

<論 文>

엔진 마운트용 고무의 동역학적 모델링

박석태\* · 정경렬\* · 이종원\* · 김광준\*\*

(1986년 5월 8일 접수)

Dynamic Modeling of Rubber Elements in an Engine Mount System

Seok-Tae Park, Kyung-Ryul Chung, Chong-Won Lee and Kwang-Joon Kim

Key Words; Three DOF Model(3 자유도 모델), Rubber Mount(고무 마운트), Complex Stiffness(복소수 강성계수), Analytical Modal Analysis(이론적 모우드 해석), Experimental Modal Analysis(실험적 모우드 해석)

Abstract

In the present work a three degree of freedom modeling of a cylindrical rubber element is studied and its applications to an engine mount system are discussed using a simple test structure. The three degree of freedom model for the rubber mount is composed of three mutually orthogonal springs and dampers jointed at the elastic center of the mount.

The test structure is designed and manufactured so simple that its mass center and moment of inertia are accurately and easily obtained. The dynamic properties of each rubber mount, i.e., complex stiffnesses, are experimentally identified using hydraulic exciter and are used to predict the modal parameters of the test structure mount system by analytical modal analysis.

The predicted modal parameters of the system agree well with those estimated by experimental modal analysis. Hence the three DOF model of the rubber mount is proposed for the practical design of an engine mount system.

기 호 설 명

- $A$  : 원통형 고무시험편의 단면적
- $a', a''$  : (응력/변형률)의 푸리에변환식에서 분모의 실수부와 허수부
- $b', b''$  : (응력/변형률)의 푸리에변환식에서 분자의 실수부와 허수부
- $[C]$  : 시험구조물계의 감쇠행렬 ( $6 \times 6$ )
- $d$  : 원통형 고무시험편의 지름
- $E^*$  : 복소압축 탄성계수 ( $E^* = E_1 + jE_2$ )
- $E_1$  : 복소압축 탄성계수의 실수부 또는 저장압축 탄

- 성계수
- $E_2$  : 복소압축 탄성계수의 허수부 또는 손실압축 탄성계수
- $G^*$  : 복소전단 탄성계수 ( $G^* = G_1 + j G_2$ )
- $G_1$  : 복소전단 탄성계수의 실수부 또는 저장전단 탄성계수
- $G_2$  : 복소전단 탄성계수의 허수부 또는 손실전단 탄성계수
- $[K]$  : 시험구조물계의 강성행렬 ( $6 \times 6$ )
- $k^*$  : 복소 강성계수 또는 복소 스프링정수 ( $= k_1 + jk_2$ )
- $k_1$  : 복소 강성계수의 실수부 또는 저장 스프링정수
- $k_2$  : 복소 강성계수의 허수부 또는 손실 스프링정수

\* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

\* 정희원, 한국과학기술원 생산공학과

- $l$  : 원통형 고무시험편의 길이
- $[M]$  : 시험구조물계의 질량행렬 ( $6 \times 6$ )
- $m$  : 모의 엔진의 질량
- $s$  : 고무시험편의 형상계수
- $\omega$  : 주파수 (단위 : rad/sec)
- $\{\eta\}$  : 시험구조물계의 변위벡터 ( $6 \times 1$ )
- $\delta_E, \delta_G$  : 압축과 전단방향에 대한 손실인자

### 1. 서 론

고무로 제작된 방진요소의 수학적인 모형화에 있어서는 계산의 간편성을 위해 1차원적으로 가정할 수도 있고<sup>(1)</sup>, 보다 실제현상을 잘 묘사하기 위하여는 2차원 또는 3차원적으로 가정할 수도 있다<sup>(2-5)</sup>. 그러나 이러한 가정을 바탕으로 고무마운트가 부착된 복잡한 실제계에 대해서 컴퓨터 시뮬레이션으로 구한 모우드 매개변수들과 실험적 모우드해석을 통해 얻은 모우드 매개변수들이 서로 다를 때에는, 시뮬레이션에 사용된 질량, 감쇠 및 강성행렬중에서 잘못된 것이 어느 것인가를 판단하기가 어렵고, 따라서 사용된 고무마운트 모형의 타당성을 확인하기가 쉽지않았다.

본 논문에서는 3자유도(3방향의 병진운동만 고려) 고무마운트모형의 타당성을 검증하기 위하여, 먼저 고무자체의 물성치인 강성계수와 감쇠계수를 진동수와 초기변형률에 따라 실험을 통해 구하였다. 질량행렬의 모든요소를 쉽게 구할 수 있는 간단한 시험구조물을 제작하고 여기에 고무마운트를 부착하여 6자유도를 갖는 모의 엔진-마운트계를 구성한 후 가진실험을 통해 얻은 모우드 매개변수들과 고무의 물성치를 이용한 컴퓨터 시뮬레이션의 결과를 비교함으로써 고무마운트 모형의 타당성을 검증하였다<sup>(5-8)</sup>. 특히 본 연구에는 유압가진 실험으로부터 얻은 실험결과를 바탕으로 고무의 강성계수를 주파수의 1차함수로 고려한 경우와 전진동수 영역에서 균일하다고 가정하는 경우를 비교하였다.

### 2. 고무 마운트의 모형

#### 2.1 고무에 대한 선형이론

점탄성물질의 내부압축(혹은 인장)응력  $\sigma$  와 변형률  $\epsilon$  사이의 관계는 그 변화범위가 작을 경우에는 선형성을 유지하며 단지 시간만의 함수가 된다. 즉 다음과 같이 임의의 차수를 갖는 선형 편미분방정식으로 표시할 수 있다<sup>(8)</sup>.

$$\sum_{i=0}^n \left( a_i \frac{\partial^i}{\partial t^i} \sigma(t) = \sum_{i=0}^n \left( b_i \frac{\partial^i}{\partial t^i} \right) \epsilon(t) \right) \quad (1)$$

여기서  $a_i$ 와  $b_i$ 는 상수이다. 응력과 변형률의 관계를 주파수 영역에서 표현하기 위하여 식(1)을 푸리에변환한 후 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\sigma(j\omega)}{\epsilon(j\omega)} = \frac{b'(\omega) + jb''(\omega)}{a'(\omega) + ja''(\omega)} = E^* \quad (2)$$

응력과 변형률의 비인 복소압축 탄성계수는 식(2)를 정리하여 일반적으로 다음과 같이 표현한다.

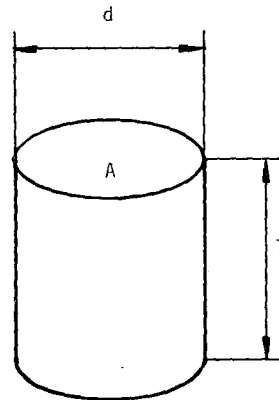
$$E^*(j\omega) = E_1(\omega) + j E_2(\omega) = E_1(\omega) (1 + j\delta_E(\omega)) \quad (3)$$

위 관계는 인장, 압축뿐 아니라 전단의 경우에도 적용되며 복소전단 탄성계수는 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$G^*(j\omega) = G_1(\omega) + j G_2(\omega) = G_1(\omega) (1 + j\delta_G(\omega)) \quad (4)$$

복소탄성계수는 점탄성재료의 응력-변형률 사이의 관계를 나타내는 물성치인데, 실제로 고무가 부착된 계의 거시적거동을 알기 위해서는 복소강성계수를 구해야하기 때문에 고무의 기하학적 형상에 의한 영향도 고려해야 한다.

시험이 실패(원통형)인 경우(Fig. 1) 압축과 전단방향에 대한 복소 강성계수  $k_c^*, k_s^*$ 는 다음과 같이 주어진다<sup>(9)</sup>.



A : area of cross-section  
d : diameter  
l : length

Fig. 1 Solid cylinder type rubber

$$k_c^* = k_{c1} (1 + j\delta_E) = (A/l) E^* (1 + 1.645 S^2) (1 + 645 S^2) (1 + j\delta_E) \quad (5)$$

$$k_s^* = k_{s1}^* (1 + j\delta_G) = (A/l) G^* [1 + (4/9) (l/d)^2] (1 + j\delta_G) \quad (6)$$

여기서,  $s$ 는 형상계수로서(힘을 받는 한 면의 면적), (힘을 받지 않는 측면의 면적)으로 정의되며, Fig. 1과 같은 실패의 경우에는  $s = d/[4l]$ 이다.

과 감쇠기의 결합으로 모형화 하였다.

2.2 고무 마운트 모형화

일반적으로 고무의 물성치인 복소탄성계수는 진절에 따라 설명한 바와 같이 진동수에 따라 변할 뿐 아니라, 예하중 또는 초기변형률 및 온도에도 의존한다. 여기서는 해석상의 간편함을 위하여 온도에 의한 영향은 무시하였다. 또한 동적인 변위는 선형 탄성영역에 있는 것으로 가정하여 고무를 선형스프링과 등가 점성감쇠기로 단순화 시켰다. 고무의 동적거동을 완전하게 해석하기 위해서는 3방향의 병진변형과 3방향의 비틀림변형을 모두 고려해야 하지만, 본 연구에서 사용된 모델에서는 비틀림변형의 영향이 병진변형에 비해 상대적으로 작을 것으로 판단하여 이를 무시하고 고무의 탄성중심(elastic center)에서 서로 수직방향으로 병진변형을 갖는 등가 스프링과 감쇠기 각각 3개의 결합으로 모형화 하였다<sup>(5)</sup>. 즉, 고무요소를 그 탄성중심에서 pin-joint 되어 서로 직각을 이루는 3개의 스프링

3. 시험 구조물의 동역학적 모델 구성

고무마운트가 일정한 크기의 등가 강성계수 및 등가 점성 감쇠계수를 가진다고 가정할 때, 강체인 모형엔진을 지지하는 시험 구조물계의 운동방정식은 라그랑지 운동방정식을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \tag{7}$$

여기서  $\{y\}$ 는 실험 구조물의 무게중심의 변위와 구조물의 각 변위로 구성된 벡터이고,  $[M], [C], [K]$ 는 각각 모형 엔진-마운트계의 질량, 감쇠 및 강성행렬이다. 여기서 질량행렬은 모형엔진의 질량 및 관성모우멘트로 구성되고 감쇠 및 강성행렬은 고무마운트의 모형화에 의한 등가계수들로 구성되는데 자세한 유도과정은 참고문헌<sup>(11)</sup>에 주어진다.

Table 1 Magnitude of compression stiffness and loss factor of the rubber element due to variation of initial load & frequency

(unit of  $|k_c^*|$  : N/m)

Load	0kgf		12kgf		24kgf		36kgf	
	$ k_c^* $	$\delta_E$	$ k_c^* $	$\delta_E$	$ k_c^* $	$\delta_E$	$ k_c^* $	$\delta_E$
Freq.								
2Hz	246396	0.113	247083	0.100	249604	0.088	251667	0.088
5Hz	240436	0.063	250292	0.063	249833	0.629	258085	0.079
8Hz	245250	0.076	251863	0.076	253610	0.076	263643	0.076
11Hz	253866	0.069	258506	0.083	255192	0.097	264472	0.061
14Hz	257297	0.106	267623	0.088	265902	0.088	274507	0.088
17Hz	255060	0.064	269274	0.085	275514	0.107	281015	0.101
20Hz	268063	0.100	272500	0.076	280611	0.076	287611	0.076

Table 2 Manitude of complex shear stiffness and loss factor of the rubber element due to the variation of initial load & frequency

(unit of  $|k_s^*|$  : N/m)

Load	0kgf		14kgf		24kgf		19kgf	
	$ k_s^* $	$\delta_c$	$ k_s^* $	$\delta_c$	$ k_s^* $	$\delta_c$	$ k_s^* $	$\delta_c$
Freq.								
2Hz	51565	0.100	44019	0.100	45510	0.100	47139	0.100
5Hz	48249	0.095	45306	0.095	45896	0.095	44719	0.095
8Hz	47990	0.076	47636	0.076	47636	0.076	45041	0.076
11Hz	47216	0.069	48587	0.069	46426	0.069	43713	0.069
14Hz	52595	0.106	50597	0.070	51394	0.088	49627	0.070
17Hz	54441	0.064	55509	0.064	54055	0.064	56877	0.086
20Hz	54137	0.075	53027	0.075	56057	0.075	55181	0.075

4. 고무요소의 유압가진 실험

본 실험에 사용된 고무는 네오프렌(neoprene, 성진 특수고무사 제품)이며, 복소강성계수 및 복소탄성계수를 구하기 위해 유압가진 재료시험기(INSTRON Model 1350)를 사용하였다. 주파수 및 초기하중에 따른 영향을 고려하기 위해 초기하중에 상응하는 초기변위를 준 상태에서 2Hz로부터 20Hz 까지 3Hz 간격으로 주파수를 변화시켜가면서 실험을 하였다. 재료시험기의 제어 방식은 변위제어 방식과 하중제어방식이 있는데, 여기서는 변위제어 방식을 택하였다. 재료시험에서 사용한 고무시험편은 실공으로서 지름이 42mm 이고 두께가 30mm 이었다. 재료시험기에 부착된 로드셀은 최대하중이 10000kgf 이므로 본 고무요소 실험에는 부적합하여 최대하중이 200kgf 인 새로운 로드셀(Kyowa 사 제품)을 원래의 로드셀 밑에 부착하여 사용하였다. 로드셀에서 나오는 신호를 증폭하기 위하여 스트레인 앰프(Sanei 사 제품, 모델 6M82)를 사용하였고 변위신호와 하중신호를 동시에 디지털 오실로스코프(Nicolet 사 제품, Model 206)에 저장하고 진폭비 및 위상차를 이용하여 복소강성계수를 구하였다.

Table 3 Dependence of  $|k_c^*|$  and  $|E^*|$  on frequency

$$|k_c^*| = a \left( 1 + \frac{\omega}{1000} b \right) \text{ (N/m)}$$

$$|E^*| = 18.02 \times |k_c^*| \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$\omega$  : rad/sec

Load	a	b
0	238419	0.85
12	242523	1.02
24	240950	1.23
36	247166	1.26

Table 4 Dependence of  $|k_c^*|$  and  $|G^*|$  on frequency

$$|k_c^*| = a \left( 1 + \frac{\omega}{1000} b \right) \text{ (N/m)}$$

Load	a	b
0	47650	0.98
14	42641	2.23
19	43128	2.17
24	41995	2.39

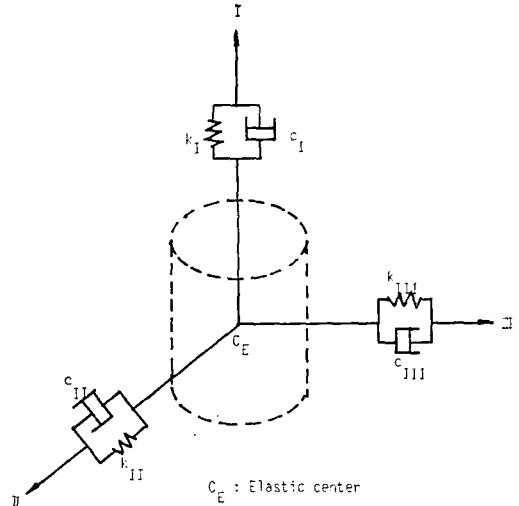


Fig. 2 Rubber mount modeling

$$|G^*| = 26.56 \times |k_c| \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$\omega$  : rad/sec

변위제어에 사용한 파형은 정현파였고 진폭은 0.1-0.25mm 로 하였다. 진폭을 다르게 한 것은 재료 시험기의 특성상 상대적으로 높은 주파수에서는 변위를 크게 줄 수 없기 때문이었다. 이러한 방법으로 산출한 초기하중과 진동수에 따른 압축 강성계수와 전단 강성계수(전단스프링 정수) 및 손실계수들을 Table 1 과 Table 2 에 보였다. 강성계수의 값이 진동수에 따라 대체적으로 증가하는 경향을 확인하고 최소자승 오차법을 사용하여 커브-피팅을 하여 주파수의 1차함수로 표시한 결과를 Table 3 과 Table 4 에 나타내었다.

재료시험기의 제어방식을 변위제어 방식으로 하였으므로 Table 1 에서의 초기하중 0kgf, 12kgf, 24kgf, 36kgf 은 초기변위를 고무의 압축방향으로 0., 0.5, 1., 1.5mm 씩 각각 줄으로써 얻을 수 있었으며, 이것은 시험편의 두께가 30mm 인 것을 고려하면 초기변형률이 각각 0., 0.0167, 0.0333, 0.05 인 것을 의미한다. Table 2 에서의 초기하중 0kgf, 14kgf, 19kgf, 24kgf 에 대한 실험값은 초기변위를 고무의 전단방향으로 각각 0.3, ., 4., 5. mm 씩 주면서 구한 복소 전단강성계수의 크기이다. 강성계수와 탄성계수 및 형상계수의 관계식으로부터 고무자체의 물성치인 탄성계수를 구할 수 있고 이 결과 역시 Table 3 과 Table 4 에 나타내었다.

5. 시뮬레이션 및 실험적 모드 해석결과

유압가진 재료시험기를 사용하여 얻은 복소강성계수

Table 5 Damped natural frequency of model 1(Hz)

Case Mode	Constant Approximation of Stiffness							Approximation of stiffness as a linear function of frequency	Experimental results
	The frequency where the stiffness has been chosen. (Hz)								
	2	5	8	11	14	17	20		
1	5.40	5.54	5.64	5.74	5.83	5.92	6.01	5.58	5.62
2	6.45	6.64	6.76	6.88	6.99	7.10	7.20	6.73	6.85
3	9.76	10.20	10.41	10.58	10.75	10.92	11.08	10.59	10.63
4	11.24	11.84	12.04	12.21	12.37	12.53	12.68	12.32	12.47
5	14.61	15.90	16.22	16.44	16.64	16.85	17.02	16.87	17.47
6	19.33	23.84	24.50	24.84	25.11	25.35	25.56	26.04	25.50

Table 6 Damped natural frequency of model 2 (Hz)

Case Mode	Constant Approximation of Stiffness							Approximation of Stiffness as a linear function of frequency	Experimental Results
	The frequency where the stiffness has been Chosen. (Hz)								
	2	5	8	11	14	17	20		
1	5.34	5.48	5.57	5.66	5.74	5.82	5.90	5.51	5.64
2	6.64	6.80	6.91	7.01	7.11	7.21	7.30	6.88	7.24
3	11.48	11.68	11.66	11.86	12.03	12.33	12.48	12.11	12.38
4	14.52	14.67	14.94	15.14	15.32	15.50	15.69	15.45	15.56
5	17.94	18.07	18.48	18.77	19.02	19.25	19.48	19.48	19.37
6	19.35	19.43	19.90	20.22	20.49	20.74	20.98	21.12	21.31

는 아래의 식(8)과 같은 형태로 표현될 수 있으며, 이를 이용하여 식(7)의 감쇠 및 강성행렬을 구성하였다.

$$k^* = k_1(\omega) + jk_2(\omega) = k_1(\omega) [1 + j\delta(\omega)] \quad (8)$$

여기서 한 고무마운트의 강성계수와 등가 점성 감쇠 계수는 각각 다음관계를 사용하였다.

$$k_{e,q} = k_1(\omega) \quad (9)$$

$$c_{e,q} = k_2(\omega) / \omega \quad (10)$$

실험에 사용된 시험모델(Fig. 3)에 대한 질량행렬의 요소는 다음과 같다. 전체질량  $m=61\text{kg}$  이고, 질량 관성 모멘트는  $X, Y, Z$  축에 대하여 각각  $0.74144, 0.4672$  및  $0.64044 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 이고  $XY, YZ, ZX$  평면에 대한 관성적(Product of inertia)은 각각  $0., -0.00391$  및  $0. \text{kg}\cdot\text{m}^2$ 이다.

2가지의 마운트설치 상태에 대해 실험과 시뮬레이션을 하였다. 첫번째 모델은 뒷 마운트고무의 I축 방

향을 Y축과 평행하게, 앞 마운트고무의 I축 방향을 Z축과 평행으로 부착한 경우이며, 두번째 모델에서는 뒷 마운트의 I축 방향은 첫번째 모델과 같고, 앞의 오른쪽 마운트와 왼쪽 마운트의 I축방향이 ZX 평면상에서 각각  $70^\circ, 30^\circ$ 의 각도를 이루도록 하였다. 첫번째 모델에서 뒷 마운트와 앞쪽의 오른쪽 마운트 및 왼쪽 마운트의 부착위치의 좌표값은 Fig. 3에 보인바와 같이 질량중심에 원점을 갖는 X-Y-Z 좌표상에서 각각  $(0., -0.12, -0.12), (0.12, 0.125, -0.05)$  및  $(-0.12, 0.125, -0.05)$ 이고 두번째 모델에서는 각각  $(0. -0.12, -0.12), (0.114, 0.125, -0.0824)$  및  $(-0.0833, 0.125, -0.113)$ 이다. 여기서 단위는 미터이다. 모델 1과 모델 2에 부착된 고무마운트는 재료시험에서 사용된 시편(지름 42mm, 길이 30mm인 원통형)과 같은 것을 사용하였으므로, Table 1 및 Table 2의 수

치를 직접 이용하여 시뮬레이션을 하였다. 고무마운트<sup>(9)</sup>의 특성은 각 마운트가 구조물의 자중에 의해 받는 초기하중을 고려하여 이에 상응하는 값을 이용하였다. 진동수에 따른 효과를 검토하기 위해 두 모델에 대해 특정주파수에서의 일정한 강성계수를 넣은 결과와 강성계수를 주파수의 1차함수 형태로 가정하여 시뮬레이션 한 결과를 Table 5와 Table 6에 나타내었다.

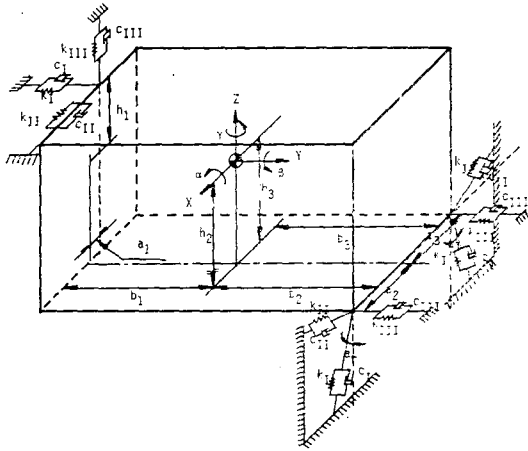


Fig. 3 Test model configuration

Table 5는 모델 1의 시뮬레이션 결과로서, 2Hz에서 20Hz까지의 특정주파수에서 취한 일정한 강성계수 값을 사용하여 계산된 시험구조물계의 고유진동수와, 주파수의 1차함수 형태로 주어지는 강성계수를 사용한 경우 및 실험적 모우드해석을 통해 얻은 고유진동수를 나타내고 있다. 가진실험으로 얻은 고유진동수의 산출평균값 근방(14Hz 또는 17Hz)에서 취한 일정한 강성계수 값을 사용하여 계산한 고유진동수와 강성계수 값을 주파수의 1차함수의 형태로 가정하여 계산한 결과를 실험으로 얻은 결과와 비교해 볼때, 1차함수의 형태가 실험치에 더 잘 맞는 것을 알 수 있으나, 그 차이가 두드러지지는 않았다. 그러나 설계 단계에서는 계의 고유진동수범위를 미리 정확하게 파악할 수 없으므로 주파수의 1차함수로 가정되는 강성계수를 사용함으로써 보다 효과적으로 계의 고유진동수를 예측할 수 있다.

실험적 모우드해석시 주파수 응답함수로 부터 모우드매개 변수를 다른 모우드의 영향을 고려한 단일 모우드 커브-피팅 방법을 사용하였다<sup>(10)</sup>. 실험장치는 Signal Analyzer(HP 5420A), 충격망치(PCB 208A03) 스트레인 게이지 타입 가속도계를 사용하였다. Fig. 4

에 보인 바와 같이 가진위치는 6개의 고유진동 모우드가 잘 나타날 수 있도록 A, B, C 세곳을 택하였고 가속도계는 점 1~점 12에 부착 하였으며 각 경우에 전달함수 산출을 구하기 위해서 20번의 가진력을 가하여 평균화 하였다. 커브-피팅에 의해 추출한 모우드형상으로부터 식(7)에 해당하는 모우드벡터는 다음과 같이 구하였다. 즉 진동측정위치가 모두 강제위의 점들이므로 미소변위를 가정하면, 예로서 임의의 표면의 X방향의 움직임은 무게중심의 X,  $\beta$ ,  $r$  및 측정점의 공간상의 좌표에 의해 결정된다. 따라서, 역으로 YZ평면상의 동일직선상에 있지않은 3점에서 X방향으로 측정한 주파수 응답함수의 모우드벡터와 측정점의 공간좌표를 이용하여 X,  $\beta$ ,  $r$ 를 구하고 Y, Z방향에 대해서도 마찬가지로 하여 Y,  $\alpha$ ,  $r$  및 Z,  $\gamma$ ,  $\beta$ 를 구해서 실험모델의 모우드벡터를 얻었다.

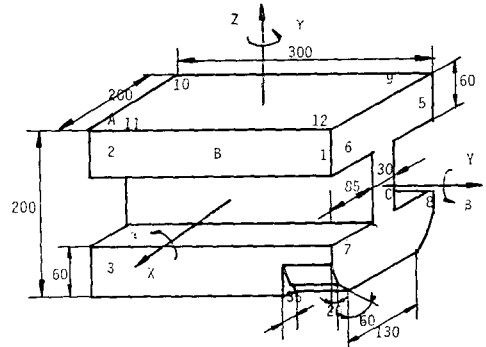


Fig. 4 Excitation and measurement points in the experimental modal analysis  
Impact points : A, B, C  
Measurement points : 1~12 of acceleration

이렇게 구한 모델 2의 모우드 변수들을 Table 7에 나타내었고, 시뮬레이션 결과를 Table 8에 나타내었다. Table 8에 사용된 강성계수는 주파수의 1차함수로 가정된 것이었으며, 각 경우, 해석결과 비교의 편의를 위하여 여러 모우드중에서 가장 큰 성분을 1로 두고 표준화하였다. 모우드벡터도 실험과 시뮬레이션 결과가 대체적으로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 5는 모델 1에 대해 A 점에서 가진하고 측정점 9에서 측정된 Z 방향의 가속도에 대한 주파수 응답함수(Inerlance)의 허수부(실선)와 커브-피팅으로 구한 모우드변수를 이용하여 합성된 주파수 응답함수의 허수부(점선)를 나타낸다. Fig. 6은 모델 2에 대해 A 점에서 가진하고 측정점 12에서 구한 주파수 응답함수 및 커브-피팅으로 구한 결과를 보여준다.

Table 7 Modal parameters for Model 2 obtained by experiments

Mode	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Damping ratio (%)	0.3290	0.3174	0.3687	0.3410	0.3890	0.3987
Damped freq (Hz)	5.640	7.240	12.380	15.560	19.370	21.310
$X$	+0.1848 -0.0026 <i>j</i>	+0.0000 +0.0000 <i>j</i>	-0.0041 +0.0051 <i>j</i>	-0.0214 +0.0037 <i>j</i>	-0.0035 -0.0033 <i>j</i>	-0.0863 +0.0092 <i>j</i>
$Y$	-0.0047 +0.0012 <i>j</i>	-0.7141 -0.1161 <i>j</i>	-0.0037 +0.0020 <i>j</i>	+0.0152 +0.0072 <i>j</i>	+0.0251 +0.0033 <i>j</i>	-0.0040 -0.0102 <i>j</i>
$Z$	-0.0048 -0.0002 <i>j</i>	-0.0041 +0.0194 <i>j</i>	-0.0239 -0.0064 <i>j</i>	+0.5429 -0.0590 <i>j</i>	-0.0031 -0.0020 <i>j</i>	-0.0003 +0.0136 <i>j</i>
$\alpha$	-0.0370 +0.0011 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	-0.0268 +0.0128 <i>j</i>	-0.7352 +0.3114 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	-0.3315 +0.1773 <i>j</i>
$\beta$	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	+0.0875 +0.1721 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	+0.2250 +0.0169 <i>j</i>	+0.5837 +0.1409 <i>j</i>
$\gamma$	+0.5645 -0.0082 <i>j</i>	+0.2904 -0.2314 <i>j</i>	-0.3628 +0.1143 <i>j</i>	-0.1688 -0.0814 <i>j</i>	+0.0521 +0.0474 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>

Table 8 Model parameter of Model 2 obtained by computer simulation

Mode	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Damping ratio (%)	0.5126	0.5156	0.5239	0.5276	0.5373	0.5398
Damped freq (Hz)	5.514	6.883	12.114	15.45	19.484	21.120
$X$	+0.1430 +0.0001 <i>j</i>	+0.0075 -0.0002 <i>j</i>	-0.0246 +0.0001 <i>j</i>	-0.0098 +0.0000 <i>j</i>	-0.0073 -0.0001 <i>j</i>	-0.0788 +0.0000 <i>j</i>
$Y$	+0.0004 -0.0000 <i>j</i>	-0.5331 +0.0004 <i>j</i>	-0.0097 -0.0000 <i>j</i>	-0.0219 -0.0001 <i>j</i>	+0.0227 +0.0000 <i>j</i>	-0.0013 -0.0000 <i>j</i>
$Z$	-0.0099 +0.0000 <i>j</i>	-0.0033 -0.0000 <i>j</i>	-0.0221 +0.0000 <i>j</i>	+0.4724 +0.0004 <i>j</i>	+0.0120 +0.0000 <i>j</i>	-0.0069 -0.0001 <i>j</i>
$\alpha$	-0.0653 +0.0000 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	-0.0617 +0.0002 <i>j</i>	-0.5305 -0.0012 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	-0.1685 -0.0014 <i>j</i>
$\beta$	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	-0.3010 -0.0009 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>	+0.1925 +0.0003 <i>j</i>	+0.5770 +0.0015 <i>j</i>
$\gamma$	+0.6494 +0.0005 <i>j</i>	+0.3023 -0.0006 <i>j</i>	-0.6266 -0.0001 <i>j</i>	-0.2958 +0.0003 <i>j</i>	+0.0666 +0.0009 <i>j</i>	+1.0000 +0.0000 <i>j</i>

전술한 2 가지 형태의 모형구조물에 대하여 실험 및 시뮬레이션으로부터 확인된 고무마운트의 수학적 모형을 이용하여 마운트의 형상이 변경된 경우에 대해서도 검토해 보았다. 이를 위해 새로운 시험구조물체 모델 3을 구성하였다. 모델 3은 앞 마운트(I 축 방향의 부착각도-XY 평면에 수직)에는 모델 1과 모델 2와 같은 고무(지름 42mm, 두께 30mm)를 사용하였고, 뒷 마운트(I 축방향의 부착각도-XZ 평면과 수직)에는 지름 42mm, 두께 22mm인 같은 재질의 것을 사용했다. 이 모델에서 뒷 마운트의 강성계수는 직접 실험을 통

하여 구하지 않고, 식(5)와 식(6)의 탄성계수와 형상계수를 고려하여 이론적으로 구한 후에 이 수치를 시뮬레이션에 사용하였다. 모델 3의 뒷 마운트, 오른쪽 앞 마운트 및 앞 마운트의 부착위치는 각각(0, -0.165, 0.07), (0.925, 0.125, -0.185) 및 (-0.925, 0.125, -0.185)이었다. 모델 1과 모델 2와는 달리 앞 마운트를 부착시키기 위해 부착물을 사용하였고, 이로 인해 질량행렬의 요소  $m=64.26\text{kg}$ 이 되었고, 질량관성 모멘트는  $X, Y, Z$  축에 대해 각각 0.87238, 0.5407 및 0.7009 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 이었고,  $XY, YZ$  및  $ZX$  평면에 대한

Table 9 Damped natural frequency of test model 3 (Hz)

Case Mode	Constant approximation of stiffness							Approximation of stiffness as a linear function of frequency	Experimental results
	The frequency where the stiffness has been chosen. (Hz)								
	2	5	8	11	14	17	20		
1	6.98	7.07	7.15	7.24	7.32	7.40	7.48	7.13	7.56
2	10.22	10.38	10.54	10.70	10.85	11.01	11.16	10.68	11.40
3	10.85	11.01	11.17	11.33	11.49	11.64	11.80	11.35	12.13
4	13.66	13.77	13.88	13.99	14.10	14.21	14.32	14.11	12.93
5	20.05	20.26	20.48	20.69	20.90	21.10	21.31	21.40	20.36
6	22.76	23.01	23.25	23.50	23.74	24.98	24.22	24.57	23.77

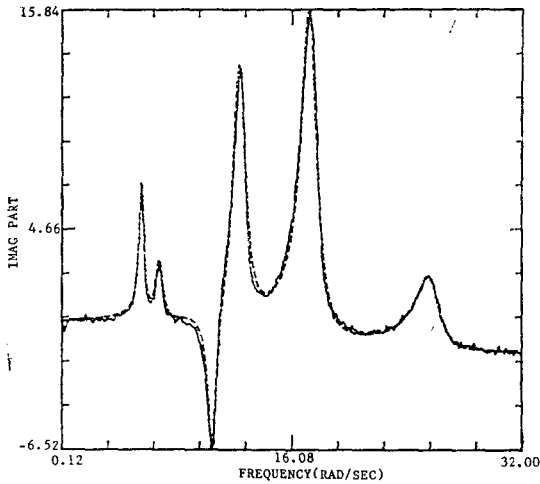


Fig. 5 Measured and curve-fitted frequency response functions for Model 1  
 — : Measured Impact point : A  
 ..... : Fitted Vibration measurement point : 9

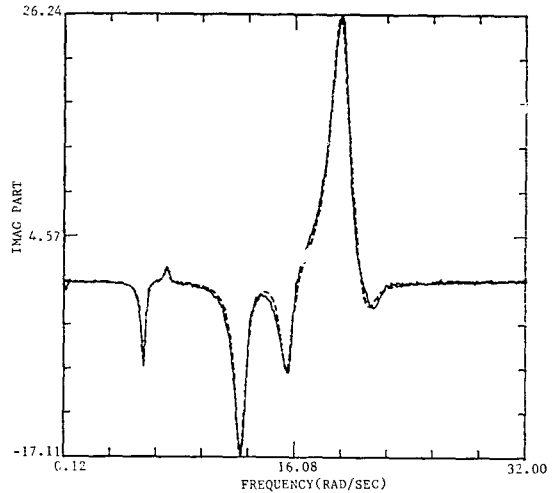


Fig. 6 Measured and curve-fitted frequency response functions for Model 2  
 — : Measured Impact point : A  
 ..... : Fitted Vibration measurement point : 12

완성적은 각각 0., -0.04981, 0. kg-m<sup>2</sup>로 바뀌었다. 모델 3에 대해 특정한 주파수에서의 일정한 값으로 강성계수를 가정한 경우와 주파수의 1차 함수 형태로 가정한 경우 및 실험적 모드해석으로 구한 경우의 결과를 Table 9에 나타내었다.

이 결과를 볼 때 실험으로 얻은 여러 고유진동수의 산술평균값 근방(14Hz)에서 취한 일정한 강성계수값을 사용해서 계산한 고유진동수와 진동수의 1차 함수 형태로 강성계수를 가정한 계산한 결과를 비교해 보면 1번째 모드에서만 약 11%의 오차가 있었고, 다른 모드에 대해서는 오차가 5% 안에 있음을 알 수

있다. 모델 3에 대해 A점에서 가진하고 측정점 10에서 측정된 주파수 응답함수(Inertance)의 허수부(실선)와 커브-피팅으로 구한 주파수 응답함수의 허수부(점선)를 Fig. 7에 나타내었다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 3자유도 고무마운트 모형의 타당성을 검증하였다. 고무의 복소강성계수를 얻기 위하여 유압 가진 시험기를 사용하였다. 방진고무의 복소압축 스프



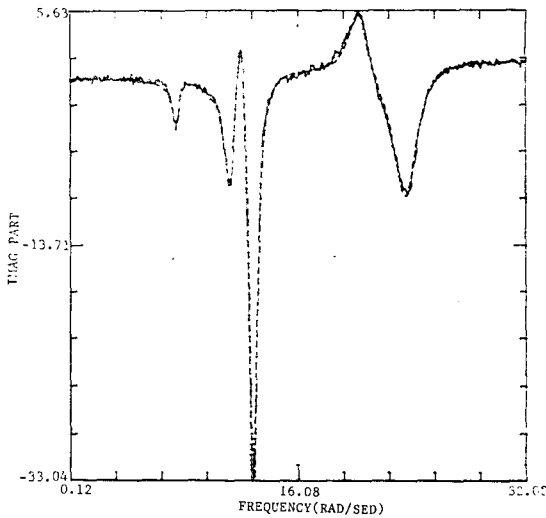


Fig. 7 Measured and curve fitted frequency response functions for Model 3

— : Measured Impact point : A  
 ..... : Fitted Vibration  
 measurement point : 10

링정수 및 복소전단 스프링정수 측정된 결과 주파수가 증가함에 따라 대체적으로 스프링정수가 증가하는 경향을 확인하였고, 복소 강성계수를 커브-피팅 기법을 이용하여 주파수의 1차 함수형태로 단순화시켰다. 질량관성 모우먼트를 정확하게 파악할 수 있는 간단한 시험구조물과 고무마운트로 모형엔진-마운트계(강체계, 6자유도)를 구성하고, 이에 대한 운동방정식을 세워 해석한 결과와 가진실험을 통한 결과를 비교함으로써 고무마운트모형의 타당성을 검증하였다.

이 실험모델에서 고무마운트가 부착된 위치에서의 초기하중을 고려하여, 특정진동수에서 취한 일정한 스프링정수를 사용한 경우와 진동수의 1차 함수형태로 주어지는 강성계수를 사용한 결과를 비교해 보았다. 또한 이 두 결과를 실험적 모우드해석으로 구한 고유진동수와 비교해 볼때에 특정한 진동수에서의 스프링 정수값을 취했을 때의 결과가 1차 함수 일때에 비해 그 특정진동수 부근에서는 실험값에 가까우나, 특정진동수보다 낮은 부근에서는 1차 함수때 보다 높고, 높은부

근에서는 낮은 고유진동수를 나타내는 경향을 보였다. 또한 강성계수를 주파수의 1차 함수로 가정하는 것이 보다 실험결과와 일치하는 것을 확인하였다.

따라서, 고무마운트를 모형화할 때에는 탄성중심에서 pin-joint 된 3자유도로 모형화하는 것이 타당하다는 것을 알 수 있고 설계단계에서 보다 정확한 모우드 매개변수예측을 위해서는 고무마운트의 동적 성질이 주파수에 의존하는 것을 고려하는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- (1) 정해일, 가변기통화에 따른 소형디젤엔진의 진동 특성연구, 한국과학기술원 생산공학과 석사논문, 1984
- (2) J.E. Benard & J.M. Starkey, "Engine Mount Optimization", SAE paper, No. 830257
- (3) R. Racca, St, "How to select Power-train Isolators for Good Pervice Life", SAE paper, No. 82109
- (4) Yonezawa. T & Kato. T, "The Research of Vibration for Small-Size Engine for Ships", Internal Combustion Engine, Vol. 22, No. 283, 1983
- (5) Tohara. H., et al, "防振ゴム", 일본철도 차량공업회, 1975
- (6) 하 재용, "점탄성 진동흡수기를 이용한 공작기계의 동특성개선", 한국과학기술원 생산공학과 석사논문, 1985
- (7) J.D. Ferry, "Viscoelastic Property of Polymer", John Wiley & Sons, 1980
- (8) J.C. Snowdon, "Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems", John Wiley & Sons, 1968
- (9) 한국공업규격, 방진고무시험방법, KS M 6604
- (10) 심 충진, 박 병호, 김광준, 실험적 모우드 해석을 위한 커브 피팅 알고리즘에 관한 연구, 대한기계학회 85년도 추계 학술대회 초록집, pp. 382~386, 1985
- (11) 박 석태, 엔진마운트용 고무의 동역학적 모델링, 한국과학기술원 기계공학과 석사논문, 1986