

2次元 壓密解析法の 比較研究

A Comparison Study on the Two Dimensional Consolidation Analysis Methods

朴	炳	基*
Park,	Byong	Kee
鄭	鎭	燮**
Chung,	Jin	Sup
朴	海	根***
Park,	Hae	Kuen

Abstract

In this paper, a FEM analysis model was developed to solve the consolidation phenomena of embankment on the soft foundation.

The developed FEM model was based on the Biot's consolidation equation which was coupled with one of three stress-strain constitutive relationships. In order to check the validity of the newly developed FEM model, the program input data were used by a test embankment which had been already constructed at Cubzac-les-ponts in France by Magnan et al. The FEM results compared to the experimental and analytical results which were obtained by the Magnan's group at Cubzac-les-ponts. The results compared showed that the consolidation phenomena were well explained by the author's FEM model which results were more accurate than the others. As for the pore water pressure, Christian-Boehmer's method used in this paper was considered preferable to Sandhu-Wilson's used by Magnan.

要 旨

本文은 軟弱粘土地盤에 2次元盛土를 할 경우 地盤의 沈下 및 變位를 FEM으로 解析하는 프로그램의 연구에 대한 결과를 보고한 것이다. 構成方程式으로서는 Cam-clay, Modified Cam-clay, 彈粘塑性의 3 모델에서 각각 취하여 Biot의 壓密方程式과 結合시켜 이들간의 精度를 比較하고 또한 1982年 Magnan 등에 의해 佛의 Cubzac-les-ponts에서 試驗盛土를 實施하여 實測과 解析結果를 發表한 바 있는데 그 結果와 比較한 것이다. 그 結果는 本 프로그램이 보다 더 實測值에 가깝다는 것이 확인되고 間隙水壓의 處理는 Christian-Boehmer 系의 FEM 解析이 그들이 使用한 Sandhu-Wilson 系보다 더 실제에 가깝고 盛土部를 有限要素化하는 것이 더 정확하다고 판단된다.

*正會員·全南大學校 工科大學 教授

**正會員·圓光大學校 工科大學 助教授

***正會員·全南大學校 工科大學 土質實驗室

1. 序 論

本論本은 Biot의 壓密方程式에 Cam-clay Model, Modified Cam-clay Model, 彈-粘塑性 Model 등의 應力-變形率 關係式을 結合하여 FEM에 의한 새로운 解析方法을 提案하고자 하여 먼저 이 해석 프로그램의 精度가 어떠한가를 佛의 Cubzac-les-ponts에서 試驗盛土하여 얻은 實測值와 또 이를 바탕으로 Magnan 등에 의해 解析된 數值結果와 比較한 것이다. 이와같은 數值解析에 대한 適合性의 判定은 各種 精密計測裝置를 갖춘 研究用 試驗盛土에 의해서만 可能하다. 그러나 우리 實情으로는 이와같은 試驗盛土는 不可能하므로 外國에서 이와같이 精密히 觀測된 盛土例나 試驗盛土의 解析例를 找던中 1982年에 프랑스의 Magnan⁽¹⁾연구팀이 Rosalin-9 이란 프로그램(內容未詳)을 開發하여 Cubzac-les-ponts에서 試驗盛土하여 解析한 結果가 發表된 바 있어 여기서 使用된 各種 數值를 本 프로그램에 入力하여 그들의 結果와 比較하게 된 것이다. 그 結果는 Magnan의 解析結果보다 實際에 더욱 가깝다.

2. 本 解析의 基本이 되는 構成方程式

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L+2G & L & 0 \\ L & L+2G & 0 \\ L & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1^2 \\ C_1C_2 \\ C_1C_3 \\ 2Gf_{xy}C_1 \end{pmatrix} - \frac{C_5}{C_4} \begin{pmatrix} C_1^2 & C_1C_2 & C_2^2 & 2Gf_{xy}C_1 \\ C_1C_2 & C_2^2 & C_2C_3 & 2Gf_{xy}C_2 \\ C_1C_3 & C_2C_3 & 2Gf_{xy}C_3 & 2G^2f_{xy}^2 \\ 2Gf_{xy}C_1 & 2Gf_{xy}C_2 & 2G^2f_{xy}^2 & 2Gf \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} - \frac{C_5}{C_4} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ 2Gf \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서 $f_{xy} = \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}}$, L, G :

$$C_1 : L \frac{\partial f}{\partial P} + 2G \frac{\partial f}{\partial \sigma_x}, \quad C_2 : L \frac{\partial f}{\partial P} + 2G \frac{\partial f}{\partial \sigma_y},$$

$$C_3 : L \frac{\partial f}{\partial P} + 2G \frac{\partial f}{\partial \sigma_z},$$

$$C_4 : \left[L \left(\frac{\partial f}{\partial P} \right)^2 + 2G \left[\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \right) \right] C_5 + \frac{\partial f}{\partial P},$$

$$C_5 : 1 - \exp\left(-\frac{V^p}{\alpha}\right),$$

$$C_6 : \frac{\partial F}{\partial t} = \dot{v}_0 \exp\left(\frac{f - V^p}{\alpha}\right),$$

2-1 Original Cam-clay Model⁽²⁾과 彈-塑體性 Model

1) Original Cam-clay Model의 降伏函數⁽²⁾

$$F = \frac{q}{P} + \frac{\lambda - K}{(1 + e_0)} \ln \frac{P}{P_y} = 0 \quad (1)$$

여기서 $q : \sigma_1 - \sigma_3$, $P : \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$

$\lambda : e - \ln P$ 에서의 정규압밀 곡선의 기울기

$K : e - \ln P$ 에서의 재하-재압축 곡선의 구배

$e_0 : 초기 간극비$

$P_y : 경화 매개 변수$

2) 彈-粘塑性 Model의 降伏函數

$$F = \alpha \cdot \ln \left[1 + \frac{\dot{v}_0 \cdot t}{\alpha} \exp\left(\frac{f}{\alpha}\right) \right] = V^p \quad (2)$$

여기서 $\alpha : 2次 壓縮指數$

$\dot{v}_0 : 初期의 變形率 速度$

$t : 經過時間$

$V^p : 體積變形率 V의 粘塑性成分$

$$f = \frac{\lambda - K}{1 + e_0} \ln \left(\frac{P}{P_0} \right) + D \left(\frac{q}{P} - n_0 \right)$$

여기서 $\lambda : 壓縮指數$ $K : 膨潤指數$

$D : Dilatancy 係數$ $e_0 : 初期間隙比$

$P_0 : 初期平均有效應力$

$n_0 : q/P의 初期值$

3) 2次元 Plain-strain 條件에서의 應力-變形率 關係

$$L = \frac{D(1 + e_0)}{K} - \frac{2}{3}G, \quad D : Dilatancy 係數$$

$$G = G_0 \exp\left(-\frac{e - e_0}{\lambda}\right), \quad G_0 = 初期剛性率$$

만약 여기서 creep 現象을 無視하면 2次壓縮指數 $\alpha = 0$ 그리고 $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$ 이고 $C_5 = 1$, $C_6 = 0$ 이 되어 彈-塑性式이 되므로 Original Cam-clay Model의 應力-變形率關係가 된다.

2-2 Modified Cam-clay Model⁽³⁾

1) 降伏函數

$$F = q^2 - M^2 P_0 P + M^2 P^2 \quad (4)$$

2) Plain-strain 條件에서 應力-變形率 關係

$$\{\sigma_i\} = \left[[D] - \frac{1}{\beta} \{d\} \{d\}^T \right] \{\varepsilon_i\} \quad (5)$$

$$i = x, y, z, xy,$$

여기서 $\{d\} = [D] \{a\}$. $\beta = A + \{a\}^T \{d\}$

$$a_i = - \left(\frac{\lambda - K}{P} \right) \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{n}{M} \right) - \frac{3}{2qM} (\sigma_i + P) \right]_{i=x,y,z}$$

$$a_j = - \left(\frac{\lambda - K}{P} \right) \left[\frac{\sigma \tau_j}{P(M^2 - n^2)} \right]_{j=xy}$$

$$A = -(1 + e_0) \left(\frac{\lambda - K}{P} \right) \left(\frac{M^2 - n^2}{M^2 + n^2} \right)$$

3. 壓密의 數值計算

3-1 Biot 의 壓密方程式

Biot 의 一般의인 壓密, 基本方程式은 다음과 같다.

$$GV^2 U_x + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \alpha \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (6-1)$$

$$GV^2 U_y + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - \alpha \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (6-2)$$

$$GV^2 U_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \alpha \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (6-3)$$

$$V^2 \varepsilon = \frac{1}{C} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (7)$$

여기서 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ $\nu = \text{Poisson's Ratio}$

$$C = \frac{K}{a} \quad \alpha = \frac{1-2\nu}{2G(1-\nu)}$$

Plain strain 條件下에서 Biot 의 方程式은 다음과 같다. 즉 平衡條件方程式에 Darcy 法則을 適用하면 連續方程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{r_w} \left(K_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (8)$$

여기서 V 는 體積變形率

t 는 時間, K_x, K_y 는 透水係數

(6-1), (6-2), (6-3)式들은 (8)式을 使用하여 壓密을 解析하기에 適合한 未知數支配方程式의 하 나로 誘導하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{k(\bar{\lambda} - 2\bar{u})}{r_w} \nabla^2 \varepsilon = C \nabla^2 \varepsilon \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 U) = \frac{k(\bar{\lambda} + 2\bar{u})}{r_w} \nabla^2 (\nabla^2 U) \quad (10)$$

여기서 $\bar{u}, \bar{\lambda}$ 는 Lamé 常數

위의 (10)式은 過剩間隙水壓 U 에 Laplacian operator ∇^2 을 作用시킨 量이 熱傳導形의 方程式에 따르는 것을 意味한다. 그러나 過剩間隙水壓이 熱傳導形의 方程式에 따르지 않기 때문에 發生한 量

$$\phi = \frac{\partial U_e}{\partial t} = \frac{k(\bar{\lambda} + 2\bar{u})}{r_w} \nabla^2 U_e \quad (11)$$

은 各 時刻에 따라

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (12)$$

을 만족하게 되므로 사실은 위의 (9), (10), (12)式은 壓密의 支配方程式으로 생각하기에는 무리가 있다. 그것은 특히 미지수 ε, U_e, ϕ 에 항상 單獨의 미지수와 境界值問題가 뒤따르고 充分한 境界條件이 주어지지 않기 때문이다. 結局 壓密을 支配하는 것은 式 (6-1), (6-2), (6-3)과 (8)式이라고 말할 수 있다. 따라서 本프로그램에는 이 一般式을 채택하였다.

3-2 連續方程式의 差分近似

任意的 境界條件을 갖는 Biot 方程式의 數值解析은 體積變形率의 時間的變化를 表現하는 連續方程式의 數值計算으로 귀착된다. 이 計算方法은 여러가지가 提案되고 있으나 그중 가장 잘 쓰이는 方法은 Boehmer의 方法이다⁽⁴⁾.

$$\frac{V_{t+\Delta t} - V_t}{\Delta t} = -\frac{k}{r_w} V^2 U_{t_i} \quad (13)$$

의 모양으로 前進差分을 잡아 時刻 t 에 놓인 既知量 V_t, U_{t_i} 로부터 Δt 後의 未知量 $V_{t+\Delta t}$ 를 算定한다. 그리고 새로운 $L(x_i) = V_{t+\Delta t}$ 라는 制約 아래서 平衡方程式을 풀고 이 順序를 뒤바꾸어 計算하여 壓密全期間中の 總量이 얻어진다. 그러나 本文에서는 이 方法보다 더 安定된 差分近似가 얻어지는 다음의 後進差分法을 利用한다(이 方法은 收斂性이 훨씬 좋았다).

$$\frac{V_{t+\Delta t} - V_t}{\Delta t} = \frac{k}{r_w} V^2 U_{t+\Delta t} \quad (14)$$

3-3 有限要素法の 適用

各節點에 變位와 過剩間隙水壓을 取하는 Sandhu-Wilson⁽⁵⁾의 方法과 過剩間隙水壓은 節點이 아닌 要素에 對應시키는 Christian-Boehmer⁽⁴⁾의 두 方法이 있다.

Biot의 方程式이 갖는 意味를 잘 고찰해 보면 過剩間隙水壓이 體積變形率의 拘束力으로 定義됨으로 過剩間隙水壓을 要素에 對應시키는 後者의 方法이 훨씬 더 自然스럽고 또한 計算量도 減少된다. 이의 非線形問題의 增分解析을 위한 Matrix 形態로 誘導된 關係式은 다음과 같다⁽⁸⁾.

$$\begin{bmatrix} K & ; & K' \\ \dots & \dots & \dots \\ K'' & ; & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \dots \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ \dots \\ T \end{bmatrix} \dots \dots (15)$$

[K] : 剛性 Matrix

[K'] : 剛性 Matrix 에 새로히 더해지는 Matrix 割當量

[V] : 모든 節點變位 vector

[H] : 各要素에서 間隙壓에 比例하는 vector

[P] : 節點力의 vector

[T] : 各要素에서 體積變形率에 比例하는 vector (부록 II 참조)

이 두 가지 方法의 精度는 실제 計算에서 比較하게 되며 佛의 Magnan 은 前者에 의한 것이다.

3-4 壓密計算의 節次⁽⁷⁾

- 1) 非排水條件에서 初期應力分布를 計算한다. 過剩間隙水壓은 위 (15)式에서 얻는다.
- 2) 위에서 구한 過剩間隙水壓을 가지고서 增分 Δt 동안에 各要素에서 예상되는 體積變化를 計算한다.
- 3) 새로운 過剩間隙水壓을 計算하는데 使用하는 體積變形率의 새로운 分布를 구한다.
- 4) 새로운 體積變形率을 (15)式에 代入, 過剩間隙水壓을 다시 計算한다.

위와 같은 順序를 反復하여 壓密이 完了될 때 까지 수행한다.

4. 數值計算 및 結果의 考察⁽⁸⁾

4-1 入力資料

대개 開發된 프로그램이나 公式등은 現場과 얼마나 一致하는가의 妥當性이 檢討되어야 한다. 試驗盛土와 엄밀한 觀測이 이를 위해 必要하지만 本 研究에서는 言及한 바와 같이 Cubzac-les-Ponts 에 시행되었던 試驗盛土의 資料들을 利用

한다. 이 Cubzac의 試驗盛土는 地盤의 諸土質 定數들과 條件들이 자세히 소개되었기 때문에 數值解析을 위한 資料로서는 充分하다. Cubzac 試驗盛土의 깊이는 9m 이고 그 밑에는 排水層이 存在하고 있으며 數值解析의 變의상 壓密의 영향은 盛土中心部에서 橫方向으로 36m 까지 미친다고 假定하고 있다. 이 地盤을 有限要素로 나타낸 것이 그림 1이다.

한편 이 土層은 盛土部까지 합쳐 7層으로 構成되어 있는데 各層에 대한 土質定數들은 Table 1에 나타나 있다. 이 地盤에 總 5.2t의 盛土荷重이 作用하는데 盛土期間은 6日이고 0~3日에는 1.1t, 3~5日에는 1.3t, 5~6日에는 1.3t, 6日에는 1.5t을 各各 載荷한다.

盛土部分을 그림 1처럼 要素化하여 그 높이를 0.5m, 0.6m, 0.7m로 한다. 이같이 盛土部를 要素化함으로써 盛土의 增加와 더불어 要素數도 增加되어 物體力이 增加되어 作用하게 된다. 이는 실제지반과 盛土部와의 應力-變形關係를 解析하는데 있어서 盛土部에 剛性을 줌으로서 실제와 가까운 舉動을 解析하게 되고 동시에 盛土自體를 彈性舉動하는 要素로 생각함으로써 그自體의 應力-變形解析이 가능하다. Magnan 등은 盛土部를 要素化하지 안했는데 이는 盛土荷重을 단순히 等價의 節點力으로 대응시킨것으로 실제의 현상과는 차이가 있을 것이다.

4-2 解析方法

- 1) Sandhu-Wilson의 方法(S & W method)과 Christian-Boehmer 方法(C & B method)의 比較(Magnan의 프로그램과 本 프로그램의 比較)
- 2) 直接荷重을 加한 것과 盛土를 Mesh化하여 物體力으로 加한 것의 比較
- 3) 荷重載荷期間동안을 計算過程에서 壓密이 進行되는 排水條件으로 한 것과 非排水條件으로 한 것의 比較解析
- 4) Modified Cam-clay Model(이하 MODCAM), Original Cam-clay Model(이하 ORICAM), 彈-粘塑性 Model(이하 E-VP)間的 精度比較
- 5) 地表面의 變形에 대한 解析 그리고, 이 모든 것들을 盛土地盤의 實測値와 比較하여 本 프로그램의 妥當性을 檢討한다.

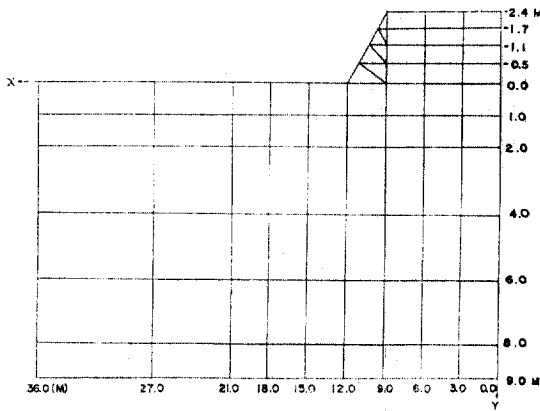


그림 1. Mesh of foundation and embankment for numerical analysis.

4-3 數値結果 및 考察

1) 그림 2~그림 4는 中央點의 沈下, 水平變位, 間隙水壓등을 各各 Sandhu-Wilson 方法과 Christian-Boehmer 方法으로 解析한 것이다. 그림 2를 보면 初期에는 Sandhu-Wilson의 方法이 더 實測值에 接近해 있지만 時間이 지남에 따라 오히려 Christian-Boehmer 方法이 實測值과 비슷한 傾向을 보이고 있다. 그림 4는 間隙水壓을 보이고 있는데 $t=0$ 에서는 Christian-Boehmer 方法이 $t=1040$ 일 때는 두 方法이 모두 약간의 差異를 보이고 있다. 또한 折曲部가 서로 一致하지 않는 것은 Sandhu-Wilson 方法은 間隙水壓을 節點에, Christian-Boehmer 方法은 要素

表 1. Parameters used in calculation

No.	λ	κ	M	$C\alpha$	G_0	ν	σ'_{vc}	K_{0c}	σ'_{v0}	K_0	e_0	γ_s	ψ_0	$\lambda\kappa$	K_{x0}	K_{y0}
1	0.50	0.05	1.2	0.0000	535.2	0.4	85.60	0.5	5.14	0.5	2.00	2.14	0.0	0.05	1.0	1.0
2	0.12	0.017	1.2	0.0012	94.8	0.4	8.00	0.5	2.37	0.5	1.00	1.73	$1.0E-5$	0.12	$2.6E-4$	$0.864E-4$
3	0.53	0.022	1.2	0.0033	170.4	0.4	6.94	0.65	3.05	0.5	2.60	1.63	$1.0E-5$	0.53	$2.6E-4$	$0.864E-4$
4	0.75	0.085	1.2	0.0055	40.8	0.4	3.67	0.5	3.80	0.5	3.22	1.43	$1.0E-5$	0.75	$2.6E-4$	$0.864E-4$
5	0.53	0.048	1.2	0.0033	68.3	0.4	4.18	0.5	4.76	0.5	2.24	1.53	$1.0E-5$	0.53	$2.6E-4$	$0.864E-4$
6	0.52	0.039	1.2	0.0032	107.1	0.4	5.20	0.5	5.82	0.5	2.31	1.53	$1.0E-5$	0.52	$2.6E-4$	$0.864E-4$
7	0.52	0.048	1.2	0.0032	105.0	0.4	6.63	0.5	6.64	0.5	2.20	1.58	$1.0E-5$	0.52	$2.6E-4$	$0.864E-4$

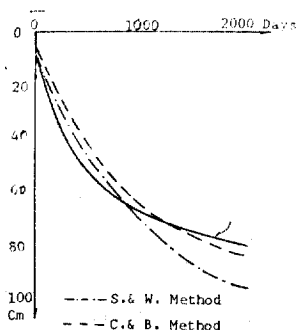


그림 2. Settlement of surface in center.

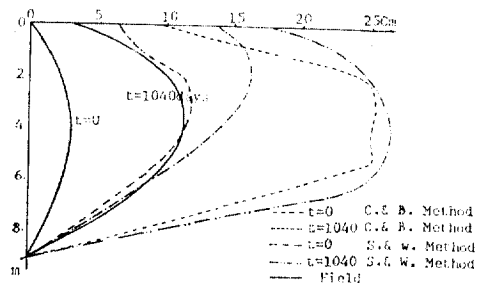


그림 3. Lateral displacement

에 對應시켰기 때문이다.

여기 Sandhu-Wilson 方法은 佛의 Magnan⁽¹⁾의 解析結果이다. 本프로그램은 그들과는 달리 Christian-Boehmer 方法을 택하였으므로 두 프로그램의 精度의 比較와 또한 實際의를 比較하게

되는데 이 方法에 盛土部를 Mesh化하여 計算한 것은 매우 實際의 近似하다. 따라서 以下는 모두 Christian-Boehmer 方法을 使用하여 比較한 것이다.

2) 壓密을 FEM으로 解析할 때 荷重은 集中

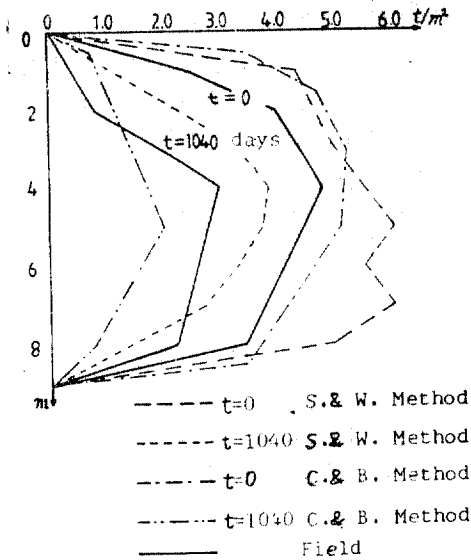


그림 4. Excess pore water pressure

荷重으로 환산 해석하는 것이 보통이다. 그러나 어떤 分布荷重을 단순히 集中力으로 환산하면 이 荷重으로 인한 地盤과의 接觸部の 구속력을 무시하게 된다. 本文에서는 分布荷重을 有限要素의 Mesh로 짜서 物體力이 作用하도록 解析한 것과 단순히 集中力으로(No Mesh 條件)한 것과의 비교한다.

그림 5~그림 7은 그 결과를 보인 것이다. 이것을 살펴보면 鉛直沈下와 間隙水壓에 있어서는 두 방법이 거의 差異가 없지만 水平變位는 그림 6에서와 같이 커다란 差異를 보이고 있다. 이 결과는 Mesh化의 방법이 훨씬 더 適合함을

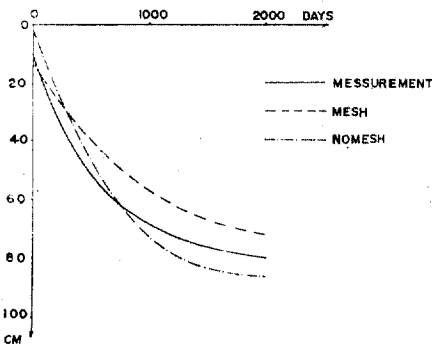


그림 5. The settlement under embankment centerline. (Measurement, mesh condition and no mesh condition with time)

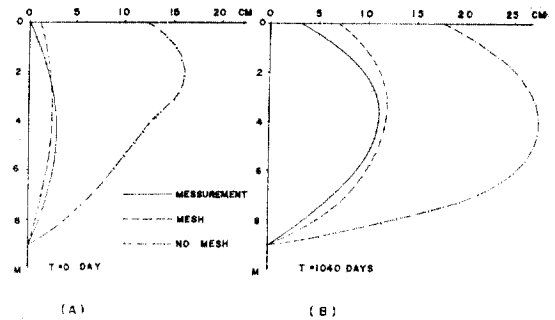


그림 6. The lateral displacement under the toe of slopes of embankment. (Measurement, mesh condition and no mesh condition with time)

잘 보여주고 있다.

3) 荷重의 載荷期間中에는 壓密이 일어나지 않는다고 假定하여 解析하는 것이 通常의 方法이다. 本文에서는 載荷期間中の 條件을 排水로 한 것과 非排水로 한 것을 比較, 解析해 보았다. 그 결과는 그림 8~그림 10과 같다. 前述한 바와 같이 載荷期間은 總 6日이었는데 鉛直沈下, 橫變位, 間隙水壓 등에 있어서 거의 差異가 없다. 그러나 만약 地盤의 透水係數가 크고 載荷期間이 오랜 기간일 경우에는 排水條件으로 解析하는 것이 더 適合할 것이다.

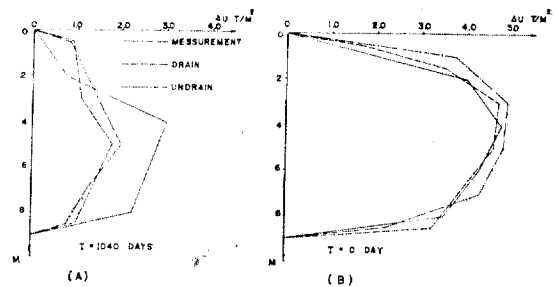


그림 7. The pore water pressure under the embankment centerline. (Measurement, mesh condition and no mesh condition)

4) 그림 11~그림 13은 MODCAM, ORICAM, E-VP의 解析結果를 보이고 있다. 그림 11에서 MODCAM과 ORICAM은 實測値와 비슷한 傾向을 보이고 있으며 E-VP도 傾向은 다르나 대체로 一致된 값을 보인다. 그림 12의 橫方向變位를 보면 T=0에서 MODCAM과 ORICAM은

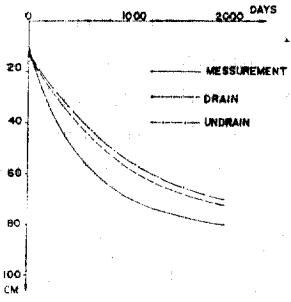


그림 8. The settlement under embankment centerline. (Messurement, drain condition and undrain condition with time)

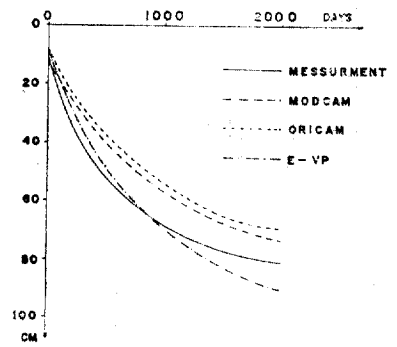


그림 11. The settlement under embankment centerline. (Messurement and numerical values by various models with time)

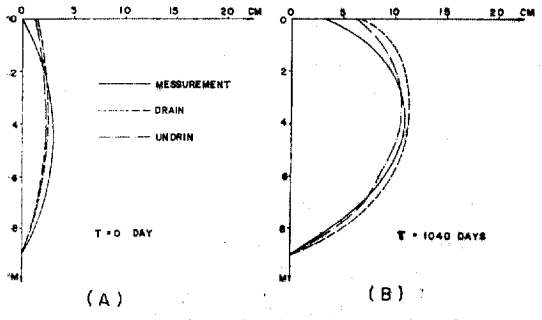


그림 9. The lateral displacement under the toe of slopes of embankment. (Messurement, drain condition and undrain condition)

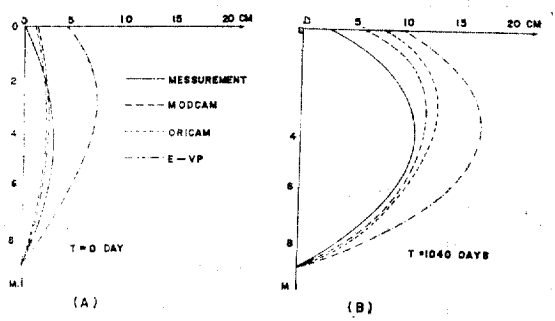


그림 12. The lateral displacement under the toe of slopes of embankment. (Messurement and numerical values by various models)

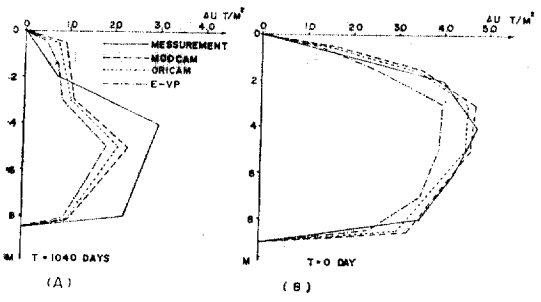


그림 10. The pore water pressure under the embankment centerline. (Messurement, drain condition and undrain condition)

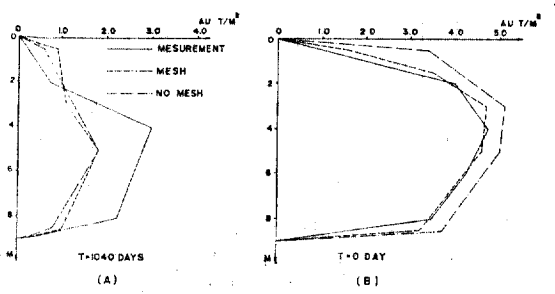


그림 13. The pore water pressure under the embankment centerline. (Messurement and numerical values by various models)

實測値와 비슷하고 E-VP는 상당히 큰 差異를 보인다. $T=1040$ 에서도 E-VP가 가장 큰 差異를 나타내고 있다. 그림 13의 間隙水壓에서는 3 Model이 거의 비슷하게 나타나고 있다. 粘土의 特性때문에 實測値와 가장 近接할 것으로 예상된 E-VP Model이 오히려 큰 差異를 나타낸 것은 앞으로 解析方法, 프로그램, 土質定數 등에

관하여 더 연구를 해야 할 필요를 느낀다. 5) 그림 14는 時間의 經過에 따른 地表面의 變位를 나타낸다. 盛土中央部の 沈下が 가장 클 것임은 예상된 것이고 隆起는 盛土中央部에서 12~15m 떨어진 地點이 가장 크다. 이 隆起는 時間이 지남에 따라 가라앉게 된다.

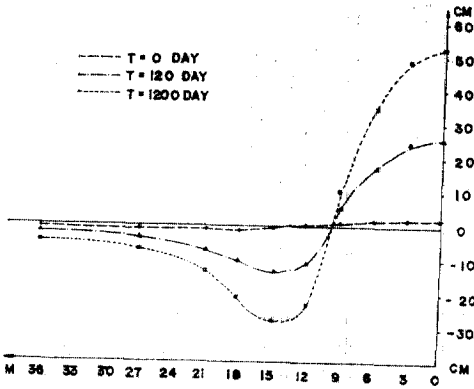


그림 14. The settlement of ground surface with time.

6. 結 論

以上の考察에서 本 program 을 利用하여 外國의 觀測例와 解析例를 比較한 結果 精度가 결코 뒤지지 않고 오히려 더精密하며 또한 다음과 같은 點이 밝혀졌다.

1) 間隙水壓을 節點에 對應시키는 Sandhu-Wilson 方法보다는 間隙水壓을 要素에 對應시키는 Christian-Boehmer 의 方法이 더 適合하다.

2) FEM 解析時 盛土部를 集中荷重으로 하지 않고 Mesh 를 짜서 物體力으로 한 것이 훨씬 精度가 높다.

3) 盛土期間中의 解析上의 排水條件은 非排水, 排水 어느 경우나 거의 差異가 없다.

4) 本地盤의 경우 MODCAM 이나 ORICAM 이 E-VP 보다 더 適合하다.

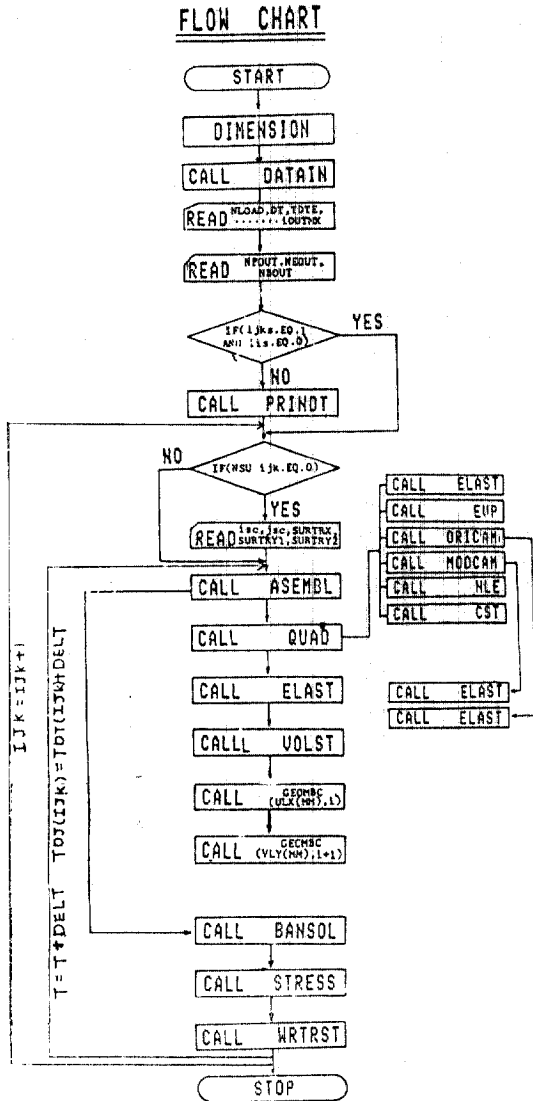
5) 本研究는 解析地盤의 最大隆起量이나 地點其他 變位, 沈下등을 事前에 예측할 수 있다.

(本 program 의 內容에 대해서는 부록에 略述함 仔細한 것은 紙面上 文獻 8 參照)

謝 辭

本研究는 1985 年度 韓國科學財團의 研究費支 援에 의하여 遂行된 研究의 一部이며 同財團에 깊은 謝意를 포함합니다.

1. Magnan, J.P., et al., "Finite Element Analysis of Soil Consolidation, with Special Reference to the case of Strain Hardening Elastoplastic Stress-Strain Models", *Proceedings of the 4th International Conference on Numerical methods in Geomechanics Vol. 1*, 1982, pp.327~336.
- 2, 3. 鄭鎮燮 "飽和粘土의 應力-變形率에 관한 研究" 博士學位論文(全南大) 1983, pp.14~25.
4. Christian, J.T. & Boehmer J.W., "Plane Strain Consolidation by Finite Elements", *Journal of the SM and F. Division ASCE. No. 96, SM4*, 1970, pp.1435~1457.
5. Sandhu, R.S. & Wilson, E.L., "Finite Element Analysis of Seepage in Elastic Media", *Journal of Eng. Mech. Division ASCE Vol. 95, No. EM3*, pp.641~652.
6. Christian, J.T., "undrained stress distribution by numerical methods", *Journal of SM & F. Division, ASCE Vol. 94, No. SM6*, 1968, pp.1333~1344.
7. 朴炳基, 鄭鎮燮, 姜秉宜: "限界狀態理論에 의한 盛土地盤의 多次元壓密數值解析" 大韓土木學會 1984 年度學術發表 概要集. 1984, pp.31~39.
8. 朴海根: "各種 Model 에 의한 壓密解析의 研究", 碩士學位論文(全南大) 1985.
9. 朴炳基, 李鎮洙: "飽和粘土의 變形에 있어서 時間依存性에 관한 實驗的 研究", 大韓土木學會論文集 Vol. 4, No. 3, 1984, pp.43~52.



부록 II. 本文(15) 식의誘導

Plane strain 조건에서의 全應力 Vector $\{\sigma\}$ 는

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \sigma_y \tau_{xy}\} \quad (1)$$

유효응력은 $\{\bar{\sigma}\} = \{\bar{\sigma}_x \bar{\sigma}_y \tau_{xy}\}$ (2)

간극수압은 $\{u\} = \{u \ u \ 0\}$ (3)

변형율을 $\{\epsilon\}$ 라 하면 $\{\bar{\sigma}\} = [D](\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\})$ (4)

$\{\epsilon_0\}$ 는 초기 변형율

$[D]$ 는 다음의 行列이다.

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{1-2\nu} \end{bmatrix} \quad (5)$$

지금 물체의 表面에 작용하는 하중을 $\{P\}$, 변위를 $\{v\}$ δ 를 임의의 미소증분, b 를 물체력이라 하면, 假想働原理에 의하여 다음식이 성립된다.

$$\int_V \{p\}^T \delta\{v\} ds + \int_V \{b\}^T \delta\{v\} dv = \int_V \{\sigma\}^T \delta\{\epsilon\} dv = \int_V \{\bar{\sigma}\}^T \delta\{\epsilon\} dv + \int_V \{u\}^T \delta\{\epsilon\} dv \quad (6)$$

三角形要素에서의 變位는 단순한 형태일때 다음과 같다.

$$\{V\} = [M][A]^{-1}\{V_N\} \quad (7)$$

$$\{v\} = [M][A]^{-1}\{v\} \quad (8)$$

$[M]$ 는 x 와 y 의 선형항을 포함하는 식이고 $[A]^{-1}$ 는 결점변위 $\{v\}$ 를 선형화 하기위한 변환행렬이다. 식(7)을 미분하면 변형율을 얻는다. 즉

$$\{\epsilon\} = [B][A]^{-1}\{v\} \quad (8-1)$$

$[B]$ 는 일정변형율일때 삼각요소에서는

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

(7)(8)식을 (6)식에 대입하여 약간의 대수적 조작을 하면 다음과 같이된다.

$$\{p\} = [A]^{-1,T} \left(\int_V [M]^T p ds + \int_V [M]^T \{b\} dv + \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dv \right) \quad (10)$$

$$[K] = [A]^{-1,T} \int_V [B]^T [D] [B] dv [A]^{-1} \quad (11)$$

따라서 $\{p\} = [K]\{v\} + [A]^{-1,T} \int_V [B]^T \{u\} dv$ (12)

일반적인 유한요소식에는 마지막 간극수압항이 없으나 여기서는 간극수압이 평형에 관계되므로 포함된다. 이 마지막항은

$$[B]^T \{u\} = \{0 \ u \ 0 \ 0 \ 0 \ u\} \quad (13)$$

$$\{G\} = \{0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1\} \quad (14)$$

따라서 마지막항은 $\{A\}^{-1,T} \{G\} u$ 가 된다. 간극수압을 체적계수($K = E/3(1-2\nu)$)로 나누어 H 라 하면

$$H = u/K \quad (15)$$

따라서 $\{p\} = [K]\{v\} + [K']H$ (16)

$$[K'] = [A]^{-1,T} \{G\} K a \quad (17)$$

체적변화에 대한 식 e 는 다음과 같다.

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1][A]^{-1}\{v\} = [G]^T [A]^{-1}\{v\} \quad (18)$$

$$Kae = \{K'\}^T \{v\} \quad (19)$$

여기서 a 는 요소의 면적이고 $a \cdot e$ 는 比體積의 變化 따라서 (16)과 (19)를 결합하면

$$\begin{bmatrix} K & K' \\ K'^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ T \end{bmatrix} \quad T = Kae$$

(接受: 1985. 6. 1)