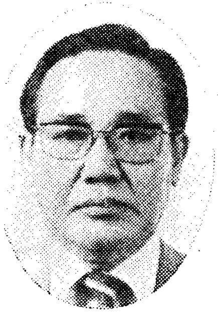
〈論　文〉



降雨 데이터를 쓰지 않는 洪水豫測法에 關한 硏究

A Study on Flood Prediction without Rainfall Data

成均館大工大敎授(工博) 金　治　弘*

Abstract

In the flood prediction research, it is pointed out that the difficulty of flood prediction is the frequently experienced overestimation of flood peak. That is caused by the rainfall prediction difficulty and the nonlinearity of hydrological phenomena. Even though the former reason will remain still unsolved, but the latter one can be possibly resolved the method of the AMRA (Auto Regressive Moving Average) model for each runoff component as developed by Dr. Hino and Dr. Hasebe. The principle of the method consists of separating though the numerical filters the total runoff time series into long-term, intermediate and short-term components, or ground water flow, interflow, and surface flow components. As a total system, a hydrological system is a non-linear one. However, once it is separated into two or three subsystems, each subsystem may be treated as a linear system. Also the rainfall components into each subsystem a estimated inversely from the runoff component which is separated from the observed flood. That is why flood prediction can be done without rainfall data.

In the prediction of surface flow, the Kalman filter will be applicable but this paper shows only impulse function method.

1. 序　論

洪水豫測에 關해서는 現今까지 여러 가지 方法이 提案되고 있다. 그러나 어떠한 技法을 驅使하여도 洪水流量의 實測値와 豫測値가 特히 洪水尖頭時에 맞지않는 것이 現況인 것 같다. 그 主要原因은 降雨의 豫測의 困難性과 水文現象의 非線型性에 있는 것으로 생각된다.

그런데 보기에는 非線型性이 强하게 여겨지는 水文系로부터의 流出도 이것을 地下水流出, 中間流出, 表面流出과 같이 사브·시스템(Sub System)으로부터의 流出成分으로 分離할 수 있으면 各成分系를 線型系로 表示할 수 있다는 것 따라서 降雨一流出系의 非線型性은 降雨를 各成分降雨로 分離할 때의 非線型分離法則에 있다는

* 土木技術士(水資源)

것이 最近의 硏究에 依해 明白히 되어왔다(히노(日野)・하세베(長谷部) 1979, 1980) (깃까와(吉川)・스나다(砂田)・훈 1979). 그래서 이 考察方法을 流出豫測에 應用하면 豫測의 精度를 相當히 向上할 수 있을 것이라고 생각된다.

本硏究에서는 日野・長谷部의 流出成分分離 AR法을 써서 降雨데이터를 쓰는 일 없이 流量데이터만으로 有效成分降雨를 逆推定하고 이로부터 洪水豫測하는 手法을 提案한다.

2. 成分 分離法의 概要[1)]

우선 流量時系列의 對數프롯트의 傾斜로부터 分離時間常數 Tc를 決定한다. 다음에 이것에 該當하는 캇트・오오후(cut off) 周波數 fc를 갖는 片側作用 低周波濾波 휠터를 設計하고, 流量時系列을 2乃至 3個의 成分으로 分離한다. 그 結果 各線分은 線型系로 表現된다. 降雨—流出의 非線型性은 降雨를 各成分降雨로 分離하는 分離法則에 있다고 생각된다. (圖-1)

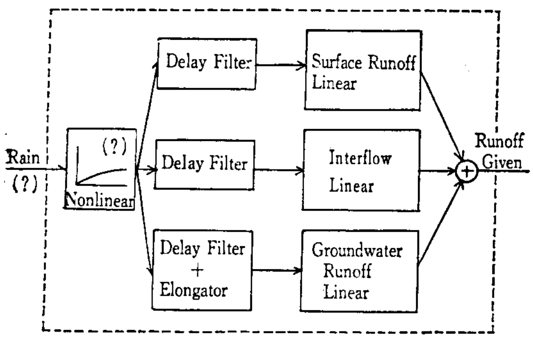


圖-1. 시스템圖

各流出成分의 流量時系列은 AR(Auto-Regressive) 모델로 表現할 수 있고 이것을 變換하면 各流出成分마다의 應答函數表現을 얻을 수 있다. 그 AR 모델의 回歸係數는 Yule-Walker 法이든가 MEM(Maximum Entropy Method) 스펙트럼의 豫測誤差 휠터로부터 求해진다.

分離濾波휠터 設計法은 다음과 같다. 즉 Mass-dashpot-Spring 系에 入力 $y(t)$가 있는 경우의 出力 $\tilde{y}(t)$는 次式으로 表現된다.

$$\tilde{y}(t)=\int_0^\infty w(\tau)\ y(t-\tau)\ d\tau \qquad (2.1)$$

여기서 w는 單位 impulse 應答이고 휠터의 減衰가 크고 非振動型인 경우는 다음과 같이 된다.

$$w(\tau)\begin{cases} = c_0\exp\left(-\frac{c_1}{2}\tau\right)\cdot\sinh(\sqrt{c_1^2/4-c_0}\,\tau) \\ \quad /\sqrt{c_1^2/4-c_0} & (\tau\geqq 0) \\ =0 & (\tau<0) \end{cases} \qquad (2.2)$$

$w(\tau)$의 周波數應答特性은 다음과 같이 表現된다.

$$H(\omega)=\frac{1}{\sqrt{\{1-(\omega/\omega_0)^2\}^2+\delta^2(\omega/\omega_0)^2}} \qquad (2.3)$$

여기서 $\omega_0=\sqrt{c_0}/2\pi$

또한 係數 c_0, c_1는 各各 휠터의 減衰와 周期에 關한 파라메터로 減衰係數 δ와 時間常數 Tc와의 사이에 다음의 關係가 있다.

$$Tc=c_1/c_0 \qquad (2.4)$$

$$\delta=c_1/\sqrt{c_0} \qquad (2.5)$$

이 때 c_0, c_1은 다음과 같이 定한다.

$$c_1=\delta^2/Tc$$

$$c_0=(\delta/Tc)^2 \qquad (2.6)$$

따라서 成分流量의 片對數 프롯트로부터 決定되는 時間常數 Tc와 式(2.3)부터 減衰파라메터 δ를 適當히 選擇하여(普通 $\delta=2.5$程度로 하고 있음), 片側作用의 휠터 式(2.2)가 얻어진다.

3. 各流出成分系의 ARMA 係數 및 應答函數

數値휠터에 觀測되는 流量時系列을 通過시켜 이것을 各流出成分으로 分離한다.

그 後 各成分流量時系列의 遞減部의 水文曲線(hydrograph)부터 AR 係數를 求한다.

一般으로 線型의 降雨流出系는 降雨를 入力으로 하는 AR 모델式(3.1)로 表示할 수가 있다.

$$\begin{aligned} y_i^{(l)}=&a_1^{(l)}y_{i-1}^{(l)}+a_2^{(l)}y_{i-2}^{(l)}+\cdots \\ &+a_p^{(l)}y_{i-p}^{(l)}+b_0^{(l)}x_i^{(l)}+b_1^{(l)}x_{i-1}^{(l)}+ \\ &\cdots+\cdots+b_q^{(l)}x_{i-q}^{(l)}+\epsilon_i^{(l)} \end{aligned} \qquad (3.1)$$

여기서 $x_i^{(l)}, y_i^{(l)}$은 사브・시스템($l=1,2,3$)의 時間降雨量과 流量을 表示하고 $\epsilon_i^{(l)}$은 雜音項이다. 여기서는 (3.1)式의 右邊의 入力項은 1項만

을 생각하여

$$b_i' \begin{cases} \neq 0 & i'=k \\ =0 & i' \neq k \end{cases}$$

$$y_i^{(l)}=a_1^{(l)}y_{i-1}^{(l)}+a_2^{(l)}y_{i-2}^{(l)}+\cdots +a_p^{(l)}y_{i-p}^{(l)}+b_i'^{(l)}xi'^{(l)}+\epsilon_i^{(l)} \quad (3.2)$$

降雨終了後는 x의 項이 零이 되고 式(3.2)는 AR 모델이 된다.

$$y_i^{(l)}=a_1^{(l)}y_{i-1}^{(l)}+a_2^{(l)}y_{i-2}^{(l)}+\cdots +a_p^{(l)}y_{i-p}^{(l)}+\epsilon_i^{(l)} \quad (3.3)$$

前述한 것과 같이 AR 모델의 係數는 Yule-Walker 法이든가 MEM 스펙트럼法 或은 重相關回歸法에 依해 求할 수가 있다. 한편 線型의 入出力關係는 重量積分型으로도 表示할 수 있다.

$$y(t)=\int_0^\infty h(\tau)\cdot x(t-\tau)\ d\tau \quad (3.4)$$

이것을 離散化하고 x와 y를 같은 單位(例를 들어 mm/hr)로 表示하면 다음 式이 된다. 또한 流出成分을 表示하는 添字 l은 以下의 記述에서는 簡單을 위해 省略한다. 즉 h_m은 $h_m^{(l)}$의 뜻이다.

$$y_i=h_0x_i+h_1x_{i-1}+\cdots+h_mx_{i-m}=C(B)x_i \quad (3.5)$$

여기서

$$C(B)=h_0+h_1B+\cdots+h_mB^m \quad (3.6)$$

B는 後進演算子(Backward shift operator)이다. 또한 여기서 x_i는 이 時刻에 나린 비가 아니고 實際로는 lag 時間만큼의 앞의 有効降雨 x_i $-$lag를 意味하고 있다.

萬若에 x와 y를 相異하는 單位(例를 들어 x를 mm/hr, y를 m³/sec)로 表示할 때(이것을 區別하기 위해 y'로 表示한다).

單位變換係數 λ를 導入해서

$$y_i'=\lambda(h_0x_i+h_1x_{i-1}+\cdots+h_mx_{i-m})= \lambda C(B)x_i \quad (3.7)$$

여기서

$$\lambda(\mathrm{m^3/s})=1(\mathrm{mm/hr})\cdot A(\mathrm{km^2})\times\frac{10^{-3}\cdot10^6}{3.6\times10^3}$$

$$=\frac{A}{3.6} \quad (3.8)$$

單位의 비가 繼續하는 경우를 생각하면, 降雨强度와 流量은 같게되어 $x_i=1$에서 $y_i=1$인것, 或은 單位의 impulse 降雨에 對한 全流量이 1이 되므로

$$\int y(t)dt=\iint h(\tau)\cdot\delta(t-\tau)\ d\tau dt=\int h(\tau)d\tau =1 \quad (3.9)$$

가 되고 應答函數에 對하여 다음 關係가 成立하지 않으면 안 된다.

$$h_0+h_1+h_2+\cdots+h_m=1 \quad (3.10)$$

앞과 마찬가지로 單位의 降雨가 繼續되는 경우를 생각하면 式(3.2)부터 降雨에 關한 係數 b는 다음과 같이 誘導된다.

$$b=1-a_1-a_2-\cdots\cdots\cdots \quad (3.11)$$

또 (3.2)式과 (3.5)式의 關係로부터

$$(1-a_1B-a_2B^2-\cdots)(h_0+h_1B+h_2B^2+\cdots) =b \quad (3.12)$$

가 된다. 윗 式을 展開하여 B의 等冪의 係數를 比較하면 AR 係數와 應答函數 h_i의 關係가 次式으로 求해진다.

$$\begin{aligned} h_0&=(1-a_1-a_2-\cdots) \\ &\vdots \\ h_n&=\sum_{j=1}^{n}h_{n-j}\ a_j \end{aligned} \quad (3.13)$$

이와 같이 해서 各流出成分의 回歸係數가 求해지면 이것을 變換해서 應答函數는 (3.2)式에 依해 求해진다. 그리고 逆推定降雨를 求하는 方法은 式(3.2)와 式(3.5)를 變形하여 다음의 두 가지 方法에 依해 求할 수가 있다. 즉

$$x_i=\frac{(1-a_1B-a_2B^2\cdots)y_i}{\lambda b_i'}\ (\mathrm{ARMA}) \quad (3.14)$$

또는

$$x_i=\frac{y_i}{\lambda(h_0+h_1B+h_2B^2+\cdots)}\ (\text{應答函數}) \quad (3.15)$$

4. ARMA 모델에 依한 降雨時系列의 逆算과 洪水豫測

流出分離法에 依하여 各流出成分으로 分離된 流量時系列(第 l 成分이면 $y_k^{(l)}$라고 써야되나 簡單하게 하기 위해 單純히 y_k라고 씀)은 그 以前의 流量時系列과 回歸係數 a_i를 써서 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$y_k=a_1y_{k-1}+a_2y_{k-2}+\cdots+a_ny_{k-n}+\lambda bx_k \quad (4.1)$$

여기서

y_k : 現時點 $t=k\Delta t$ 에서의 流量(m^3/s)

a_i : AR 係數

x_k : 有効成分 降雨時系列(mm/hr) (時點은 $k-$lag)

λ : 單位變換係數

지금 式(4.1)을 變形하고 觀測된(正確히 말해서 觀測된 流量에 依해 數値휠터에 依해 時時刻刻分離된) 成分流量時系列 $y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, \cdots$로부터 推定되는 有効成分降雨 $\hat{X}_{k-\text{lag}}$라고 表示하면 式(4.2)가 된다.

$$\hat{X}_{k-\text{lag}}=(y_k-a_1y_{k-1}-a_2y_{k-2}-\cdots-a_ny_{k-n})/\lambda b \qquad (4.2)$$

이 有効成分降雨 $x_{k-\text{lag}}$는 現時點 k時點보다 lag 만큼 앞의 것을 생각한다. 但 이 ARMA 모델에서는 impulse 入力에 對한 最大應答時間이 lag에 該當하여 實際上 lag는 零 或은 그것에 가까운 값이 된다.

그리고 現時點($t=k\Delta t$)보다 k_p스텝앞의 流量豫測値는 다음 式에 依해 求해진다.

$$y'_{k+kp}=a_1y'_{k+kp-1}+a_2y'_{k+kp-2}+\cdots+a_{kp}y_k+a_{kp-1}y_{k-1}+\cdots+\lambda bx'_{k+kp} \qquad (4.3)$$

여기서

y'_{k+kp} : 上式부터 豫測되는 流量($k_p>0$)

y_{k-i} : 實測流量($i=0,1,2,\cdots$)

x'_{k+kp} : 豫測成分降雨이다.

이 式에서 $(k+k_p)$ 스텝에 對한 洪水成分流量을 豫測하자면 $(k+k_p)$ 스텝에서의 降雨 x_{k+kp}를 豫測할 必要가 있다. 이에 對해서는 6에서 說明한다.

5. 應答函數모델에 依한 洪水豫測

降雨—流出系의 또 하나의 表現인 應答函數에 依한 重疊積分式((3.4)式)을 離散化하여 x와 y를 다른 單位, 例를 들어 降雨量 mm/hr, 流量을 m³/s로 表示하면

$$\begin{aligned} y_k&=\lambda(h_0x_k+h_1x_{k-1}+\cdots+h_mx_{k-m})\\ &=\lambda(h_0+h_1B+h_2B^2+\cdots)\ x_k=\lambda C(B)x_k \end{aligned} \qquad (5.1)$$

(5.1)式에서의 有効成分降雨 x_k는 k時刻에 나린 비가 아니고 實際로는 어떤 lag 앞의 有効成分降雨인 $x_{k-\text{lag}}$의 雨量을 表現하고 있다. 그러나 4節에서 記한 것처럼 實際上 lag는 零 또는 그것에 가까운 값이 된다.

式(4.2)에 依해 k時點까지의 降雨時系列이 逆算되면 $k+k_p$時點의 豫測流量 y'_{k+kp}는 應答函數表示式을 써서 다음 式부터 求해진다.

$$y'_{k+kp}=\lambda(h_0x'_{k+kp}+h_1x'_{k+kp}-1+\cdots+h_{kp}\hat{x}_k+h_{kp+1}\hat{x}_{k-1}+h_{kp+2}\hat{x}_{k-2}+\cdots) \qquad (5.2)$$

上式에서 y' 및 x'는 豫測量을 表示하고 $\hat{x}$는 式(4.2)에 依해 實測流量부터 逆算된 有効成分降雨를 나타낸다. 圖 2에 이 方法에 依한 洪水豫測 flow-chart를 나타냈다.

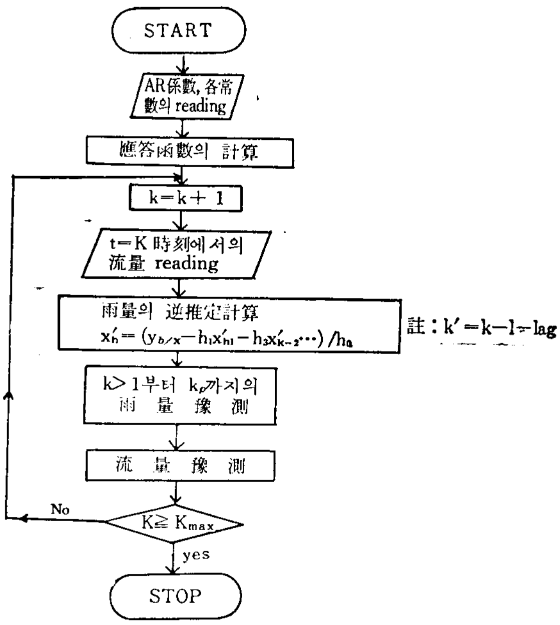


圖-2. Flow Chart

6. 逆推定降雨時系列부터의 降雨豫測

式(4.3)과 式(5.2)에 表示한 것과 같이 k時點부터 k_p스텝앞의 時點에서의 流出成分에 對한 洪水豫測을 하자면 逆推定成分降雨時系列부터 그것보다 앞時點($k-$lag 以後)의 降雨 x'_{k+kp}를 豫測하지 않으면 안 된다. 그래서 다음과 같은 方法으로 檢討하여 最終的으로 하나의 方法을 定하기로 하였다.

(1) 長・中期의 有效成分降雨는 地中으로의 浸

透過程에서의 平滑化作用 때문에 圓滑하게 時間變化를 하므로 $k \geq i$ 時點의 推定降雨를 다음의 2개의 外捕方法을 생각한다. 즉

單純外挿 : $x'_{k+1}=2\hat{x}_k'-\hat{x}_k'{}_{-1}$ (6.1)

普通外挿(Lagrange의 補間公式에서 $n=3$ 일 때) :

$$x'_{k+1}=\hat{x}_k'{}_{-2}-3\cdot\hat{x}k'_{-1}+3\cdot\hat{x}_k' \quad (6.2)$$

(2) 한편 未來의 降雨는 實際的으로는 豫測이 不可能하므로 모든 未來의 降雨는 zero로 한다.

(3) 平滑化된 降雨의 變化는 極히 緩漫하므로 現時點의 有效降雨成分과 같은 量을 假定한다.

그리하여 檢討結果 長·中期流出成分에 對해서는 (3)의 方法의 豫測이 有效降雨成分의 豫測値로서 妥當하였다. 이것은 降雨가 地中으로의 浸透過程에서 그 變化가 平滑化되기 때문이다.

7. 適用例

日本의 Kanna川(神流川) (流域面積 373.6 km^2)의 洪水記錄을 2個의 group로 나누워 한쪽을 training data로 하고 다른쪽을 checking data로 한다. training data의 各各에 對하여 流量成分分離를 하고 各各의 洪水데이터에 對해서의 AR係數를 同定한다. 이들의 平均値로서의 AR係數 및 그것을 變換한 應答函數가 얻어진다.

Kanna川의 No.14데이터(1959年 9月)에 對해서는 流出分離結果 2個의 成分 즉 長期와 短期流出成分으로 分離되고 長期流出成分에 對한 3時間 앞의 洪水豫測을 ARMA모델에 依한 降雨時系列의 逆算부터 行한 것이 圖-3인데 精度가 좋게 되어 있다.

한편 5의 應答函數모델에 依한 降雨時系列의 逆算부터의 Kanna川 No.14데이터의 短期流出成分時系列의 3時間앞의 洪水豫測이 圖-4이다. 어느 成分에 對한 것도 實測値와 豫測値사이에 좋은 一致가 보인다. 또한 本方法으로 豫測을 하는 경우 短期流出成分에 對해서는 成分降雨의 豫測이 반드시 精度가 높지않기 때문에 칼만·휠터(Kalman Filter)를 併用하는 것이 좋다. 이것에 對해서는 다른 機會에 記述하고저 한다.

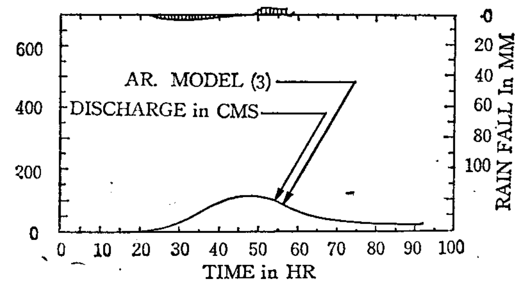


圖-3. 長期流出成分의 豫測結果

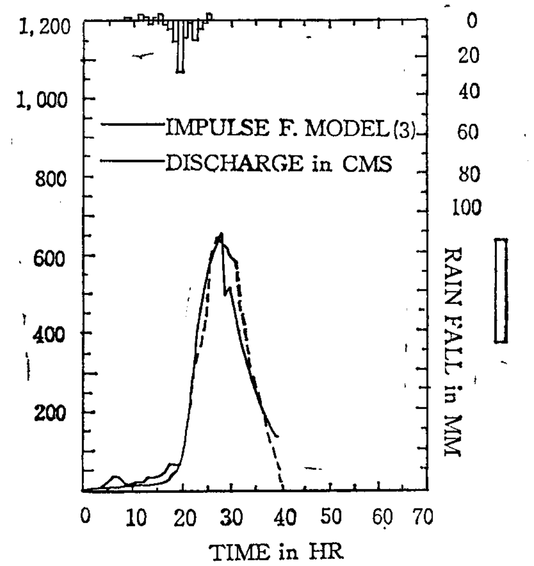


圖-4. 短期流出成分의 豫測結果
(칼만·휠터 併用)

參考文獻

1) 日野幹雄, 長谷部正彥 : 流量時系列만에 依한 降雨時系列, 流域의 特性 및 流出分離의 推定에 對하여, 日本 第23回 水理講演會論文集, 1979. 3月.

2) 日帝幹雄, 長谷部正彥 : 流量時系列만에 依한 流出解析에 對하여, 日本 土木學會論文報告集 第300號, 1980. 8月.

3) 吉川秀夫, 砂田憲吾·구엔·손·훈 : 洪水流量遞減曲線의 特性을 考慮한 流出모델에 關한 硏究, 日本學會論文報告集, 第283號, 1979.