사용된 모우드수에 따라서 어떻게 수렴하는가를 보이고 있다.

MDM에 의한 경우 범위에 대한 표준 편차나 최대치를 2~3% 오차 범위 내의 정확도를 갖도록 하기 위해서는 계산시 모우드수를 5~6개 정도 포함시켜야 하며 전단력 및 모멘트에 대해서는 7개를 다 사용하여야 하나, MAM에 의한 경우에는 어느경우에나 1~2개의 모우드를 사용함으로써 1~2% 오차 이내의 정확도를 유지하면

표 1. Structural Properties

Level	Y	M	Node	X	C_{MPV}	$\frac{1}{2}C_{DP A}$	Node	X	C_{MPV}	$\frac{1}{2}C_{DP A}$
1	75	330	1	0	0	0	8	80	0	0
2	-10	101	2	0	78.4	12.4	9	88.7	41	41
3	-75	89.2	3	0	73.6	10.7	10	98.1	41	3.4
4	-140	105	4	0	82.8	11.1	11	107.5	50	3.9
5	-205	126	5	0	104	11.5	12	116.8	71.6	4.3
6	-270	151	6	0	124	12.3	13	126.2	91.8	5.0
7	-335	256	7	0	253	23.3	14	135.5	222	9.2

표 2. Flexibility Matrix

$$[f] = [K^*]^{-1} = \begin{bmatrix} 288 & 207 & 149 & 101 & 60 & 29.8 & 9.4 \\ & 189 & 140 & 97.5 & 61.5 & 32.3 & 11.3 \\ & & 136 & 96 & 62 & 34.7 & 12.7 \\ & & & 97 & 64 & 36.8 & 14.1 \\ & & & & 67.5 & 40.3 & 15.4 \\ & & & & & 43.9 & 18.0 \\ & & & & & & 18.3 \end{bmatrix}$$

Sym.

표 3. Transformed Structural Damping Matrix

$$[A]^T[C][A] = \begin{bmatrix} 172.73 & -85.23 & -18.01 & -9.22 & 0.63 & 1.24 & 4.05 \\ & 198.07 & -64.13 & -12.85 & -9.87 & 0.49 & -2.07 \\ & & 192.33 & -63.73 & -11.06 & -7.23 & -1.49 \\ & & & 215.21 & -73.46 & -11.05 & -7.72 \\ & & & & 250.11 & -88.47 & -8.35 \\ & & & & & 295.30 & -109.91 \\ & & & & & & 463.62 \end{bmatrix}$$

Sym.

표 4. Modal Frequencies(rad/sec)

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Freq.	2.593	6.074	10.547	14.325	19.964	21.129	34.357

표 5. Modal Matrix

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 0.6500 & -0.3759 & -0.2938 & 0.2020 & -0.1299 & 0.0676 & -0.0482 \\ 0.5194 & -0.0023 & -0.3021 & -0.5112 & 0.5926 & -0.4657 & 0.3665 \\ 0.4070 & 0.2726 & -0.5561 & -0.4595 & -0.0214 & 0.5075 & -0.6340 \\ 0.2993 & 0.4610 & -0.4365 & 0.1569 & -0.6231 & 0.0979 & 0.544 \\ 0.1968 & 0.5393 & -0.0357 & 0.5410 & 0.1076 & -0.5062 & -0.3528 \\ 0.1099 & 0.4704 & 0.3922 & 0.1283 & 0.4170 & 0.4781 & 0.1939 \\ 0.0400 & 0.2445 & 0.4093 & -0.3911 & -0.2403 & -0.1630 & -0.0537 \end{bmatrix}$$

서 안정되게 수렴함을 보여 준다.

4. 결 론

Mode-Acceleration Method(MAM)를 사용하여

파력을 받는 해양구조물의 추계학적 해석법을 유도하고 그 이론에 따라 computer programming 을 하여 이미 발표된 Mode-Displacement Method (MDM)에 의한 방법과 비교한 결과 다음의 결론을 얻었다.

표 6. 변위에 대한 표준편차의 비교

계 산 방 법	No. of mode included	Standard deviations of displacement(10^{-1} ft) at level						
		1	2	3	4	5	6	7
S.C. Wu ⁽²⁾	7	0.586	0.533	0.423	0.310	0.205	0.115	0.044
MDM	1	0.564	0.451	0.353	0.260	0.171	0.095	0.035
	2	0.543	0.451	0.368	0.285	0.200	0.121	0.048
	3	0.536	0.458	0.382	0.296	0.201	0.111	0.037
	4	0.533	0.467	0.390	0.293	0.191	0.108	0.044
	5	0.531	0.477	0.390	0.283	0.193	0.115	0.040
	6	0.530	0.481	0.385	0.282	0.198	0.111	0.042
	7	0.530	0.482	0.383	0.284	0.196	0.112	0.041
MAM	1	0.533	0.484	0.383	0.283	0.195	0.111	0.041
	2	0.532	0.484	0.383	0.284	0.196	0.111	0.041
	3~7	0.532	0.484	0.384	0.284	0.196	0.111	0.041

표 7. 전단력에 대한 표준편차의 비교

계 산 방 법	No. of mode included	Standard deviations of shear force (10^2 kip) at level						
		1	2	3	4	5	6	7
S.C. Wu ⁽²⁾	7	0.17	2.21	2.73	2.99	3.17	3.30	3.48
MDM	1	1.25	1.74	2.09	2.39	2.63	2.80	2.91
	2	0.99	1.48	1.91	2.38	2.85	3.27	3.61
	3	0.74	1.35	2.00	2.67	3.17	3.31	3.67
	4	0.53	1.40	2.27	2.85	2.97	2.97	3.44
	5	0.31	1.69	2.54	2.54	2.78	3.38	3.20
	6	0.22	1.90	2.45	2.39	3.05	3.16	3.30
	7	0.19	2.00	2.34	2.48	2.97	3.21	3.28
MAM	1	0.20	2.02	2.36	2.51	2.96	3.18	3.25
	2~7	0.19	2.01	2.36	2.51	2.97	3.19	3.27

표 8. 모멘트에 대한 표준 편차의 비교

계 산 방 법	No. of mode included	Standard deviations of moment(10^3 kip·ft) at level						
		1	2	3	4	5	6	7
S.C. Wu ⁽²⁾	7	1.5	15.6	33.2	52.6	73.1	94.4	116.8
MDM	1	10.6	21.9	35.5	51.0	68.1	86.3	105.2
	2	8.4	18.0	30.5	45.9	64.6	85.9	109.5
	3	6.3	15.0	28.0	45.3	66.0	87.6	107.8
	4	4.5	13.6	28.3	46.8	66.1	85.7	108.1
	5	2.6	13.4	29.9	46.3	64.5	86.7	107.5
	6	1.9	14.1	29.9	45.4	65.3	86.1	107.6
	7	1.6	14.4	29.5	45.6	65.1	86.1	107.5
MAM	1	1.7	14.7	30.0	46.2	65.5	86.3	107.5
	2	1.6	14.6	29.8	46.0	65.4	86.3	107.6
	3~7	1.6	14.5	29.8	46.0	65.4	86.3	107.7

표 9. 최대 변위의 비교

계 산 방 법	No. of mode included	Peak displacement(ft) at level						
		1	2	3	4	5	6	7
MDM	1	0.229	0.183	0.143	0.105	0.069	0.039	0.014
	2	0.221	0.183	0.149	0.116	0.081	0.049	0.019
	3	0.218	0.186	0.155	0.120	0.081	0.045	0.015
	4	0.216	0.189	0.158	0.119	0.078	0.044	0.018
	5	0.216	0.194	0.158	0.115	0.078	0.047	0.016
	6	0.215	0.195	0.156	0.114	0.080	0.045	0.017
	7	0.215	0.196	0.155	0.115	0.079	0.045	0.017
MAM	1	0.216	0.196	0.155	0.115	0.079	0.045	0.017
	2	0.216	0.196	0.155	0.115	0.079	0.045	0.017
	3~7	0.216	0.197	0.156	0.115	0.079	0.045	0.017

표 10. 최대 전단력의 비교

계 산 방 법	No. of mode included	Peak shear forces(10 ² kip) at level						
		1	2	3	4	5	6	7
MDM	1	0.508	0.705	0.848	0.969	1.068	1.187	1.181
	2	0.404	0.601	0.778	0.964	1.157	1.322	1.461
	3	0.302	0.550	0.814	1.083	1.286	1.339	1.243
	4	0.219	0.570	0.923	1.158	1.203	1.203	1.392
	5	0.126	0.688	1.033	1.031	1.126	1.367	1.292
	6	0.091	0.775	0.998	0.970	1.237	1.280	1.334
	7	0.077	0.815	0.953	1.008	1.206	1.298	1.325
MAM	1	0.081	0.824	0.960	1.019	1.199	1.285	1.315
	2	0.078	0.820	0.958	1.019	1.202	1.291	1.323
	3~7	0.079	0.820	0.959	1.020	1.203	1.291	1.322

표 11. 최대 모멘트의 비교

계 산 방 법	No. of mode included	Peak moments(10 ⁶ kip-ft) at level						
		1	2	3	4	5	6	7
MDM	1	0.043	0.089	0.144	0.209	0.277	0.350	0.427
	2	0.034	0.073	0.124	0.187	0.262	0.349	0.444
	3	0.026	0.061	0.114	0.184	0.268	0.355	0.437
	4	0.019	0.055	0.115	0.190	0.269	0.348	0.438
	5	0.011	0.055	0.122	0.188	0.262	0.352	0.436
	6	0.008	0.057	0.122	0.185	0.265	0.349	0.436
	7	0.007	0.059	0.120	0.185	0.264	0.350	0.436
MAM	1	0.007	0.060	0.122	0.188	0.266	0.350	0.436
	2~7	0.007	0.059	0.121	0.187	0.266	0.350	0.437

1) MAM을 사용한 방법은 MDM에 의한 경우보다 식은 매우 복잡하나, 그 대신 모우드수를 대폭 줄일 수 있고 또 안정되게 수렴하여 믿을 수 있는 값을 얻을 수 있었다.

2) MAM 는 $[K^*]^{-1}\{P\}$ 항의 영향으로 하중의 frequency 가 구조물의 frequency 에 비해 작은 경우에는, 모우드수를 대폭줄여도 좋은 결과를 준다.

3) 계산시간은 식의 복잡성보다 모우드수에 많이 좌우되어 MAM 에 의한 경우 경제적인 계산이 될 수 있어, 이러한 해양구조물 해석에 매우 유력한 방법임이 증명되었다.

감사의 말씀

본 연구는 1983년도 한국과학재단 연구비 지원에 의하여 이루어졌으며 이에 진심으로 감사를 드린다.

참 고 문 헌

1. Malhotra, A.K. and Penzien, J., "Nondeterministic Analysis of Offshore Structures," *J. Eng. Mech. Division, ASCE*, Vol. 96, No. EM6, Dec., 1970.
2. Wu, S.C. and Tung, C.C., "Random Response of offshore Structures To Wave and Current Forces," A University of Calolina Sea Grant Program Publication, UNC-SG-75-22, Sep. 1975.
3. Penzien, J., "Structural Dynamics of Fixed Offshore Structures," *Proc. Boss' 76, International Conference on the Behavior of Offshore Structures*, Vol. 1, Trondheim, Norway, 1976.
4. Tickel, R.G. and Holmes, P., "Approaches to Fluid Loading, Probabilistic and Deterministic Analysis," Numerical Methods in Offshore Engineering, edited by O.C. Zienkiewicz, etc. John Wiley & Sons, 1978.
5. Anagnostopoulos, S.A., "Wave and Earthquake Response of Offshore Structures; Evaluation of Model Solutions," *J. Struc. Div., ASCE*, Vol.

- 108, No. ST10, Oct., 1982.
6. Sarpkava, T. and Isaacson, M., *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand Reinhold Company, 1981.
7. Clough, R.W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, 1975.
8. Ray, R. and Craig, Jr., *Structural Dynamics, An Introduction to Computer Methods*, John Wiley & Sons, 1981.
9. 이용재, "해양固定 構造物에 대한 電算設計 System의 開發," 울산공대 논문집. 1980.
10. 이용재, "해양構造物의 動力學的 解析" 건국대 논문집, 1982.
11. Lin, Y.K., *Probablistic Theory of Structural Dynamics*, McGraw-Hill, 1967.
12. Bathe, K.J. and Wilson, E.L., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, 1982.
13. Pierson, W.J., Jr. and Moskowitz, L.A., "A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Sea Based on the Similarity Theory of S.A. Kitaigorodskii," *J. Geophysics*, Res. 69, 1964.
14. Davenport, A.G., "Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading," *Proc. Inst. Civil Engineers*, Vol. 28, 1964.
15. 윤정방, 최경호, 유정수, "불규칙파에 대한 고정 해양구조물의 동적해석." *大韓土木學會論文集*, 第五卷第二號, 1985.
16. Penzien, J., Kaul, M.K. and Berge, B., "Stochastic Response of Offshore Towers to Random Sea Waves and Strong Motion Earthquakes," *Computers and Structures*, Vol. 2, 1972.

(接受 : 1985. 10. 8)