Journal of the KSQC
Vol. 13, No. 1, 1985

生産要素 代替를 考慮한 工業立地의 意思決定에 관한 研究
(A Study on the Decision-making of Industrial Location in view of Substituting Production factors)

田 萬 述*
金 滿 植**

ABSTRACT

The purpose of this study is to consider the criteria for decision-making of industrial location in view of substituting production factors through maximizing profit instead of minimizing transportation cost.

This paper makes use of mutual relationship between spatial economy in Euclidean distance and substituting production factors in production theory. Therefore, this paper will develop weak points in classsical theory of industrial location by introducing production theory which has conception of substituting production factors.

1. 序 論

전통적인 工業立地論으로는 輸送費가 最少化되는 地點에 工業이 立地하려는 경향이 있다는 A. Weber 理論을 들 수 있다. 立地理論의 초기 발전단계에서는 輸送費가 立地意思決定에 주요한 역할을 해왔음은 사실이다.

만일 企業이 距離에 관계없이 일정 불변한 生産費를 가진다면 立地選定에 결정적인 영향을 미치는 요인은 輸送費인 것이다. 이러한 경우에 生産者에 있어서 利潤極大化를 실현시키는 立地가 있다면 그것은 바로 輸送費를 最少化 시키는 地點인 것이다.

輸送費 最少化의 立地決定問題는 주어진 對象物의 單位輸送費가 알려져 있을 때 多數의 地點에 이르기까지 그 對象物을 가장 經濟的인 방법으로 이동시킬 수 있는 地點을 결정하는데 있다.

*漢陽大學校 大學院 産業工學科
**漢陽大學校 工科大學 産業工學科 教授

즉 適正立地의 개념설정을 對象物의 이동에서 발생되는 輸送費를 基準으로 하여 이를 最少化하는 地點을 適正立地로 설정한 것이다.

輸送費를 기준으로한 工業의 最適立地 模型에서 意思決定變數로는 유크리드距離[1] (Euclidean distance) $\{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2\}^{\frac{1}{2}}$ 을 들수 있다.

이 유크리드 距離에 의한 工業立地模型은 17세기에 순수한 幾何學的 문제로 Fermat에 의하여 提起되어 20세기초에 Weber에 의하여 본격적으로 연구되었으며 1960년대 Kuhn에 의하여 完成되었다고 할 수 있다.[2]

이 立地模型에서는 輸送費만을 고려하는 模型과 輸送費뿐만 아니라 固定費까지도 고려하고 있는 模型이 있지만 이들 模型들은 모두 企業이 생산하는 生產物의 投入要素가 技術的으로 確定되는 制限的要素 (limitational factors) 라는 관점에서 接近하고 있다.

한편 企業은 距離에 따라 生產費가 變動될 수 있기 때문에 工業立地는 輸送距離뿐만 아니라 生產要素까지도 고려할 수가 있다.

일반적으로 生產要素는 代替的이기도 하고 制限的이기도 하지만 일정량의 生產物을 가장 經濟的으로 생산하는 企業의 행동을 설명하기 위하여는 生產要素의 技術的인 代替가 前提될 수 있다.

따라서 生產理論에서 흔히 사용되고 있는 Cobb-Douglas 型 生產函數 $q = r z_1^{a_1} z_2^{a_2}$[3] 에서 a_1과 a_2가 制限的이 아니고 代替可能하다는 관점에서 工業의 立地意思決定을 提起할 수 있다.[4]

本 硏究에서는 立地意思決定 基準을 Weber 型 模型에서 다루는 輸送費의 最少化에 두지 않고 生產要素가 代替 可能하다는 前提下에 利潤의 最大化에 두고 工業의 最適立地模型과 이의 解 알고리즘에 대하여 考察하여 본다.

2. 工業立地分析의 生產理論

企業에서 생산하는 生產物의 각 單位는 投入生產要素의 일정한 配合을 必要로 한다. 生產要素가 技術的 工程에 따라 配合될 수 있는 방법은 生產函數 q에 의하여 결정된다.

$$q = f(Z) \qquad (1)$$

여기서 q : 生產物의 數量

Z : 成分 z_i ($i = 1 \cdots\cdots I$)의 벡터

z_i : 生產要素의 i의 數量

企業은 生產過程에서 總生產費 C를 最少化하고자 할 것이다.

$$C_{\min} = \sum_{i=1}^{I} p_i z_i + C^* \qquad (2)$$

여기서 p_i : 生產要素 i의 單位價格

C^* : 固定生產費

p_i와 C^*는 旣知이며 z_i는 未知變數이다. 生產要素 벡터 Z는 Lagrange 函數 L를 導入하여 만들 수 있다.[5]

$$L = C - \lambda\,\{f(Z) - q\} \qquad (3)$$

여기서 λ는 生產量에 따라 變動되는 限界費用을 나타내는 Lagrange 乘數이며 最少값을 위한 第1次 條件은 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial Z_i} = p_i - \lambda \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_i} = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = f(Z - q) = 0 \qquad (5)$$

물론 여기서 第2次 條件도 만족됨을 가정한다. (4)式은 生產要素의 最適配合時 生產要素價格의 比率이 限界生產物의 比率과 동일하다는 것을 나타낸다. (4)式과 (5)式은 $(1+I)$개 未知變數 Z_i ($i = 1 \cdots\cdots\cdots I$)와 λ로된 $(1+I)$개의 聯立方程式을 구성한다.

각 變數 Z_i는 旣知變數 p_i ($i = 1 \cdots\cdots\cdots I$)

(1) x, y ; 探索하고 있는 理論的 最適立地點
a_i, b_i ; 生產物市場 또는 生產要素投入物市場地點

(2) R.L. Francis & J.A. White, Facility Layout & Location, Prentice Hall, 1974, pp 186-187.

(3) Z_1과 Z_2는 勞動과 資本, a_1과 a_2는 技術的生產係數, r는 常數

(4) L.R. Klein, Econometrics, Row Peterson, 1973, pp 74-75.

(5) W. Lederman, Handbook of Applicable Mathematics, John, Wiley & Sons, 1982, pp 724-731.

와 q의 函數로 결정되기 때문에 生産要素 i의 需要函數는 다음과 같다.

$$Z_i = g_i(P \cdot q) \qquad -\ (6)$$

여기서 P는 성분 P_i로 된 벡터를 말한다. 企業에서 2개의 生産要素 Z와 Z'를 投入하여 生産物 q를 産出한다면 生産函數는 다음과 같다.

$$q = f(Z, Z') \qquad -\ (7)$$

Z와 Z'의 投入數量을 각각 Z_i와 Z_i', 이의 價格을 각각 P_i와 P_i' (i ; $i' = 1 \cdots\cdots I$) 라면 2個 生産要素의 相互交叉價格 (mutual cross price)의 導函數값은 서로 같다.[6]

$$\frac{\partial Z_i}{\partial P_i'} = \frac{\partial Z_i'}{\partial P_i}, \quad i,\ i' = 1 \cdots\cdots I,$$

$$i \neq i' \qquad -\ (8)$$

P_i의 dP_i는 (4)式에서

$$dP_i = \lambda \sum_{i'=1}^{I} \frac{\partial^2 f(Z)}{\partial Z_i\ \partial Z_i'} dZ_i' + \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_i} d\lambda \qquad -\ (9)$$

동일한 방법으로 q의 dq는 (5)式의 全微分으로

$$dq = \sum_{i=1}^{I} \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_i} dZ_i \qquad -\ (10)$$

를 얻는다. (9)式을 λ로 나누면

$$\frac{dP_i}{\lambda} = \sum_{i'=1}^{I} \frac{\partial^2 f(Z)}{\partial Z_i \partial Z_i'} dZ_i' + \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_i} \frac{d\lambda}{\lambda} \qquad -\ (11)$$

이 된다. (10)式과 (11)式은 對稱的인 테두른 Hessian (symmetric bordered Hessian)式과 같이 메트릭스型으로 바꿀 수 있다.[7]

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_1} & \cdots\cdots & \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_I} \\ \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_1} & & & \\ \vdots & & \left[\frac{\partial^2 f(Z)}{\partial Z_i \partial Z_i'}\right] & \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f(Z)}{\partial Z_I} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\lambda}{\lambda} \\ dZ_1 \\ \vdots \\ dZ_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dq \\ \frac{dP_1}{\lambda} \\ \vdots \\ \frac{dP_I}{\lambda} \end{bmatrix} \qquad -\ (12)$$

(12)式의 構造메트릭스의 逆메트릭스도 역시 對稱的이며 (13)式의 F와 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\lambda}{\lambda} \\ dZ_1 \\ \vdots \\ dZ_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ F \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq \\ \frac{dP_1}{\lambda} \\ \vdots \\ \frac{dP_I}{\lambda} \end{bmatrix} \qquad -\ (13)$$

(13)式의 왼편 벡터에서 각 성분 dZ_i와 dZ_i'는 dq 및 dP_i/λ ($i = 1 \cdots\cdots I$)의 線型結合으로 나타낼 수 있다. 만약 $dP_i' \neq 0$이고 $dq = 0$ 및 $dP_i = 0$ ($i = 1 \cdots\cdots I$, $i \neq i'$)를 가정한다면 dZ_i는 dP_i'/λ의 函數가 되며

$$dZ_i = f_{ii'} \frac{dP_i'}{\lambda} \qquad -\ (14)$$

와 같다. 여기서 $f_{ii'}$는 메트릭스 F의 成分으로서 dZ_i 및 dP_i'/λ와 관계를 갖고 있다.

이와 같은 방법으로

$$dZ_i' = f_{i'i} \frac{dP_i}{\lambda} \qquad -\ (15)$$

(6) J.H. Paelink & P. Nijkamp, Operational Theory & Method in Regional Economics, Teakfield, 1978, pp 154-155.

(7) W. Lederman, Lbid. pp 667-669.

을 얻을 수 있다. F가 對稱 메트릭스이기 때문에

$$f_{ii}' = f_{i}'_{i} \quad —— (16)$$

가 된다. 따라서 (14)式과 (15)式을 결합하므로서 (8)式은 명백하여진다.

결국 生産要素價格에 대한 生産要素數量의 交叉彈力度(corss elasticities of the inputs with respect to input prices)의 合 $\sum_{i=1}^{I} E_i{}'_i$는 零이 됨이 증명되며 (4)式과 (5)式에 근거를 두고 있다.(8)

$$\sum_{i=1}^{I} E_i{}'_i = \sum_{i=1}^{I} \frac{\partial Z_i{}'}{\partial P_i} \cdot \frac{P_i}{Z_i{}'} = 0 \quad —— (17)$$

生産要素의 需要函數는 投入物價格에서 零次同次函數가 된다. 즉, 生産要素價格의 變化는 生産要素配合이 동일한 영향을 주지 않는다.(9) 이것은

$$\frac{\partial f(\mathbf{Z})\partial Z_i}{\partial f(\mathbf{Z})\partial Z_i{}'} = \frac{P_i}{P_i{}'} \quad —— (18)$$

가 되기 때문에 (4)式으로 부터 쉽게 導出할 수 있다. 同次函數에 Euler의 定理를 적용함으로서

$$\rho Z_i' = \sum_{i=1}^{I} \frac{\partial Z_i{}'}{\partial P_i} P_i \quad —— (19)$$

가 된다. 여기서 ρ는 同次로서 零를 나타낸다. (19)式을 $Z_i{}'$로 나누므로서

$$0 = \sum_{i=1}^{I} \frac{\partial Z_i{}'}{\partial P_i} \frac{P_i}{Z_i{}'} = \sum_{i=1}^{I} E_i{}'_i \quad —— (20)$$

가 되어 결국 (17)式이 증명된다.

3. 利潤最大化의 工業立地模型

立地的 側面에서 企業利潤 Π는 生産物 收入에서 輸送費와 生産費를 차감한 것이다.

$$\Pi = pq - tdq - \sum_{i=1}^{I} P_i Z_i$$

$$= (p - td)q - \sum_{i=1}^{I} P_i Z_i \quad —— (21)$$

여기서 p, 生産物의 單位當價格
t ; 生産物의 距離單位當 輸送費
d ; 工業立地點에서 生産物市場까지 距離
q ; 生産物의 數量
P_i ; 生産要素 i ($i = 1 \cdots\cdots I$)의 c_if 價格
Z_i ; 生産要素 i ($i = 1 \cdots\cdots I$)의 數量

(21)式에서 p, t, q는 旣知이며 d, P_i, Z_i는 未知變數이나. 또한 P_i*를 生産要素 i의 fob 價格, t_i를 生産要素 i의 距離單位當 輸送費, d_i ($i = 1 \cdots\cdots I$)를 工業立地點에서 生産要素 i 市場까지 거리라면 p_i는

$$p_i = p_i* + t_i d_i \quad —— (22)$$

가 된다. 여기서 p_i* 및 t_i는 旣知이지만 d_i는 未知變數이다. (22)式을 (21)式에 대입하면

$$\Pi = (p - td)q - \sum_{i=1}^{I} (p_i* + t_i d_i) Z_i \quad —— (23)$$

가 되어 生産函數의 조건에 의하여 Π를 最大化할 수 있다.

生産要素 i의 需要函數 z_i는 (6)式에 의하여 生産物의 數量 q뿐만 아니라 生産要素 i의 c_if 價格 p_i의 函數로서

$Z_i = g_i(p_i\, q)$가 된다.

또한 p_i는 (22)式에 의하여 未知距離 d_i에 依存하기 때문에 결국 生産要素 i의 需要量 Z_i는 d_i의 函數가 된다.

$$z_i = f_i(t_i d_i, q) \quad —— (24)$$

未知距離 d 및 d_i는 유크리드 距離로서

$$d = \left\{ (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad —— (25)$$

(8) J.H. Paelink & P. Nijkamp, Lbid, pp 156-157.
(9) L.R. Klein, Lbid, pp 202-203.

$$d_i = \left\{ (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad -(26)$$

와 같다.[10] 여기서

x 및 y ; 最適工業立地의 未知座標

x_M 및 y_M ; 生產物市場의 旣知座標

x_i 및 y_i ; 生產要素 i 市場의 旣知座標

d 및 d_i는 最適立地點 x^0 및 y^0에 의존하고 있으며 d 및 d_i를 包含한 (21)式의 未知變數들은 x^0 및 y^0에 의하여 구할 수 있다.

中間生產物 i의 總輸送費 T_i는

$$T_i = t_i d_i a_i q \quad -(27)$$

와 같다. 여기서 a_i는 最終生產物 한 單位 生產하는데 必要한 中間生產物 i의 數量으로서 生產技術係數(production technical coefficient)[11]를 말한다.

따라서 企業의 總輸送費 T는

$$T = \sum_{i=1}^{I} T_i, \qquad i = 1 \cdots\cdots I$$

$$= \sum_{i=1}^{I} t_i d_i a_i q \quad -(28)$$

와 같으며 (26)式의 d_i를 (28)式에 대입하면

$$T = \sum_{i=1}^{I} t_i a_i q \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad -(29)$$

가 된다.

工業의 最適立地點 x^0 및 y^0는 (29)式의 第1次 條件에 의하여

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\sum_{i=1}^{I} t_i a_i q (x - x_i) / \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} = 0 \quad -(30)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -\sum_{i=1}^{I} t_i a_i q (y - y_i) / \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} = 0 \quad -(31)$$

와 같이 구할 수 있다. x^0 및 y^0를 구하기 위하여 (30)式 및 (31)式의 분모가 零이 되서는 않된다. 이것은 立地空間의 구석點解(coner solution) 즉 $x^0 = x_M$ 및 $y^0 = y_M$ 또는 $x^0 = x_i$ 및 $y^0 = y_i$가 되어서는 않됨을 의미한다.[12]

立地點의 未知座標 x 및 y에 의하여 企業利潤 Π의 最大값을 위한 第1次條件은

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0 \quad -(32)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = 0 \quad -(33)$$

와 같다.

또한 最大값을 위한 第2次條件도 역시 만족되어야 한다. $\partial \Pi / \partial x$와 $\partial \Pi / \partial y$는 對稱的인 관계가 있기 때문에 $\partial \Pi / \partial x$에 대해서만 검토한다. (23)式으로 부터

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = - tq \frac{\partial d}{\partial x} - \sum_{i=1}^{I} (P_i* + t_i d_i) Z_i \quad -(34)$$

을 얻을 수 있으며 (34)式은 第1次 및 第2次條件은 구석點解가 아닌 內部解(interior solution)의 경우에만 成立된다.

(34)式의 2번째항 $(P_i* + t_i d_i)$를 (22)式 P_i로 대치하면

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = - tq \frac{\partial d}{\partial x} - \sum_{i=1}^{I} P_i \frac{\partial Z_i}{\partial x} - \sum_{i=1}^{I} t_i Z_i \frac{\partial d_i}{\partial x} \quad -(35)$$

와 같이 되며 (35)式은 두번째항이 零이 될 수 있다.

---

(10) R.L. Francis & J.A. White. Lbid pp 186-193.

(11) $0 \leq a_i \leq 1$

(12) 이 경우 工業立地點은 生產物市場 또는 生產要素市場地點이 됨.

生産要素 i 의 需要函數 Z_i 는 價格 P_i 의 函數가 되기 때문에 $\partial Z_i / \partial x$ 는

$$\frac{\partial Z_i}{\partial x} = \sum_{i=1}^{I} \frac{\partial Z_i}{\partial P_i} \frac{\partial P_i}{\partial x} \qquad -\ (36)$$

와 같다. 또한 生産要素 Z_i 와 Z_i' 의 單位當價格을 각각 P_i 와 $P_i' (i, i' = 1 \cdots\cdots I)$ 라면 2개 生産要素의 相互交叉 價格의 導函數 값은 서로 같기 때문에 (8)式을 (36)式에 대입하면

$$\frac{\partial Z_i}{\partial x} = \sum_{i, i'=1}^{I} \frac{\partial Z_i'}{\partial P_i} \frac{\partial P_i'}{\partial x} \qquad -\ (37)$$

가 되어 (35)式의 2번째항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{I} P_i \frac{\partial Z_i}{\partial x} &= \sum_{i=1}^{I} P_i \sum_{i'=1}^{I} \frac{\partial Z_i'}{\partial P_i} \frac{\partial P_i'}{\partial x} \\ &= \sum_{i'=1}^{I} \frac{\partial P_i'}{\partial x} Z_i' \sum_{i=1}^{I} \frac{P_i}{Z_i'} \frac{\partial Z_i'}{\partial P_i} \\ &= \sum_{i=1}^{I} \frac{\partial P_i'}{\partial x} Z_i' \sum_{i=1}^{I} E_i'{}_i\end{aligned} \qquad -\ (38)$$

여기서 E_{ii}' 는 (17)式과 (20)式에 의하여 零과 같기 때문에 (38)式은

$$\sum_{i=1}^{I} P_i \frac{\partial Z_i}{\partial x} = 0 \qquad -\ (39)$$

와 같이 된다. (39)式을 (35)式에 대입하면 최종적인 결과인 (40)式을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = -\, t q \frac{\partial d}{\partial x} - \sum_{i=1}^{I} t_i Z_i \frac{\partial d_i}{\partial x} = 0 \qquad -\ (40)$$

만약 x 에 대한 d 및 d_i 의 1次微分이 되고 生産要素 Z_i 의 需要方程式을 $c_i f$ 價格(P_i) 方程式으로 쓸수 있다면 (40)式은 두개의 未知變數(x 및 y)를 갖일 것이며 이와 동일한 관계를 y에 대해서도 얻을 수 있다.

결과적으로 2個 未知變數를 가진 2個 非線型方程式이 남게 된다. 原則的으로 이 方程式을 풀수 있기 때문에 工業立地의 最適座標 x^0 및 y^0를 구할 수 있다. 이때 (25)式과 (26)式의 未知距離 d 및 d_i, (22)式의 $c_i f$ 價格 P_i, (24)式의 生産要素 數量 Z_i 도 동시에 구하여진다.

(40)式의 첫번째항은 市場引力(market pull)으로서 生産物市場이 利潤에 영향을 주는 指標가 된다. 生産物 單位當 輸送費가 낮아지면 市場引力이 적어지는 만큼 利潤은 높아진다. 반대로 生産物單位當 輸送費가 높아져 市場引力이 커지는 만큼 利潤은 감소하게 되며 결국 生産物市場은 工業立地에 引力을 발생하게 된다.[13]

(40)式의 두번째항은 웨버引力(Weber pull) 또는 原料引力(material pull)으로서 生産要素市場이 利潤에 영향을 주는 指標가 된다. 原料輸送費가 높을수록 原料引力이 커져서 利潤은 감소하며 반대로 原料輸送費가 낮을수록 原料引力이 적어져서 利潤은 증대하게 되며 결국 生産要素市場은 工業立地에 引力을 발생하게 된다.[14]

(35)式의 두번째항은 Predöhl 引力[15]으로서 生産要素의 代替에 따라 工業立地 効果에 영향을 주는 정도를 나타낸다. (39)式에 의하여 (35)式의 두번째항을 제거함으로서 얻을 수 있는 (40)式의 解는 순수한 Weber型의 立地模型의 解는 아니다.

왜냐하면 Weber 型 模型에서는 生産技術 係數 a_i 와 生産物數量 q 가 주워진다면 生産要素數量 $Z_i = a_i q$ 는 既知이지만 (40)式에서 Z_i 는 未知이기 때문이다.

Z_i 가 生産要素 $C_i f$ 價格 P_i 의 函數 즉 $Z_i = g_i(p_i q)$ 이므로 生産要素의 配合量은 사전에 알 수 없으며 결국 未知의 最適立地點에 의존하게 된다.

따라서 (40)式의 解는 企業의 利潤을 最大化할 수 있는 最適立地點과 生産要素의 最適配合量을 동시에 결정하여 준다.

---

(13) W. Isard, Location & Space-Economy, The M.I.T. Press, 1956, pp 143-171.

(14) W. Isard, Lbid. pp 262-264.

(15) 工業立地變動이 生産要素投入比率에 영향을 미치는 것으로서 σ原理라고도 함.

企業의 最大利潤을 보장하는 最適立地는 生產要素 代替가 可能한 경우에 市場引力과 原料引力이 相互補完되는 점에서 결정된다. 이러한 工業立地點은 Weber 의 市場引力이 生產要素의 代替로 인하여 阻止되기 때문에 고전적인 最少輸送費 立地點과는 일치하지 않는다.[16]

따라서 工業의 最適立地問題를 보다 합리적으로 해결하기 위해서는 유크리트 距離의 空間經濟와 生產要素 代替의 生產函數 理論을 相互補完시킬 수 있는 立地意思 決定이 바람직하다.

4. 工業立地模型의 解알고리즘

위에서 분석된 工業立地模型의 最適解는 Weber 型 解法으로는 不可能하기 때문에 Predöhl 型 解法[17]을 도입하며 이중에 가장 대표적인 것으로 格子探索節次(Grid Search Procedure)에 의한 解 알고리즘[18]을 들 수 있다.

企業이 한종류의 生產物 q를 생산하기 위하여 必要한 2종의 生產要素 Z_1과 Z_2를 제공하는 2개의 空間點과 技術生產 係數 a_1 a_2 라고 하면 이 生產過程은 Cobb-Douglas 生產係數로 다음과 같이 가정된다.

$$q = r Z_1^{a_1} \; Z_2^{a_2} \qquad — (41)$$

이때 企業의 最適立地는 利潤의 最大條件에서 결정될 수 있으며 企業利潤은 (23)式에 의하여

$$\Pi = (p - td) q - p_1 Z_1 - p_2 Z_2 \qquad — (42)$$

와 같다. 여기서 $P_1 P_2$는 生產要素 Z_1과 Z_2의 $C_i f$ 價格이다. 最大利潤을 위한 第1次 條件은 (40)式에 의하여

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = -tq \frac{\partial d}{\partial x} - t_1 Z_1 \frac{\partial d_1}{\partial x} - t_2 Z_2 \frac{\partial d_2}{\partial x} = 0 \qquad — (43)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = -tq \frac{\partial d}{\partial y} - t_1 Z_1 \frac{\partial d_1}{\partial y} - t_2 Z_2 \frac{\partial d_2}{\partial y} = 0 \qquad — (44)$$

와 같다.

生產物市場의 旣知座標와 2개의 生產要素市場의 旣知座標를 각각 (X_M, Y_M), (x_1, y_1) 및 $(x_2 \; y_2)$라고 한다면 企業立地點까지 距離 d, d_1 및 d_2는 (25)式과 (26)式에 의하여 未知座標 x 및 y를 알므로서 쉽게 구할 수 있다.

또한 x 및 y에 대한 d, d_1 및 d_2의 微分값도 쉽게 구할 수 있다. 未知變數 x 및 y와 더불어 (43)式과 (44)式은 未知變數 Z_1과 Z_2를 갖는다.

生產函數가 확정된다면 生產要素에 대한 需要函數를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial q}{\partial Z_1} = a_1 \frac{q}{Z_1} \qquad — (45)$$

$$\frac{\partial q}{\partial Z_2} = a_2 \frac{q}{Z_2} \qquad — (46)$$

와 같다.

限界性原理(marginality principle)에 의하여 限界生產物의 比率이 生產要素價格比率과 같으므로

$$\frac{\partial q / \partial Z_1}{\partial q / \partial Z_2} = \frac{P_1}{P_2} \qquad — (47)$$

또는 $$\frac{a_1 Z_2}{a_2 Z_2} = \frac{P_1 * + t_1 d_1}{P_2 * + t_2 d_2} \qquad — (48)$$

가 되여 生產要素 配合은 最適狀態가 된다.[19]

(16) J.H. Paelink & P. Nijkamp, Lbid pp 108-109.

(17) $C_{\min} = (P_1^* + t_1 d_1) Z_1 + (P_2^* + t_2 d_2) Z_2$
$Z_1 = C^* / (P_1^* + t_1 d_1) - (P_2^* + t_2 d_2) Z_2 / (P_1^* + t_1 d_1)$

(18) Nijkamp, & Paelink, A Solution Method for Neo-Classical Location Problems, Regional and Urban Economics, Vol. 3 No. 4 1973, pp 383-410.

(19) J.H. Paelink & P. Nijkamp, Lbid. pp 110-112.

(48)式과 (41)式을 결합하므로서 未知變數 d_1 과 d_2 에 의하여 Z_1 과 Z_2 를 나타낼 수 있다.

$$Z_2 = \frac{a_2(P_1* + t_1 d_1)}{a_1(P_2* + t_2 d_2)} Z_1 \qquad -\ (49)$$

$$Z_2 = q^{\frac{1}{a_2}} \cdot r^{-\frac{1}{a_2}} \cdot Z_1^{-\frac{a_1}{a_2}} \qquad -\ (50)$$

(49)式과 (50)式을 결합하여 d_1, d_2 에 의하여 Z_1 과 Z_2 를 구할 수 있으며 生產要素에 대한 需要方程式은 다음과 같다.

$$Z_1 = \left\{ \frac{a_1(P_2* + t_2 d_2)}{a_2(P_1* + t_1 d_1)} \right\}^{a_2/(a_1+a_2)} \left(\frac{q}{r}\right)^{1/(a_1+a_2)} \qquad -\ (51)$$

$$Z_2 = \left\{ \frac{a_2(P_1* + t_1 d_1)}{a_1(P_2* + t_2 d_2)} \right\}^{a_1/(a_1+a_2)} \left(\frac{q}{r}\right)^{1/(a_1+a_2)} \qquad -\ (52)$$

(51)式과 (52)式을 (43)式 및 (44) 式에 대입하여 2개의 未知變數 x 및 y 로된 2개 關係式을 얻을 수 있다. 空間立地의 x 및 y 座標는 (25)式 및 (26)式에서와 같이 d, d_1 및 d_2 로 표시된다.

企業利潤 Π 의 x 座標에 대한 d_1 및 d_2 의 微分을 통하여 x 座標의 第1次條件을 만족시킬 수 있다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0 = \frac{-tq(x-x_M)}{\sqrt{\{(x-x_M)^2+(y-y_M)^2\}}} \qquad -\ (53)$$

$$-t_1\left[\frac{a_1\{p_2*+t_2\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}\}}{a_2\{p_2*+t_1\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}\}}\right]^{a_2/(a_1+a_2)}\left(\frac{a}{r}\right)^{1/(a_1+a_2)} \frac{(x-x_1)}{\sqrt{\{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2\}}}$$

$$-t_2\left[\frac{a_2\{p_1*+t_1\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}\}}{a_1\{p_2*+t_2\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}\}}\right]^{a_1/(a_1+a_2)}\left(\frac{q}{r}\right)^{1/(a_1+a_2)} \frac{(x-x_2)}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}}$$

이와 동일한 방법으로 y 座標에 대해서도 구할 수 있다. 최종 결과는 2개의 未知變數 x 및 y 로 된 2개의 高次非線型 聯立方程式을 풀므로서 구하여진다.

그렇지만 이 聯立方程式의 解는 다만 端點(extreme point) 解만을 나타낼 뿐이다. 第2次條件이 檢定되지 않는한 이 端點이 반드시 工業立地의 最適解라고는 단정할 수 없다.

따라서 이 聯立方程式의 解는 立地空間의 內部解(Interior solution)만이 되며 구석點(corner points)인 (x_M, y_M) (x_1, y_2) 혹은 (x_2, y_2)는 解가 되지 못한다. 이와같은 사실은 (53)式에서 分母項이 零이 되는 경우에 쉽게 알 수 있다.[20]

결국 이 非線型聯立方程式의 解는 알고리즘이 필요하며 이를 통하여 有限段階에서 最適近似解를 얻을 수 있다.

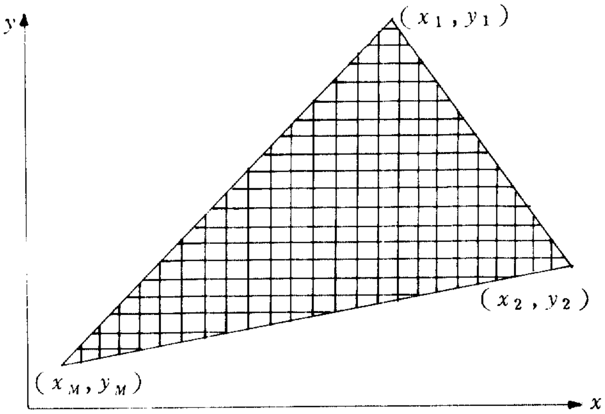
最適立地를 위한 利潤方程式인 (42)式은 x 및 y 座標에서 오목函數가 되는 경우와 되지 않는 경우가 있어 결국 非線型聯立方程式의 解는 企業의 最大利潤을 나타내는 立地點이 될수 있음을 항상 보장할 수는 없다.

더군다나 工業의 立地點은 立地空間의 內部解와 구석解를 모두 包括해야 되기 때문에 특수한 解 알고리즘을 이용하지 않으면 이들 解를 구할 수가 없다.

이러한 解 알고리즘으로는 立地空間의 直角格子(retangular grid)를 형성하여 最適解를 찾는 格子探索節次技法이 개발되었다.

이 解 알고리즘에서는 우선 立地空間에 x 및 y 값을 일정하게 주워 直角格子를 만든 후에 各

(20) 註 (12) 참조



〈그림 1〉 **直角格子**

格子의 交叉點利潤을 (25)式, (26)式, (51)式 및 (52)式을 (42)式에 대입하여 계산한후 各 格子의 利潤들을 다시 합산한다.

格子의 乘直邊 및 乘平邊은 立地空間의 모든 立地可能點들을 되도록 많이 包括하도록 보다 稠密하게 이루워져야 한다. 格子邊이 아무리 稠密하게 이루워져도 모든 立地可能點이 전부 包括될 수 없기 때문에 이 알고리즘으로 구한 解는 近似한 最適立地點이 된다.

따라서 格子의 邊인 x 및 y값을 적게하면 할수록 可能한 한 모든 立地點이 包括될 수 있는 確率은 높아지며 보다 正確한 最適立地點이 구하여진다.

格子探索節次의 第1段階는 立地空間에서 利潤이 상대적으로 높은 副次地域(sub-area)을 선정하는 것이다.

상대적으로 보다 높은 利潤을 갖는 一聯의 立地點들이 구하여졌다면 이들 立地點의 近處에서 더 높은 利潤의 立地點을 찾아내기 위하여 第2段階의 格子探索節次를 다시 적용한다.

이와같은 방법으로 最大利潤을 나타내는 最適立地點이 보다 正確히 구하여 질때까지 格子探索節次가 反復된다.

특히 이 알고리지즘은 일반적인 立地解法으로 不可能한 空間立地의 모서리點(X_M, Y_M), (x_1, y_1) 및 (x_2, y_2)까지 探索할 수 있어 결국 모서리 點들도 最適立地의 可能點으로 고려될 수 있다.

5. 結　論

生産要素 代替理論을 工業立地의 意思決定에 導入함으로써 古典的인 유크리드 距離에 의한 輸送費 最少化라는 Weber型 工業立地模型의 취약점이 크게 개선될 수 있다.

특히 輸送手段의 發展, 競爭商品의 激化, 生産技術의 開發等 立地意思決定 環境의 變化로 인하여 生産物의 投入要素가 制限的이 아니라 代替的인 경우가 많기 때문에 工業立地決定의 目的 函數는 輸送費 最少化의 觀點이 아닌 利潤最大化의 觀點에서 검토될 수 있다.

이러한 點에서 生産要素 代替를 고려한 立地意思決定 技法은 工業의 立地問題를 企業活動의 원래 목표인 利潤最大化의 方向에서 接近할 수 있기 때문에 工業立地의 意思決定을 보다 현실적으로 다룰 수 있다.

물론 아직도 工業立地決定의 주요 要因으로 輸送費 最少化라는 Weber의 기본적인 思想이 적용되고 있지만 이 比重은 立地環境의 變化로 점차적으로 낮아지고 있는 것만은 사실이다.

결국 生産要素 代替를 고려한 工業立地意思決定은 古典的인 유크리트 距離의 空間經濟와 生産要素代替 理論을 相互 結合시킬 수 있는 最適立地決定 技法으로 活用될 수가 있다.

參 考 文 獻

1. R.L. Francis & J.A. White, Facility Layout & Location, Prentice Hall, 1974.
2. L.R. Klein, Econometrics, Row Peterson, 1973.
3. J.H. Paelink & P. Nijkamp, Operational Theory & method in regional economics, Teakfield, 1978.
4. W. Isard, Location & Space-Economy, The M.I.T. Press, 1956.
5. P. Haggett, Locational Analysis, Edward Arnold, 1977.
6. Nijkamp, & Paelink, A Solution method for Neo-Classical Location problems, Regional and urban Economics, Vol. 3, No. 4, 1973.
7. David, M. Smith, Industrial Location, John Wiley & Sons, 1981.
8. 高橋潤二郎，西岡久雄，經濟立地論の新展開，勁草書房，1984.