

<論 文>

평판 자기결합 회전장치의 비선형 비틀림진동 전달특성

徐 相 駿* · 全 五 成* · 殷 熙 俊*

(1985년 11월 11일 접수)

Transmission Characteristics of Nonlinear Torsional Vibration of a Rotating System with Magnet Coupling

Sang Joon Suh, Oh Sung Jun and Hee Joon Eun

Key Words; Magnet Coupling(자기결합기), Torsional Vibration(비틀림 진동), Vibration Transmission(진동전달), Nonlinear Vibration(비선형진동)

Abstract

In direct contact power transmission from primary driver to a secondary follower system, one of the important problems is the vibration transmission. In some applications the reduction of vibration level at the follower as low as possible is utmost important. The magnetically coupled power transmission system is often used for this purpose.

In this paper, we report the results of a study on the nonlinear torsional vibration transmission characteristics of the rotating system with face-type magnet coupling. The equation of motion is solved analytically up to 3rd harmonics. The frictional force of the sliding bearing which is used to support the follower shaft is considered as the damping term. Numerical calculations are carried out by the Newton-Raphson method, and the calculated results are compared with the experiment for face-type magnet coupling.

The experimental result shows that the resonant frequency of the magnet coupling is very low and is in good agreement with the theoretical result when the average damping constant per unit area of the sliding bearing is $0.5 \text{ kg}\cdot\text{f}\cdot\text{sec}/\text{cm}^2$.

기 호 설 명

- A : 마찰면적 (m^2)
- C_D : 미끄럼 베어링의 단위 면적당 평균 감쇠상수 ($\text{kg}\cdot\text{f}\cdot\text{sec}/\text{cm}^2$)
- G : 회전축의 횡탄성 계수 ($\text{kg}\cdot\text{f}/\text{m}^2$)
- I_p : 회전축의 단면 극관성 모우멘트 (m^4)

- J_l : 회전축 우측 원판의 질량 극관성 모우멘트 ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)
- J_m : 회전축 좌측 원판의 질량 극관성 모우멘트 ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)
- l : 회전축의 길이 (m)
- r_{eff} : 회전축의 유효반경 (m)
- T_l : 피동축 우측 종단에 가해지는 부하 토크 ($\text{kg}\cdot\text{f}\cdot\text{m}$)

* 정회원, 한국표준연구소 음향연구소

- T_m : 자기결합기의 최대전달 토크(kg·f·m)
- t : 시간(sec)
- x : 회전축의 좌표(m)
- x_1, x_2 : 미끄럼 베어링의 위치좌표(m)
- θ : 회전축의 각 변위(rad)
- θ_m : $\phi_m - \phi_i = \phi_u - \theta |_{x=0} - \phi_i$ (rad)
- ϕ_u : 구동축의 가진진폭(rad)
- ϕ_i : 부하 토크에 의해 발생하는 부하각(rad)
- ϕ_m : 두 자기결합판 사이의 상대각(rad)
- ρ : 회전축의 밀도(kg/m³)

1. 서 론

회전동력을 전달하는 과정에서 구동축의 진동을 효과적으로 차단하기 위해서는 구동축과 피동축이 기계적으로 분리되는 것이 바람직하다. 실제로 많은 정밀기계에서는 이러한 진동전달을 극소화해야 할 필요가 있다. 진동전달을 극소화하기 위한 비접촉형 동력 전달장치중의 하나가 자기결합기이다. 자기결합기는 구동축과 피동축의 회전중심을 일치시키고 두 축이 이웃하는 면에 영구자석을 설치하여 접촉없이 회전력이 전달되도록 하는 장치이다.

자기결합기는 전기적 및 자기적 특성에 따라 와전류(eddy current), 자기이력(hysteresis), 동기상(synchronous) 자기결합기의 세가지로 분류된다^{1,2)}. 동기상 자기결합기는 형태에 따라 동축 자기결합기(coaxial magnet coupling)와 평판 자기결합기(face-type magnet coupling)로 구분되는데 본 논문에서는 평판 자기결합기의 비선형 비틀림진동 전달특성에 대해 고찰하였다.

자기결합기와 관련하여 小島宏行등³⁾이 동축 자기결합기에 대해 비선형 비틀림진동 특성을 이론적으로 고찰한 바 있다. 이들은 운동방정식의 일반해에 1/2차 및 1/3차 저조파항을 포함시켜 수치해를 구하였으며 와전류에 의한 토크의 감쇠를 뱀핑함으로 고려하였다. 그밖에 Weinmann 등⁴⁾이 자기결합기의 전달 토크에 대해 연구 보고한 바 있다.

본 연구에서는 베어링과 같은 기계 회전부품의 정밀진동분석을 위한 구동장치로서 평판 자기결합기를 갖는 회전장치를 제작하였다. 이 회전장치의 진동특성을 고찰하기 위해 Weinmann 등의 연구결과에 따라 자기결합기의 전달 토크가 그대로 피동축에 전달됨을 이용하여 이론전계를 하였으며 이 결과를 실험치와 비교하였다.

자기결합 회전장치중 피동축에서의 진동발생원을 최소화하기 위해 피동축을 지지하는데 미끄럼 베어링을 사용하였다. 미끄럼 베어링의 마찰력은 일반적으로 무시할 수 없기 때문에 小島宏行등과는 달리 미끄럼 베어링의 마찰에 의한 전달 토크의 손실을 뱀핑함으로 고려하여 이론을 전개하였다.

또한 자기결합 회전장치의 비선형 특성을 고찰하기 위해 2차 및 3차 고조파항을 일반해에 포함시켜 이론전계를 하여 구동축의 가진진폭, 부하 토크 및 뱀핑 변화에 따른 회전축계의 비선형 비틀림진동 전달특성을 수치적으로 해석하였으며 실험결과와 비교하였다

2. 자기결합기의 제작

본 연구에 사용된 자기결합 회전장치의 도면은 Fig. 1에서 보는 바와 같다. 자기결합기는 반경 60mm, 두께 10mm의 비자성 재질인 황동 원판에 8개의 영구자석을 N극과 S극을 교대로 배열시켜 제작하였다. 영구자석은 화이트 자석을 사용하였으며, hysteresis graph system을 사용하여 측정한 영구자석의 자기적 특성이 Table 1에 주어져 있다. 한편 자기결합기에서 마주보는 자석간의 인력에 의해 축방향 부하가 가해지는 것을 방지하기 위해 피동축 우측 종단과 하우징에 환형자석의 극을 마주보게 설치하여 척력을 이용해 상쇄 시키도록 하였다. 구동축은 직류 모우터를 사용하여 전압조절에 의해 회전수를 조절할 수 있도록 하였다. Fig. 2는 이와같이 제작된 자기결합 회전장치를 보여

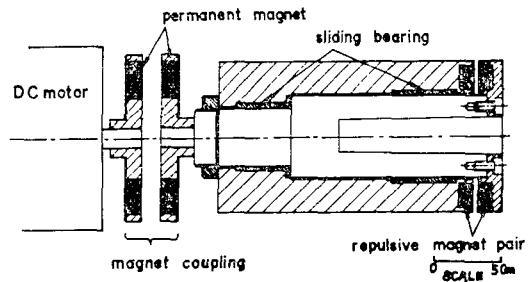


Fig. 1 Rotating shaft system with magnet coupling

Table 1 Properties of the permanent magnet

Parameter	Value
Residual induction, B_r	0.804T
Coercivity, H_c	2.813kA/m
Energy product, $(BH)_{max}$	18.862kJ/m ³

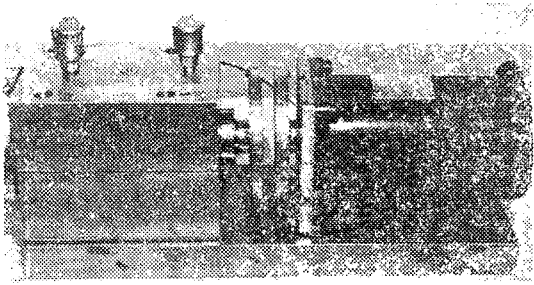


Fig. 2 Photography of rotating shaft system with magnet coupling

준다.

본 연구에서는 자기결합판 사이의 거리를 15mm로 하였으며 이때 측정된 최대 전달 토크는 0.1287kg·f·m이다.

3. 자기결합 회전장치의 수학적 모델

Fig. 3은 본 연구에서 사용한 자기결합 회전장치의 이론적 분석을 위해 가정한 모델이다. 이 모델에서는 문제를 간단하게 하기 위해 Fig. 1에서 보는 것과는 달리 회전축의 반경을 균일한 것으로 가정하였다. 이때 회전축의 반경은 질량 극관성 모우멘트가 동일한 값을 갖도록 유효반경을 계산하여 대치하였다.

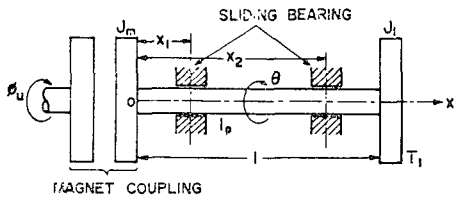


Fig. 3 Simplified model of the rotating shaft system with magnet coupling

Fig. 3에서 보는 바와 같이 모우터측 자기결합판의 가진변위를 ϕ_u , 회전축의 각 변위를 θ 라고 하면 자기결합판 사이의 상대각 ϕ_m 은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_m = \phi_u - \theta |_{x=0} \quad (1)$$

또한 자기결합기의 최대 전달 토크를 T_m 이라고 하면 자기결합판 사이의 상대각 ϕ_m 에 따른 전달 토크 $T(\phi_m)$ 은 Weinmann 등에 의해 다음과 같이 주어진다⁽⁴⁾.

$$T(\phi_m) = T_m \sin \phi_m \quad (2)$$

한편 회전축의 운동방정식은 회전강성으로 표시되는

토크와 회전관성을 고려하여 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (3)$$

여기서 G 와 ρ 는 각각 회전축의 횡탄성계수와 밀도이다.

식(3)의 일반해로부터 특정해를 구하기 해서는 계에 적절한 경계조건을 구하여 이에 대입하면 된다. 본 연구에 사용된 자기결합 회전장치에 적용되는 경계조건은 다음과 같다.

자기결합판 사이에 전도체로 이루어진 격벽이 없다고 하고, 두 결합판 사이의 상대각의 변화가 크지 않다면 자기결합기에서 발생하는 와전류에 의한 전달 토크의 감소를 무시할 수 있다. 이 경우 피동축의 우측 종단 원판에 가해지는 부하 토크를 T_1 이라고 하면 이제에 적용되는 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} = J_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - T_m \sin \phi_m \text{ at } x=0 \quad (4)$$

$$GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} = -J_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - T_1 \text{ at } x=l \quad (5)$$

여기서 I_p 는 회전축의 단면 극관성 모우멘트, J_m 과 J_1 은 각각 자기결합기 우측 원판과 피동축 우측 원판의 질량 극관성 모우멘트, l 은 회전축의 길이이다.

식(4)에 ϕ_m 과 부하각 ϕ_1 의 상대각 θ_m , 즉 $\theta_m = \phi_m - \phi_1$ 을 대입하여 ϕ_1 을 중심으로 Taylor 전개를 하여 3차항 까지만 취하면 다음과 같이 표현된다.

$$GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} = J_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \left\{ T_m \sin \phi_1 + T_m \cos \phi_1 \left(\theta_m - \frac{\theta_m^2}{2} \tan \phi_1 - \frac{\theta_m^3}{6} \right) \right\} \quad (6)$$

회전축 지지장치에 의한 진동을 최소화시키기 위해 본 연구에서는 Fig. 3에서와 같이 미끄럼 베어링을 사용하였다. 일반적으로 미끄럼 베어링은 사용되는 윤활유의 팽핑 때문에 진동발생이 억제된다고 알려져 있다. 그러나 이와같은 베어링 내부 팽핑은 마찰에 의한 토크의 손실을 초래하게 된다. 본 연구에서는 두 미끄럼 베어링의 마찰에 의한 토크의 손실을 팽핑으로 고려하여 식(6)의 경계조건에서 $T_m \sin \phi_1$ 을 다음과 같이 변형하였다.

$$T_m \sin \phi_1 = T_1 + r_{eff}^2 C_D A \left\{ \frac{l-x_1}{l} \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{x=0} + \frac{x_1}{l} \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{x=l} \right\} + r_{eff}^2 C_D A \left\{ \frac{l-x_2}{l} \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{x=0} + \frac{x_2}{l} \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{x=l} \right\} \quad (7)$$

여기서 C_D 는 미끄럼 베어링의 단위 면적당 평균 감쇠상수, A 는 마찰면적, r_{eff} 는 회전축의 유효반경, x_1 과

x_2 는 미끄럼 베어링의 위치를 나타낸다. 이 식은 회전축과 미끄럼 베어링 사이에서의 마찰력은 상대속도에 비례한다고 가정하여 각 베어링 위치에서의 상대속도와 마찰계수를 곱하여 마찰력을 구하였으며, 마찰력에 유효반경 r_{eff} 를 곱하여 토크의 손실항으로 표시한 것이다.

4. 운동방정식의 해

식 (3) 으로 주어지는 운동방정식의 일반해를 고조파항을 포함시켜 표현하면 다음과 같이 주어진다.

$$\theta = \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\xi_n \cos n\omega t + \bar{\xi}_n \sin n\omega t) \quad (8)$$

이 식을 식 (3) 에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi_0 &= A_0 + A_1 x \\ \xi_n &= B_{1n} \cos n\lambda x + B_{2n} \sin n\lambda x \\ \bar{\xi}_n &= \bar{B}_{1n} \cos n\lambda x + \bar{B}_{2n} \sin n\lambda x \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\lambda = \omega \sqrt{\rho/G}$ 이며, 식 (8) 과 (9) 를 식 (5) 에 대입하면 미정계수들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} A_0 &= F_0 + T_1 l / GI_p, \quad A_1 = -T_1 / GI_p \\ B_{1n} &= H_{1n} F_n, \quad B_{2n} = H_{2n} F_n, \quad \bar{B}_{1n} = H_{1n} \bar{F}_n, \\ \bar{B}_{2n} &= H_{2n} \bar{F}_n \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} H_{1n} &= \cos n\lambda l - n\lambda \chi_1 l \sin n\lambda l \\ H_{2n} &= \sin n\lambda l + n\lambda \chi_1 l \cos n\lambda l \\ F_0 &= \xi_0|_{x=0}, \quad F_n = \xi_n|_{x=l}, \quad \bar{F}_n = \bar{\xi}_n|_{x=l} \\ \chi_1 &= J_1 / J_s, \quad J_s = \rho l I_p \end{aligned} \quad (11)$$

이며 J_s 는 회전축의 질량 극관성 모멘트이다.

식 (6) 에 주어지는 θ_n 은 $\phi_n - \theta|_{x=0} - \phi_1$ 로 정의되기 때문에 삼각함수의 합으로 표현할 수 있으며 θ_n 의 고차항 역시 삼각함수의 조합으로 표현이 가능하기 때문에 θ_n 과 θ_n 의 고차항을 각각 다음과 같이 표현하자.

$$\theta_n = \phi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\psi_n \cos n\omega t + \bar{\psi}_n \sin n\omega t) \quad (12)$$

$$\frac{1}{2} \theta_n^2 \tan \phi_1 + \frac{1}{6} \theta_n^3 = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (h_n \cos n\omega t + \bar{h}_n \sin n\omega t)$$

식 (7) ~ (12) 를 식 (6) 에 대입하면 다음과 같은 비선형 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} W_0 - g_0 &= 0 \\ \{\chi_n n^2 H_{1n} (\lambda l)^2 + n\lambda l H_{2n} - \chi H_{1n} \cos \phi_1\} W_n \\ &+ \{D_1 n \omega H_{1n} + D_2 n \omega (H_{1n} \cos n\lambda l + H_{2n} \sin n\lambda l)\} \bar{W}_n \\ &+ \chi H_{1n} g_n \cos \phi_1 = \{\chi_n n^2 H_{1n} (\lambda l)^2 + n\lambda l H_{2n}\} \delta_{1n} \quad (13) \\ \{D_1 n \omega H_{1n} + D_2 n \omega (H_{1n} \cos n\lambda l + H_{2n} \sin n\lambda l)\} W_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \{\chi_n n^2 H_{1n} (\lambda l)^2 + n\lambda l H_{2n} - \chi H_{1n} \cos \phi_1\} W_n \\ &- \chi H_{1n} \bar{g}_n \cos \phi_1 \end{aligned}$$

$$= \{D_1 n \omega H_{1n} + D_2 n \omega (H_{1n} \cos n\lambda l + H_{2n} \sin n\lambda l)\} \delta_{1n}$$

여기서

$$W_0 = \psi_0 / \phi_u, \quad W_n = \psi_n / \phi_u, \quad \bar{W}_n = \bar{\psi}_n / \phi_u$$

$$g_0 = h_0 / \phi_u, \quad g_n = h_n / \phi_u, \quad \bar{g}_n = \bar{h}_n / \phi_u$$

$$\chi_n = J_n / J_s, \quad \chi = T_n / k_s, \quad k_s = GI_p / l$$

$$D_1 = r_{eff}^2 C_D A \frac{2l - x_1 - x_2}{GI_p}, \quad D_2 = r_{eff}^2 C_D A \frac{x_1 + x_2}{GI_p}$$

이며 δ_{1n} 은 Kronecker delta 이다. 한편 g_0 , g_n , \bar{g}_n 는 비선형성으로 인한 변수로서 3차 비선형성 까지만 고려하기 위해 식 (12) 에서 3차 고조파항 까지만 취한 결과가 부록에 W_0 , W_n , \bar{W}_n 의 함수로 주어져 있다. 부록에 주어진 수식중 ϵ_2 와 ϵ_3 는 각각 2차 및 3차 비선형계수이다.

피동축 우측 원판 ($x=l$) 에서의 진동진폭 (F_n) 을 가진 진폭 ϕ_u 의 비로써 나타내기 위해 각 성분별 진동에 대한 진동배율을 다음과 같이 정의하자.

$$M_n = F_n / \phi_u = (\delta_{1n} - W_n) / H_{1n}$$

$$\bar{M}_n = \bar{F}_n / \phi_u = -\bar{W}_n / H_{1n} \quad (15)$$

이들 표현을 이용하여 3차 고조파항까지 고려한 전체 진동배율은 다음과 같이 주어진다.

$$M = \left[\sum_{n=1}^3 (M_n^2 + \bar{M}_n^2) \right]^{1/2} \quad (16)$$

이것은 자기결합 회전축계의 진동진폭 전달율로서, 식 (13) 으로부터 이들 값을 Newton-Raphson 방법을 이용하여 수치해석적으로 구함으로써 이 계의 비틀림진동 전달특성을 알 수 있다.

5. 수치해석 및 실험

5.1 선형 동특성

간단한 경우로 회전축계의 비선형성이 무시되는 경우의 진동전달특성에 대해 고찰해 보도록 하자. 만약 식 (13) 에서 고조파항을 무시하면 W_1 과 \bar{W}_1 를 구할 수 있으며 이들 식으로부터 진동배율 M_1 은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} M_1 &= (M_1^2 + \bar{M}_1^2)^{1/2} \\ &= \frac{1}{H_{11}} \frac{S_3}{[(S_1 - S_3)^2 + S_2^2]^{1/2}} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 S_1 , S_2 , S_3 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$S_1 = \chi_n H_{11} (\lambda l)^2 + \lambda l H_{21}$$

$$S_2 = D_1 \omega H_{11} + D_2 \omega (H_{11} \cos \lambda l + H_{21} \sin \lambda l) \quad (18)$$

$$S_3 = \chi H_{11} \cos \phi_1$$

Table 2 Numerical values of the rotating system parameters

Parameter	Value
ρ	$8.28 \times 10^3 \text{kg/m}^3$
T_m	$0.1287 \text{kg}\cdot\text{f}\cdot\text{m}$
r_{eff}	0.0231m
G	$8.08 \times 10^9 \text{kg}\cdot\text{f}/\text{m}^2$
k_s	$1.936 \times 10^8 \text{kg}\cdot\text{f}\cdot\text{m}$
χ_m	2.184
χ_i	2.621
χ	6.649×10^{-6}

본 연구에 사용한 자기결합 회전장치의 수치해석에 필요한 계수들이 Table 2에 주어져 있다. 이들 계수들을 대입하여 수치해석적으로 구한 선형 진폭배율은

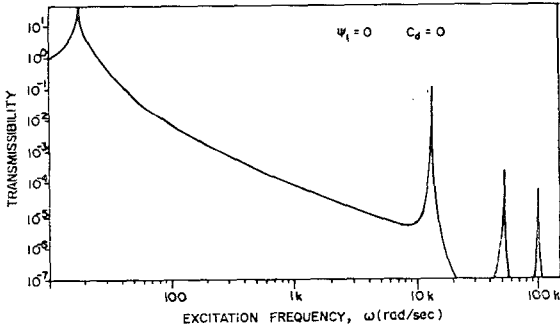


Fig. 4 Torsional vibration transmission characteristics of rotating shaft system with magnet coupling

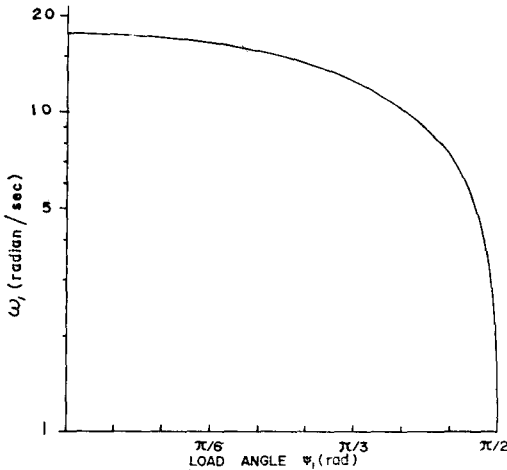


Fig. 5 Resonant frequency variation with load angle ψ_1

Fig. 4에서 보는 바와 같다. Fig. 4는 부하각이 0이고 댐핑이 없는 경우의 선형 진폭배율을 보여준다. Fig. 4에 나타난 4개의 peak 중 첫번째 peak는 양쪽 자기결합판에 있는 영구자석간의 인력 및 척력에 의해 결합판 사이에서 발생하는 유효 탄성계에 의한 고유진동수로서, 자기결합기의 진동전달특성을 결정하는 일차적인 요소이다. 한편 고주파의 peak들은 원판과 회전축으로 구성된 회전축계의 고유진동수를 나타낸다. 이들은 자기결합기 진동특성의 이차적인 역할만을 하기 때문에 본 연구에서는 고려하지 않기로 한다.

자기결합기의 일차 고유진동수 ω_1 은 부하 토크에 의한 부하각 ψ_1 에 따라 변하는데 Fig. 5에서 보듯이 부하각이 0일때 고유진동수는 최대값을 가지며 $\pi/2$ 근처에서 급격히 감소한다. 본 연구에 사용된 자기결합기의 경우, 부하각이 0일때 고유진동수는 17.7rad/sec, 즉 2.8Hz로서 매우 낮은 고유진동수를 갖고 있다. 이것은 일반적으로 자기결합기가 갖는 진동특성으로서, 자기결합기를 이용한 회전장치는 비접촉 회전력 전달의 장점 외에도 회전계의 고유진동수를 낮출 수 있는 장점이 있다.

5.2 비선형 동특성 및 실험

수치해 및 실험결과에 대해 언급하기 전에 2차 및 3차 비선형계수인 ϵ_2 와 ϵ_3 의 특성에 대해 고찰해 보도록 하자. 2차 및 3차 비선형계수의 표현은 부록에 주어져 있다.

Fig. 6은 일정한 가진진폭 하에서 부하 각 ψ_1 에 따른 2차 및 3차 비선형계수의 변화를 보여준다. 이

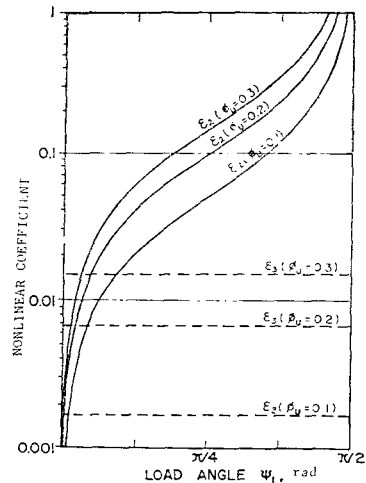


Fig. 6 2nd and 3rd nonlinear coefficients as a function of the load angle ψ_1

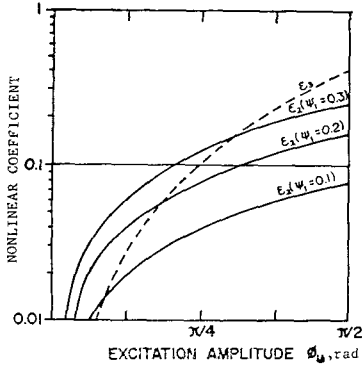


Fig. 7 2nd and 3rd nonlinear coefficients as a function of excitation amplitude, ϕ_u

그림에서 보듯이 2차 비선형계수는 부하각이 증가함에 따라 급격히 증가하는 반면에 3차 비선형계수는 부하각에 무관하다.

Fig. 7은 일정한 부하각이 존재할 때 가진진폭 ϕ_u 에 따른 2차 및 3차 비선형계수의 변화를 보여준다. 이 그림에서 보듯이 2차 및 3차 비선형계수는 가진진폭이 증가함에 따라 동시에 증가하고 있다. 또한 Fig. 6과 Fig. 7 및 부록에 주어진 수식에서 알 수 있듯이 2차 비선형계수는 부하각이 없는 경우에는 존

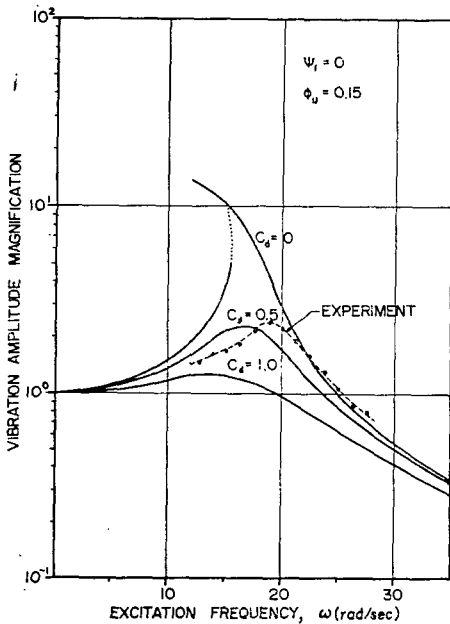


Fig. 8 Nonlinear torsional vibration transmission curves; theory and experiment

재하지 않으나 3차 비선형계수는 가진을 하는 한 항상 존재한다.

Fig. 8은 부하각이 0이고 가진진폭이 0.15rad인 경우의 비선형 진폭배율 M 과 실험결과를 보여준다.

진폭배율 측정실험은 다음과 같이 수행하였다. 진폭배율은 식 (15)에서와 같이 피동측 우측 원판에서의 진폭과 가진진폭의 비로써 정의하였다. 따라서 이들 위치에서의 진폭을 측정하기 위해 Fig. 9에서와 같이 각 위치의 원판 원주상에 가속도계를 부착하였다. 가속도계는 진동 가속도를 측정하나 직접 변위 진폭을 읽기 위해 가속도계의 출력신호를 가속도-변위변환기를 통과시킨 후 주파수 분석기를 사용하여 진동의 주파수와 진폭을 결정하였다. 한편 단일 주파수를 갖는 진동을 가하기 위해 정현파 신호발생기에서 출력된 신호를 증폭기를 거쳐 직류 모우터에 가했다. 일정한 진동진폭을 주기 위해서는 모우터측 원판에 부착된 가속도계로부터 읽은 진폭이 일정한 값이 되도록 정현파 신호발생기의 출력전압을 조절한다. 이와같이 일정한 간격의 주파수에 대해 진동폭을 측정하여 비를 구함으로써 주파수에 따른 진폭배율을 결정할 수 있다. 가진진폭이 0.15rad인 경우 실험에 의해 구한 진폭배율 곡선이 Fig. 8에 점선으로 표시되어 있다. 여기에서 보듯이 미끄럼 베어링의 단위 면적당 평균 감쇠상수 C_d 가 0.5 kg·f·sec/cm² 일때 수치해의 결과와 실험결과가 잘 일치하고 있어 본 연구에서 제작 사용한 자기결합 회전장치에서 미끄럼 베어링의 단위 면적당 평균 감쇠상수는 0.5kg·f·sec/cm² 정도임을 의미하고 있다.

또한 Fig. 8에서 수치해석으로 구한 곡선중 멍멍이 없는 경우, 비선형 진폭배율곡선은 상대진폭이 증가함에 따라 탄성계수가 감소하는 비선형계의 진동특성을 보이고 있다. 이것은 자기결합기의 자력특성에 의한 것으로서, 상대진폭이 증가함에 따라 자기결합판 양쪽에 마주보는 자석간의 거리가 멀어지기 때문에 자력의 약화가 일어나 자력에 의한 유효탄성계수가 감소하는 것으로서 설명할 수 있다.

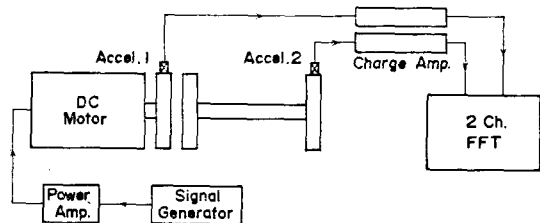


Fig. 9 Schematic diagram of experimental set-up

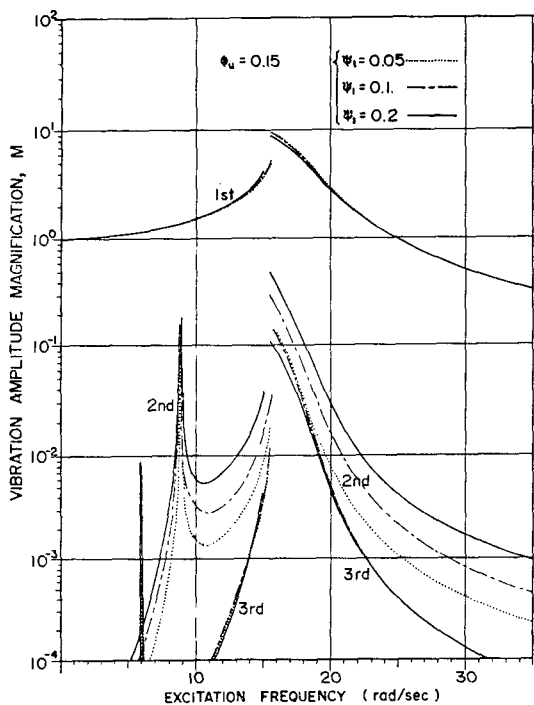


Fig. 10 Nonlinear torsional vibration transmission curves for various values of the load angle, ϕ_u

Fig. 10과 Fig. 11은 뎀핑을 무시한 경우 자기결합기의 고유진동수 부근에서 가진 주파수에 따른 각 고주파 성분별 진폭배율의 수치해석 결과를 보여주고 있다. Fig. 10은 가진진폭을 0.15rad으로 고정시킨 상태에서 부하각을 변화시킨 경우의 진폭배율특성을 보여준다. 이 그림에서 보듯이 비록 그 크기는 작지만 2차 및 3차 고조파 성분이 발생됨을 알 수 있다. 특히 2차 고조파 성분은 부하각이 커짐에 따라 증가하고 있는 것을 보이는데 이는 2차 비선형계수가 Fig. 6에서 보듯이 부하각이 커짐에 따라 증가하기 때문이다. Fig. 11은 부하각을 0.1rad으로 고정시킨 후 가진 진폭을 변화시킨 경우의 진폭배율특성을 보여준다. 여기에서는 2차 및 3차 고조파 성분이 가진진폭이 증가함에 따라 커지는 것을 볼 수 있는데 이 역시 Fig. 7에서 보듯이 비선형계수들이 가진진폭이 증가함에 따라 동시에 증가하고 있기 때문이다.

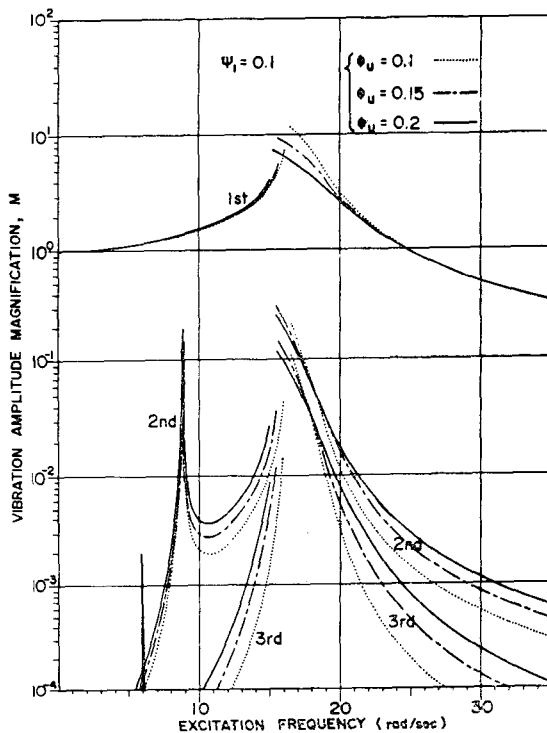


Fig. 11 Nonlinear torsional vibration transmission curves for various values of the excitation amplitude, ψ_1

6. 결 론

본 논문에서는 자기결합 회전축계의 비틀림진동 전달특성을 이론적으로 고찰하였으며 평판 자기결합 회전장치를 제작하여 이 계의 진폭배율특성을 실험적으로 측정하였다. 이론적 해석에서는 특히 자기결합기에 의해 전달된 토오크가 미끄럼 베어링의 마찰에 의해 감소되는 현상을 뎀핑함으로 고려하였다. 그 결과 미끄럼베어링의 단위 면적당 평균 감쇠상수 C_D 가 $0.5 \text{ kg} \cdot \text{f} \cdot \text{sec} / \text{cm}^2$ 인 경우 수치해의 결과와 실험 결과가 잘 일치하여 이론적 분석이 타당함을 확인하였다. 자기결합기 고유진동수의 실험치와 이론치 사이에 약간의 차이가 나는 것은 실제 장치에서의 회전축은 Fig. 1에서와 같이 위치에 따라 단면적이 다른데, 이를 단순화하여 동일한 단면적을 갖도록 모델링함으로써 미끄럼 베어링에 의한 마찰력이 두 경우에 다르게 고려되기 때문인 것으로 판단된다. 그러나 일반적인 자기결합기의 진동전달특성, 즉 고유진동수를 낮출 수 있다는 것을

실험적으로 확인하였다. 자기결합기의 고유진동수는 부하각이 증가함에 따라 감소하며, 진폭배율특성에 있어서는 뎀핑이 없는 경우 상대진폭이 증가함에 따라 탄성계수가 감소하는 비선형계의 진동특성을 나타낸다.

한편 2차 및 3차 고조파항은 본 연구에 사용된 회전축계의 경우, 그 크기가 작기는 하나 가진진폭이 증가함에 따라 커지며, 특히 2차 고조파항은 부하각에 따라 크게 변하는 것을 수치해석적으로 확인하였다. 또한 2차 비선형항은 부하각이 없는 경우에는 존재하지 않으며 3차 비선형항은 가진을 하는 한 항상 존재하는 것을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) R.J. Parker and R.J. Studders, "Permanent Magnets and Their Applications", John Wiley & Sons Inc., New York, 1962
- (2) C.J. Fellows, "Permanent Magnet Couplings", Chartered Meth. Eng., 26-6, pp.79~84, 1979
- (3) 小島宏行, 長屋幸助, "磁氣繼手を有する回轉軸系の非線形ねじり振動", 日本機械學會論文集(C編), 第49卷, 第446號, pp.1824~1830, 1983
- (4) D.Weinmann, H.J. Wiesmann, and K. Bachmann "Application of Rare Earth Magnets to Coaxial Couplings", Paper VI-1 at the Third International Workshop on Rare Earth Cobalt Permanent Magnets and Their Applications; University of California, San Diego, June 27~30, pp.325~347, 1978

부 록

본문의 식 (13)에서 비선형성으로 인한 변수 g_0 , g_n , \bar{g}_n 는 $n=3$ 인 경우 각각 다음과 같이 주어진다.

$$g_0 = \varepsilon_2 \left[W_0^2 + \frac{1}{2} (W_1^2 + W_2^2 + W_3^2 + \bar{W}_1^2 + \bar{W}_2^2 + \bar{W}_3^2) \right] \\ + \varepsilon_3 \left[W_0^3 + \frac{3}{2} W_0 (W_1^2 + W_2^2 + W_3^2 + \bar{W}_1^2 + \bar{W}_2^2 + \bar{W}_3^2) + \frac{3}{2} \{ (W_1 W_2 - \bar{W}_1 \bar{W}_2) \bar{W}_3 + (W_1 \bar{W}_2 + W_2 \bar{W}_1) \bar{W}_3 \} + \frac{3}{4} \{ 2 W_1 \bar{W}_1 \bar{W}_2 \right.$$

$$\left. + (W_1^2 - \bar{W}_1^2) W_3 \right] \\ g_1 = \varepsilon_2 [2 W_0 W_1 + W_1 W_2 + W_2 W_3 + \bar{W}_1 \bar{W}_2 + \bar{W}_2 \bar{W}_3] \\ + \varepsilon_3 [3 W_0^2 W_1 + 3 W_0 (W_1 W_2 + W_2 W_3 + \bar{W}_1 \bar{W}_2 + \bar{W}_2 \bar{W}_3) + \frac{3}{4} \{ (W_1^2 + \bar{W}_1^2) + 2(W_2^2 + \bar{W}_2^2) + 2(W_3^2 + \bar{W}_3^2) \} W_1 + \frac{3}{2} (W_1 \bar{W}_1 + W_2 \bar{W}_2) W_3 + \frac{3}{4} (W_1^2 + W_2^2 - \bar{W}_1^2 - \bar{W}_2^2) W_3]$$

$$g_2 = \varepsilon_2 [2 W_0 W_2 + \frac{1}{2} (W_1^2 - \bar{W}_1^2) + \bar{W}_1 \bar{W}_3 + \bar{W}_1 \bar{W}_3] \\ + \varepsilon_3 [3 W_0^2 W_2 + \frac{3}{2} W_0 (W_1^2 - \bar{W}_1^2) + 3 W_0 (W_1 W_3 + \bar{W}_1 \bar{W}_3) + \frac{3}{4} \{ 2(W_1^2 + \bar{W}_1^2) + (W_2^2 + \bar{W}_2^2) + 2(W_3^2 + \bar{W}_3^2) \} W_2 + \frac{3}{2} \{ (W_1 \bar{W}_2 - \bar{W}_1 W_2) \bar{W}_3 + (W_1 W_2 + \bar{W}_1 \bar{W}_2) W_3 \}]$$

$$g_3 = \varepsilon_2 [2 W_0 W_3 + W_1 W_2 - \bar{W}_1 \bar{W}_2] \\ + \varepsilon_3 [3 W_0^2 W_3 + 3 W_0 (W_1 W_2 - \bar{W}_1 \bar{W}_2) + \frac{3}{4} \{ 2(W_1^2 + \bar{W}_1^2) + 2(W_2^2 + \bar{W}_2^2) + (W_3^2 + \bar{W}_3^2) \} W_3 + \frac{3}{4} W_1 (W_1^2 + W_2^2 - \bar{W}_1^2 - \bar{W}_2^2) - \frac{1}{2} W_1^3 + \frac{3}{2} W_2 \bar{W}_1 \bar{W}_2]$$

$$\bar{g}_1 = \varepsilon_2 [2 W_0 \bar{W}_1 + W_1 \bar{W}_2 - W_2 \bar{W}_1 + W_2 \bar{W}_3 - W_3 \bar{W}_2] \\ + \varepsilon_3 [3 W_0^2 \bar{W}_1 + 3 W_0 (W_1 \bar{W}_2 - W_2 \bar{W}_1 + W_2 \bar{W}_3 - W_3 \bar{W}_2) + \frac{3}{4} \{ (W_1^2 + \bar{W}_1^2) + 2(W_2^2 + \bar{W}_2^2) + 2(W_3^2 + \bar{W}_3^2) \} \bar{W}_1 - \frac{3}{2} (W_1 \bar{W}_1 - W_2 \bar{W}_2) W_3 + \frac{3}{4} (W_1^2 - W_2^2 - \bar{W}_1^2 + \bar{W}_2^2) \bar{W}_3]$$

$$\bar{g}_2 = \varepsilon_2 [2 W_0 \bar{W}_2 + W_1 \bar{W}_3 + W_1 \bar{W}_3 - W_3 \bar{W}_1] \\ + \varepsilon_3 [3 W_0^2 \bar{W}_2 + 3 W_0 (W_1 \bar{W}_1 + W_1 \bar{W}_3 - W_3 \bar{W}_1) + \frac{3}{4} \{ 2(W_1^2 + \bar{W}_1^2) + (W_2^2 + \bar{W}_2^2) + 2(W_3^2 + \bar{W}_3^2) \} \times \bar{W}_2 + \frac{3}{2} \{ (W_2 \bar{W}_1 - W_1 \bar{W}_2) W_3 + (W_1 W_2 + \bar{W}_1 \bar{W}_2) \bar{W}_3 \}]$$

$$\bar{g}_3 = \varepsilon_2 [2 W_0 \bar{W}_3 + W_1 \bar{W}_2 + W_2 \bar{W}_1] \\ + \varepsilon_3 [3 W_0^2 \bar{W}_3 + 3 W_0 (W_1 \bar{W}_2 + W_2 \bar{W}_1) + \frac{3}{4} \{ 2(W_1^2 + \bar{W}_1^2) + 2(W_2^2 + \bar{W}_2^2) + (W_3^2 + \bar{W}_3^2) \} \bar{W}_3 + \frac{3}{4} (W_1^2 - W_2^2 - \bar{W}_1^2 + \bar{W}_2^2) + \frac{1}{2} \bar{W}_1^3 + \frac{3}{2} W_1 W_2 \bar{W}_2]$$

여기서 $\varepsilon_2 = \frac{1}{2} \phi_u \tan \phi_i$, $\varepsilon_3 = \frac{1}{6} \phi_u^3$ 은 각각 2차 및 3차 비선형계수이다.