

유도전동기용 이산 PI형 속도제어기의 구성

The Implementation of a Discrete PI Speed Controller for an Induction Motor

金光培*·高明三**
(Kwang-Bae Kim · Myung-Sam Ko)

Abstract

In this paper, non-linear state equations for a 3-phase, 220V, 0.4KW, squirrel cage induction motor have been derived using the d-q transformation and then these equations have been linearized around an operating point by a small perturbation method.

Root loci on the s-plane with respect to the changes of slip S and supply frequency f have been studied.

Based on the above results, the derived linear state equations have been augmented to the 6th order, including the output velocity feedback and a discrete PI speed controller.

Using the new state equations, stability regions on the K_P - K_I plane have been investigated for slip S and sampling time T.

In designing a discrete PI controller, the coefficients K_P and K_I around the normal operating point (220V, 1,692rpm, 60Hz) have been chosen under the assumptions that each response to a perturbation input of reference speed and load torque be underdamped and dominated by a pair of complex poles.

Step responses in the experimental system using an Intel SDK-86 and an optimized PWM inverter show satisfactory results that the maximum overshoots and damped frequency are well coincided with ones from the computer simulation.

1. 서론

1970년대 중반 이후 마이크로프로세서의 광범위한 응용으로 전동기 속도제어는 종래의 하드웨어에 의한 제어에서 소프트웨어에 의한 제어로 그 개념이 바뀌고 있다. 이에 따라 제어회로의 하드웨어부분을 극소화시킬 수 있고 제어알고리즘의 변경을 쉽게할 수 있어 효율적인 제어를 실현할 수 있게되

었다.

기계적인 구조가 견고하고 보수유지가 용이하며 가격이 저렴한 잇점이 있어 산업원동력의 대부분을 차지하고 있는 유도전동기는 3상변수에 의해 모델링할 경우 시변비선형 특성을 지니고 있어 일반적으로 해석의 어려움이 뒤따르게 된다. 따라서 적당한 변수변환에 의하여 시변특성을 제거하고 어느 한 동작점에 있어서 미소섭동(攝動)입력에 대해 선형화시키는 것이 상례이다.^{1),2)}

한편 PI제어기는 일반적으로 제어대상에 대한 정확한 파라메타의 측정이 요구되지 않으며 제어계수인 K_P (비례상수) 및 K_I (적분상수)의 적절한 선정에 의하여 시스템의 응답을 조절할 수 있는 범용제어장

*正會員: 韓國科學技術院 電氣制御研究室 室長
**正會員: 서울대 工大 制御計測工學科 教授 · 工博
接受日字: 1985年 10月 30日

$$\begin{pmatrix} X_m^2 i_{ds0} + X_r X_m i_{ar0} \\ -X_m^2 i_{qs0} - X_r X_m i_{ar0} \\ -X_s X_m i_{ds0} - X_s X_r i_{ar0} \\ X_s X_m i_{qs0} + X_s X_r i_{ar0} \\ 0 \end{pmatrix} G = \frac{\omega_b}{X_s X_r - X_m^2} \begin{pmatrix} X_r & 0 \\ 0 & 0 \\ -X_m & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{X_s X_r - X_m^2}{2H_c \omega_b} \end{pmatrix} \begin{matrix} U = \begin{bmatrix} \Delta v_{qs} \\ \Delta T_L \end{bmatrix} \\ C = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \omega_b] \\ J_R = -\frac{\omega_s}{\omega_b} \\ S = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \end{matrix}$$

이코 첨자 “0”는 평형상태의 값을 나타낸다.

per unit로 표시된 각 변수들의 기준값들은 다음과 같이 정의된다.

기준 전력 $P_b = 746 \times HP [W]$

기준 전압 $V_b = \sqrt{\frac{2}{3}} V [V]$

기준 전류 $I_b = \frac{2P_b}{3V_b} [A]$

기준임피던스 $Z_b = \frac{V_b}{I_b} [\Omega]$

기준전기각속도 $\omega_b = 2\pi f [\text{rad/sec}]$

기준기계각속도 $\omega_{bm} = (\frac{2}{P}) \omega_b [\text{rad/sec}]$

기준토크 $T_b = \frac{P_b}{\omega_{bm}} [N \cdot m]$

여기서

HP : 정격마력수

V : 정격 실효 선간전압

f : 정격 전원 주파수

P : 극수

$H_c : \frac{1}{2} (\frac{2}{P}) J \cdot \omega_b / T_b$

이다.

본 논문에서 사용한 유도전동기의 파라메타는 다음과 같다.

대상 유도전동기의 규격 :

3상, 220V, 60Hz, 4P, 0.4KW 농형 유도전동기

$R_s = 0.15 [PU] \quad R_r = 0.10 [PU]$

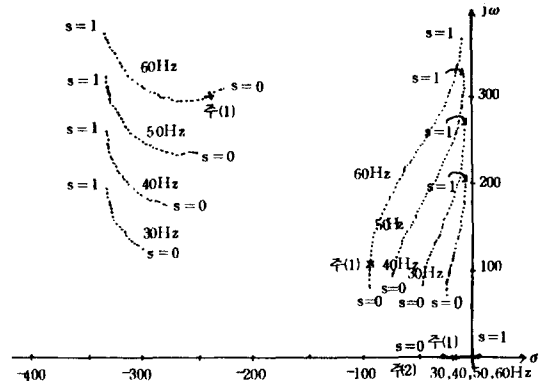
$X_s = X_r = 3.12 [PU]$

$X_m = 2.98 [PU]$

$H_c = 0.2 [PU]$

그림2는 인가주파수와 슬립의 변화에 따른 대상 유도전동기의 극의 궤적을 보인 것이다. 그림2를 보면 1개의 느린 실수극과 4개의 빠른 복소극이 존재함을 알 수 있으며 따라서 유도전동기의 특성은 대체로 실수극에 의해 지배된다고 볼 수 있다. 이 실수극은 주파수나 슬립의 변화에 따라 큰 변화가 일어나지 않으며, 각 주파수에서 슬립이 유도전동기의 정동토크가 발생하는 슬립보다 커지면 s-평면의 우반평면으로 이동하게 되어 불안정해진다.

본 논문에서는 기준동작점을 인가주파수 60Hz,



주(1) : x는 정격부하상태의 동작점 (슬립 6%)

주(2) : 각 주파수에 대한 실수극은 중복되어 있음.

그림2. 주파수와 슬립의 변화에 따른 극의 궤적
Fig. 2. The locus of plant poles with the variation of frequency and slip.

슬립 6%로 선정했다.

3. PI 제어기에 의한 속도제어 시스템의 안정도 및 응답특성

3.1 시스템의 안정영역

그림3은 본 논문에서 사용하는 전체적인 제어시스템의 구성을 보인 것이다.

여기서

$r(k)$: 기준속도

$\omega_r(t)$: 실제의 각속도(rad/s)

$e(k)$: 속도 오차신호

$m(k)$: PI 제어기의 출력

$V(t)$: 유도전동기의 입력전압[V]

$T_L(t)$: 부하 토크 입력

이다.

PI 제어기의 출력 $m(k)$ 를 속도형태로 나타내면 다음과 같다.

$$m(k) = m(k-1) + K_{PI} e(k) - K_{PI} e(k-1) \quad (2)$$

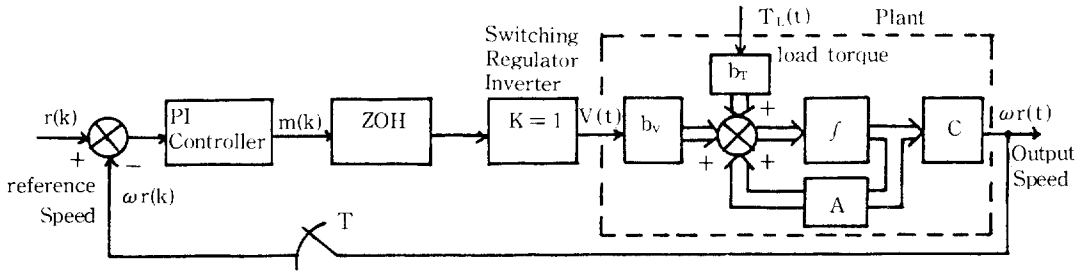


그림3. 전체적인 제어시스템
Fig.3. Overall control system.

여기서

$$K_{PIT} = K_p + K_i T$$

이다.

속도오차신호 $e(k)$ 는

$$e(k) = r(k) - \omega_r(k) \quad (3)$$

이고 영차 홀더의 전달함수 $G_{ZOH}(z)$ 는 1이며 스위칭 레귤레이터 및 인버터의 전체적인 비례이득 K 는 하드웨어상에서 결정되는 값으로 $K=1$ 로 설계할 수 있다. 따라서 $V(k) = m(k)$ 이다.

한편 유도전동기는 연속시스템이므로 식(1)을 직접 사용할 수 없고 샘플링시간 T 동안 일정한 입

력이 적용되는 샘플 데이터 시스템으로 이산화시켜야 한다.

식(2)를 직접 프로그래밍(Direct programming) 방법에 의해 상태방정식으로 나타내면

$$x_6(k+1) = x_6(k) + e(k) \quad (4)$$

$$m(k) = K_i T X_6(k) + K_{PIT} e(k)$$

으로 표시된다.⁷⁾

유도전동기의 이산화된 상태방정식과 식(3), (4)에 의하여 확장된 전체시스템의 상태방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & -b_{1V} K_{PIT} \omega_b & b_{1V} K_i T \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & -b_{2V} K_{PIT} \omega_b & b_{2V} K_i T \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & -b_{3V} K_{PIT} \omega_b & b_{3V} K_i T \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & -b_{4V} K_{PIT} \omega_b & b_{4V} K_i T \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & -b_{5V} K_{PIT} \omega_b & b_{5V} K_i T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_b & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1V} K_{PIT} \\ b_{2V} K_{PIT} \\ b_{3V} K_{PIT} \\ b_{4V} K_{PIT} \\ b_{5V} K_{PIT} \\ 1 \end{bmatrix} r(k) + \begin{bmatrix} b_{1T} \\ b_{2T} \\ b_{3T} \\ b_{4T} \\ b_{5T} \\ 0 \end{bmatrix} T_L(k) \quad (5)$$

$$\omega_r(k) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \omega_b \ 0] [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k) \ x_4(k) \ x_5(k) \ x_6(k)]^T$$

PI제어기의 차수는 1차이고 유도전동기는 5차로 모델링 하였으므로 전체적인 시스템의 전달함수는 6차로 된다.

시스템의 안정도를 판별하기 위한 Jury's Test는 실제 특성방정식의 근을 구하지 않고 안정영역을 판별할 수 있어 편리하나 매개변수가 많이 포함되어 있는 경우에는 쉽지가 않다.⁸⁾ 본 논문에서는 Leverrier 알고리즘과 Lin-Bairstow 알고리즘을 사용하여 컴퓨터에 의해 특성근을 계산하고 이에 의해 안정도를 판별하였다. 그림4에서 그림7은 슬립과 샘플링시간 T 의 변화에 대한 안정영역을 $K_p - K_i$ 평면에 나타낸 것이다.

3.2 제어계수의 선정 및 응답특성

샘플링시간이 결정됐을 때 전체 속도제어 시스템이 안정한 K_p 및 K_i 의 범위는 그림4, 5, 6, 7에 의해 쉽게 결정할 수 있다. 그러나 오버슈트, 정착시간 등의 시스템 응답특성이 정해져 있을 경우 이에 대응하는 제어계수의 선정에는 상당한 시행착오가 따르게 된다. 또한 Z-영역에서는 극의 위치에 따른 시스템의 응답특성을 S-영역에서와 같이 쉽게 예상할 수 없는 어려움이 있다.

따라서 본 절에서는 시스템의 응답조건이 주어졌을 때 이에 부합되는 제어계수 K_p 및 K_i 를 선정하는 한 방법을 제시하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 시간영역에서의 응답특성을 검토하고자 한다.

본 논문에서는 다음과 같은 전체하에 이산 PI제

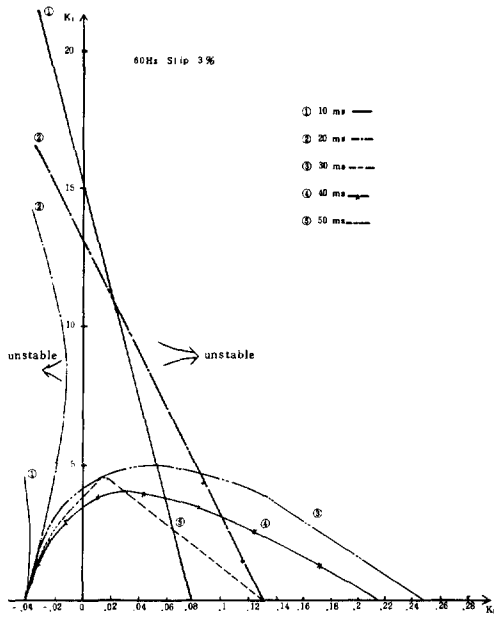


그림4. 안정영역 판별곡선(60Hz, slip 3%)
Fig.4. Stability region(60Hz, slip 3%).

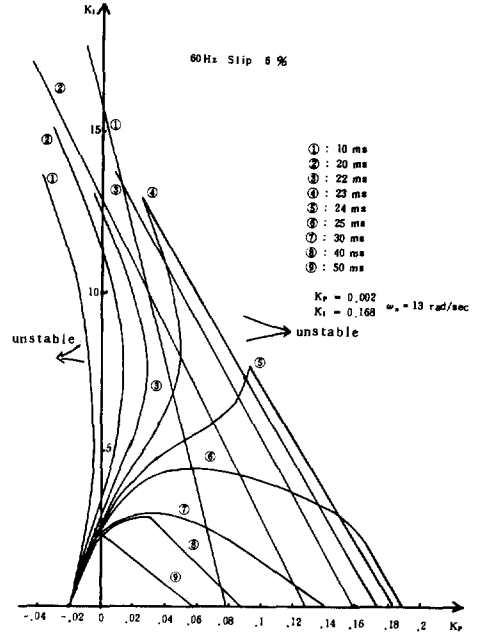


그림5. 안정영역 판별곡선(60Hz, slip 6%)
Fig.5. Stability region(60Hz, slip 6%).

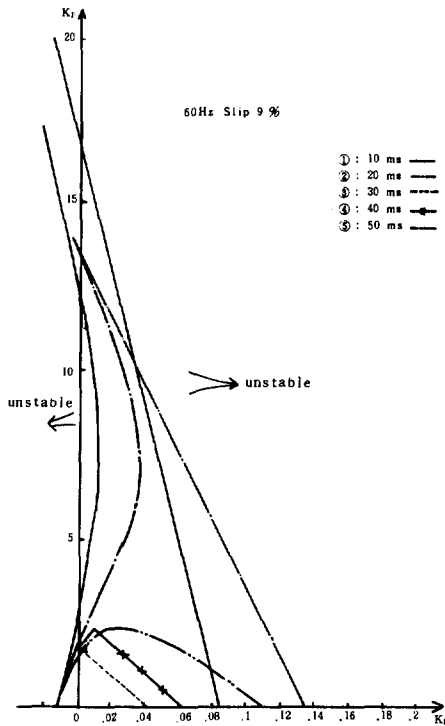


그림6. 안정영역판별곡선(60Hz, slip 9%)
Fig.6. Stability region(60Hz, slip 9%).

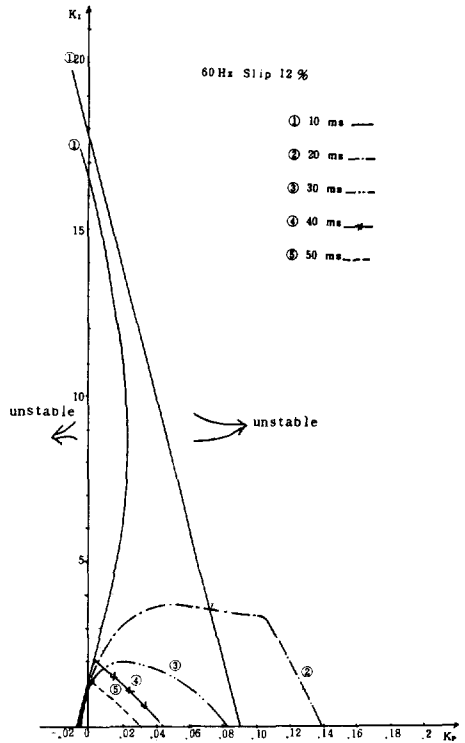


그림7. 안전영역판별곡선(60Hz, slip 12%)
Fig.7. Stability region(60Hz, slip 12%).

여기를 설계하기로 한다.

- (1) 오버슈트가 허용된다.
- (2) 유도전동기는 전압 220V, 주파수 60Hz 에서 슬립 6%로 정상상태에 도달되어 있다고 가정한다.
- (3) 샘플링시간 T는 50ms로 정한다.
- (4) 본 속도제어 시스템에서 고유진동수 ω_n 은 10 ~ 20rad/sec 정도가 타당하다고 본다. 이때 댐핑계수 $\zeta=0.707$ 로 잡고 이 조건에서의 극 S_{P1}, S_{P1}^*

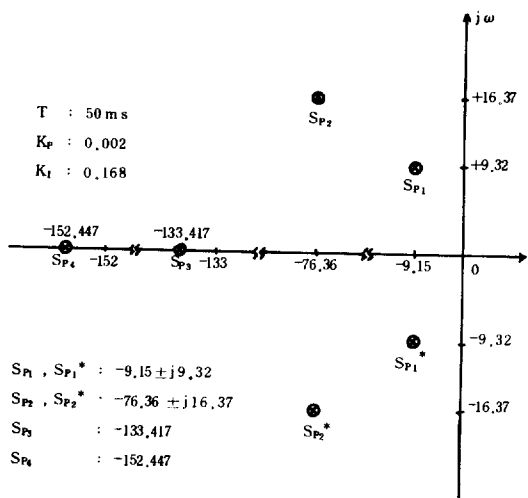


그림8. S-영역에서 극점의 배치도
Fig. 8. Poles location in S-plane.

$= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ 이 지배극이 되고 나머지 극들은 이로부터 충분히 멀리 떨어져 있다고 가정하면 전체 시스템은 2차계로 잘 근사되며 시간영역에서 최대 오버슈트가 4.3%이며 가장 빨리 정상상태에 도달하게 된다.

이러한 조건을 만족하는 극들을 구하기 위하여 K_p, K_t 를 조절하며 그 때의 Z-영역에서 맵핑된 S-영역에서 극의 위치를 관찰하면서 조건에 잘 맞는 극을 찾아낸다. 이 때의 극을 S-영역과 Z-영역에서 도시해 보면 그림8 및 그림9와 같다. 이때 제어계수 $K_p=0.002$ 이고 $K_t=0.168$ 이다. 그림8에서 보면 S_{P1}, S_{P1}^* 는 지배극으로 충분히 간주할 수 있음을 알 수 있다. 이 때 $\zeta=0.707$ 이고 $\omega_n=13.0 \text{ rad/sec}$ 가 된다.

또한 섭동속도입력에 대한 출력 각속도의 전달함수는

$$\frac{\Delta \omega_r(z)}{\Delta r(z)} = \frac{0.28947z^{-1} - 0.01989z^{-2} - 7.6836 \times 10^{-3}z^{-3} + 1.5359 \times 10^{-4}z^{-4} + 1.49902 \times 10^{-7}z^{-5}}{1 - 1.15993z^{-1} + 0.43402z^{-2} - 0.01223z^{-3} + 1.83238 \times 10^{-4}z^{-4} + 1.50131 \times 10^{-7}z^{-5}} + \frac{3.1486 \times 10^{-12}z^{-6}}{+3.14976 \times 10^{-12}z^{-6}} \quad (6)$$

이 되고 섭동토크입력에 대한 출력 각속도의 전달함수는

$$\frac{\Delta \omega_r(z)}{\Delta T_L(z)} = \frac{-34.69154z^{-1} + 35.1478z^{-2} - 0.46197z^{-3} + 5.62641 \times 10^{-3}z^{-4} - 8.14859 \times 10^{-7}z^{-5} + 6.223z^{-3} + 1.83238 \times 10^{-4}z^{-4} + 1.49902 \times 10^{-7}z^{-5} + 36582 \times 10^{-13}z^{-6}}{1 - 1.15993z^{-1} + 0.43402z^{-2} - 0.01223z^{-3} + 1.83238 \times 10^{-4}z^{-4} + 1.50131 \times 10^{-7}z^{-5} + 3.1486 \times 10^{-12}z^{-6}} \quad (7)$$

이 된다.

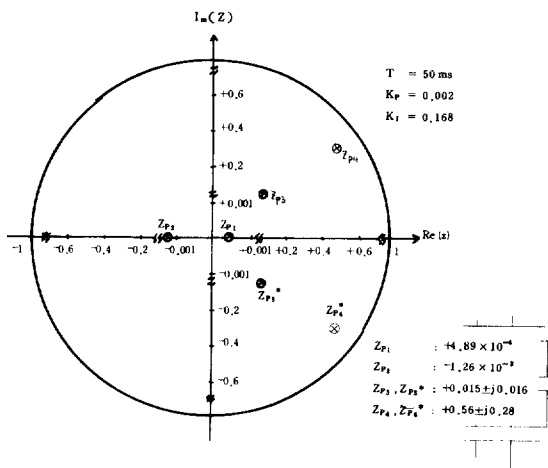


그림9. Z-영역에서 극점의 배치도
Fig. 9. Poles location in Z-plane

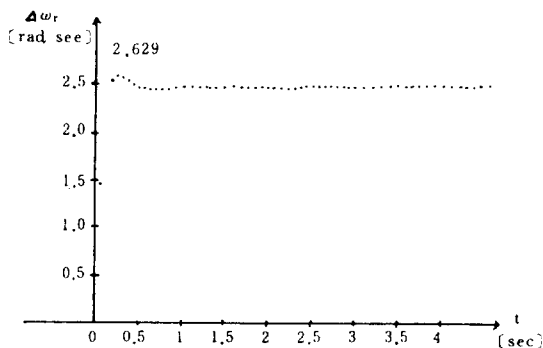


그림10. 기준속도에 대한 응답특성 ($\Delta r = 2.5 \text{ rad/sec}$, slip 6%)

Fig. 10. Step response for reference speed variation ($\Delta r = 2.5 \text{ rad/sec}$, slip 6%).

유도전동기에 속도기준을 정상상태를 기준으로 1.4% 변화, 즉 2.5rad/sec(=24rpm)의 계단입력을 주었을 때 응답특성곡선은 그림10과 같다. 정상상태의 5%이내에 들어가는 정착시간은 350ms, 1%이내에는 500ms 이고 최대 오버슈트는 5.2%인 특성을 갖는다. 부하토크의 변화가 있을 때 응답특성곡선은 그림11과 같다. 동작점에서의 부하토크는 0.455 PU로서 이것의 약 9%에 해당하는 변화 즉 0.04 PU의 계단입력을 유도전동기에 인가했을 때 ω_r 의 최대 언더슈트는 1.59 rad/sec(=15.2rpm)이며

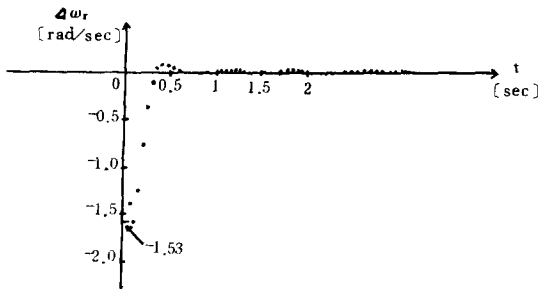


그림11. 부하 토크에 대한 응답특성 ($\Delta T_L=0.04$ PU, slip 6%)

Fig 11. Step response for load torque variation ($\Delta T_L=0.04$ PU, slip 6%).

정상상태의 약 0.9%에 해당하는 좋은 조절특성을 갖는다.

4. 실험

4.1 이산 PI제어기의 구성^{9),10)}

이산 PI제어기는 INTEL사의 SDK-86을 중심으로 하여 그림12와 같이 구성되어 있다. 시스템의 기준속도는 SDK-86에 연결되어 있는 CRT 터미널의 키보드로부터 입력되고 제어상수인 K_p , K_i 및 샘플링시간 T도 키보드로부터 입력된다. 8255 B포트에 의해 전압제어를 행하고 8254의 카운터 0는 제어시스템의 클럭(샘플링시간 50ms)을 만드는 데 사용하였고 카운터 1은 펄스발생기의 펄스수를 계산하는 데 사용하였다.

프로그램의 주 흐름도는 그림13과 같고 NMI 인터럽트 서비스 루틴에서 PI속도제어를 행하며 키보드를 통하여 10진수로 입력된 상수들은 서브루틴 CONV에 의해 2진수로 바뀌어 진다.

4.2 실험 및 고찰

본 절에서는 앞에서 설계된 PI제어기의 제어계수 K_p , K_i 하에서 기준속도 및 부하의 변동에 대한 계단응답을 유도전동기-직류발전기 세트를 대상으로 실제 실험하고 컴퓨터 시뮬레이션된 결과와 비교 검토한다.

그림16은 정격부하 슬립 6%인 상태에서 2.5 rad

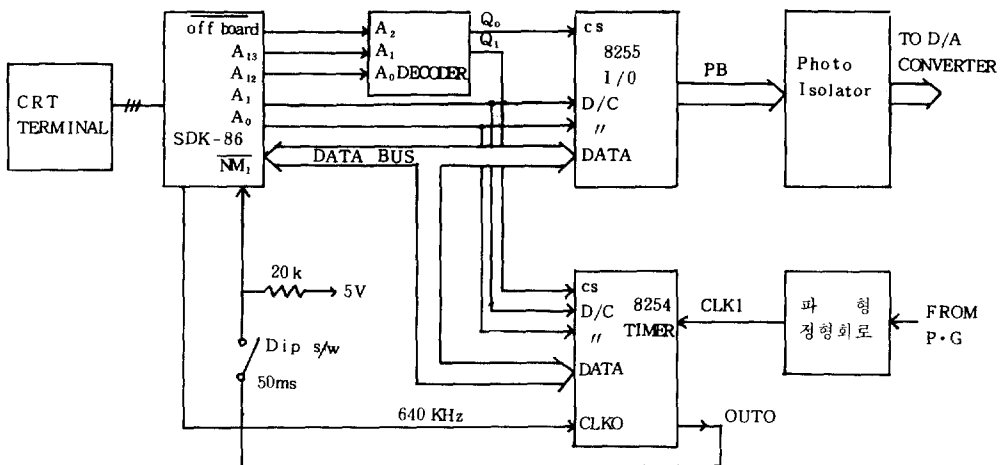


그림12. 디지털 PI제어기의 구성

Fig. 12. Configuration of a digital PI controller.

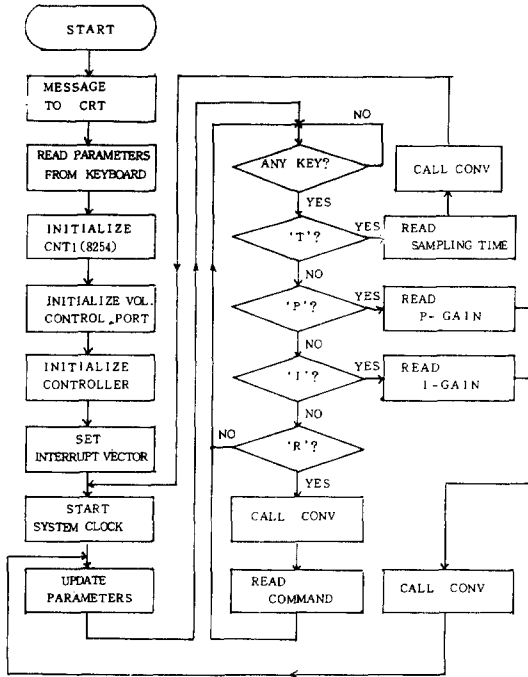


그림13. 주 흐름도
Fig.13. Main flow chart.

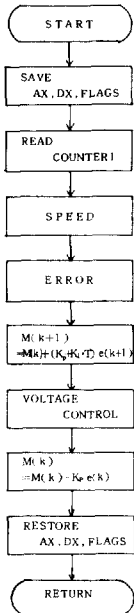


그림14. 인터럽트 서비스 루틴
Fig.14. Interrupt service routine.

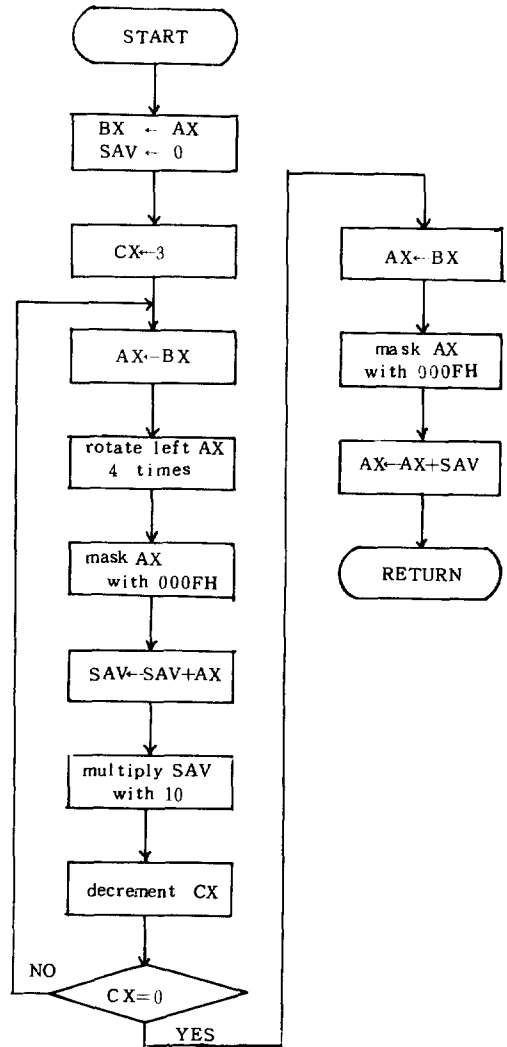


그림15. 서브루틴 CONV
Fig. 15. Subroutine CONV.

/sec(24rpm)에 해당하는 기준속도의 변동에 대한 유도전동기의 계단응답을 보인 것이다. 시뮬레이션에 의한 응답특성인 그림10과 비교할 때 최대 오버슈트에 있어 설계치가 5.2%인데 실험치는 16.7%가 되었으며 감쇠주파수는 설계치 9.2 rad/sec, 실험치는 7.9rad/sec로서 설계치와 실험치간에 차이가 있으나 전반적으로 잘 제어되고 있다고 말할 수 있다.

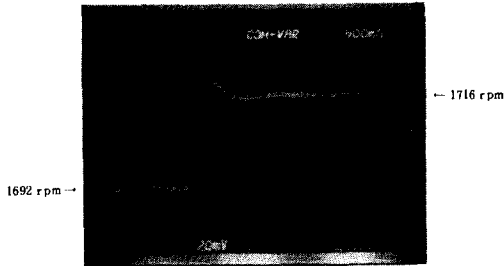


그림16. 기준속도변동에 의한 유도전동기 속도의 계단응답.

$$\Delta r = 2.5 \text{ rad/sec} (24 \text{ rpm})$$

Fig.16. Step response of induction motor speed for reference speed variation

$$\Delta r = 2.5 \text{ rad/sec} (24 \text{ rpm}).$$

그림17은 정격부하의 약 8%인 0.036PU에 해당하는 부하토크의 변동에 대한 유도전동기 속도의 계단응답을 보인 것이다. 이 때 부하의 변동은 직류발전기에 연결된 저항부하에 의해 실현시켰다. 시뮬레이션에 의한 응답특성인 그림11과 비교할 때 최대 오버슈트에 있어 설계치가 -0.9%, 실험치가 -0.7%, 감쇠주파수는 설계치 9.2rad/sec, 실험

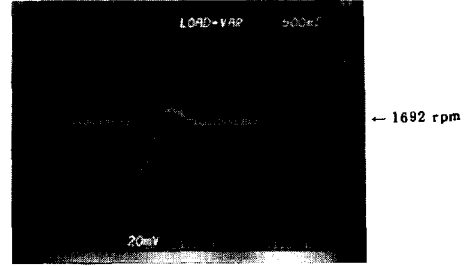


그림17. 부하변동에 대한 유도전동기 속도의 계단응답

$$\Delta T_L = 0.036 \text{ PU, slip } 6\%$$

Fig.17. Step response of induction motor speed for load torque variation

$$\Delta T_L = 0.036 \text{ PU, slip } 6\%.$$

치 7.9 rad/sec로서 설계치와 실험치는 잘 부합된다고 본다. 표1은 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험의 표준조건을 정리한 것이며 표2는 그 결과를 종합하여 정리한 것이다.

5. 결 론

본 논문에서는 3상, 220V, 0.4kw 농형 유도전동기를 대상으로 이산 PI형 속도제어기를 구성하고 슬립 및 샘플링시간 T의 변화에 대해 $K_p - K_i$ 평면에서 시스템 안정영역을 구했다.

기준속도 및 부하토크의 섭동입력에 대한 계단응답이 오버슈트가 허용된다는 전제하에 시스템은 2개의 복소극에 의해 지배된다고 가정함으로써 기준동작점 ((1692rpm, 60Hz)에서의 K_p, K_i 를 설계하고 이때의 계단응답을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 제시했다. INTEL SDK-86 및 최적 PWM 인버터를 중심으로 구성된 실험모델에서 설계치와

표 1. 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험의 표준조건

Table.1. Conditions for computer simulation and experiment

	컴퓨터시뮬레이션	실험
동작점	정격부하($T_L=0.45\text{PU}$) 정격속도(1692rpm) 슬립(6%)	정격부하($T_L=0.45\text{PU}$) 정격속도(1692rpm) 슬립(6%)
기준속도	2.5rad/sec	$\pm 2.5\text{rad/sec}$
변동량	(24rpm)	($\pm 24\text{rpm}$)
부하변동량	0.04PU	$\pm 0.036\text{PU}$

표 2. 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험결과

Table.2. Results of computer simulation and experiment.

		컴퓨터 시뮬레이션	실험
기준속도	최대오버슈트	0.13rad/sec(1.24rpm), 5.2%	$\pm 0.42\text{rad/sec} (\pm 4\text{rpm}), \pm 16.7\%$
	감쇠주파수	9.2rad/sec	7.9rad/sec
부하변동	최대오버슈트	-1.59rad/sec (-15.2rpm), -0.9%	$\mp 1.26\text{rad/sec} (\mp 12\text{rpm}), \mp 0.71\%$
	감쇠주파수	9.2rad/sec	7.9rad/sec

실험치는 오버슈트 및 감쇠주파수에 있어서 비교적 잘 일치함을 보여주었다.

參 考 文 獻

- 1) P. C. Krause, et al, "Simulation of symmetrical induction machinery", IEEE Trans. Power Appl. Syst., vol. PAS-84, No.1, Nov. 1965.
- 2) Edward P. Cornell, et al, "Modeling and design of controlled current induction motor drive systems", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-13, pp. 321-330, Jul/Aug. 1977.
- 3) J. H. Aylor, et al, "Design and application of a microprocessor PID predictor controller", IEEE Trans. IECEI, vol. IECEI-27, No. 3, August 1980.
- 4) J. H. Aylor, et al, "Stability and performance considerations in the selection of digital PID controller parameters", IEEE, 1980 IECEI Proceedings "Applications of Mini and Micro Computer", 1980.
- 5) Hsiao-Chuan Wang, "Sampling period and stability analysis for the microcomputer-based motor control systems", IEEE Trans. IECEI. vol. IECEI-28, No. 2, May 1981.
- 6) H. S. Patel, et al, "Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters; Part I-harmonic elimination", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-9, pp. 310-317, May/Jun. 1973.
- 7) James A. Cadzow, et al, "Discrete-time and computer control systems", Prentice-Hall, 1970.
- 8) B. C. Kuo, Digital control system, Holt, Rinehart and Wiston, 1980.
- 9) MCS-86 System design kit user's guide, 1981.
- 10) The 8086 Family user's manual, 1979.