

상변화 물질의 용융과정에 있어서 좌표변환을
이용한 온도분포의 해석적 연구

The finite difference analysis on temperature distribution
by coordinate transformation during melting process of
phase - change Material

김 준 근*, 임 장 순**
(J. K. kim) (J. S. Yim)

ABSTRACT

An analysis is performed to investigate the influence of the buoyancy force and the thickness variation of melting layer in the containment that is filled with phase-change Material surrounding a cylindrical heating tube during melting process.

The phase-change material is assumed to be initially solid at its phase-change temperature and the remaining solid at any given time is still at the phase-change temperature and neglecting the effect of heat transfer occurring within the solid.

At the start of melting process, the thickness of melting layer is assumed to be a stefan-problem and after the starting process, the change of temperature and velocity is calculated using a two dimensional finite difference method.

The governing equations for velocity and temperature are solved by a finite difference method which used SIMPLE (Semi Implicit Method Pressure Linked Equations) algorithm.

Results are presented for a wide range of Granshof number and in accordance with the time increment and it is founded that two dimensional fluid flow occurred by natural convection decreases the velocity of melting process at the bottom of container. The larger the radius of heating tube, the higher heat transfer is occurred in the melting layer.

Nomenclature

C : constant pressure heat capacity per unit mass	R_w : r_w/H
\underline{g} : gravitational acceleration vector	r : radial coordinate
H : height of domain	r_i : radius of interface
k : thermal conductivity	r_w : radius of tube wall
\underline{n} : unit outward normal vector	T : temperature
P' : dimensionless pressure	T_m : melting temperature
P : pressure	T_w : tube wall temperature
R : dimensionless radial coordinate	ΔT : temperature difference across domain, $T_w - T_m$
R_i : dimensionless interface radius, r_i/H	t' : dimensional time
	t : dimensionless time

* 정회원 ; 인하대 대학원

** 정회원 ; 인하대 공대

- \underline{U} : dimensionless velocity vector
- \underline{u} : velocity vector
- \underline{u}_i : interface velocity vector
- Y : nondimensional distance coordinate, y/H
- y : distance coordinate

Greek Symbol

- α_T : thermal diffusivity, $k/\rho c$
- β : thermal expansion coefficient
- δ : dimensionless thickness of liquid phase region, $R_i - R_w$
- η : transformed distance coordinate, $(R - R_w)/\delta$
- θ : dimensionless temperature, $(T - T_m)/(T_w - T_m)$
- λ : heat of fusion per unit mass
- μ : viscosity
- ν : kinematic viscosity, ν/ρ
- ξ : transformed distance coordinate, $\xi = Y$
- ρ : density
- ρ^* : reference density at $T = T_m$
- τ : time coordinate in transformed coordinate, $\tau = t$
- Δ : gradient operator

Dimensionless group

- Grh : Grashof number, $g\beta(T_w - T_m) H^3/\nu^2$
- Pr : Prandtl number, ν/α_T
- Ste : Stefan number, $C(T_w - T_m)/\lambda$

1. 서 론

상변화 물질의 응고 및 용융시에 수반되는 잠열을 이용하는 열 energy의 저장방법은 최근 대체 energy의 개발 및 이용과 아울러 공학계에 많은 관심을 불러 일으키고 있다.

일정량의 상변화 물질에 대하여 주어지는 온도 변화에 따르는 현 열에 의한 열에너지의 흡수 및 방출은 상변화시의 잠열과 비교할때 매우 적은 량으로 나타난다. 응고 및 용융과정은 단일상변화물질에 있어서는 일정한 온도(상변화온도)하

에서 일어나고 있으나 상이 서로 다른(고상과 액상) 물질간의 열이동을 위하여는 온도차가 반드시 존재하여야만 된다. 상변화물질의 상변화과정에 있어서 대류 열전달에 관한 연구는 일부 실험적인 방법에 의해 수행되어 왔으나 수치적인 해석방법으로는 계내에서의 유체 유동 및 열전달 특성이 매우 복잡하여 단순화된 Model에 대해서 해석만이 행해져 왔다.

Bonacina and Comini et al¹⁾, Kroeger and Ostrach²⁾, Sparrow et al³⁾, Saitoh⁴⁾ 등은 상변화 물질에서의 열전달 문제를 수치적으로 해석한 보고문을 발표하였으며 또한 Yim et al^{5,6,7)}, Ramsey and Sparrow⁸⁾, Sparrow and Schmidt⁹⁾ 등은 실험적인 방법으로 상변화를 동반하는 열전달문제를 구명하는 논문을 발표하였다.

그러나 이러한 연구자료들 만으로는 상변화 과정에서 일어나는 열전달 관계를 일반적으로 설명하는데는 아직 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 상변화 물질로서 Paraffin을 해석 Model로 하여 연직 원통형 가열관 주위에서 용융과정이 진행됨에 따르는 용융층 내부의 온도장과 용융층 두께의 변화를 관찰함으로써 상변화 물질의 용융 과정과 열전달 문제를 해석규명하고자 한다.

2. 본 론

2-1. Modeling

본 연구에서는 Fig.1과 같이 원통형의 가열관 주위에 있는 상변화물질의 용융과정에 있어서, 액상영역내에서의 온도분포 및 액상과 고상사이에 생기는 경계면의 위치변화를 고찰하려고 하며 해석을 단순화하기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- 1) 상변화 물질은 초기에는 상변화온도이고, 용융과정은 용기의 반경방향으로만 진행된다.

- 2) 용융 과정이 진행되는 동안 용기내의 잔류고체는 계속 상변화온도로 유지되며, 고체내에서의 열전달은 거의 일어나지 않는다.
- 3) 가열관 표면의 온도는 모두 일정하다.

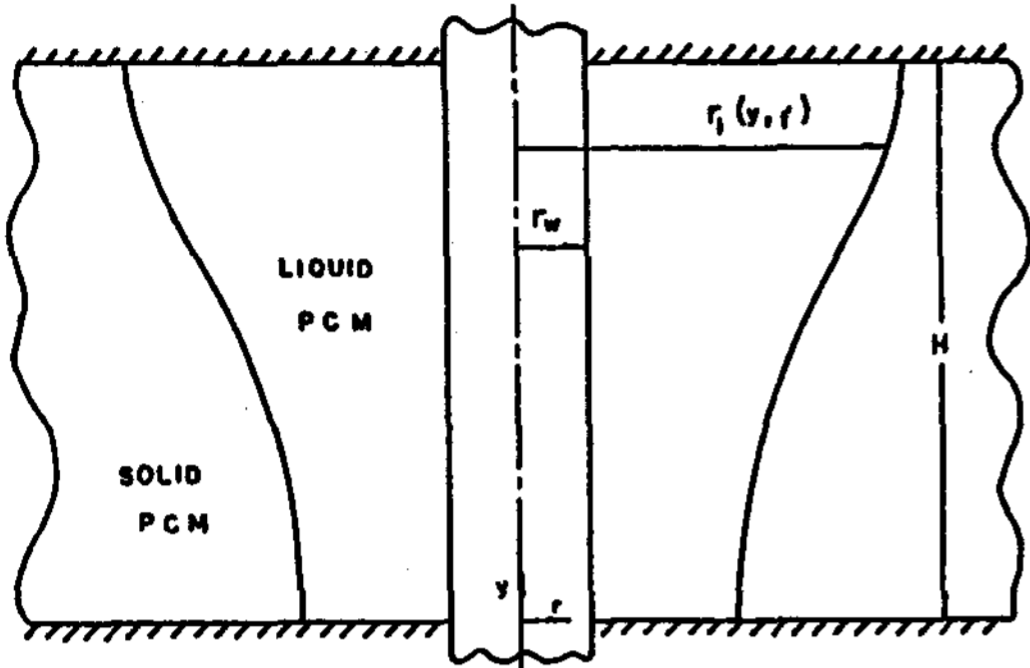


Fig. 1. Schematic illustration of melting around a vertical tube.

해석을 위한 계산영역은 Fig.1에 나타낸 액체 상변화물질 (liquid PCM)의 영역으로서 $Y_i(y, t')$ 를 액상과 고상 사이의 경계면이라 할때 $r_w \leq r \leq r_i(y, t')$, $0 \leq y \leq H$ 로 하였다.

2-2. 지배방정식 및 경계조건

2-1절의 가정과 Boussinesque의 가정을 이용한 2차원 비정상 상태의 지배방정식들은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t'} + \underline{u} \cdot \nabla T = \partial_T \nabla^2 T \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t'} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \underline{u} - g \beta (T - T_m) \dots\dots\dots (3)$$

○ 경계조건

: 속도 경계조건

모든 벽면과 상경계면에서 영 (0)이다.

: 온도 경계조건

$$r = r_w \text{에서 } T = T_w$$

$$r = r_i(y, t') \text{에서 } T = T_m \dots\dots\dots (4)$$

$$y = 0 \text{ 그리고 } y = H \text{에서 } \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

2-3. 무차원화 및 무차원식

식(1), (2), (3)을 일반화시키기 위해서는 무차

원 변수를 사용하여 무차원화 해 주어야 한다. 이때 대표길이 H, 대표온도 $T_w - T_m$ 을 사용해서 다음과 같은 무차원 변수를 정의했다.

$$R = r/H, Y = y/H, t = \nu t'/H^2$$

$$u = uH/\nu, \theta = (T - T_m)/(T_w - T_m),$$

$$p' = pH^2/\nu^2 \dots\dots\dots (5)$$

식(1), (2), (3)을 무차원 변수(5)를 이용하여 무차원식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Pr} \nabla^2 \theta \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} = -\nabla P' + \nabla^2 \underline{u} - \frac{g}{g} Gr_H \theta \dots\dots (8)$$

상경계면에서의 열평형 방정식은

$$-kn \cdot \nabla T = e^* \lambda \cdot \underline{n} \cdot \underline{u}_i \dots\dots\dots (9)$$

로 주어지며 이를 무차원 변수(5)를 이용하여 무차원화 하면

$$-\frac{Ste}{Pr} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial R} \left\{ 1 + \left(\frac{\partial R_i}{\partial Y} \right)^2 \right\} = \frac{\partial R_i}{\partial t}$$

$$\alpha_T R = R_i \dots\dots\dots (10)$$

이고, 이때 무차원화된 경계조건은 다음과 같다.

모든 벽면과 상경계면에서 $\underline{u} = 0$

$$R = R_w \text{에서 } \theta = 1 \dots\dots\dots (11)$$

$$R = R_i(Y, t) \text{에서 } \theta = 0$$

$Y = 0$ 와 $Y = 1$ 에서 $\partial \theta / \partial Y = 0$ 그리고

$$\partial R_i / \partial Y = 0$$

2-4. 좌표 변환

직교좌표계 (R, Y)에서 계산영역은 일반화된 F.D.M scheme에 적용시킬 수 있는 형상이 아니므로 이를 F.D.M계산이 용이한 새로운 좌표계로 변환시켰다.

임의의 좌표계 (η, ξ, τ)의 좌표를 다음과 같이 정의했다.

$$\eta = (R - R_w) / \delta(Y, t)$$

$$\xi = Y \dots\dots\dots (12)$$

$$\tau = t$$

여기서 $\delta(Y, t) = R_i(Y, t) - R_w$ 이고 새로

운 좌표계에서의 계산영역 (액상영역)을 Fig.2에 나타내었으며 $0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq \xi \leq 1$ 이다.

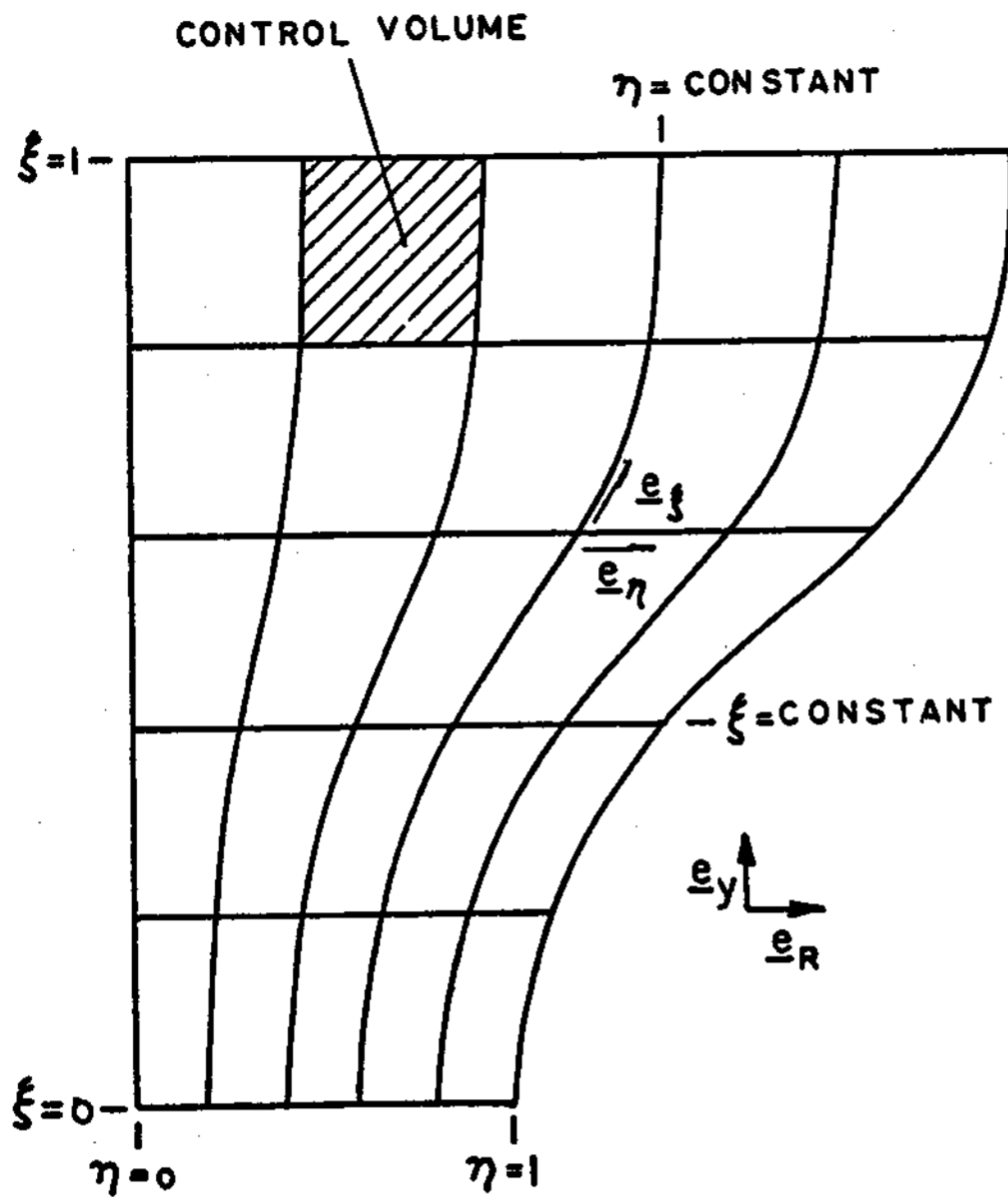


Fig. 2. Liquid domain with superimposed (η, ξ) coordinate system

본 연구에서는 식(6), (7), (8), (10)을 (12)에서 정의된 새로운 좌표계에 의한 결과식으로 유도하여 수치해석을 행하였으나 이에 대한 과정이 매우 복잡하여 본고에서는 생략하며, 그 방법은 참고문헌 [10]을 참고하기로 한다.

2-5. 수치해석방법

본 연구에서 유한 차분 방정식을 푸는데 사용한 Grid¹¹⁾를 Fig.3에 나타내었으며 온도장은 Scalar grid(a), 속도장은 staggered grid(b)를 사용하였다.

상경계면의 위치 및 온도장, 속도장을 풀기 위한 computer simulation방법의 순서는 다음과 같다.

- 1) 초기 용융 과정의 짧은 시간 동안은 일차원적인 전도 형태로 열전달이 이루어진다고 가정하여 Stefan problem가정에 의한 상경계면의 위치를 구하며 그 사용식은 다음과 같다.

$$\delta = C_1 \sqrt{\alpha_T \cdot t} \dots \dots \dots (13)$$

여기서 C_1 은 Stefan number에 따른 상수이다.

- 2) 1)의 과정에 의하여 상경계면의 위치를 구한 후 용융층 내에서의 온도분포를 구한다.
- 3) 과정 2)에서 구한 온도분포를 식 (10)에 대입하여 무차원 시간 Δt 경과후의 새로운 상경계면 위치를 구한다.
- 4) 과정 3)에서 구한 새로운 상경계면 위치가 포함된 계산영역에서 온도장을 구한 후 다시금 식 (10)에 의하여 새로운 상경계면의 위치를 구하며 이와같은 방법으로 각 시간이 경과한 후의 상경계면 위치를 반복 계산한다.

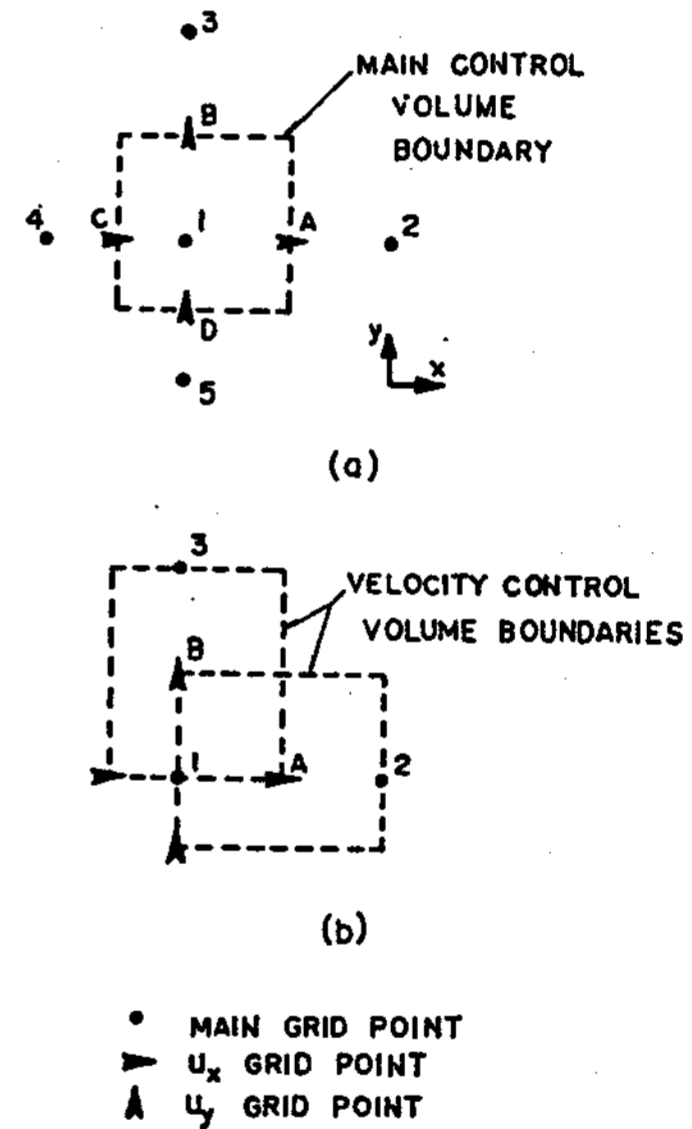


Fig. 3. Orientation of grid points and control volumes in interior of domain: (a) main control volume, (b) velocity control volumes.

3. 결과 및 고찰

원통형의 가열관 주위에 있는 상변화물질의 용융과정에 있어서, 용융층 내부의 온도장과 용융층 두께의 변화에 관한 수치해석의 결과를 나타내었다.

본 연구에서 사용한 물질은 paraffin[n-eicosane (C₂₀H₄₂)]으로써 계산에 사용된 물성값들은 참고문헌 [12]에 의한 용융점 부근에서의 물성값 들이며 가열관과 상변화물질의 용융 점과의 온도차 (ΔT)는 10°C로 하였다.

3-1. 온도분포

Fig.4와 Fig.5는 용융과정이 진행됨에 따르는 용융층의 상부위치 (Y=0.99)와 하부위치 (Y=0.75)에서의 온도분포를 나타내고 있다.

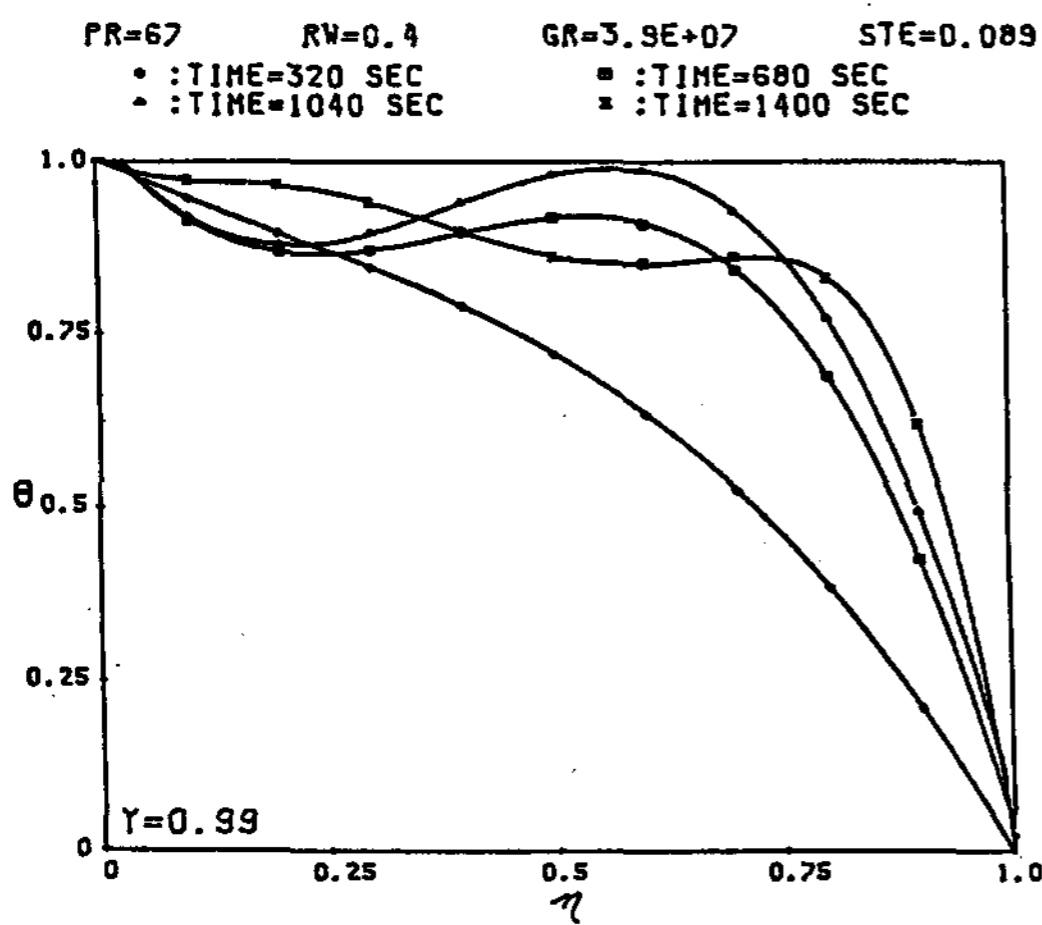


Fig. 4. Profiles of horizontal temperature: Effect of increment of time

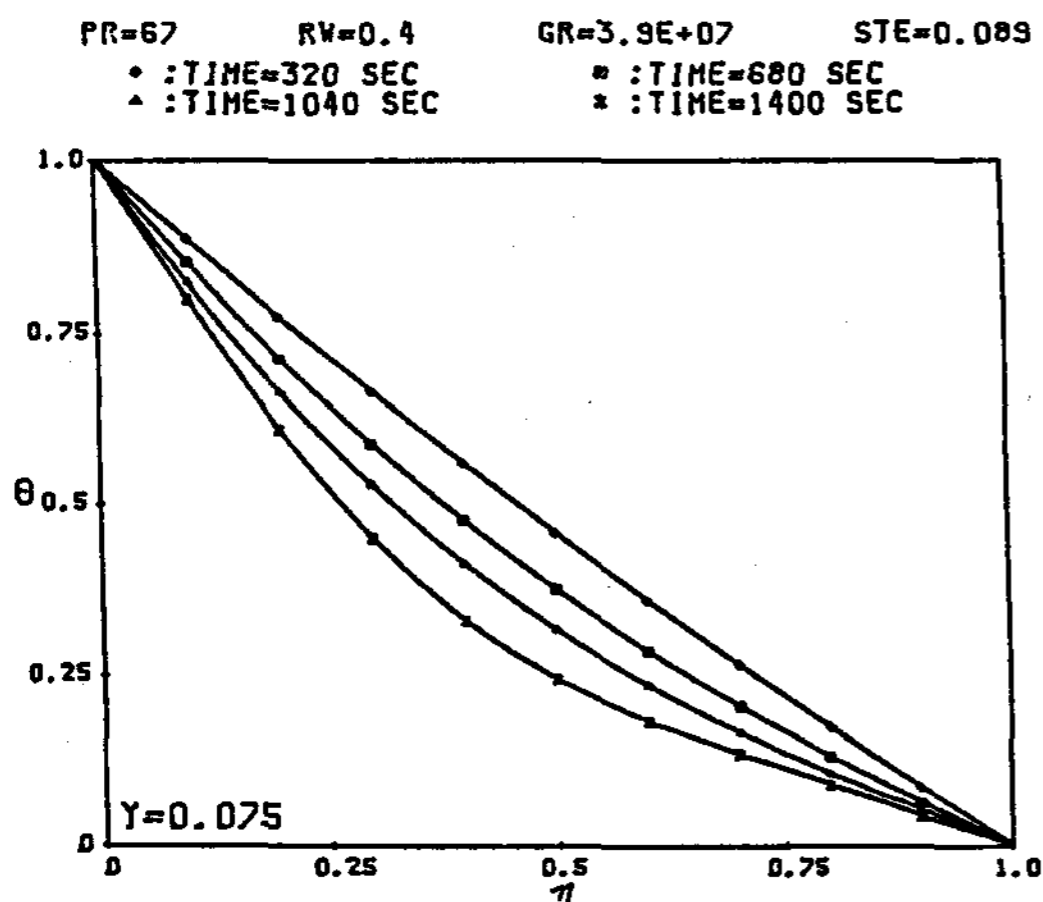


Fig. 5. Profiles of horizontal temperature: Effect of increment of time.

Fig.4는 용융층의 하부위치에서 나타난 온도 분포곡선이며 이 결과에서 용융과정이 진행됨에 따라 상경계면쪽에서의 온도 기울기가 커져, 열

전달이 잘 이루어지고 있음을 나타내었다.

Fig.5는 용융층의 하부위치에서 나타난 온도 분포로써 용융과정이 진행됨에 따라 상부에서 나타난 것과는 반대로 상경계면쪽에서의 열전달이 잘 이루어지지 않고 있음을 나타내고 있다. 여기서 Fig.4와 Fig.5를 비교해 볼 때 상부위치에서의 온도가 크게 변화하여 유동형태가 변화되고 있으며, 하부위치에서는 유동형태의 변화가 거의 없음을 알수 있었다. 이것은 자연 대류의 영향으로 전체 가열관 벽에서의 열전달량이 하부위치보다는 상부위치에서 더 많이 전달되기 때문인 것으로 사료된다.

Fig.6과 Fig.7은 용융과정이 시작된 후부터 320sec의 시간이 경과하였을때에 Gr_H의 변화에 따라 나타난 용융층 내부의 상부위치와 하부위치에서의 온도분포곡선을 나타낸 것이다.

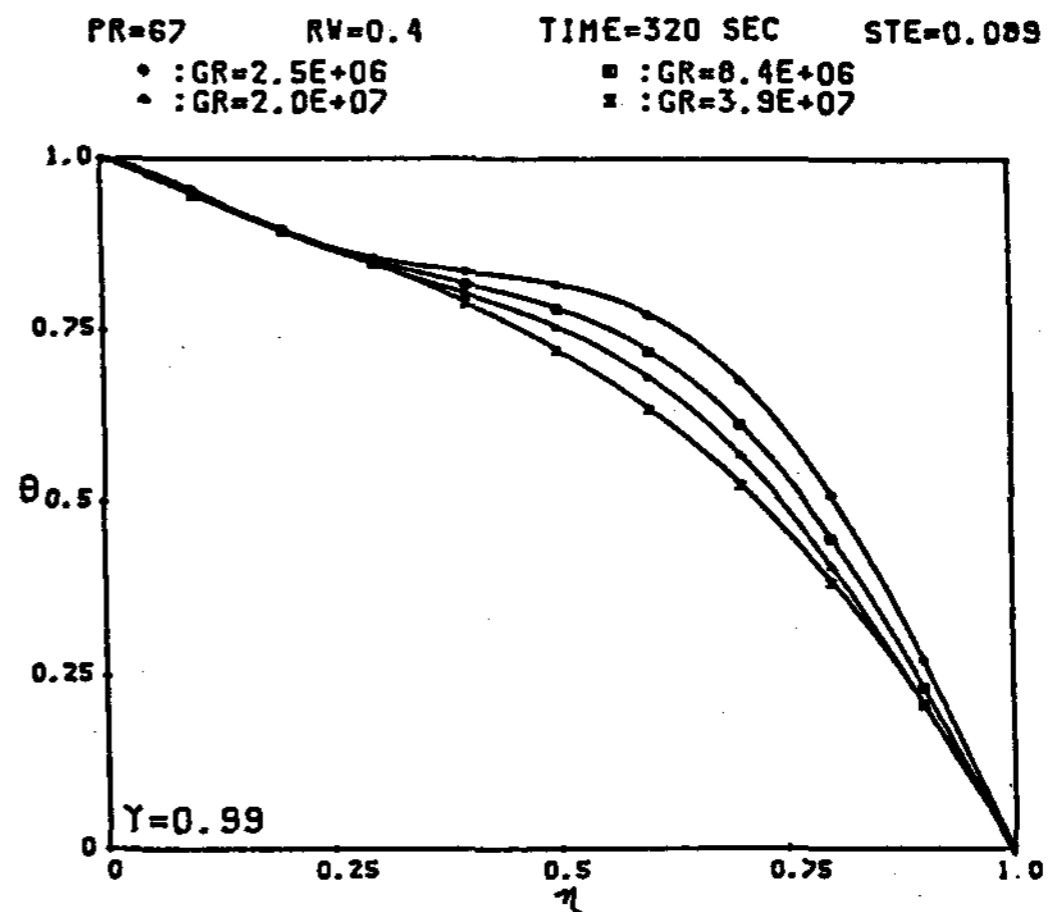


Fig. 6. Profiles of horizontal temperature: Effect of variation of grashof number

Fig.6은 용융층 상부위치에서의 온도분포를 나타낸 것으로 Gr_H가 클수록 평균 온도기울기가 커져 열전달이 잘 이루어지고 있음을 나타내었으나, 하부위치에서는 Gr_H의 변화가 열전달에 큰 영향을 미치지 않는다는 것을 보여주고 있다.

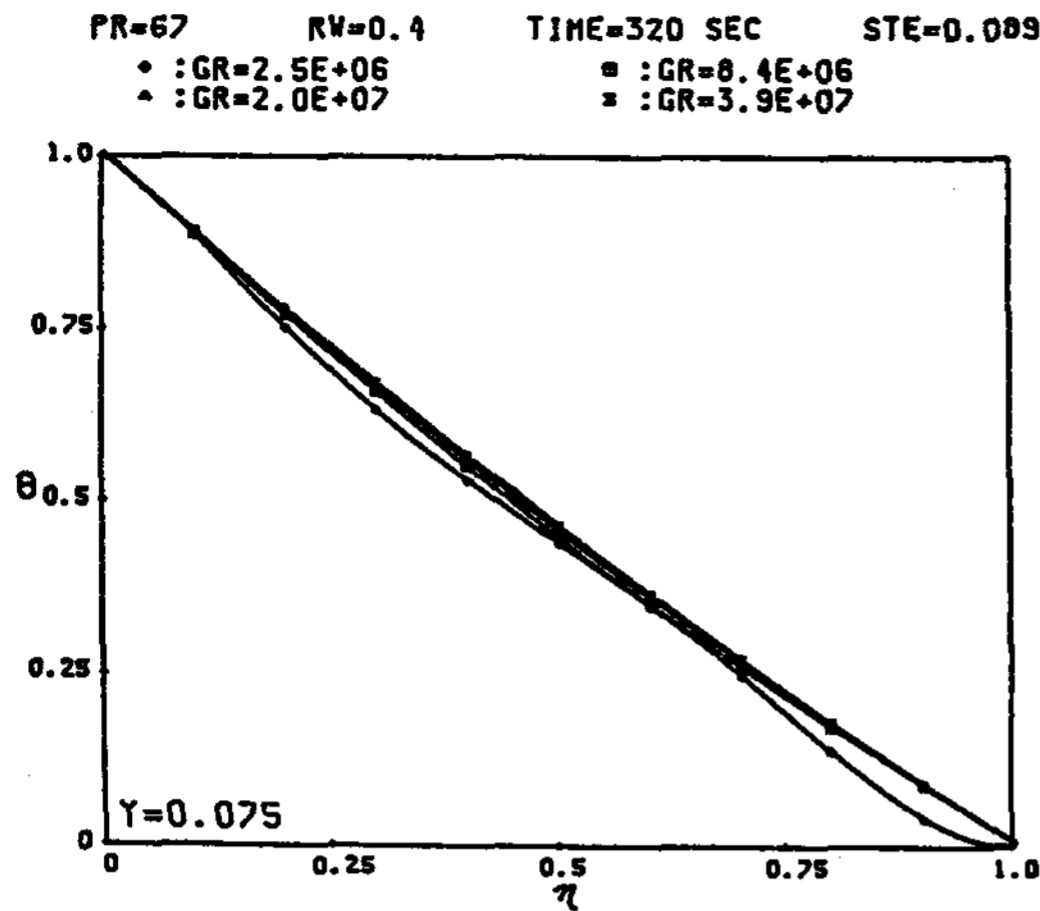


Fig. 7. Profiles of horizontal temperature: Effect of variation of grashof number:

3-2. 용융층의 두께변화

Fig.8 과 Fig.9 는 용융이 시작된 후부터 320, 680, 1040, 1400sec 의 시간이 경과하였을 때에 나타난 각 시각에서의 상경계면 위치를 나타낸다. 여기서 320sec 때의 상경계면 위치는 가열관과 거의 평행한 형태를 나타내고 있는데, 이것

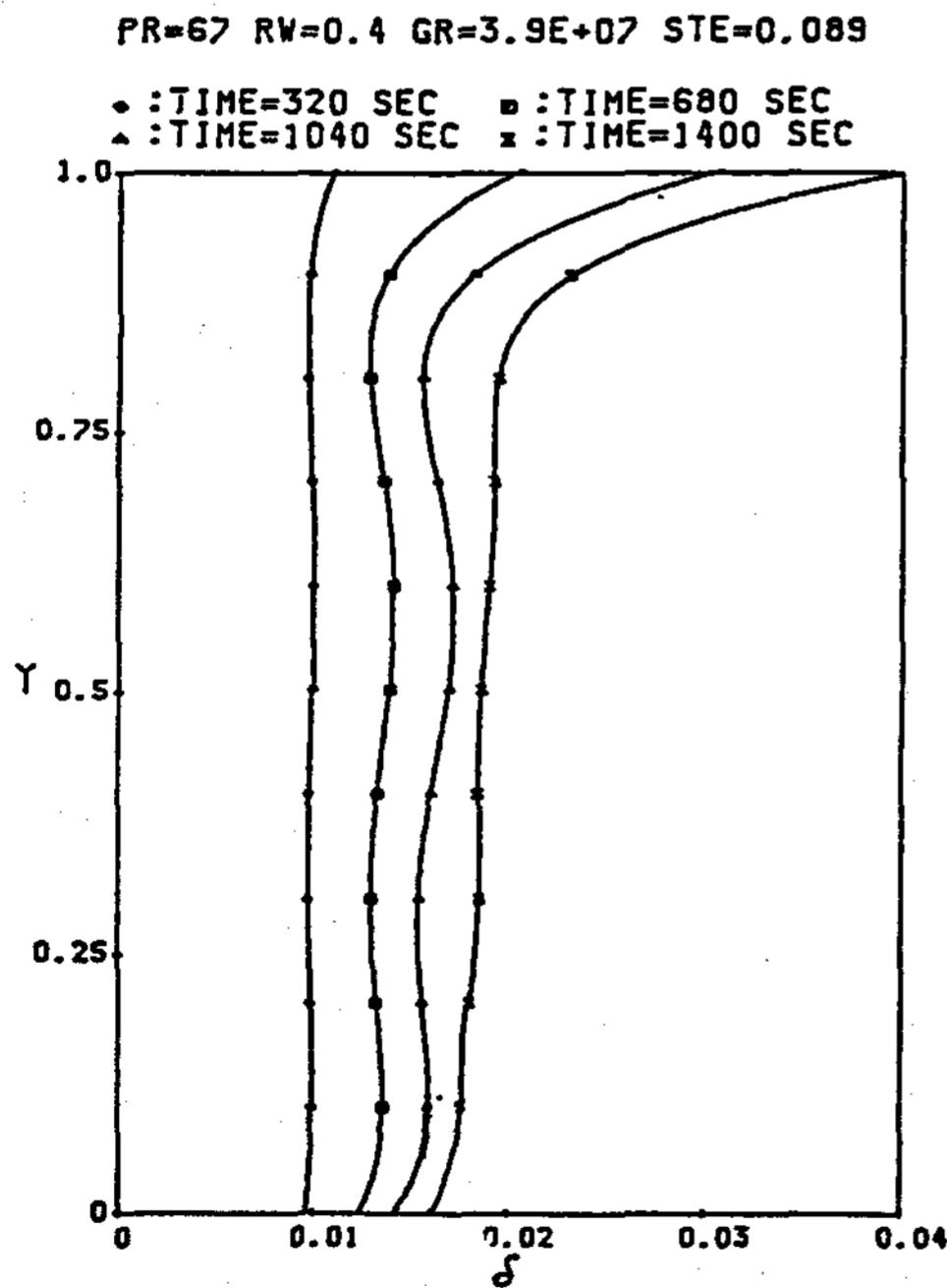


Fig. 8. Profiles of interface positions: Effect of increment of time

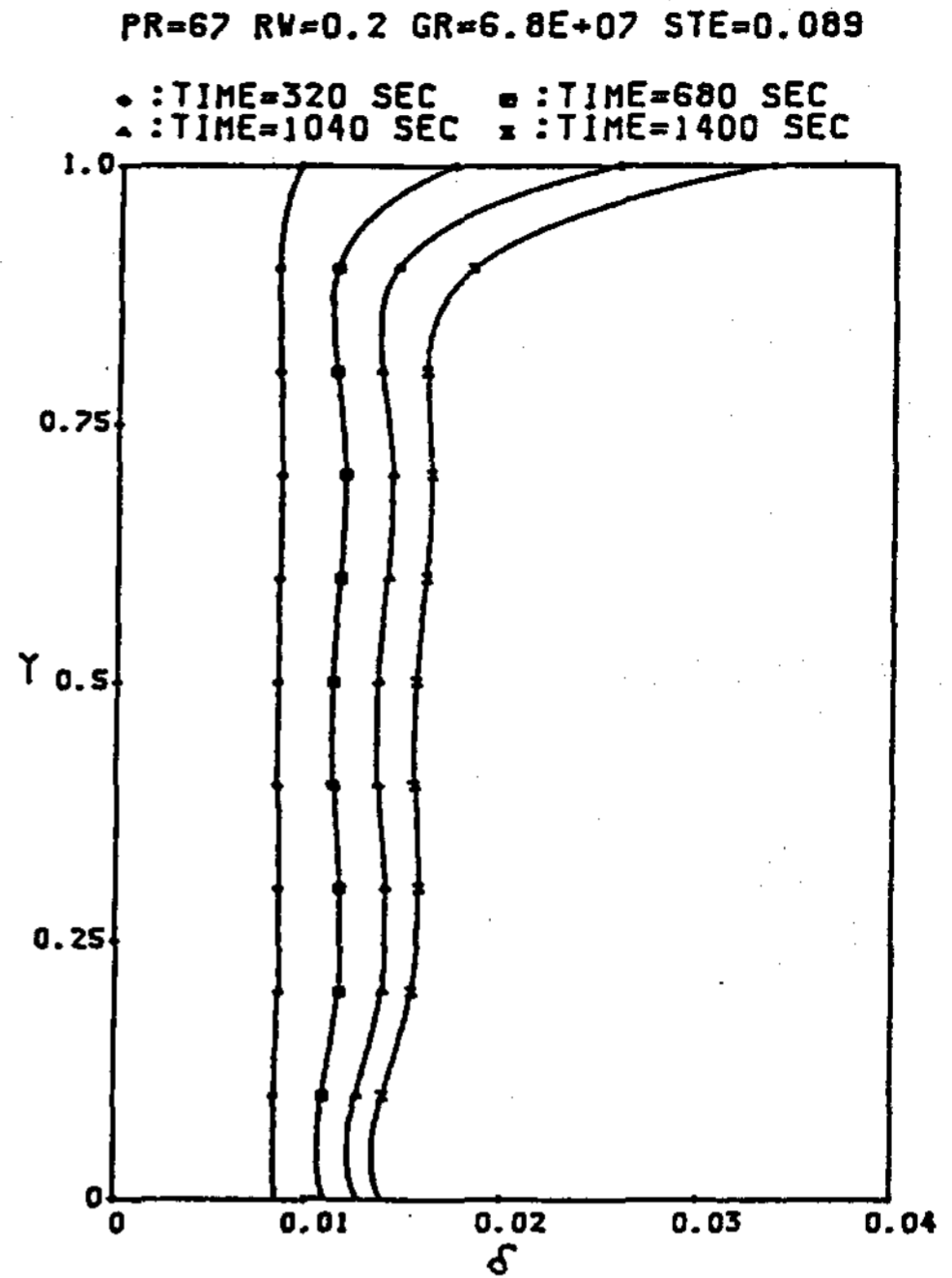


Fig. 9. Profiles of interface positions: Effect of increment of time

으로써 용융의 초기과정 동안은 1 차원적인 전도형태로 열전달이 이루어지고 있음을 알수 있다.

Fig.8 은 가열관의 높이 $H = 25\text{ cm}$, 형상비 $r_w/H = 0.4$ 인 경우의 결과이며, Fig.9 는 가열관의 높이 $H = 30\text{ cm}$, 형상비 $r_w/H = 0.2$ 인 경우의 결과로써 이 두 결과를 비교해 볼 때 가열관 벽과 상변화 물질의 용융점과의 온도차 ΔT 가 동일할 경우 가열관의 높이 H 의 값이 크고 형상비 r_w/H 가 작을수록 용융이 서서히 진행된다는 것을 나타내며, 상부에서의 용융속도가 하부에서의 용융속도보다 빠르게 진행되고 있음을 보여준다. 이것은 용기내 전영역이 불균일한 용융과정인 것을 나타낸다. 이러한 불균일 용융과정은 가열관의 형상비 (r_w/H)를 조절함으로써 균일한 용융효과를 얻을 수 있을 것이다.

4. 결 론

원통형의 가열관 주위에 있는 상변화물질의 용

용융과정에 있어서 용융층 내부의 온도장 그리고 용융층 두께의 변화에 대하여 유한차분법으로 수치해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 자연대류의 영향이 클수록 용융층 내부의 유동이 활발해진다.
- 2) 용융이 시작된 후부터 시간이 경과함에 따라 상경계면 근방의 상부위치에서는 열전달이 잘 이루어지며, 반대로 하부위치에서는 열전달이 잘 이루어지지 않아 냉각효과를 나타낸다.
- 3) 가열관 벽과 상변화물질의 용융점과의 온도

차 ΔT 와 가열관의 높이가 일정할 경우 가열관의 반경이 클수록 열전달이 잘 일어난다.

- 4) 자연대류의 영향이 클수록 용기내의 하부에서의 용융속도와 상부의 용융속도와의 속도비가 커진다.

후 기

본 연구는 1985년도 인하대학교부설 산업과학기술연구소에서 지급하는 현대연구비 보조에 의하여 수행 되었으며 연구비를 지급한 연구소 및 학교당국에 깊은 사의를 표한다.

References

1. Bonacina, C., Comini, G., Fasano, A., and Princerio, M., "Numerical solution of phase-change problems", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 16, 1973, pp. 1825 - 1832.
 2. Kroeger, P.G., and Ostrach, S., "The solution of a Two Dimensional Freezing Problem Including Convection Effects in the Liquid Region", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 17, 1974, pp. 1191 - 1207.
 3. Sparrow, E.M., Ramadhyani, S., and Patankar, S.V., "Effect of subcooling on Cylindrical Melting", Journal of Heat Transfer, Vol. 100, 1978, pp. 395-402.
 4. Saitoh, T., "Numerical Method for Multi-Dimensional Freezing Problems in Arbitratry Domains", Journal of Heat Transfer, Vol. 100, 1978, pp. 294-299.
 5. 김양열, 최국광, 임장순 "상변화를 동반하는 물질에서 자연대류열전달에 관한 실험적 연구," 한국태양에너지학회지통권 7 (1). 1984
 6. 송하진, 이채문, 임장순, "흰이 부착된 수직 냉각관에서의 열전달에 관한 실험적 연구," 한국태양에너지학회지통권 7 (2). 1984
 7. 이재목, 이채문, 임장순 "수직 냉각관내에서의 상변화물질의 응고에 관한 실험적 연구," 공기조화 냉동공학회지 13(4) .1984
 8. Ramsey, J.W., and Sparrow, E.M., "Melting and Natural Convection Due to a Vertical Embedded Heater," Journal of Heat Transfer, Vol. 100, 1978, pp. 368 - 370.
 9. Sparrow, E. M., Schmidt, R. R., and Ramsey, J. W., "Experiments on the Role of Natural Convection in the Melting of Solids", Journal of Heat Transfer, Vol. 100, 1978, pp. 11-16.
 10. Sparrow, E.M., and Patankar, S.V., "Numerical solution of moving boundary problems by boundary immobilization and a control - volume - based finite - difference scheme," International Journal of Heat and Mass transfer, Vol.24, 1981, pp. 1335 - 1343.
 11. Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and fluid flow," McGraw-Hill - Hemisphere, 1980.
 12. William R. Humphries, and Edwin I. Griggs," A design hand book for phase change thermal control and energy storage devices", NASA Technical Paper 1074, 1977.
- problems", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 16, 1973, pp. 1825-1832.