〈研究論文〉

Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 11, No. 2, Dec. 1985

복수모기지의 항공기 운항계획및 승무계획 문제의 발견적 기법

(Greedy Heuristic Algorithm for a Multidepot Aircraft Scheduling and Crew Scheduling Problem)

장 병 만*
박 순 달**

Abstract

This paper presents a heuristic algorithm for a multidepot aircraft scheduling and crew scheduling with deal-head flights. This algorithm is extended from a Greedy heuristic algorithm for a multi-depot multi-salesman traveling salesman problem.

We first transform a given flight schedule into a multi-depot multi-traveling salesman problem, considering aircraft flight policies and crew management constraints. Then we solve this problem by applying a modified Greedy heuristic algorithm.

1. 서 론

항공기 운항문제에 있어서는 항공기 운항계획과 승무원의 승무계획수립이 가장 중요한 과제이다. 실제 항공사들은 수요를 추정한 다음, 항공협정, 항공기 투입 가능 대수등 제약조건을 감안하여 운항계획(Flight schedule)을 세운다. 이 운항계획(참조 표 1)에 따라 항공기 운항계획(Aircraft scheduling)과 승무원 승무계획(crew scheduling)을 세우게 된다. 이 논문에서는 특히 母基地가 여러 개인 경우의 이들 계획입안 문제를 다루고자 한다.

母基地가 하나인 경우에는 많은 연구가 있는데 보통 Set Covering 문제나 set partitioning 문제의 기법을 주로 이용한다.〔3,15〕 또는 차량운행문제의 기법을 사용하기도 한다.〔1,2〕

본 논문에서는 복수 모기지 차량 운행문제 기법

* 京畿開放大学 産業工学科
** 서울大学校 産業工学科

표 1. 운항계획표(Flight Schedule)

구간번호	운 항 구 간	운항시간	일 시	비 고
1	서 울 → 호놀룰루	9	월 10 ~ 19시	
2	호놀룰루 → LA	5	월 22 ~ 화 3시	
3	LA → 호놀룰루	6	화 13 ~ 19시	
4	LA → 서 울	11	화 14 ~ 수 2시	승무팀 Dead Head
5	호놀룰루 → 서 울	9	수 5 ~ 14시	
6	서 울 → LA	11	수 19 ~ 목 6시	승무팀 Dead Head

* 항공기 모기지(Domicile base) : 서울, LA
주간운항한계시간 : V = 30시간.

* 승무원 모기지 : 서울, 호놀룰루, LA
주간승무한계시간 : U = 20시간

을 활용하여 발견적인 기법을 개발하고자 한다.

Gillett와 Johnson〔12,6〕은 가장 가까운 모기지와의 거리($C_{it'(i)}$)를 두번째 가까운 모기지와의 거리($C_{it''(i)}$)로 나눈 값 $r(i) = C_{it'(i)}/C_{it''(i)}$을 오름차순으로 정리하여 순서대로 적당한 수만큼 각 마디를 각 모기지에 배치시킨 후, $r(i)$가 1에 근사한 값의 마디들은 마디와 근접한 마디들이 포함된 경로속에 삽입시키고 각 모기지별로 각 마디들의 위치를 결정한 후, 각 모기지별로 차량운행문제를 풀어서 경로들을 확정하는 Assignment-Sweep Approach를 사용하였는데, 만족할 만한 해를 구하지는 못하였다.

Tillman과 Cain〔18〕은 Clark과 Wright〔8〕의 Savings方法을 수정하여 가능해를 찾고, 분지한계법을 이용하여 개선해를 찾았는데, 모기지가 3개 이상이면 계산의 복잡도가 높아지고 결과가 좋지 않았다.

Bodin과 Golden〔5〕은 두가지의 Heuristic 기법을 제시하였다. Cluster first-Schedule second 기법과 Schedule first-Cluster second의 기법인데 여기서 두번째 기법이 더 좋은 결과를 나타낸다. 이 기법은 먼저 모기지를 제외하고 수송능력과 제약조건 내에서 경로들을 만든 후, 이 경로들과 모기지들과의 거리를 수송비용으로 하고 모기지들을 공급지, 경로들을 수요지로 하는 수송계획법을 만들어 풀어서 최종해를 구하였다.

Frieze와 Galbiati〔11〕는 각 거리를 오름차순으로 정리한 후 차례로 Subtour가 생기지 않도록 Hamitonian path를 만들어 가는 Greedy heuristic 방법을 제안하였다.

그리고 Holmes와 Parker〔13〕는 Savings 방법으로 解를 구한후 최대 절약의 호를 일시적으로 제외한 후 해를 개선해 나가는 방법을 제안하였다.

이상의 기법들은 무방향 네트워크상에서의 복수모기지 차량운행문제에 적용되었다. 그런데 본 논문에서 취급하는 운항계획을 변환시켜 만든 복수모기지의 복수 외판원 모형에서는 Gillett와 Johnson〔12〕, Tillman과 Cain〔18〕은 적용할 수 없다. 그리고 Bodin과 Golden〔5〕의 기법은 활용할 수가 있었지만 Schedule first-cluster second 기법의 경우, 먼저 발견적으로 경로들을 형성하고 다시 수송계획법으로 만들어 최종해를 구하므로 최적해에 비하여 좋지 않은 해가 나오는 경우가 많다.

본 논문에서는 운항계획표(flight schedule)로부터 복수母基地의 항공기운항계획과 승무원승무계획을 세운다. 이 두 계획으로부터 복수母基地의 복수외판원 모형으로 변환시킨 후 Greedy heuristic방법과 Holmes와 Parker〔13〕의 방법을 활용하여 해를 구하고저 한다.

2. 修正 Greedy Heuristic법

복수 母基地 항공운항문제를 풀 때는 항공기 운항계획문제와 승무원 승무계획문제를 각각 다른 有方向 네트워크 G(N,A)로 표현하게 되는데 이때 운항 또는 승무규정, 편승승무(Deed Head) 구간

등 여러가지 제약을 고려한다.

승무계획문제의 네트워크 작성시에는 승무규정은 연속 승무시간을 10시간 이하로 하며 승무시간의 1.5배 이상 체류시간을 가진 후 다음 운항구간으로 연결 승무하고 1회의 최대 체류시간은 72시간이며, 편승 승무시간은 원래 운항시간에서 10시간을 제외한 시간이고, 편승팀은 바로 이전 체류시간에서 5시간 더 체류했던 것으로 한다. 편승승무(Dead Head Flight)와 비편승승무(no-duty Dead Head Flight)를 다 고려하며, 체류시간 d_{ij}의 계산과 네트워크 작성방법은 장병만·박순달[2]을 따른다.

비편승승무의 경우 비편승 승무구간이 2개 구간 이상 연속될 때는 문제 성격상 해로 선택될 가능성이 극히 희박하므로 고려하지 않았다.

항공기 운항계획 네트워크 작성시에는 항공기가 모기지를 출발하여 모기지에 귀착할 때까지의 1회 운행제약시간등을 고려하며, 승무계획과는 달리 1회 운항제약시간 내에서는 운항계획표대로 연속적으로 운항이 가능하며 비탑승 운항구간은 없는 것으로 하여서 승무계획문제의 경우와 유사한 방법으로 네트워크를 작성한다. 복수 모기지간의 연결이 허용되지 않는 것 이외에는 하나의 모기지의 복수 외판원 모형에서와 같은 방법[2 참조]으로 네트워크를 작성하게 된다.

이상과 같이 하여 표 1의 예제를 네트워크 G(N, A)상에 나타내면 항공기 운항계획은 그림 2.1과 같은 네트워크로 변환되며 체류시간 행렬은 표2.1과 같고, 승무계획문제는 그림 2.2와 같은 네트워크가 되고 그 체류시간 행렬은 표 2.2와 같다. 특히 승무계획문제에서는 편승승무구간(Dead Head leg)에 해당되는 4와 6번 승무구간을 각각 두개의 마디들로 처리하였다. [1,2]

이렇게 하면 항공기 운항계획문제나 승무계획문제가 모기지를 제외하고는 각 마디들이 단 한번씩 방문을 받게 되는 복수 모기지의 복수 외판원 모형으로 변환된다. 즉 복수 모기지의 항공기 운항문제와 승무계획문제는 이제 복수 모기지의 복수 외판원 문제들로 변환된 것이다.

이런 복수모기지의 복수외판원 문제의 解法은 여러가지가 있다. 그런데 ONG and Moore [17] 은

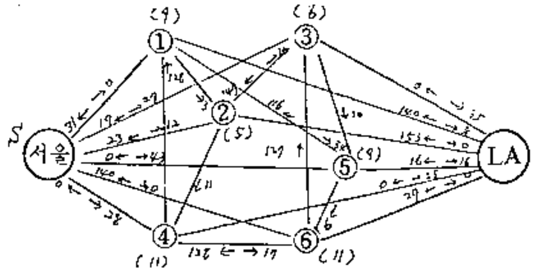

그림 2 - 1. 항공기운항계획 네트워크

표 2 - 1. 항공기운항계획 체류시간행렬

From \ To	서울	LA	1	2	3	4	5	6
서 울	∞	∞	0	12	27	28	43	0
LA	∞	∞	140	153	0	0	16	29
1	31	8	∞	3	∞	∞	34	∞
2	23	0	∞	∞	10	11	∞	∞
3	19	35	∞	147	∞	∞	∞	∞
4	0	28	128	∞	∞	∞	∞	17
5	0	16	116	∞	∞	∞	∞	6
6	140	0	∞	∞	127	128	∞	∞

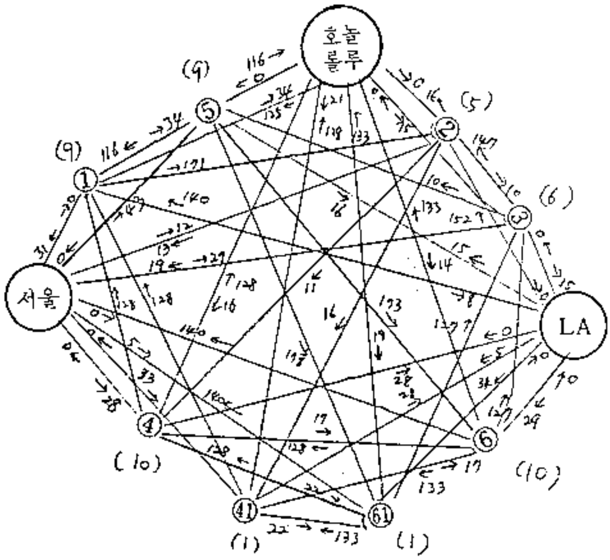

그림 2 - 2. 승무계획 네트워크

표 2 - 2. 승무계획 체류시간행렬

From \ To	서울	호놀룰루	LA	1	2	3	4	41	5	6	61
서 울	∞	∞	∞	0	12	27	28	33	43	0	5
호놀룰루	∞	∞	∞	125	0	15	16	21	0	14	19
L A	∞	∞	∞	140	152	0	0	5	15	29	34
1	31	34	8	∞	171	∞	∞	∞	34	∞	∞
2	13	16	0	∞	∞	10	11	16	∞	∞	∞
3	19	0	35	∞	147	∞	∞	∞	10	∞	∞
4	0	128	28	128	∞	∞	∞	∞	∞	17	22
41	0	128	28	128	∞	∞	∞	∞	∞	17	22
5	0	116	16	116	∞	∞	∞	∞	∞	173	178
6	140	133	0	∞	∞	127	128	133	∞	∞	∞
61	140	133	0	∞	∞	127	128	133	∞	∞	∞

외판원문제의 최악경우 분석을 통하여 이 Greedy Heuristic 방법이 Savings 기법이나 다른 Heuristic 기법보다 좋은 해가 나옴을 보여 주었고〔17〕, 이 기법은 특히 유방향의 네트워크상에 쉽게 활용할 수가 있다. 또한 이 기법은 다른 기법처럼 절약행렬(Savings Matrix) 계산과정이나 삽입에 의한 증감거리등의 계산과정이 필요없어서 더욱 신속하게 좋은 해를 구할 수 있다. 그래서 이 논문에서는 이 방법을 활용하고자 한다.

우선 외판원문제의 Greedy Heuristic해법의 절차를 보자.

(1) 각 수요지 간의 거리(내용, 체류시간등)의 크기를 오름차순(Ascending Order)으로 정리하여 리스트를 만든다.

(2) 이 리스트에서 처음부터 내려가면서 Hamiltonian path들을 형성하고 이 과정을 반복하면서 하나의 tour를 만든다.

이 Greedy Heuristic 기법을 복수 모기지 복수 외판원의 문제에 적용하기 위하여 다음과 같이 수정하여 보자.

(1) 유방향 네트워크상의 각 모기지와 각 구간사이의 체류시간 행렬과 각 구간들 사이의 체류시간 행렬을 구한다.

(2) 체류시간을 오름차순(Ascending Order)으로 정리한다.

(3) 정리된 순서대로 제약조건들을 고려하면서 하나의 Hamiltonian path씩 순차적으로 형성시킨다.

(4) 모든 승무(운항)구간들이 다 어느 하나의 경로속에 포함될 때까지 (3)번 과정을 반복하여 가능해를 구한다.

이상과 같은 방법으로 가능해는 구하지만 이 Greedy Heuristic 방법에서 나온 해는 근사해이고 이 해를 구할 때 체류시간이 적은 호(Arc)부터 먼저 선택하여 경로를 형성하는데 이것이 반드시 전체 체류시간(비용)을 최소화시키지는 않으므로 해를 개선할 수 있는 여지가 있다.

본 논문에서는 Holmes와 Parker〔13〕가 Saving 기법을 적용한 후 최대 절약의 호(Arc)부터 하나씩 일시 제외(temporary suppression)시켜 보면서 개선된 해를 찾는 것과 유사한 다음과 같은 방법을 적용하여 해를 개선하기로 한다.

(1) 현재의 해를 Z_0로 두고 처음 형성된 경로 가운데 최소 체류시간의 호를 찾아서 체류시간을 무한대로 두어 사용치 않게 한다.

(2) 체류시간의 오름차순의 리스트를 새로 정리한 후 Greedy Heuristic 기법에 의하여 새로운 해 Z_1을 구한다.

(3) $Z_1 \geqq Z_0$이면 $Z_0 = Z_1$으로 두고 현재 사용중

지된 호는 계속 중지시키며, $Z_1 < Z_0$이면 현재 사용 중지된 호는 원래대로 복귀시키고 처음 형성된 경로의 다음 번째 호를 일시 사용중지시켜 (2)번으로 간다.

(4) 개선되지 않은 경우가 계속 L^*회(미리 설정함)까지 나오지 않으면 현재의 해를 개선해로 하고 형성된 경로들을 최종해로 확정한다.

상기 해법에 의하여 Tillman과 Cain〔18〕의 문제를 풀어 보면 단 한번만에 같은 해가 나와 이 방법이 효과적임을 알 수 있다.

그리고 체류시간의 값이 같은 호(Arc)가 둘 이상인 경우에는 이 호(Arc)들의 리스트상의 순서를 바꾸어서 수정 Greedy Heuristic 기법을 이용할 때 또한 해의 개선이 일어날 수 있다.

이상의 방법들을 정리해 보면 다음과 같은 修正 Greedy heuristic 法이 된다.

段階 1. 네트워크의 형성

(1) 항공기 운항조건, 승무제약조건을 감안하여 有方向넷트워크를 형성한다.

(2) 항공기 운항계획, 승무계획 각각의 체류시간행열을 작성한다.

段階 2. 經路의 작성

(1) 체류시간을 오름차순으로 리스트를 작성한다.

(2) 리스트의 순서를 따라 각 母基地에서 시작하여 각각 經路를 만들어 간다. 이 때 항공기운항제약, 승무제약등을 고려하면서 호를 연결해 나간다.

(3) 모든 호가 모두 어느 하나의 經路에 포함될 때까지 (2)를 계속한다.

段階 3. 經路의 개선

(1) 체류시간이 같은 호는 서로 교환하여 경로를 작성해 봄으로써 개선의 여지가 있는지 확인한다.

(2) 가장 짧은 호에서 시작하여 호 하나를 일시적으로 제외시켜 경로를 다시 작성하여 경로의 개선이 일어나는지 확인한다. 이것은 미리 정해진 횟수 L^*번 실시한다.

3. 적용예제

예로써 표 1의 운항계획표(Flight Schedule)의 항공기 운항계획문제와 승무계획문제를 각각 풀어 보기로 한다.

(1) 항공기 운항계획문제

모기지는 서울과 로스앤젤레스이며, 각 항공기의 운항한계시간(V)이 30시간이고 운항구간들이 연결될 때의 체류시간행렬 $D=(d_{ij})$의 계산방법과 유방향의 운항계획 네트워크의 형성방법은 앞에서 상술한 바와 같다고 하자.

그러하면 본 문제는 항공기의 최소 체류시간의 운항 경로들과 소요 항공기 수를 구하는 문제가 된다. $L^*=2$회로 둔다.

段階 1. 본 문제의 체류시간 행렬 $D=(d_{ij})$와 와 운항계획 네트워크는 표 2－1과 같다.

段階 2. 운항경로(Route)를 작성한다.

(1) 체류시간의 오름차순의 리스트를 작성한다.

순위	Arc	체류시간	순위	Arc	체류시간
1	S－1	0	21	S－3	27
2	4－S	0	22	S－4	28
3	5－S	0	23	4－LA	28
4	S－6	0	24	LA－6	29
5	2－LA	0	25	1－S	31
6	LA－3	0	26	1－5	34
7	LA－4	0	27	3－LA	35
8	6－LA	0	28	S－5	43
9	1－2	3	29	5－1	116
10	5－6	5	30	6－3	127
11	1－LA	8	31	4－1	128
12	2－3	10	32	6－4	128
13	3－5	10	33	6－S	140
14	2－4	11	34	LA－1	140
15	S－2	12	35	3－2	147
16	LA－5	16	36	LA－2	153
17	5－LA	16			
18	4－6	17			
19	3－S	19			
20	2－S	23			

(2) (3) 각 운항경로를 형성한다.

경로번호	경 로	운항시간	체류시간	비 고
1	S－1－2－3－5－S	29	23	
2	LA－4－6－LA	22	17	
계		51 (시간)	40 (시간)	$Z^* = 40$

段階 3. 경로를 개선한다.

(1) 여기에서 체류시간 리스트중 같은 값의 호(Arc)의 순서를 바꾸어서 개선해를 찾는다. 즉 호 2－3과 호 3－5의 순서를 바꾸고 경로를 다시 형성한다.

경로번호	경 로	운항시간	체류시간	비 고
1	S－1－2－4－S	25	14	
2	LA－3－5－6－LA	26	15	
계		51	29	$Z^* = 29$ 개선

개선해가 나왔음으로 호 2－3과 호 3－5의 순서는 계속 바뀐다.

(2) 짧은 체류시간의 호(Arc)를 일시 제외시킨 후 경로를 다시 형성해 본다. 즉,

첫째로, 경로 1의 호 S－1을 일시 제외시켜 보자. 그러면 $d_{s1} = \infty$, L＝1로써 개선해가 나오지 않는다.

둘째로, 경로 1의 호 1－2를 일시 제외시켜 보자. 그러면 $d_{12} = \infty$, L＝2로써 개선해가 나오지 않는다. 그래서 더 이상 개선해가 나오지 않으므로 앞의 해를 최종해로 결정한다.

(3) 최종해의 출력

모 기 지	항공기번호	운 항 Route	운항시간	체류(정비) 시 간
서 울	1	서울－호놀룰루－로스앤젤레스－서울	25	14
로스앤젤레스	2	로스앤젤레스－호놀룰루－서울－로스앤젤레스	26	15
			51 (시간)	29 (시간)

(2) 승무계획문제

모기지는 서울, 호놀룰루, 로스앤젤레스이며, 주간 승무 한계시간(u)은 20시간, $L^* = 2$회로 둔다.

그러면 본 문제는 승무원 팀의 최소 체류시간의 승무경로들과 승무원 팀수를 구하는 문제가 된다.

段階 1. 네트워크를 형성한다.

체류시간 행렬과 운항계획 네트워크는 표 2－1, 그림 2－1과 같다.

段階 2. 승무경로를 작성한다.

(1) 체류시간의 오름차순의 리스트를 작성한다.

순위	Arc	체류시간	순위	Arc	체류시간	순위	Arc	체류시간
1	S－1	0	17	1－LA	8	33	H－16	19
2	S－6	0	18	2－3	10	34	H－41	21
3	4－S	0	19	3－5	10	35	4－61	22
4	41－S	0	20	2－4	11	36	41－61	22
5	S－S	0	21	S－2	12	37	S－3	27
6	LA－3	0	22	2－S	13	38	S－4	28
7	LA－4	0	23	H－6	14	39	4－LA	28
8	2－LA	0	24	LA－5	15	40	41－LA	28
9	6－LA	0	25	H－3	15	41	LA－6	29
10	61－LA	0	26	2－41	16	42	1－S	31
11	H－2	0	27	5－LA	16	43	S－41	33
12	H－5	0	28	H－4	16	44	1－5	34
13	1－H	0	29	2－H	16	45	LA－61	34
14	3－H	0	30	41－6	17	46	3－LA	35
15	S－61	5	31	4－6	17	47	S－5	43
16	LA－41	5	32	3－S	19			

(2) (3) 각 승무경로를 형성한다.

경로번호	경 로	승무시간	체류시간	비 고
1	S－1－5－S	18	34	
2	LA－4－61－LA	11	22	
3	H－2－3－H	11	10	
4	LA－41－6－LA	11	22	
		51 (시간)	83 (시간)	

段階 3. 개선과정

(1) 동일값의 호(Arc)끼리 순서를 바꾸었으나 해의 개선이 없다.

(2) 짧은 체류시간의 호(Arc)를 일시 중지시킨다.

①경로 1의 호 S－1을 제외 : $d_{s1}=\infty$, L＝1로써 개선해가 나오지 않는다.

②경로 1의 호 1－5를 제외 : $d_{15}=\infty$, L＝2로써 개선해가 나오지 않는다.

그래서 개선해가 나오지 않으므로 최종해로 결정한다.

(3) 최종해의 출력

모 기 지	승무원팀번호	승 무 경 로	승무시간	체류시간	비 고
서 울	1	서울－호놀룰루－서울	18	34	
로스앤젤레스	2	LA－서울－LA	11	22	서울－LA간 Dead Head
〃	3	LA－서울－LA	11	22	LA－서울간 Dead Head
호 놀 룰 루	4	호놀룰루－LA－호놀룰루	11	10	
계			51	83	

4. 결　　론

복수 모기지의 항공기 운항 및 승무계획문제를 복수 모기지의 복수 외판원 모형이며 유방향 네트워크 상에 표시하고, 편승(Dead Head)구간을 두 개의 구간으로 나누어 처리하고, 문제에 관한 운항 및 승무제약조건을 고려하여, 새로 개발한 수정 Greedy Heuristic 기법으로 해를 구할 수가 있게 되었다.

修正 Greedy heuristis 法은 Greedy heuristic 方法의 일종이며 이 Greedy Heuristic 方法이 외판원 문제에서는 이미 ONG and Moore [17]가 최악 경우 분석에 의하여 Savings 方法보다 2배이상 좋은 해가 나올 수 있음을 보인바 있다.

이 기법은 비록 항공기 운항 뿐만 아니라 운항이나 승무제약 조건등을 일부 조정하여 장거리 고속버스, 대단위의 대중교통수단의 승무원관리등과 복수모기지의 차량운행문제에 적용할 수가 있다.

References

1. 張炳晩, 승무계획문제의 복수외판원모형에 의한 발견적 기법, 서울대학교 대학원, 1983 (석사학위 논문)
2. 장병만, 박순달, 복수외판원모형과 절약기법에 의한 승무계획문제의 해법, 한국O.R학회지, 제 9권 제 1호 25 ~ 35 (1984).
3. J.P., Arabeyre, J. Fearnley, F.C. Steiger, and W. Teather, "The Airline Crew Scheduling Problem: A Survey," Transp. Sci., 3, 140-163 (1969).
4. E.K. Baker, L.D. Bodin, W.F. Finnegan, and R.J. Ponder, "Efficient Heuristic Solutions to an Airline Crew Scheduling Problem", AIIE Trans., 79-85 (1979).
5. L. Bodin and B. Golden, "Classification in Vehicle Routing and, Scheduling," Networks 11, 97-108 (1981).
6. L. Bodin et al, "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews", Comput & Ops Res, 10(2), 63-211 (1983).
7. N. Chistofrides, A. Mingozzi, P. Toth and C. Sandi, Combinatorial Optimization, John Wiley & Sons, New York (1979).
8. G. Clarke and J. Wright, "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points," Oper, Res., 12(4), 568-581 (1964).
9. J. Edmonds, "Matroids and the Greedy Algorithm", Math. Program., 1, 127-136 (1971).
10. J. Etcheberry, "The Set Covering Problem: A New Implict Enumeration Algorithm.", Oper. Res., 25, 760-772 (1977).
11. A.M. Frieze, G. Galbiati, "On the Worst-Case Performance of Some Algorithms for the Asymmetric Traveiling Salesman Problem", Networks, 12, 23-39 (1982).
12. B. Gillett and J. Johnson, "Multi-terminal Vehicle-Dispatching Algorithm", Omega, 4, 711-718 (1976).
13. R. Holmes and R. Parker, "A Vehicle Scheduling Procedure based Upon Savings and a Solution Pertubation Scheme", Oper. Res. Q., 27(1), 83-92 (1976).
14. S. Lin and D. Kernighan, "An Effective Heuristic Algorithm for the Travelling Salesman Problem," Oper. Res, 21, 498-517 (1973).
15. R.E. Marsten and F. Shepardson, "Exact Solution of Crew Scheduling Problems Using the Set Partitioning Model: Recent Successful Applications," Networks, 11, 165-177 (1981).
16. H.L. ONG, J.B. Moore, "Worst Case Analysis of Two Travelling Salesman Heuristics," Opervations Research Letters, 2(6), 273-277 (1984).
17. J.F. Pierce "Applications of Combinatorial Programming to a Class of All-Zero-One Integer Programming Problems," Manage. Sci., 15, 191-209 (1968).
18. F. Tillman and T. Cain, "An Upperbound Algorithm for the Single and Multiple Terminal Delivery Problem", Manage. Sci., 18(11), 664-682 (1972).
19. N.K. Taneja, "Airline Planning; Corporate, Financial and Marketing", Lexington Books (1983).