

有孔腹部署 가진 거더의 解析

Analysis of Girders with Web Opening

梁	昌	鉉*
Yang,	Chang	Hyun
鄭	源	基**
Chung,	Won	Ki

Abstract

A beam with web opening may reduce the cost of steel and the height of multistory steel buildings. Bower's analysis based on the theory of elasticity and Vierendeel analysis had evaluated the normal stresses around the holes, but these analyses have difficulties for practical uses because of complexity and the limitation for their application.

In this study, it is shown that the finite element method, using smaller number of isoparametric elements by taking only a part of the beam which includes the hole, can diminish defects of the above two methods and it may represent more satisfactorily the distribution of the local stress concentration around the hole than the other methods which employed linear elements such as in the analysis by Samuel or Redwood.

This study presents the effects of moments, shears, and eccentricities of a hole on the distribution of the normal stresses calculated by using the proposed finite element method. Consequently, it is found that the variations of shear force and hole depth give significant effects on the normal stresses around a hole, while the variations of eccentricities of the hole provide a little effect on them.

The regression coefficients resulted from the multiple linear regression may be used for estimating the normal stresses around any arbitrary hole in the web of a beam, since the normal stresses guessed by this regression coefficient equation match well the results by the finite element method except the case of large eccentricity.

要 旨

有孔보는 鋼材의 材料節減과 高層建物の 全體 높이를 節約할 수가 있다. Bower의 彈性理論 解析과 Vierendeel 解析은 구멍周圍의 垂直應力을 계산할 수 있으나, 이 해석들은 식의 복잡성과 적용의 한계가 문제되고 있다. 本 研究는 等係數要素를 사용하고 구멍주위의 일부분만을 택하여 有限要

* 正會員·仁荷大學校 工科學 教授, 土木工學科

** 正會員·仁荷大學校 工科學 助教, 土木工學科

素法을 적용하여 보았다. 이 方法은 前述한 두 方法의 短點을 補完할 수 있고, 線型要素를 사용한 Samuel, Redwood 등의 유한요소법 보다 작은수의 요소를 사용하여도 구멍의 局部應力集中을 잘 표현할 수 있다.

본 연구에서는 有限要素法을 사용하여 모멘트, 전단력 그리고 구멍의 偏心등이 구멍 주위의 垂直應力에 어떠한 변화를 주는가를 알아 보았다. 剪斷力과 구멍깊이의 변화가 구멍주위의 應力에 비교적 큰 影響을 미치고 있고, 이에 비하여 偏心の 영향은 작음을 알 수 있다.

各 境遇에 대해 有限要素法을 利用하여 얻은 資料를 重回歸分析을 실시하여 回歸係數를 얻었다. 回歸係數에 의한 回歸式은 偏心이 큰 경우를 제외하고는 구멍주위의 應力을 比較的 正確히 豫測할 수 있을 것이라고 생각된다.

1. 序 論

고층철골건물의 設計에서 通風이나 냉난방을 위한 配管(duct)을 보 밑에 설치하는 것 보다 보의 腹部로 통과 시킴으로써 강재의 재료절감과 건물의 전체 높이를 절약할 수가 있다.

보의 복부를 원형 또는 사각형으로 자른 鋼材 I 型보를 설계할 경우에, 구멍 주위의 局部應力集中(local stress concentration)과 部材斷面에서 전반적인 應力分布의 구성, 그리고 최대응력이 일어나는 위치를 고려 하여야 한다. 그런데 구멍주위의 최대 휨응력과 전단응력은 구멍이 없는 보의 最大公稱應力과 상당히 다를 수 있다.

1966년 Bower^(1,2)는 탄성이론에 의한 해석과 Vierendeel 해석으로 구멍주위의 응력과 복부와 플랜지의 접촉지점 응력을 구할 수 있는 식을 제안하였다. Bower의 탄성이론에 의한 해석은 원형구멍에서 보 깊이에 대한 구멍직경의 비가 약 0.5를 초과하지않고 모멘트—전단력 비가 $L/2.4$ 를 초과하지 않을 때 적용이 가능하다. 이때 L 은 보길이의 반이다. Vierendeel 해석은 구멍주위의 보를 Vierendeel 라아멘으로 가정하고 계산하는 방법으로 局部應力集中이 정확히 요구되지 않을 때 사용되는 近似式이다. 그러나 이 식들은 복잡성과 적용의 한계성이 문제가 되고 있다.

1968년 Bower⁽³⁾는 유공보에 대한 彈性設計規準과 塑性設計規準을 발표하였으며, 1971년 ASCE 구조분과의 '유공보 연구위원회'에서 보완된 설계규준을 제안했다. 1970년 이후, 국부응력

집중을 약화시키기 위하여 구멍주위에 補剛板을 용접시킨 보강구멍(reinforced hole)에 대해 연구논문⁽⁴⁾이 나오기 시작했다. 보강구멍은 보의 剛性을 증가시켜 마치 구멍이 없는 보와 같은 효과를 준다. 격자형 보에서 보의 높이가 서로 다를 때에 구멍이 보의 높이 중간에 위치할 수 없는 경우가 발생한다. 이러한 경우를 偏心구멍(eccentric hole)이라 하며, 이에 대한 연구⁽⁵⁾가 1974년 이후 많이 제시되었다. 최근에는 소성설계시 구멍이 挫屈에 미치는 영향에 관한 논문⁽⁶⁾이 여러편 나왔으며, Bower 식의 단점인 여러가지 제약조건에 구애받지 않으면서 실험치에 보다 접근하는 有限要素法을 이용하여 구멍주위의 應力變動을 연구한 논문^(6,7)이 제출되었다.

본 논문은 유한요소법을 사용하여 구멍의 위치변화와 하중상태가 변함에 따라 구멍주위의 應力分布를 究明하고 중회귀분석에 의하여 간편한 중회귀식을 구하고자 한다. 이로써 설계자가 구조물 설계시 하중상태에 따르는 구멍의 크기 및 위치선정을 보다 편리 하도록 하며, 중회귀식에 의하여 응력의 推定을 쉽게하는 데 그 목적이 있다.

2. 理論展開

2.1 彈性理論에 의한 應力方程式

有孔鋼材 I 型보의 應力들은 구멍이 없을 때의 기본응력과 구멍의 경계에 적용된 힘으로 발생되는 攪亂應力의 합으로써 얻어 진다. 기본응력과 교란응력은 다음식으로부터 계산된다⁽¹⁰⁾.

$$\sigma_r + \sigma_s = 4Re \frac{\phi'}{W'} \dots\dots\dots(2-1)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} = \frac{2\omega^2}{r^2 W'} \left[\bar{W} \left(\frac{\phi'}{W'} \right)' + \phi' \right] \quad (2-2)$$

$$\phi + W \frac{\bar{\phi}'}{W'} + \psi = g_1 + ig_2 \dots (2-3)$$

여기서,

ϕ, ψ ; Muskhelishvili의 응력함수

'; ω 에 관해 미분

σ_r, σ_θ ; 각각 반경 r 방향의 수직응력과 각 θ 방향의 수직응력

$\tau_{r\theta}$; 이들 단면의 전단응력

$\bar{\phi}, \bar{W}$; 각각 ϕ 와 W 의 공액복소수

Re; 실수부분을 나타내는 부호

i ; 허수단위 (imaginary unit)

집중하중에 대한 ϕ 와 ψ 는 다음과 같이 표시된다⁽²⁾.

전단력과 휨모멘트가 모두 있는 지간에서,

$$\phi = -\frac{V}{8I} \left[2uvz + (v-iu)z^2 - \frac{i}{3}z^3 \right] \dots (2-4)$$

$$\psi = \left[\frac{V}{8I} \left[\{-4uv + i4(C^{*2} - V^2)\}z + (-3v + iu)z^2 + i\frac{2}{3}z^3 \right] \right] \dots (2-5)$$

순수 휨모멘트만 있는 지간에서,

$$\phi = \frac{M}{8I} (2vz - iz^2) \dots (2-6)$$

$$\psi = \frac{M}{8I} (-4vz + iz^2) \dots (2-7)$$

여기서,

V ; 구멍있는 지간에서의 전단력

M ; 구멍있는 보에서 순수휨을 받는 지간에서의 휨모멘트

I ; 휨축에 관한 총단면의 단면 2차 모멘트

u ; 반력지점, 또는 零모멘트인 점으로부터 구멍중심까지의 材軸方向거리

v ; 보의 材軸으로 부터 구멍중심까지의 거리

그리고 C^* 는 보의 半깊이의 修正値이며 다음과 같이 주어진다.

$$C^* = d \sqrt{1 + \frac{2b_f t_f}{d t_w}} \dots (2-8)$$

여기서

d ; 보깊이의 半

t_w ; 복부두께

b_f ; 플랜지의 폭

t_f ; 플랜지의 두께

구멍주위의 응력계산을 간단화 하기위해 極複素數좌표계로 변화시키는 것이 편리하다. 즉, 새로운 구멍의 경계를 半徑 極座標 r 로 정의하는 것이다. 이것은 구멍의 경계가 새로운 單位圓의 圓周가 되도록 하기 위해 다음과 같은 變換式을 사용하여 구멍의 바깥면적을 단위원의 안쪽에 等角寫像 (conformal mapping)하게 된다.

$$z = W(\omega) = \frac{A}{\omega} + B\omega + C\omega^3 + D\omega^5 + E\omega^7 \dots (2-9)$$

여기서,

ω ; 변환된 복소수 평면의 좌표

A, B, C, D, E ; 주어진 구멍의 모양에 따라 변화하는 실계수

새로운 평면이 단위원의 안쪽이기 때문에 ω 는 극좌표 r 과 θ 로써 정의 되어진다.

$$\omega = r \exp i\theta \dots (2-10)$$

구멍경계는 r 이 1인 원위에 놓여 있다. 식 (2-9)는 식 (2-4)와 (2-5), 또는 식 (2-6)과 (2-7)을 z 함수로부터 ω 의 함수로 변환 시키는데에 사용된다. 이들 ω 의 함수로 변환된 식들은 하중과 보의 치수의 함수로써 구멍이 없는 복부의 응력조건을 정의하는 편리한 복소수 응력함수이다.

攪亂應力 (perturbated stress)은 구멍에서 경계조건을 만족하여 구멍으로부터 거리가 멀어질수록 감소한다. 이 교란응력은 기본응력과 합해서 구멍을 포함하는 보의 단면의 전체응력을 결정한다. 위의 두조건을 만족하는 응력함수는 다음과 같은 幕級數로 정의된다.

$$\phi_0 = e_1\omega + e_2\omega^2 + e_3\omega^3 + \dots + e_n\omega^n \dots (2-11)$$

$$\psi_0 = f_0 + f_1\omega + f_2\omega^2 + f_3\omega^3 + \dots + f_n\omega^n \dots (2-12)$$

여기서,

ϕ_0, ψ_0 ; ω 로 표현된 교란응력 함수

e_n, f_n ; 구멍주위의 경계조건을 만족시킴으로써 결정되는 복소수 계수

교란응력함수의 계수 e_n 과 f_n 은 기본응력과 교란응력에 관련된 경계력의 합이 零이 되는 조건으로부터 계산된다.

기본응력함수 ϕ 와 ψ 를 식 (2-1)과 (2-2)에 대입하면, 변수 ω 의 기본응력을 나타낸다. 교란응력함수 ϕ_0 와 ψ_0 를 식 (2-1)과 (2-2)에 대입하면

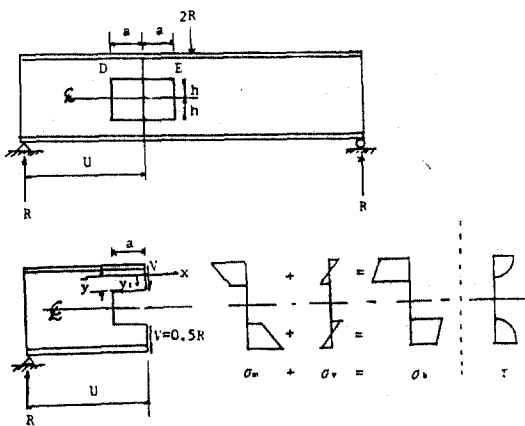
변수 ω 의 교란응력을 나타낸다. 그러므로 변수 ω 로 표현된 기본응력과 교란응력을 더하면 유포의 전체응력(total stress)을 구할 수 있다.

2.2 Vierendeel 해석

탄성이론 대신에 간단한 近似해석으로 Vierendeel 해석이 사용될 수 있다. 이 해석은 I형보의 腹部에 있는 직사각형 구멍 주위의 탄성응력을 근사적으로 계산할 때 자주 쓰이고 있다. 變曲點, 즉, 응력이 零이 되는 점이 구멍의 중심선에 발생한다고 가정하는 것이 특징적이다. 그러므로, 구멍 上, 下에 있는 보의 단면의 전단력은 구멍의 양단에서 최대값을 주는 副次的인 휨응력을 유발시킨다. 이들 휨응력은 휨모멘트로 인한 휨응력과 합하여져야 한다.

그림 2-1은 Vierendeel 해석의 기본특징을 나타내고 있다. 반력 R 에 의한 전단력과 휨모멘트는 내부전단력과 휨모멘트와 평형을 이룬다. 보의 중심축에 위치한 구멍에 대해 전단력 V 는 다음과 같다.

$$V = 0.5R \dots \dots \dots (2-13)$$



σ_m ; Bending stress due to moment
 σ_s ; Bending stress due to shear
 τ ; Shear stress in T-section

그림 2-1. Schematic view of beam and stresses in Vierendeel analysis

V 에 의한 응력들은 구멍의 상하에 있는 T-단면을 보이론에 따라서 해석하여 계산한다. 따라서 전단력 V 는 T형 단면의 도심축으로부터

거리 y_i 인 점에서 전단응력 τ_{xy} 와 휨응력 σ_{x1} 을 일으킨다.

$$\tau_{xy} = \frac{V}{2I_t} (\bar{y}^2 - y_i^2) \dots \dots \dots (2-14)$$

$$\sigma_{x1} = \frac{Vxy_i}{I_t} \dots \dots \dots (2-15)$$

여기서,

- I_t ; T형 단면의 圖心軸에 대한 2차모멘트
- \bar{y} ; T형 단면의 도심축에서부터 구멍의 경계까지의 거리
- y_i ; T형 단면의 도심축에서부터의 고려하는 점까지의 縱거리
- x ; 구멍의 중심으로부터 고려하는 점까지의 橫거리, $x \leq a$

식 (2-14)에서 y_i 는 T형 단면의 中立軸과 구멍사이에서는 (+)이다. 식 (2-15)에서 變曲點은 구멍의 중간길이에서 일어난다고 가정하고 구멍의 반대쪽에서는 계산된 응력의 부호가 바뀐다. 그림 2-1에서, 모멘트 M 은 다음과 같다.

$$M = R(u+x) \dots \dots \dots (2-16)$$

M 에 의한 휨응력 σ_{x2} 는 다음과 같다

$$\sigma_{x2} = \frac{My}{I_n} \dots \dots \dots (2-17)$$

여기서,

- I_n ; 구멍이 없을 때의 도심축에 대한 2차 모멘트
- y ; 구멍이 없을 때의 도심축으로부터 σ_{x2} 를 고려하는 점까지의 縱거리

휨모멘트는 보이론에 따라 작용하는 減少斷面에 의하여 전달되어 진다고 가정된다. 따라서 그림 2-1에서 D 점의 응력은 다음과 같다.

$$\sigma_x = -\frac{Vay\bar{y}}{I_t} - \frac{Mh}{I_n} \dots \dots \dots (2-18)$$

또한, E 점의 휨응력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_x = +\frac{Vay\bar{y}}{I_t} - \frac{Mh}{I_n} \dots \dots \dots (2-19)$$

2.3 有限要素解析을 위한 보와 荷重의 理想化

유한요소법에 의한 I형 보의 腹部解析에 있어서, 2가지 방법으로 평면응력(plane stress)을 이상화시킬 수 있다. 첫번째 방법은 그림 2-2에서 볼 수 있듯이 보 높이의 2배 길이를

취하여 한쪽면이 고정된 캔티레버보로 이상화시킨다.⁽⁶⁾ 이상화 시킨 보의 고정단에서, 보의 중간높이의 格點은 x, y 방향에 구속을 주었으며 나머지 격점들은 x 방향만 구속하였다. 단면 CD 에 의하여 이상화된 하중을 작용시키게 된다. 본 연구에서는 等係數要素⁽⁸⁾로 分割하여 이방법을 사용하여 보았다. 두번째 방법은 복부를 평면 응력으로 보고, 플랜지를 bar 요소로 간주한 이상화 방법이다. 즉, Samuel⁽⁷⁾은 복부전체를 708개의 선형사각요소, 상하 플랜지를 94개의 bar 요소로 분할한 두가지 경우로써 해석하였다.

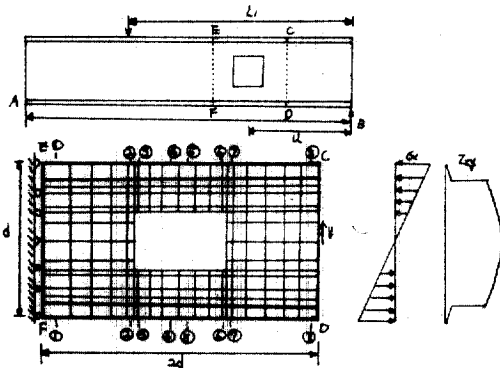


그림 2-2. Idealization of beam with web opening

이 두가지 요소분활로 인한 결과치는 Bower의 실험치와 탄성이론의 결과치에 상당히 수렴하고있음을 입증하였다.

그림 2-4와 2-5는 표 2-1의 Beam-1을 그림 2-3의 (a) 경우에 대해 보의 일부단면을 이상화시켜 등계수요소를 분할하여 해석한 결과치를 Samuel의 유한요소해의 결과치와 비교하여 수렴도를 검토한 것이다. 구멍의 중심선에 따라서 Samuel의 결과치와 등계수요소의 결과치는 실험치에 접근하나, 모든 경계조건을 만족하지 않는 Bower의 탄성이론해는 실험치와 차이가 있음을 알 수 있다. 구멍의 측면에 따라서, 3가지 방법은 거의 차이가 없는 응력분포를 나타내고 있음을 알 수 있다. 그러므로, 본 연구에서 사용하는 보와 하중의 이상화, 그리고 등계수요소가 작은수(138개)의 요소를 사용하면서도 Samuel의 결과치와 실험치에 잘 수렴한다는 것을 알 수 있다.

그림 2-6과 2-7은 Beam-2를 그림 2-3의 (b)

표 2-1. Properties of test beams

Beam	I_x (in ⁴)	d (in)	t_w (in)	b_f (in)	t_f (in)	$2a$ (in)	$2h$ (in)
1	447.9	15.88	0.313	7.094	0.425	9.32	7.32
2	522.14	16.97	0.276	7.21	0.432	11.7	5.3
3	946.70	16.33	0.395	10.24	0.665	10.0	8.0
4	1323.0	18.21	0.425	11.04	0.680	8.12, 16	8.0
5	1309.4	20.99	0.400	8.24	0.615	9.0	7.0

경우에 대해서, 유한요소법과 보이론으로 해석한 결과이다.⁽⁶⁾ 이들 그림은 중심축의 상반부만을 나타낸 것이다. 여기서 유한요소법은 Redwood의 삼각형요소와 본 연구에서 사용하는 등계수요소를 사용한 것이며, 보이론에 의한 값 중에서 구멍주위의 응력은 Vierendeel 해석에 의한 값이다. 그림 2-6과 2-7에서 볼 수 있듯이 각 단면에 대한 두가지의 유한 요소법의 결과는 구멍주위에서 약간의 차이를 나타내고 다른 부위는 거의 일치한다. 단면 ②, ③, ⑥, ⑦에서도 등계수요소의 해가 구멍의 영향을 보다 더 정확히 표시할 수 있음을 알 수 있다.⁽⁹⁾ 구멍 중심부근의 단면 ④, ⑤나 구멍주위에서 멀어질수록 응력분포상태가 보이론의 결과와 일치되어 간다. 그러나, 구멍주위의 응력에 관한 Vierendeel 해석의 결과는 그 정확도가 떨어지고 있음을 볼 수 있다.

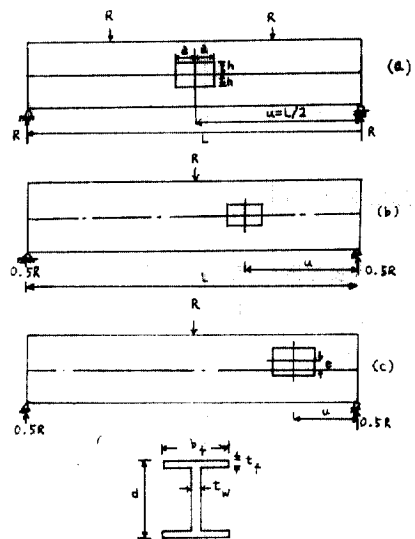


그림 2-3. Beam geometries

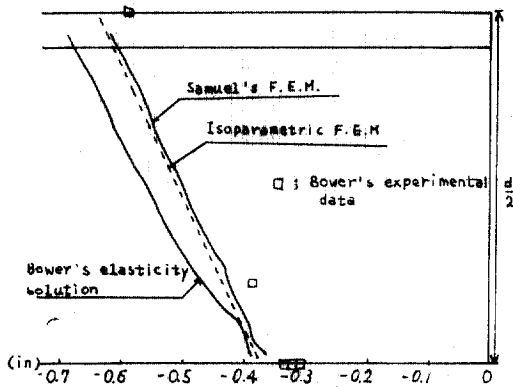


그림 2-4. Bending stresses at centerline of cutout, $\sigma_x 8I/100M$

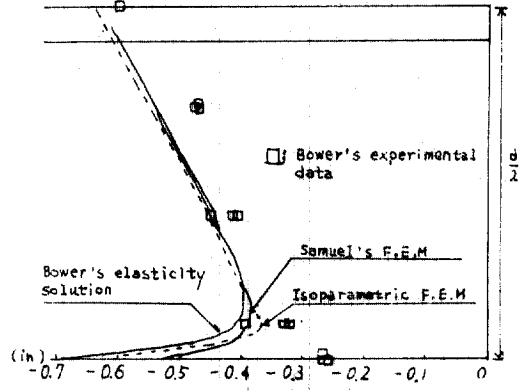


그림 2-5. Bending stresses at edge of cutout, $\sigma_x 8I/100M$

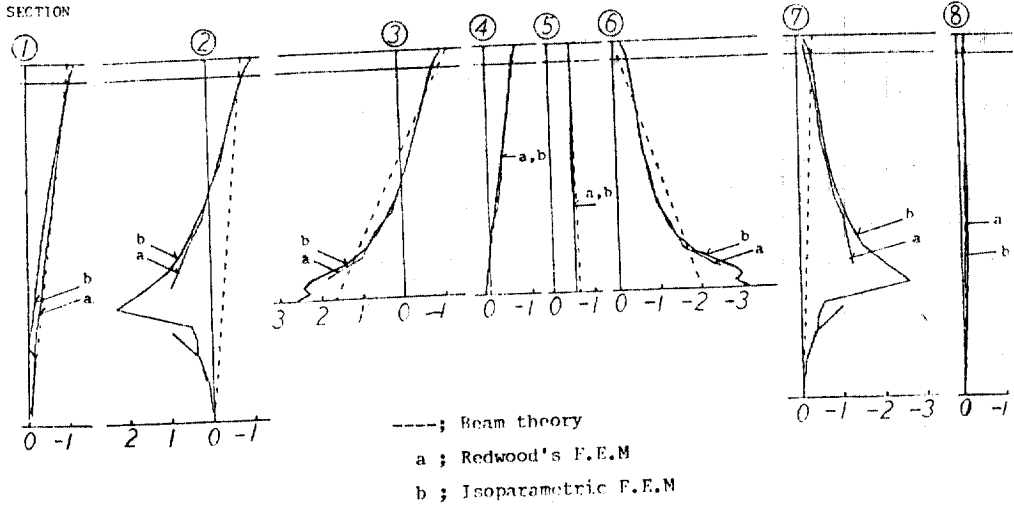


그림 2-6. Bending stresses, $\sigma_x I/Vd^2$

3. 數值例 및 결과분석

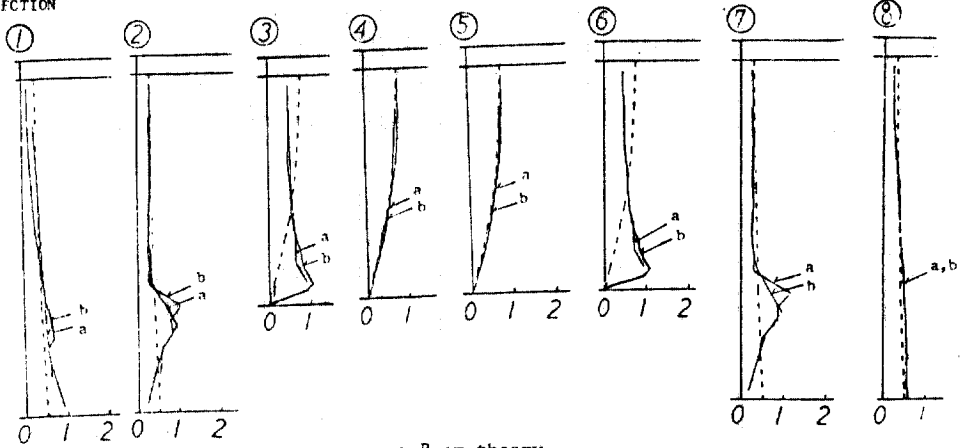
3.1 有限要素解析 및 結果分析

구멍의 위치와 하중상태 변화에 따르는 구멍 주위의 變動을 알아보기 위해 3가지 경우로 분리하여 유한요소법으로 해석하였다. 표 3-1은 이들 각 경우를 나타내고 있다.

경우 1은 하중이 보의 중심에 작용하고 구멍은 보의 材軸을 따라 횡방향으로 위치변화하면서 휨응력의 거동상태를 알아 보았다. 그림 3-1은 경우 1에서 보의 상반부 각 단면에 대한 휨응

력을 나타내고 있다. 단면 ②, ⑦에서 구멍의 높이와 보 높이의 비 $2h/d$ 가 0.49인 구멍의 좌우 측면 경계응력은 급속히 감소하여 작은 응력변화만 나타내고 모멘트증가에 비하여 거의 변화가 없다. 이에 비하여, 같은 단면위치에서 구멍의 높이와 보 높이의 비 $2h/d$ 가 0.31인 그림 2-6에서의 휨응력은 서서히 감소한다. 이것은 구멍의 높이와 보 높이의 비가 증가함에 따라 구멍모서리의 응력집중현상이 커지기 때문이다. 그러므로 $2h/d$ 가 약 0.5 이상일 때는 구멍의 양측면에 대해 설계 목적상 크게 고려하지 않아도 된다. 또한 구멍의 위치가 보의 중앙에 접근할 수

SECTION



----; Beam theory
 a ; Redwood's F.E.M
 b ; Isoparametric F.E.M

그림 2-7. Shear stresses, σ_x/Vd^2

록 즉, 모멘트가 증가할수록, 구멍의 上半部에서 압축응력은 증가하고 인장응력은 감소하고 있다.

그림 3-2는 구멍의 상단경계의 응력변화를 나타내고 있다. 구멍의 모서리에서 상당히 큰 응력집중이 일어나고 있다. 집중하중 작용점인보 중앙선의 우측에 있는 구멍에 대하여, 구멍의 좌측에서는 휨응력이 인장응력, 우측에서는 압축응력을 나타내고 있다. 이때, 구멍의 위치가 보 길이의 중앙에 대해 반대편에 있다면, 압축응력과 인장응력이 반대로 위치한다. 그림 3-3은 플랜지와 복부의 접촉면에 대해 휨응력을 나타내고 있다. 그림 2-6은 좌에서 우로 이동하면서

응력이 감소하는 반면, 그림 3-3은 서서히 증가하고 있다. 이것은 구멍모서리의 국부응력집중에 대한 영향때문이다. 그러므로 설계시 낮은 모멘트면의 모서리응력과 높은 모멘트면의 플랜지와 복부의 접촉 지점의 응력을 고려해 왔으나 $2h/d$ 의비가 클때는 낮은 모멘트의 접촉지점응력도 고려해야 한다.

그림 3-4는 경우 2, 즉, 구멍의 중심이 보의 材軸에 대해 상향으로 偏心되는 경우에 관한 응력변화이다. 구멍의 상부 경계면 휨응력은 편심이 1 in.에서 2 in.로 변하는 동안 단면 ④에서는 휨응력이 32.6% 증가를 보이고 단면 ⑦에서

표 3-1. Beam tests with web opening

Case	Test	BEAM (Table 2-1)	GEO-METRY	2a (in)	2h (in)	u (in)	l (in)	e (in)	V (kips)	비	고
1	1	3	b	10	8	15	200	0	0.5	휨 모멘트가 변하는 경우	
	2	3	b	10	8	35	200	0	0.5		
	3	3	b	10	8	65	200	0	0.5		
2	7	5	c	9	7	34.5	200	2.0	0.5	剪斷力이 변하는 경우	
	8	5	c	9	7	34.5	200	1.5	0.5		
	9	5	c	9	7	34.5	200	1.0	0.5		
3	4	3		10	8	35	200	0	0.0	偏心이 변하는 경우	
	5	3		10	8	35	200	0	0.3		
	6	3		10	8	35	200	0	0.6		

는 7.8%의 증가를 보이고 있다. 또한 구멍의 상부응력은 편심이 위로 증가되면서 하부응력보다 점점 커짐을 알 수 있다. 구멍의 모서리에서는 편심의 증가에 따라 응력의 큰 변화가 없음을 나타내므로 작은 편심일 때는 편심의 영향이 다른 형상이나 하중조건에 의한 영향보다 작음을 알 수 있다.

그림 3-5는 경우 3, 즉, 전단력이 미치는 영향에 대해서 나타내고 있다. 전단력이 0일때는 거의 변화가 없이 압축응력을 나타내고 있으나 전단력이 커짐에 따라 급격한 변화를 나타낸다. 그림 3-6은 Test 3에 대하여 전단력 $V=0.5 R$ 만 작용시킬때, 모멘트만 작용시킬 때, 그리고 모멘트와 전단력이 동시에 작용될 때의 휨응력 변화를 나타내었다. 이때에도 마찬가지로 전단력의 영향이 모서리 응력에 지배적인 것을 알 수 있다. 그림 3-7은 test 1에 대한 最大主應力을 軌跡으로 나타내었다.

3.2 重回歸分析 및 결과분석

6 개의 獨立變數 X_1, X_2, \dots, X_6 를 선택하여 각 독립변수마다 변화를 주어 유한요소법으로 계산하였다. 중회귀분석을 하기 위해 각 독립변수는

$X_1=I/1000(\text{in.}^4)$, $X_2=a/h$, $X_3=2h/d$, $X_4=e/X_1$, $X_5=1000M/I(\text{kips-ft/in.}^4)$, $X_6=V(\text{kips})$ 으로 표시하였다. 여기서 M 과 V 는 각각 구멍 중심선의 모멘트와 전단력이다.

從屬變數로는 설계목적상 4 곳의 모서리 부분의 응력을 선정하여 Y_p, Y_q, Y_r, Y_s 로 命名하였다.

본 연구에서는 각 경우에 대한 거동이 線型으로 변한다고 가정하고 중회귀분석을 하였다. 표 3-2의 각 경우에 대한 기하학적 성질과 단면력을 독립변수로 하고, 유한요소해석으로 얻은 구멍내모서리의 應力 Y_p, Y_q, Y_r, Y_s 를 이용하여 중회귀분석을 실시하였다. 본 연구에서는 회귀계수의 최소화승추정치 $\{b\}$ 를 얻기 위해서 S.S.P. (Scientific Subroutine Package)의 중회귀프로그램을 이용하였다. 표 3-3은 이들 입력자료로부터 얻은 회귀계수들이다.

임의의 하중과 위치를 갖는 어떤 구멍에서 X_1, X_2, \dots, X_6 등의 독립변수(기하학적 성질과 단면력)를 식(3-1)에 代入하면, 이 구멍의 4모서리점의 응력값 Y_p, Y_q, Y_r, Y_s 를 근사적으로 얻을 수 있다.

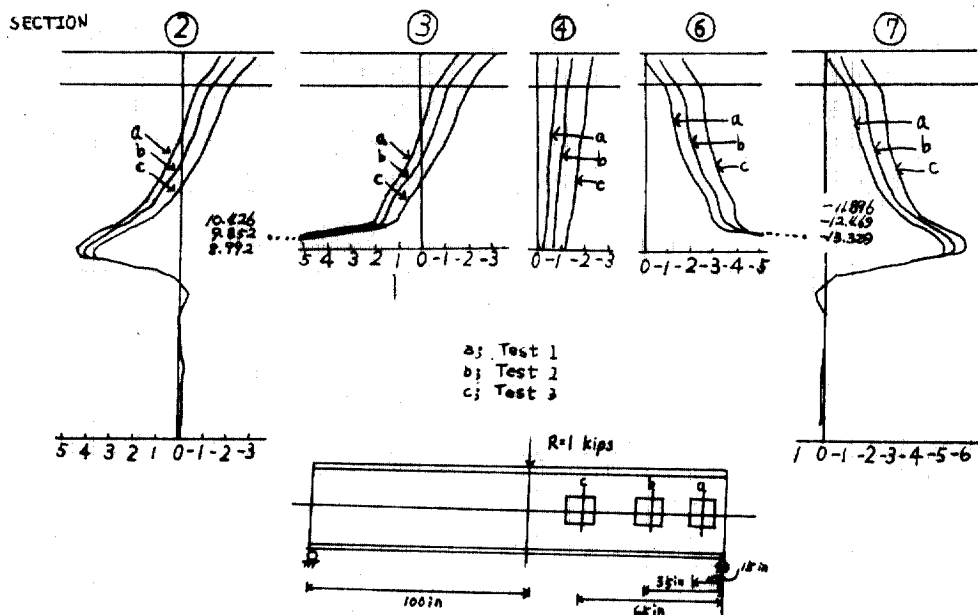


그림 3-1. Bending stresses $\sigma_x I / V d^2$ for various hole located along the beam axes ($e=0$) (Case 1)

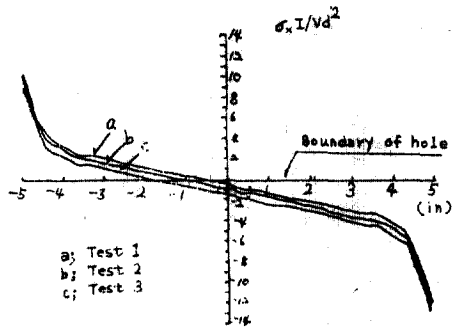


그림 3-2. Bending stresses $\sigma_x I / V d^2$ at top of cutout (Case 1)

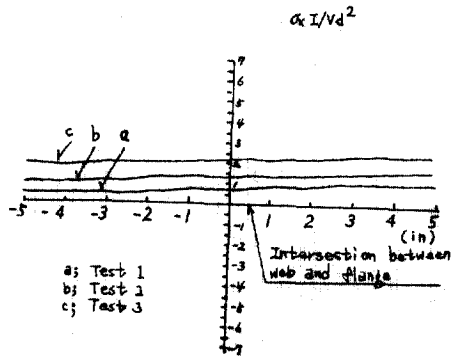


그림 3-3. Bending stresses $\sigma_x I / V d^2$ intersection between web and flange (Case 1)

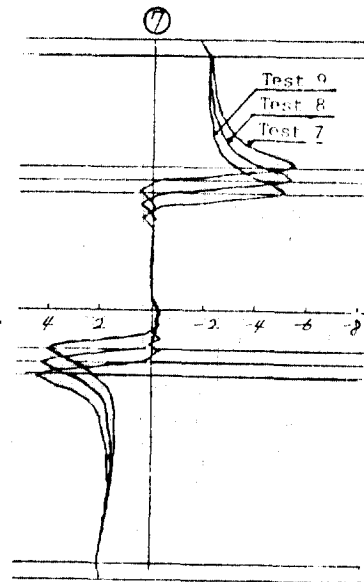
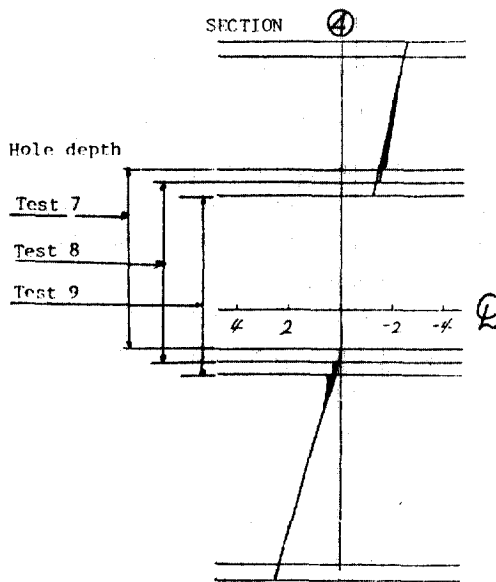


그림 3-4. Bending stresses $\sigma_x I / V d^2$ for various eccentric holes located transversely (Case 2)

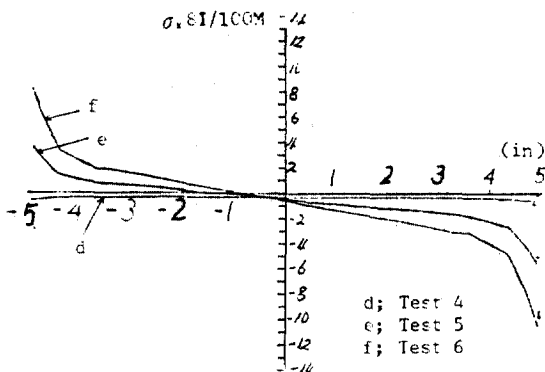


그림 3-5. Bending stresses $\sigma_x I / 100 M$ for various shear forces at top of cutout (Case 3)

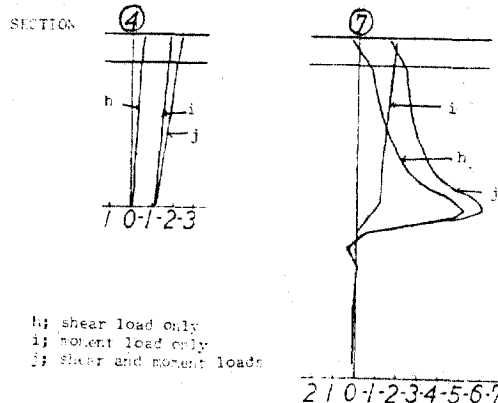


그림 3-6. Bending stresses $\sigma_x I / V d^2$ for various loads (Case 1의 test 3)

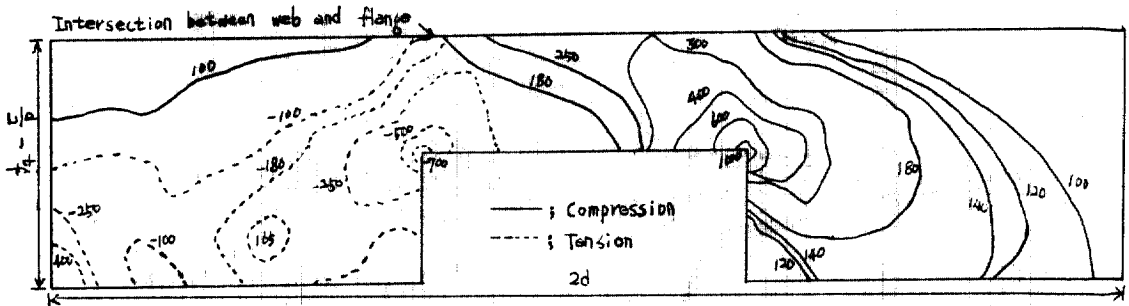


그림 3-7. Maximum principal stresses contour for test 1, $\sigma_1(\text{lb/in}^2)$

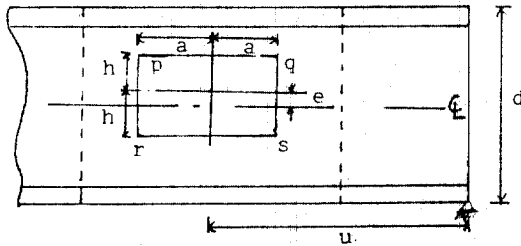


그림 3-8. Position of independent variables

표 3-2. Variations of test beams for multiple regression

Case	Beam (Table 2-1)	Variation	
1	3	u (in)	15, 35, 65, 29, 53
2	3	v (kips)	0, 0.3, 0.6
3	5	e (in)	2, 1.5, 1.0, 2.5, 0.42
4	4	$2a$ (in)	8, 12, 16, 9, 13

수 있다.

$$\begin{cases} y_p \\ y_q \\ y_r \\ y_s \end{cases} = \begin{bmatrix} b_{p0} & b_{p1} & \dots & b_{p6} \\ b_{q0} & b_{q1} & \dots & b_{q6} \\ b_{r0} & b_{r1} & \dots & b_{r6} \\ b_{s0} & b_{s1} & \dots & b_{s6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} \dots\dots(3-1)$$

이를 例示하기 위하여 표 3-4에 표시된 4가지 例題를 표 3-3의 회귀계수를 이용하여 식 (3-1)을 풀어서 유한요소법에 의한 結果値와 비교해 보기로 한다.

표 3-5는 표 3-4에 대하여 유한요소법과 회귀식의 結果를 비교한 것이다. 例 1은 회귀식을 만들기 위해 사용했던 case 1의 독립변수 중에서 모멘트변수 X_5 만을 바꾼 경우이다. 이 경우는 오차가 0.1% 이내로써 잘 맞음을 알 수 있다. 例 2와 3은 구멍의 중심이 보의 중심축과 일치하면서 임의의 단면과 구멍크기, 그리고 임

표 3-3. Regression coefficients

Y_i	b_{i0}	b_{i1}	b_{i2}	b_{i3}	b_{i4}	b_{i5}	b_{i6}
Y_p	-1,971.13	-707.84	694.19	3,750.98	-72.169	-90.889	3,011.72
Y_q	2,317.17	636.38	-672.05	-4,106.37	-95.629	-92.676	-3,263.80
Y_r	1,823.0	740.13	-694.22	-3,515.0	-81.222	90.889	-3,011.71
Y_s	-2,169.58	-668.51	672.03	3,867.67	-98.875	92.568	3,263.68

표 3-4. Various dependent variables

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Remarks
例 1	0.946699	10/8	0.4899	0	3.8	0.5	
例 2	0.4479	9.32/7.32	0.461	0	55.816	0	Samuel
例 3	0.522136	11.7/5.3	0.3123	0	1.6918	0.5	Redwood
例 4	0.440611	8/5	0.3153	3.043	5.755	0.5	

표 3-5. Comparison between regression and F.E.M results (lb/in²)

		Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Remarks
例 1	F.E.M	1,226.00	-1,917.0	-1,226.0	1,917.0	
	Regre.	1,224.60	-1,916.2	-1,224.6	1,916.0	
	Error(%)	0.10	0.04	0.1	0.10	
例 2	F.E.M	-5,048.0		5,048.0		Samuel
	Regre.	-5,319.3		5,336.0		
	Error(%)	5.4		5.7		
例 3	F.E.M	1,693.1	-1,904.8	-1,702.2	1,903.4	Redwood
	Regre.	1,714.0	-1,905.2	-1,771.6	1,961.2	
	Error(%)	1.2	0.01	4.0	3.0	
例 4	F.E.M	674.23	-1,879.0	-1,254.6	1,223.6	
	Regre.	747.49	-2,263.2	-1,329.2	1,658.6	
	Error(%)	10.9	20.4	6.0	35.5	

의의 하중을 주었다. 이 경우도 오차가 약 0.1~5.7%로서 잘 맞고 있다. 例 4는 구멍의 편심까지 고려한 회귀식과의 비교이다. 우측상단 모서리 응력 Y_1 와 좌측하단 모서리 응력 Y_2 , 양호하나 좌측상단 모서리 응력 Y_3 와 우측하단 모서리 응력 Y_4 는 만족스럽지 못하다. 이것은 구멍의 편심변화에 대한 응력이 비선형이기 때문이며, 이와같은 편심이 클 때는 회귀분석으로는 좋은 결과를 얻지 못한다.

4. 結 論

I型壓延鋼보의 腹部에 직사각형 구멍이 뚫렸을 때, 그 구멍주위의 應力을 等係數要素를 사용하여 길이 $2d$ 의 부분만을 有限要素法으로 해석하고 重回歸分析을 시행한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 有孔보의 應力解析에 있어서 等係數要素를 사용하여 理想化시킨 유한요소해가 彈性理論에 의한 해석이나 Vierendeel 해석보다도 실험치에 접근하고 線型要素를 사용한 Samuel, Redwood 등의 유한요소해 보다 작은 수의 요소(220개)를 사용하여도 集中應力의 분포를 잘 나타내고 있다.

(2) 구멍과 보의 높이 비 $2h/d$ 가 약 0.5일 때에 구멍의 양측면에서는 응력이 급속히 감소하여 설계목적상 크게 고려하지 않아도 된다. 일

반적으로 플랜지와 복부의 접촉지점 응력은 구멍의 높은 모멘트面에서 크다. 그러나 $2h/d$ 가 증가하면 모서리의 應力集中影響 때문에 낮은 모멘트面의 접촉지점응력이 높은 모멘트面의 값보다 약간 더 커지는 경우도 있다.

(3) 본 연구에서 사용한 보에 대하여, 剪斷力과 구멍깊이의 변화는 구멍주위의 應力에 비교적 큰 영향을 미치고 있다. 특히 剪斷力의 영향은 매우 크다고 할 수 있다. 이에 비하여 구멍의 偏心의 영향은 다른 요인에 비하여 작음을 알 수 있다.

(4) 유한요소법에 의한 結果를 사용하여 重回歸分析을 시행하고 重回歸係數를 구하였다. 이 중회귀계수를 이용하여 임의의 구멍의 네 모서리 응력을 예측해 보면, 偏心이 큰 경우를 제외하고는 有限要素解와 비교하여 오차가 작음을 알 수 있다. 앞으로, 편심이 비교적 큰 부분에 대해서 더 고찰해 볼 필요가 있다고 사료된다. 그러므로 예비설계단계에서, 설계자는 구멍주위의 응력을 重回歸係數에 의하여 쉽게 그 近似값을 예측할 수가 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. John E. Bower, "Elastic Stresses Around Holes in Wide-Flange Beams," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 92, No. ST2, April,

- 1966, pp.85~101.
2. John E. Bower, "Experimental Stresses in Wide-Flange Beams with Holes", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 92, No. ST5, October, 1966, pp.167~186.
 3. John E. Bower, "Design of Beams with Web Openings," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 94, No. ST3, March, 1968, pp.783~807.
 4. Judith G. Congdon and Richard G. Redwood, "Plastic Behavior of Beams with Reinforced Holes", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 96, No. ST9, September, 1970, pp. 1933~1956.
 5. Peter W. Chan, A.M. ASCE, and Richard G. Redwood, "Stresses in Beams with Circular Eccentric Web Holes," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 100, No. ST1, January, 1974, pp.231~247.
 6. M. Uenoya and R.G. Redwood, "Buckling of Webs with Openings", *Computer & Structures*, Vol. 9, pp.191~199.
 7. Samuel W. Ciardullo, Lawrence L. Durocher, and Anthony N. Palazotto, "A Finite Element Analysis of Deep Beams with Cutouts Considering Four Supports," *Computer & Structures*, Vol. 13, 1981, pp.537~546.
 8. E. Hinton and D.R. J. Owen, *Finite Element Programming*, Academic Press, 1977.
 9. O.C. Zienkiewicz, *The Finite Element Method*, 3rd Ed., McGraw-Hill Book Co., 1971, pp.211~212.
 10. Muskhelishvili, N.I., *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*, 2nd Edition, P. Noordhoff Ltd., Groningen, The Netherlands, 1963.

(接受 : 1985. 10. 16)