

工程能力指数表의 開發 및 그 應用

(Development of Process Capability Table and its Application)

宋 瑞 日 *
黃 義 徹 **

Abstract

Process Capability Index is defined as a ratio between predetermined tolerance and natural tolerance of existant process (6σ). And it is widely used as a performance measure for quality control activities, and a criterion for process classification.

This paper developed a unity-fixed process capability table for convenience to calculate process capability and showed how to use it.

1. 序 言

工程能力(process capability)에 대하여는 이미 Juran, Ireson and Grant, Maynard, W. Electric Co., Feigenbaum, Simmons 등 많은 學者와 文獻에서 定義된 바 있으며, 一般的으로는 安定된 工程狀態下에서의 達成可能한 質, 또는 質的인 면에서의 達成能力이나 그 可能性을 通稱한다.

특히 工程能力은 規定된 公差에 대한 自然公差

의 比 측, 工程能力指數로 定量化하여 現今에는 品質管理 및 工程等級의 評價尺度로서 널리 使用되고 있다.

그러나 實際活動에 있어서는 工程에 變化가 생긴 다거나 規格値가 달라짐에 따라 再計算해야하는 번 거러움이 있으므로 計算의 번거러움을 덜어 주기 위하여 見解를 만들고 이의 活用方法을 提示하고자 한다.

* 東亞大學校 産業工學科

** 漢陽大學校 産業工學科

2. 工程能力指數의 理論

工程能力指數는 規定된 公差와 自然公差의 比로써 定義된다. 즉

$$C_p = \text{規定된 公差} / \text{自然公差} \dots\dots\dots (1)$$

$$= T (= S_U - S_L) / 6\delta \dots\dots\dots (2)$$

이다. 여기서 δ 의 推定値는 R의 分布나 s의 分布를 적용할 수 있다.

R의 分布를 적용하는 경우에는

$$\hat{\delta} = \bar{R} / d_2 \dots\dots\dots (3)$$

로 구해지며, s의 分布를 적용하면

$$\hat{\delta} = \bar{s} / c_2 \dots\dots\dots (4)$$

로서 구할 수 있으나, 보통은 式(3)을 많이 쓴다. 여기서 d_2 및 c_2 는 試料의 크기 n에 관한 定數이다. 또 規格值 한쪽을 使用하고자 하는 경우에는

$$\begin{aligned} C_{pL} &= (\mu - S_L) / 3\delta, & S_L < \mu \\ C_{pL} &= 0, & S_L \geq \mu \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

또는

$$\begin{aligned} C_{pU} &= (S_U - \mu) / 3\delta, & S_U > \mu \\ C_{pU} &= 0, & S_U \leq \mu \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

에 의하여 求할 수 있다.

여기서 한가지 有意할 점은 C_p 의 計算에 있어서 δ 를 式(3)과 (4)에 의하여 推定, 使用하는 경우에는 C_p 의 값도 sampling에 따라 確率的으로 變하며 一定한 分布를 한다는 것이다.

지금 δ 의 推定値 $\hat{\delta}$ 로서 크기 n의 random sample로 부터 얻어진 統計量 s를 使用한 경우를 例를 들어 생각해 보면 T, δ 가 一定해도 C_p 의

推定値 C_p 는 試料에 따라 確率的으로 變化할 것이다. 係數 6은 式(5), (6)을 使用하는 경우에는 3으로 바꾸어 쓸 수 있으므로 이 값을 k라 두면 式(2), (5), (6)은 다음 式(7)과 같이 代表시킬 수 있다.

$$C_p \equiv T / ks \dots\dots\dots (7)$$

式(7)에 의한 C_p 의 分布를 調査해보면 그 確率密度函數(pdf)는

$$f(C_p) = \frac{2^{-(\frac{\phi}{2}-1)}}{T(\frac{\phi}{2})} \cdot I^\phi C_p^{-(\phi+1)} \cdot e^{-\frac{I^2}{2C_p^2}} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{여기서 } I &= T\sqrt{\phi} / k\delta \\ \phi &= n - 1 \end{aligned} \right\}$$

이 되고 期待値와 標準偏差는 各各

$$E(\hat{C}_p) = \left(\frac{T}{6\delta}\right) \sqrt{\frac{\phi}{\phi-1}} \cdot \frac{1}{C_{2(\phi-1)}^*} \dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned} D(\hat{C}_p) &= \left(\frac{T}{6\delta}\right) \left(\frac{\phi}{\phi-2} - \frac{\phi}{\phi-1} \cdot \frac{1}{C_{2(\phi-1)}^*}\right)^{1/2} \\ &\dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

이 된다.¹⁾ 그리고 $(T/6\delta) = 1$, $(T/6\delta) = 1.33$ 일때의 分布는 Fig. 1 및 Fig. 2와 같다.

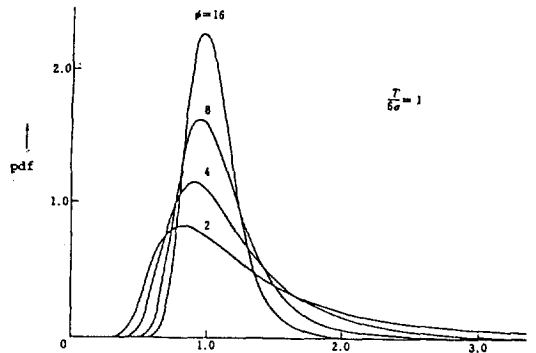


Fig. 1 Distribution of Cp(1)

1) 木暮正夫, 工程能力の理論とその應用, 日科技連, 1975, pp. 96-98.

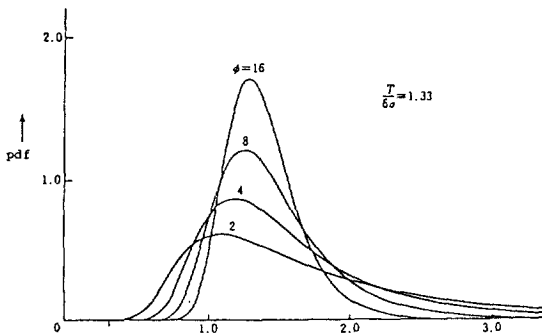


Fig. 2 Distribution of Cp(2)

또 C_p 의 역수를 工程能力比(capability ratio)라고 부르며

$$D_p = 1/C_p = 6\delta/T \quad \dots\dots\dots (11)$$

쓴다. D_p 도 C_p 와 마찬가지로 確率分布를 하며, s分布를 利用하는 경우, C_p 를 使用하는 것보다도 D_p 를 쓰는 쪽이 檢出力이 좋다는 것이 알려져 있다.

3. 工程能力指數表의 開發

上記式(2), (5), (6)에 의하여 計算되는 工程能力指數 C_p 는 δ 와 公差 T에 의하여 變한다. 그들式에서의 分母는 使用目的에 따라 6δ 또는 3δ 가 된다. 따라서 上記式(2), (5), (6)들은 다음式(12)와 같이 一般化할 수 있다. 즉

$$C_p = C_{p1} \cdot T \quad \dots\dots\dots (12)$$

여기서 C_{p1} 은 分子인 公差 T를 1로 둔 狀態에서 求한 값이며 unity-fixed process capability index 라고 稱한다.

δ 값을 0.001에서 부터 10.000까지 0.001의 간격으로 simulate하기 위한 flow chart는 Fig. 3과 같으며, PRIME 550-II에 의한 結果의 한例는 Table 1 및 Table 2와 같다. Table 1은 6δ 를 分母로 한 경우의 print out 이고, Table 2는 3δ 를 分母로 한 경우의 것이다.

4. 表의 活用方法

本 研究에서 만든 Table 1 및 Table 2는 前述한 바와 같이 分子를 1로 두고 계산된 unity-fixed process capability index이다. 따라서 實際에 있어서의 工程能力指數는 式(12)에서와 같이 表에서 求한 값에 公差 T를 곱해서 구할 수 있다. 例를 들어,

規格의 上限(S_U)이 25.50, 下限이 24.30이며 工程調査에서 標準偏差가 0.20이라고 한다면 表 1에서는 $C_{p1} = 0.83$, 表 2에서는 $C_{p1} = 1.66$ 을 얻는다. 여기에 各各 公差 T의 값 1.20과 0.60을 곱하면 $C_p \approx 1.00$ 을 얻게 되며, 一般的으로 3等級 工程임을 알 수 있다.

5. 結 言

以上과 같이 工程能力指數計算에 있어서의 簡便性을 위한 早見表를 만들어 그 活用法을 提示하였다. 實際使用者에게는 도움이 있으리라 생각한다.

그리고 本 研究에 使用된 program 및 計算結果表의 나머지 부분은 筆者가 보관하고 있으며, 願하는 讀者에게는 提供할 수도 있음을 밝혀둔다.

References

1. 木暮正夫, 工程能力の理論とその 應用, 日科技連, 1975. pp. 96~98.
2. Bingham, R.S., Jr.: Tolerance limits and process capability studies, *Industrial Quality Control* 19(1), 1962, pp.36-40.
3. Ireson, W.G., Resnikoff, G.J. & Smith, B.E.: Statistical tolerance limits for determining process capability, *J. Industrial Engineering* 12(2), 1961, pp.126-131.
4. Juran, J.M., Gryna, F.M., Jr. & Bingham, R.S., Jr., ed.: *Quality Control Handbook*, 3rd ed., McGraw-Hill, 1974, Sec. 22, pp.53-55.

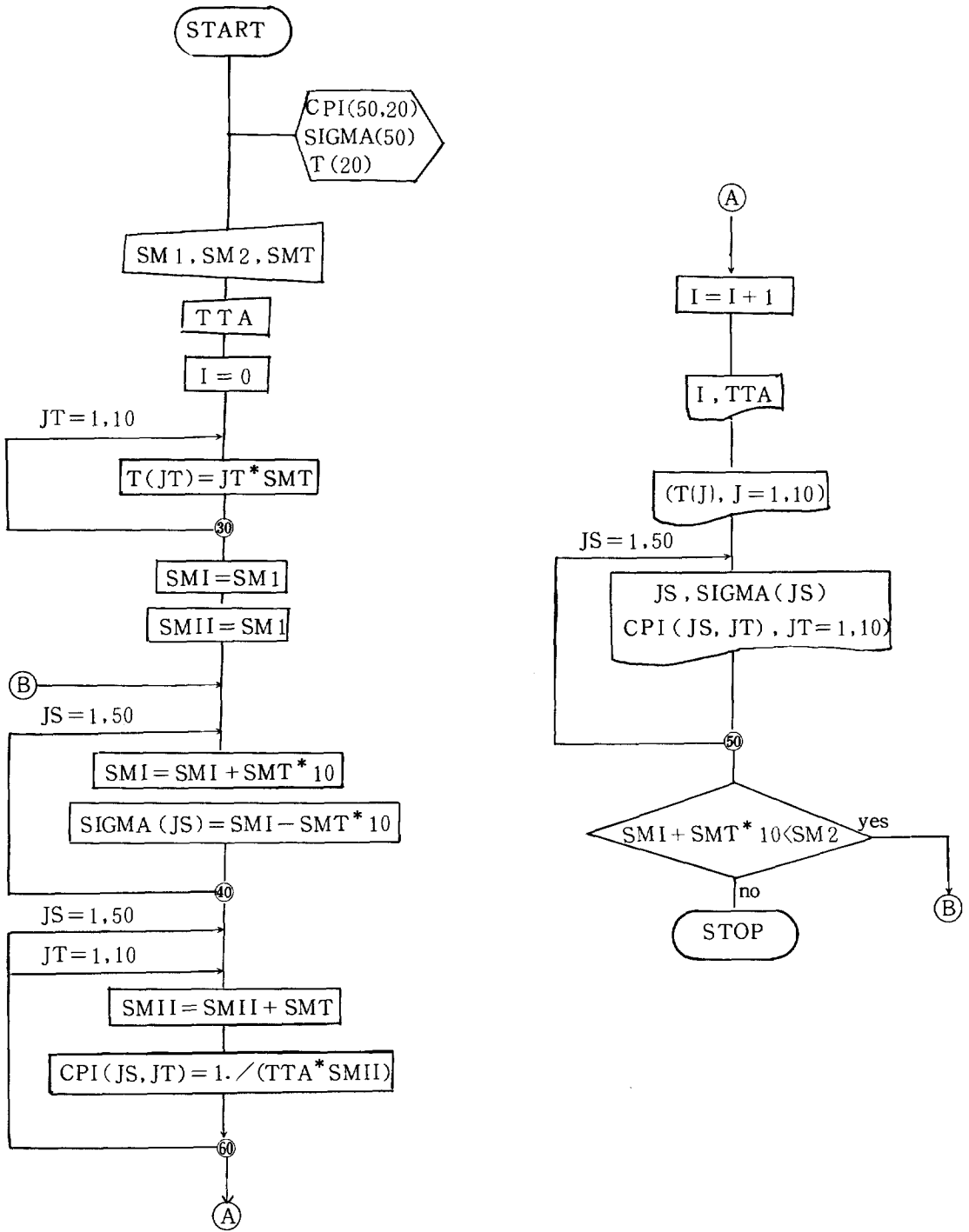


Fig. 3 Flow chart for Cpl computation

Table 1. Unity-fixed Process Capability Index (Cpl)

6 SIGMA

δ	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010
0.00	166.6667	83.3333	55.5556	41.6667	33.3333	27.7778	23.8095	20.8333	18.5185	16.6667
0.01	15.1515	13.8889	12.8205	11.9048	11.1111	10.4167	9.8039	9.2593	8.7719	8.3333
0.02	7.9365	7.5758	7.2464	6.9445	6.6667	6.4103	6.1728	5.9524	5.7471	5.5556
0.03	5.3764	5.2083	5.0505	4.9020	4.7619	4.6296	4.5045	4.3860	4.2735	4.1667
0.04	4.0650	3.9683	3.8760	3.7879	3.7037	3.6232	3.5461	3.4722	3.4014	3.3333
0.05	3.2680	3.2051	3.1447	3.0864	3.0303	2.9762	2.9240	2.8736	2.8249	2.7778
0.06	2.7322	2.6882	2.6455	2.6042	2.5641	2.5253	2.4876	2.4510	2.4155	2.3810
0.07	2.3474	2.3143	2.2831	2.2523	2.2222	2.1930	2.1645	2.1368	2.1097	2.0833
0.08	2.0576	2.0325	2.0080	1.9841	1.9608	1.9380	1.9157	1.8940	1.8727	1.8519
0.09	1.8315	1.8116	1.7921	1.7731	1.7544	1.7361	1.7182	1.7007	1.6835	1.6667
0.10	1.6502	1.6340	1.6181	1.6026	1.5873	1.5723	1.5576	1.5432	1.5291	1.5152
0.11	1.6015	1.4881	1.4749	1.4620	1.4493	1.4368	1.4245	1.4124	1.4006	1.3889
0.12	1.3774	1.3661	1.3550	1.3441	1.3333	1.3228	1.3123	1.3021	1.2920	1.2821
0.13	1.2723	1.2626	1.2531	1.2438	1.2346	1.2255	1.2166	1.2077	1.1991	1.1905
0.14	1.1820	1.1737	1.1655	1.1574	1.1494	1.1416	1.1338	1.1261	1.1186	1.1111
0.15	1.1038	1.0965	1.0893	1.0823	1.0753	1.0684	1.0616	1.0549	1.0482	1.0417
0.16	1.0352	1.0283	1.0225	1.0163	1.0101	1.0040	0.9980	0.9921	0.9862	0.9804
0.17	0.9747	0.9690	0.9634	0.9579	0.9524	0.9470	0.9416	0.9363	0.9311	0.9259
0.18	0.9208	0.9158	0.9108	0.9058	0.9009	0.8961	0.8913	0.8865	0.8818	0.8772
0.19	0.8726	0.8681	0.8636	0.8591	0.8547	0.8503	0.8460	0.8418	0.8375	0.8333
0.20	0.8292	0.8251	0.8210	0.8170	0.8130	0.8091	0.8052	0.8013	0.7975	0.7937
0.21	0.7899	0.7862	0.7825	0.7788	0.7752	0.7716	0.7681	0.7645	0.7610	0.7576
0.22	0.7542	0.7508	0.7474	0.7441	0.7407	0.7375	0.7342	0.7310	0.7278	0.7246
0.23	0.7215	0.7184	0.7153	0.7123	0.7092	0.7062	0.7032	0.7003	0.6974	0.6945
0.24	0.6916	0.6887	0.6859	0.6831	0.6803	0.6775	0.6748	0.6720	0.6694	0.6667
0.25	0.6640	0.6614	0.6588	0.6562	0.6536	0.6510	0.6485	0.6460	0.6435	0.6410
0.26	0.6386	0.6361	0.6337	0.6313	0.6289	0.6266	0.6242	0.6219	0.6196	0.6173
0.27	0.6150	0.6128	0.6105	0.6083	0.6061	0.6039	0.6017	0.5995	0.5974	0.5952
0.28	0.5931	0.5910	0.5889	0.5863	0.5848	0.5828	0.5807	0.5787	0.5767	0.5747
0.29	0.5727	0.5708	0.5688	0.5669	0.5650	0.5631	0.5612	0.5593	0.5574	0.5556
0.30	0.5537	0.5519	0.5501	0.5483	0.5465	0.5447	0.5429	0.5411	0.5394	0.5376

Table 2. Unity-fixed Process Capability Index (Cp1)

3 SIGMA

δ	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010
0.00	333.3334	166.6667	111.1111	83.3333	66.6667	55.5556	47.6191	41.6667	37.0371	33.3334
0.01	30.3031	27.7778	25.6410	23.8095	22.2222	20.8334	19.6079	18.5185	17.5439	16.6667
0.02	15.8730	15.1515	14.4928	13.8889	13.3334	12.8205	12.3457	11.9048	11.4943	11.1111
0.03	10.7527	10.4167	10.1010	9.8039	9.5238	9.2593	9.0090	8.7719	8.5470	8.3334
0.04	8.1301	7.9365	7.7520	7.5758	7.4074	7.2464	7.0922	6.9445	6.8027	6.6667
0.05	6.5360	6.4103	6.2893	6.1729	6.0606	5.9524	5.8480	5.7471	5.6497	5.5556
0.06	5.4645	5.3764	5.2910	5.2084	5.1282	5.0505	4.9751	4.9020	4.8309	4.7619
0.07	4.6949	4.6297	4.5662	4.5045	4.4445	4.3860	4.3290	4.2735	4.2194	4.1667
0.08	4.1152	4.0651	4.0161	3.9683	3.9216	3.8760	3.8314	3.7879	3.7453	3.7037
0.09	3.6630	3.6232	3.5843	3.5461	3.5088	3.4722	3.4364	3.4014	3.3670	3.3334
0.10	3.3004	3.2680	3.2363	3.2052	3.1746	3.1447	3.1153	3.0864	3.0581	3.0303
0.11	3.0030	2.9762	2.9499	2.9240	2.8986	2.8736	2.8490	2.8249	2.8011	2.7778
0.12	2.7548	2.7323	2.7100	2.6882	2.6667	2.6455	2.6247	2.6042	2.5840	2.5641
0.13	2.5446	2.5253	2.5063	2.4876	2.4692	2.4510	2.4331	2.4155	2.3981	2.3810
0.14	2.3641	2.3474	2.3310	2.3148	2.2989	2.2831	2.2676	2.2523	2.2372	2.2222
0.15	2.2027	2.1930	2.1787	2.1645	2.1506	2.1368	2.1232	2.1097	2.0965	2.0834
0.16	2.0704	2.0576	2.0450	2.0325	2.0202	2.0081	1.9960	1.9841	1.9724	1.9608
0.17	1.9493	1.9380	1.9268	1.9157	1.9048	1.8940	1.8833	1.8727	1.8622	1.8519
0.18	1.8416	1.8315	1.8215	1.8116	1.8013	1.7921	1.7825	1.7731	1.7637	1.7544
0.19	1.7452	1.7361	1.7271	1.7182	1.7094	1.7007	1.6921	1.6835	1.6751	1.6667
0.20	1.6584	1.6502	1.6421	1.6340	1.6260	1.6181	1.6103	1.6026	1.5949	1.5873
0.21	1.5798	1.5723	1.5650	1.5576	1.5504	1.5432	1.5361	1.5291	1.5221	1.5152
0.22	1.5083	1.5015	1.4948	1.4881	1.4815	1.4749	1.4684	1.4620	1.4556	1.4493
0.23	1.4430	1.4368	1.4306	1.4245	1.4185	1.4124	1.4065	1.4006	1.3947	1.3889
0.24	1.3831	1.3774	1.3718	1.3661	1.3606	1.3550	1.3495	1.3441	1.3387	1.3333
0.25	1.3280	1.3228	1.3175	1.3123	1.3072	1.3021	1.2970	1.2920	1.2870	1.2821
0.26	1.2772	1.2723	1.2674	1.2626	1.2579	1.2531	1.2485	1.2438	1.2392	1.2346
0.27	1.2300	1.2255	1.2210	1.2166	1.2121	1.2077	1.2034	1.1991	1.1948	1.1905
0.28	1.1863	1.1820	1.1779	1.1737	1.1696	1.1655	1.1615	1.1574	1.1534	1.1494
0.29	1.1455	1.1416	1.1377	1.1338	1.1300	1.1261	1.1223	1.1186	1.1148	1.1111
0.30	1.1074	1.1038	1.1001	1.0965	1.0929	1.0893	1.0858	1.0823	1.0788	1.0753