講 座

透水性 基礎地盤의 浸透量(I)

姜 乂 默*

1. 連續方程式

흙댐 밑으로 浸透하는 流量을 決定하는데는 一般的으로 流線網을 作圖하여 使用한다. 이 流線網의 概念은 地中의 어느 點에 對하여 整流狀態의 條件에서 Laplace의 連續方程式을 使用하여 說明할 수 있다. 흐름에 대한 連續方程式을 誘導하기 위하여 그림. 1 (a)에서와 같은 構造物 밑 A點에서 그림. 1 (b)와 같은 微小斷面을 생각하면 물은 x, y, z, 軸 方向으로 流入되고 다음과 같은 Darcy의 法則이 成立된다.

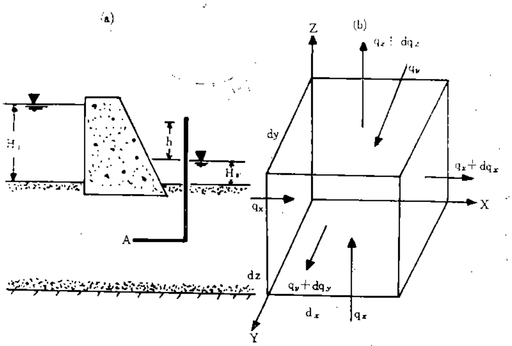


그림. 1. 연속방정식의 유도

$$q_x=k_x i_x dydz=k_x\frac{\partial h}{\partial x}dydz \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$q_y=k_y i_y dxdz=k_y\frac{\partial h}{\partial y}dxdz \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$q_z=k_z i_z dxdy=k_z\frac{\partial h}{\partial z}dxdy \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

여기서 q_x, q_y, q_z는 各各 x, y, z 方向의 流入量, k_x, k_y, k_z는 各各 x, y, z 方向의 透水係數, h는 A點에서의 水頭差

또 이 微小斷面을 通過하여 流出되는 流量은 x, y, z軸 方向에서 各各 다음과 같이 된다.

$$q_x+dq_x=k_x\frac{\partial h}{\partial x}dy\,dz+k_x\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}dx\,dydz \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$$q_y+dq_y=k^y\frac{\partial h}{\partial y}dx\,dz+k_y\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}dy\,dxdz \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$$q_z+dq_z=k_z\frac{\partial h}{\partial z}dxdy+k_z\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}dz\ \ dxdy \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

이 微小斷面이 非壓縮性이라면 定常狀態로 물이 흐르고 있을때는 이 微小斷面에 流入量과 流出量은 같어야 한다.

即 $q_x+q_y+q_z=(q_x+dq_x)+(d_y+dq_y)+(q_z+^dq_z)$ $\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$

(1)~(6)式을 (7)式에 代入하여 다음과 같은 式이 成立한다.

$$k_x\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+k_y\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}+k_z\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0 \quad \cdots\cdots(8)$$

x, z平面에서 二次元의흐름을 考慮하면 (8)式은 다음과 같이 된다.

$$k_x\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+k_z\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

等方性의 흙에서는 $k=k_x=k_z$ 이므로 연속방정식은 다음과 같이 簡單히 表示할 수 있다.

* 忠南大學校 農科大學

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0 \quad \cdots\cdots(10)$$

이것이 一般的으로 말하는 Laplace의 方程式이다.

(10)式의 연속방정식을 理解하기 위하여 그림. 2와 같은 2개의 層으로 된 흙을 通過하는 물의 흐름을 생각해본다. 물은 x軸方向만으

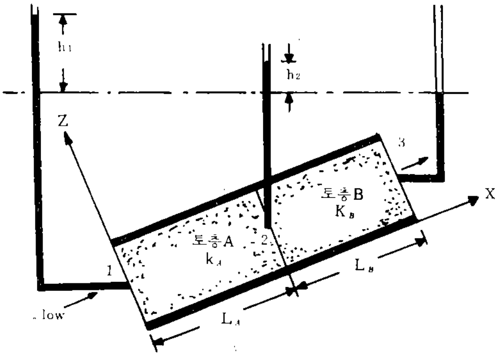


그림. 2. 두개의토층을 흐르는 一次元의 흐름

로 만 흐르는 것으로 하고 두 土層의 길이는 L_A 및 L_B라 하고 x軸方向의 透水係數를 k_A 및 k_B라고 한다. 그림. 2에서 斷面 1 및 3에서 總水頭差를 알면 x가 $0<x<L_A+L_B$의 範圍에 對한 모든 區間의 斷面에서 水頭差를 求할 수 있다.

(10)式은 흐름을 一次元으로 考慮할때 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=0 \quad \cdots\cdots(11)$$

(11)式을 두번 積分하면 다음과 같다.

$$h=c_2x+c_1 \quad \cdots\cdots(12)$$

土層 A의 흐름에 對한 境界條件은 다음과 같다.

(a) $x=0$에서 $h=h_1$

(b) $x=L_A$에서 $h=h_2$

여기서 h_2는 알려져 있지 않으나 $h_1>h_2$이다. (12)式과 첫번째 境界의 條件으로부터 $c_1=h_1$이 됨을 알 수 있다.

$$h=c_2x+h_1 \quad \cdots\cdots(13)$$

따라서 두번째 境界의 條件과 (12)式에서

$$h_2=c_2L_A+h_1 \text{ 혹은 } c_2=\frac{h_2-h_1}{L_A}$$

따라서 $h=-\frac{h_1-h_2}{L_A}x+h_1,\ (0\leq x\leq L_A)$

$$\cdots\cdots(14)$$

土層 B를 通過하는 흐름에 對하여 (11)式에서 c_1과 c_2의 풀이를 위한 境界條件은 다음과 같다.

(a) $x=L_A$에서 $h=h_2$

(b) $x=L_A+L_B$에서 $h=0$

첫번째 境界의 條件과 (12)式으로부터

$$h_2=c_2L_A+c_1 \text{ 혹은 } c_1=h_2-c_2L_A \quad \cdots\cdots(15)$$

다시 두번째 境界의 條件과 (12)式으로부터 다음式이 成立한다.

$$0=c_2(L_A+L_B)+c_1 \text{ 혹은}$$

$$c_1=-c_2(L_A+L_B) \quad \cdots\cdots(16)$$

(15)式과 (16)式에서

$$h_2-c_2L_A=-c_2\ (L_A+L_B)$$

$$c_2=-\frac{h_2}{L_B} \quad \cdots\cdots(17)$$

위의 관계를 (15)式에 代入하면 다음과 같다.

$$c_1=h_2+\frac{h_2}{L_B}L_A=h_2\left(1+\frac{L_A}{L_B}\right) \cdots\cdots(18)$$

土層 B의 흐름에 對해서는 x가 $L_A\leq x\leq L_A+L_B$의 範圍에서 다음과 같다.

$$h=-\frac{h_2}{L_B}x+h_2\left(1+\frac{L_A}{L_B}\right) \quad \cdots\cdots(19)$$

(14) 및 (19)式을 使用해서 h_2를 알면 x가 $0<x<L_A+L_B$인 範圍의 어느 값에 對해서도 h를 求할 수 있다.

그러나 그림. 2에서 土層 A를 通過한 물이 土層 B를 通過하게 되므로 다음과 같은 關係가 成立한다.

$$q=k_A\left(\frac{h_1-h_2}{L_A}\right)A=k_B\left(\frac{h_2}{L_B}\right)A \cdots(20)$$

여기서 A는 斷面積이고 k_A와 k_B는 各各 A, B層의 透水係數이다.

(20)式에서 h_2는 다음과 같다.

$$h_2=\frac{k_A h_1}{L_A(k_A/L_A+k_B/L_B)} \cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

(14)式과 (19)式에 (21)式을 代入하면 다음과 같이 된다.

x가 $0\leq x\leq L_A$ 일때는

$$h=h_1\left(1-\frac{k_B h_1}{k_A L_B+k_B L_A}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

x가 $L_A\leq x\leq L_A+L_B$ 일때는

$$h=h_1\left[\frac{k_A}{k_A L_B+k_B L_A}(L_A+L_B-x)\right] \cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

2. 流線網

浸透流의 경우에 (10)式의 풀이는 2組의 直角으로 교차하는 曲線을 나타낸다. 이들 2組의 曲線中 1組는 流線이고 다른 1組는 等水頭線이다. 이들 2組의 曲線群을 流線網이라고 한다. 그림. 3은 널말뚝에 대한 流線網의 例를 나타낸 것이다. 透水性土層의 透水係數가 $k=k_x=k_z$이면 等方性을 나타낸다. 그림. 3에서 實線은 流線이고 點線은 等水頭線을 나타낸다. 流線網을 作圖하는데는 그림. 3에서 다음과 같은 境界條件을 考慮해야 한다.

(i) AB 및 EF는 하나의 等水頭線이다.

(ii) $BCDE$(널말뚝의 옆면)는 流線이다.

(iii) GH는 流線이다.

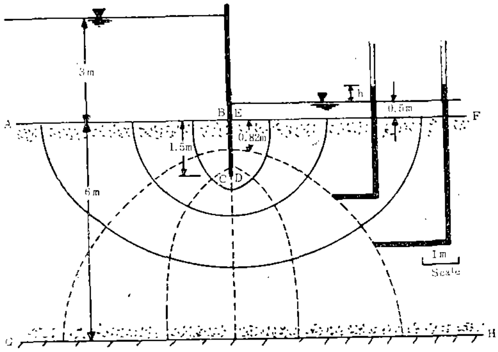


그림. 3. 널말뚝 주변의 유선망

流線과 等水頭線은 試定法(Trial and Error Method)에 의해서 그리는데 流線과 等水頭線은 서로 直交하고 近似的으로 正方形이 되도록 作圖해야 한다. 그림. 4 및 그림. 5는 댐밑에서의 流線網을 나타낸 것이다.

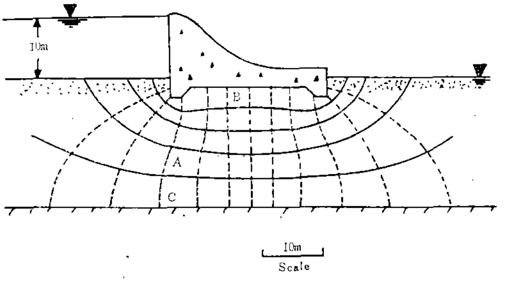


그림. 4. 댐 밑에서의 유선망

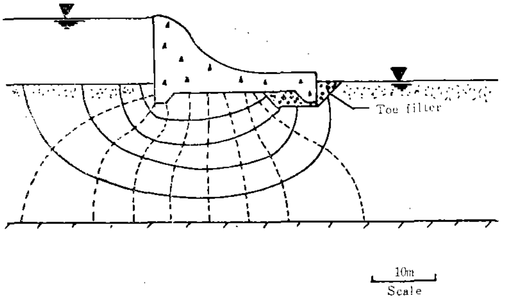


그림. 5. 댐 밑에서의 유선망(toe filter)

3. 構造物밑에서 流線網에 의한 浸透量의 決定

두개의 隣接해 있는 流線사이에 部分을 流路라고 한다. Δq를 構造物밑에서 單位길이 當의 流路를 通過한 流量이라고 하면 Darcy의 法則에 의해서 다음과 같이 된다.

$$\Delta q=kiA=k\left(\frac{h_1-h_2}{l_1}\right)(b_1\times 1)$$
$$=k\left(\frac{h_2-h_3}{l_2}\right)(b_2\times 1)$$
$$=k\left(\frac{h_3-h_4}{l_3}\right)(b_3\times 1)=\cdots\cdots$$

여기서 $h_1-h_2=h_2-h_3=h_3-h_4$

$$=\cdots\cdots=\Delta h=\frac{h}{N_d}$$

$$\therefore\ \Delta q = k\frac{h}{N_d} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

만약 流路의 數를 N_f라고 하면 構造物밑에서 單位길이 當의 流出量은 다음과 같다.

$$q = N_f \Delta q = kh\frac{N_f}{N_d} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

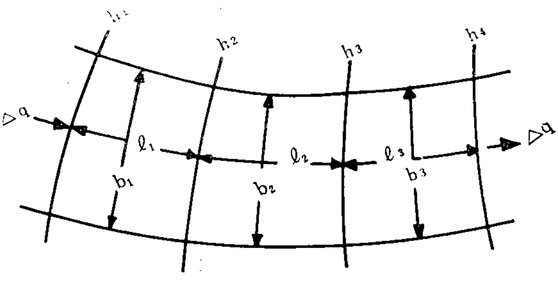


그림. 6. 流線網

流線網은 거의 正方形으로 作圖되는 것이 普通이나 矩形으로 作圖되는 경우가 있다. 이와 같은 경우에 流線網의 幅에 對한 길이의 比는 一定하다.

즉 $\frac{b_1}{l_1} = \frac{b_2}{l_2} = \frac{b_3}{l_3} \cdots\cdots\cdots\cdots = n$

이와같은 流線網에서는 構造物의 單位길이 當의 浸透量은 다음과 같다.

$$q = kh\frac{N_f}{N_d}\ n \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

例題 1. 그림. 4와 같은 流線網에서

(a) A, B, C點에 piezometer를 設置하였다면 그의 水頭는 얼마나 되겠느냐

(b) $k=2\times10^{-3}$cm/sec라면 댐의 길이 1m當 1日間에 浸透損失量은 얼마냐.

(解) 그림. 4에서 最大水頭差 $h=10$m, $N_d=12$, $N_f=5$, $\triangle h = \frac{h}{N_d} = \frac{10}{12} = 0.833$이다.

(a) ① A點은 4번째의 等水頭線上에 있다. 따라서 上流側에서 A點까지는 3個의 等水頭面이 되기 때문에 損失水頭는 $3\times0.833=2.5$m가 된다. 따라서 A點에서 piezometer의 水位는 地表面 위에서 $10-2.5=7.5$(m)가 된다.

② B點은 6번째의 等水頭線上에 있으므로 損失水頭는 $5\times0.833=4.165$(m)이다. 따라서 B點에서 piezometer의 水位는 地表面 위에서 $10-4.165=5.835$(m)이다.

③ C點은 A點과 같은 等水頭線上에 있으므로 piezometer의 水位는 A點에서와 같이 地表面 위에서 7.5m가 된다.

(b) 浸透損失量은 (25)式으로 구한다.

$$q = 2\times10^{-3}\times1,000\times\frac{5}{12}\times100 \times86,400\times\frac{1}{10^6} = 7.2(\text{m}^3/\text{m/day})$$

4. 構造物 밑에서의 揚壓力

構造物 밑에서의 揚壓力은 流線網을 使用하여 求할 수 있다. 그의 方法은 數値的인 方法으로 說明될 수 있다. 그림. 7은 그림. 4의 댐斷面을 나타낸 것으로 D點에서의 壓力水頭를 알기 위하여 그림. 4에 나타낸 流線網을 考慮하면 壓力水頭는 10+3.34m에서 損失水頭를 빼면 된다.

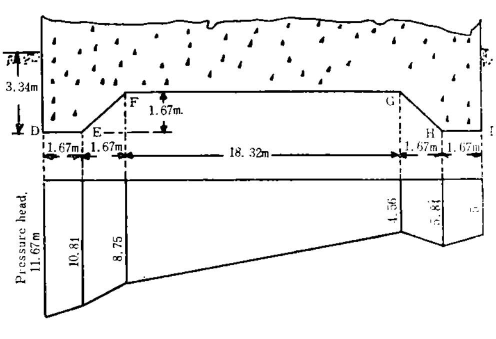


그림. 7. 그림 4의 댐단면 밑에서의 압력수두

D點은 上流側에서부터 3번째 等水頭線上에 있으므로 이 點에서의 損失水頭는 다음과 같다.

$$2\times\frac{h}{N_d} = 2\times\left(\frac{10}{12}\right) = 1.67(\text{m})$$

따라서 D點에서의 壓力水頭는 다음과 같다.

$$13.34-1.67=11.67(\text{m})$$

같은 方法으로 E點과 F點에서의 壓力水頭는

E點에서 壓力水頭$=(10+3.34)-3\times\frac{10}{12}$
$=10.84(\mathrm{m})$

F點에서 壓力水頭$=(10+1.67)-3.5\times\frac{10}{12}$
$=8.75(\mathrm{m})$

(F點은 上流側에서 4번째와 5번째의 중앙 부근에 있으므로 等水頭面은 3.5로 取했음)

G點에서 壓力水頭$=(10+1.67)-8.5\times\frac{10}{12}$
$=4.59(\mathrm{m})$

H點에서 壓力水頭$=(10+3.34)-9\times\frac{10}{12}$
$=5.84(\mathrm{m})$

I點에서 壓力水頭$=(10+3.34)-10\times\frac{10}{12}$
$=5.0(\mathrm{m})$

F點과 G點 사이에 壓力水頭의 變化는 大略 直線的으로 變한다. 따라서 댐의 單位 길이當의 揚壓力(U)은 다음과 같이 計算한다.

$$U=1.0\Big[\Big(\frac{11.67+10.84}{2}\Big)(1.67)+\Big(\frac{10.84+8.75}{2}\Big)(1.67)+\Big(\frac{8.75+4.56}{2}\Big)(18.32)+\Big(\frac{4.59+5.84}{2}\Big)(1.67)+\Big(\frac{5.84+5.0}{2}\Big)(1.67)\Big]$$
$$=1.0(18.8+16.36+121.92+8.71+9.05)$$
$$=174.84(\mathrm{t/m})$$

5. 異方性 土層에서의 流線網

지금까지는 等方性인 경우 即 $k=k_h=k_v$인 경우를 取扱해 왔다. 그러나 透水係數에 對해서 異方性을 나타내는 土層에서 流線網을 作圖하는 方法은 다음과 같다.

(9)式을 變形하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 h}{\frac{k_z}{k_x}\,\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

$x'=\sqrt{k_z/k_x}\cdot x$라고 놓으면 $\frac{\partial^2 h}{\partial x'^2}=\frac{\partial^2 h}{\partial x^2(k_z/k_x)}$로 되고 (27)式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

(28)式은 等方性의 흙에서 흐름에 對한 (10)式과 같은 形態를 하고 $x'z$ 面에서 서로 直交하는 線을 나타낸다.

異方性의 土層에서 流線網의 作圖方法은 다음과 같다.

① 垂直方向의 縮尺으로 構造物의 斷面을 그린다.

② $\sqrt{k_z/k_x}$를 결정한다.

③ 水平方向의 치수에 $\sqrt{k_z/k_x}$를 곱해서 축소한 변형단면을 그린다.

④ ③에서 作圖한 변형단면에 대하여 等方性의 경우와 같은 方法으로 流線網을 그린다.

⑤ 다음과 같은 方法으로 浸透量을 計算한다.

$$q=\sqrt{k_x\cdot k_z}\cdot h\frac{N_f}{N_d} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

例題 2. 그림. 8(a)에서와 같은 댐斷面에서 水平方向과 垂直方向의 透水係數가 各各 3×10^{-3}cm/sec, 6×10^{-3}cm/sec일 때 流線網을 作圖하고 댐길이 1m當 1日間의 浸透損失量을 求하라.

(解) 그림. 8에서 주어진 자료로부터

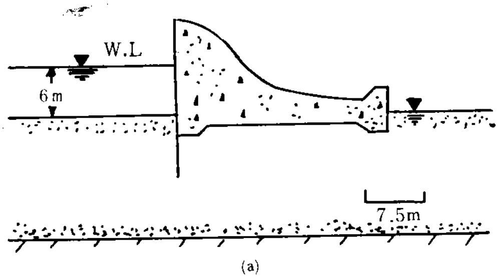
$k_z=3\times10^{-3}\mathrm{cm/sec}=2.592\mathrm{m/day}$

$k_x=6\times10^{-2}\mathrm{cm/sec}=5.184\mathrm{m/day}$

$$\text{水平縮尺}=\sqrt{\frac{3\times10^{-3}}{6\times10^{-3}}}(\text{垂直縮尺})=\frac{1}{\sqrt{2}}(\text{垂直縮尺})$$

이것을 기초로 하여 댐단면은 그림. 8(b)와 같이 다시 그려지고 浸透量은 (29)식으로 求한다. 단 그림. 8(b)에서 $h=6\mathrm{m}$, $N_d=8$, $N_f=2.5$이다(最下部의 流路는 길이와 幅의 比가 0.5이므로 流路의 數는 0.5로 取함).

$$q=\sqrt{2.592\times5.184}\times6\times\frac{2.5}{8}=6.873$$
$(\mathrm{m^3/m/day})$



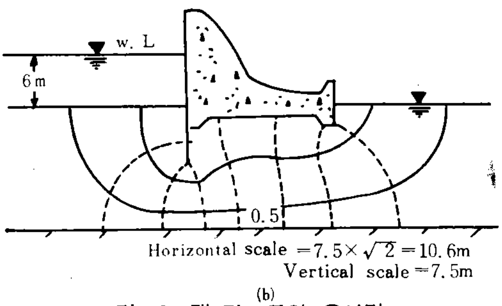


그림. 8. 댐 밑에서의 유선망

6. 成層土地盤上에 設置한 構造物 밑의 流線網

지금까지의 流線網作圖法은 地層이 모두 均一할때이나 이와 같은 경우는 드물고 그림. 9에서와 같이 成層狀態로 堆積된 地層에서 流線網을 作圖하게 되는 경우가 많다. 流線網이 透水係數가 다른 두 個의 地層의 境界에 걸쳐서 作圖될 때 流線網은 그의 境界面에서 굴절한다.

그림. 9. 변형조건

이것을 변형조건(transfer condition)이라고 한다. 그림. 9는 流路가 두 地層의 境界를 通過하는 一般的인 경우를 나타낸 것이다.

地層 I과 II의 透水係數는 各各 k_1과 k_2이다. 그림. 9에서 實線은 流線이고 이에 直交하는 點線은 等水頭線이다.

$\triangle h$는 인접하는 2個의 等水頭線 사이에 水頭損失이라고 하면 斷面에 直角方向으로 單位길이當의 流路의 浸透量은 다음과 같다.

$$\triangle q=k_1\frac{\triangle h}{l_1}(b_1\times 1)=k_2\frac{\triangle h}{l_2}(b_2\times 1)$$

혹은 $$\frac{k_1}{k_2}=\frac{b_2/l_2}{b_1/l_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(30)$$

$b_1=l_1$이면 $\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{b_2}{l_2}$이 된다.

그림 9에서

$$l_1=AB\ \sin\theta_1=AB\ \cos\alpha_1\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$
$$l_2=AB\ \sin\theta_2=AB\ \cos\alpha_2\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$
$$b_1=AC\ \cos\theta_1=AC\ \sin\alpha_1\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$
$$b_2=AC\ \cos\theta_2=AC\ \sin\alpha_2\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

(31)式과 (33)式에서

$$\frac{b_1}{l_1}=\frac{AC\ \cos\theta_1}{AB\ \sin\theta_1}=\frac{AC\ \sin\alpha_1}{AB\ \cos\alpha_1}$$

혹은 $$\frac{b_1}{l_1}=\frac{AC}{AB}\ \frac{1}{\tan\theta_1}=\frac{AC}{AB}\ \tan\alpha_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

(32)式과 (34)式에서

$$\frac{b_2}{l_2}=\frac{AC\ \cos\theta_2}{AB\ \sin\theta_2}=\frac{AC\ \sin\alpha_2}{AB\ \cos\alpha_2}$$

혹은 $$\frac{b_2}{l_2}=\frac{AC}{AB}\ \frac{1}{\tan\theta_2}=\frac{AC}{AB}\ \tan\alpha_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(36)$$

(30), (35) 및 (36)式에서

$$\frac{k_1}{k_2}=\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

成層土 地盤의 流線網은 等方性의 경우에 流線網의 一般的인 原理에 (37)式을 使用하여 作圖할 수 있다. 流線網을 作圖함에는 다음과 같은 點에 유의해야 한다.

(1) 만약 $k_1>k_2$이면 第1層에서 流線網은 正方形으로 한다. 이것은 $b_1=l_1$이므로 (30)式에서 $k_1/k_2=b_2/l_2$이다. 따라서 第2層에서는 流線網은 矩形이 되고 그림. 10(a)와 같이 幅과 길이의 比가 k_1/k_2과 같다.

(2) 만약 $k_1 < k_2$이면 第1層에서 流線網은 正方形으로 되고(即 $l_1 = b_1$) (30)式에서 $k_1/k_2 = b_2/l_2$이고 第2層에서 流線網은 矩形으로 되고 그림. 10(b)와 같이 된다.

하나의 例로서 그림. 11에서와 같이 댐이 透水係數가 다른 두 地層 위에 축조되었을 때의 流線網은 다음과 같이 作圖한다.

$k_1 = 5 \times 10^{-3}$cm/see, $k_2 = 2.5 \times 10^{-3}$cm/sec

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2.5 \times 10^{-3}} = 2 = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2}$$

第1層의 地盤에서 流線網은 正方形으로 作圖하고 $k_1/k_2 = 2$이기 때문에 第2層의 地盤에서는 流線網의 길이와 幅의 比, 즉 l/b의 값은 $\frac{1}{2}$이다.

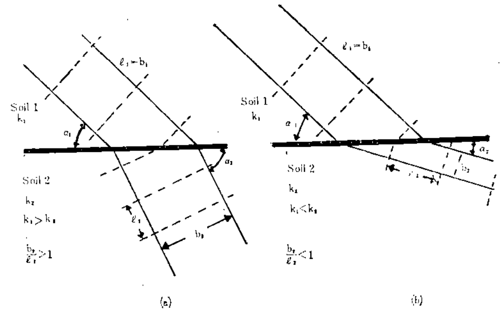


그림. 10. 투수계수가 다른 토층 경계에서의 유로

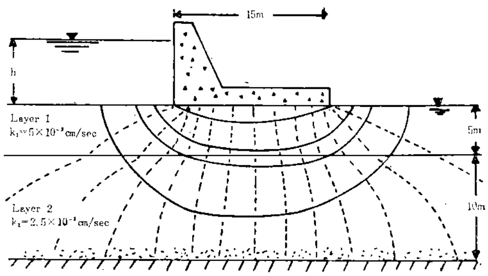


그림. 11. 댐밑에서의 유선망