

# 보 및 비틀림계에 대한 Frontal 전달매트릭스법의 적용성에 관한 연구

金 永 植

釜山水産大學  
(1986년 5월 14일 수리)

## A Study on the Application of Frontal Transfer Matrix Method to the Beam and the Torsional System

Yeong-Sik Kim

National Fisheries University of Pusan  
(Received May 14, 1986)

The transfer matrix method has been extensively used to analyze the vibration problem. The final stage in this method is to find out solutions which make the frequency determinant zero. However, the frequency determinant includes the exponential terms and it causes instability to calculation and increases error. Recently the frontal transfer matrix method was suggested by Okada to heighten stability and effectivity in calculation.

This paper applied the frontal transfer method to both the beam and torsional system, and confirmed stability and effectivity in comparison with the transfer matrix method and the Holzer method.

### 記號說明

{S} : State vector  
M : Moment [N·m]  
V : Shear force [N]  
w : Deflection [m]  
 $\theta$  : Slope [rad]  
[I] : Unit matrix  
[0] : Null matrix  
l : Length of beam [m]  
m : Mass [kg]  
 $\omega$  : Natural frequency [rad/s]  
E : Young's modulus [ $P_a$ ]  
I : Moment of inertia [ $m^4$ ]  
[P] : Frontal transfer matrix  
[U] : Transfer matrix  
 $\phi$  : Displacement [rad]

T : Torque [N·m]  
k : Torsional spring constant [N·m/rad]  
J : Moment of inertia [ $kg \cdot m^2$ ]  
D : Frequency determinant  
R : Residual torque [N·m]

### 緒 論

전달매트릭스법은 振動問題의 해석을 위한 한 방법으로 널리 사용되고 있다<sup>1,2,3</sup>. 이 방법의 마지막 단계는 振動數行列式을 0으로 하는 解를 찾는 것이며, 실제계에 이 방법을 적용함에 있어서는 무수한 試行값들에 대한 시행착오과정으로 그 近似解를 구하게 된다. 그러나 振動數行列式은 指數項을 포함하고 있어 긴 구조물의 高周波計算에 있어서는 計算이 불안정하게 된다든지 또는 誤差가 증가하는 결점들이 지적되어 왔다.

최근 이 전달매트릭스의 계산에 부분매트릭스의 逐次減少에 의해 계산의 안정화와 효율화를 기하려고 하는 frontal 전달 매트릭스법이 岡田 등에 의해 발표되었다<sup>4)</sup>. 이들에 의하면 이 방법이 계산과정은 다소 복잡하나 계산의 精度나 효율은 最良의 것으로 생각되고 또한 구조물의 구획화나 일부구조의 대개 변수변화를 효율 좋게 평가하는 재해석에도 간단히 응용할 수 있는 것으로 생각되어 진다.

본 연구에서는 frontal 전달매트릭스법을 보와 비틀림계에 적용하여 電算프로그램을 작성하고 이 방법에 의한 計算結果를 통상의 전달매트릭스법 또는 Holzer의 방법에 의한 計算結果와 비교하여 계산의 안정성과 효율성을 확인하였다.

## 理論 解析

### 1. 보

兩端固定보의 경우를 생각하자. 左端을 0, 右端을  $n$  으로 표시하면 左端의 境界條件은 처짐과 경사각이 既知로서  $C$  이며, 狀態벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{S^0\} = \begin{Bmatrix} S_u^0 \\ \vdots \\ S_k^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M \\ V \\ -w \\ \theta \end{Bmatrix}_0 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} M_0 \\ V_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \{S_u^0\} \quad (1)$$

점 0 과 1 사이에서는 다음의 관계식이 성립한다.

$$\{S^1\} = \begin{Bmatrix} S_u^1 \\ \vdots \\ S_k^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M \\ V \\ -w \\ \theta \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} 1 & l & 0 & 0 \\ \frac{m\omega^2 l^2}{2EI} & 1 + \frac{m\omega^2 l^3}{6EI} & m\omega^2 & m\omega^2 l \\ \frac{l^2}{2EI} & \frac{l^3}{6EI} & 1 & l \\ \frac{l}{EI} & \frac{l^2}{2EI} & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M \\ V \\ \vdots \\ -w \\ \theta \end{Bmatrix}_0 = \begin{Bmatrix} 1 & l \\ \frac{m\omega^2 l^2}{2EI} & 1 + \frac{m\omega^2 l^3}{6EI} \\ \frac{l^2}{2EI} & \frac{l^3}{6EI} \\ \frac{l}{EI} & \frac{l^2}{2EI} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} M_0 \\ V_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_u^0 \\ \vdots \\ P_k^0 \end{Bmatrix} \{S_u^0\} \quad (2)$$

$$[P_u^0] = \begin{pmatrix} 1 & l \\ \frac{m\omega^2 l^2}{2EI} & 1 + \frac{m\omega^2 l^3}{6EI} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$[P_k^0] = \begin{pmatrix} l^2 & l^3 \\ \frac{2EI}{EI} & \frac{6EI}{2EI} \end{pmatrix} \quad (4)$$

점 2에서의 관계식은 다음과 같다.

$$\{S^2\} = \begin{Bmatrix} P_u^1 \\ \vdots \\ P_k^1 \end{Bmatrix} \{S_u^1\} \quad (5)$$

여기서,

$$[P_u^1] = [U^1_{uu}] + [U^1_{uk}] [P_k^0] [P_u^0]^{-1} \quad (6)$$

$$[P_k^1] = [U^1_{ku}] + [U^1_{kk}] [P_k^0] [P_u^0]^{-1} \quad (7)$$

이므로

$$[P_u^1] = \begin{pmatrix} 1 & l \\ \frac{m\omega^2 l^2}{2EI} & 1 + \frac{m\omega^2 l^3}{6EI} \end{pmatrix}_1 + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ m\omega^2 & m\omega^2 l \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} l^2 & l^3 \\ \frac{2EI}{EI} & \frac{6EI}{2EI} \end{pmatrix}_0 \begin{pmatrix} 1 & l \\ \frac{m\omega^2 l^2}{2EI} & 1 + \frac{m\omega^2 l^3}{6EI} \end{pmatrix}_0^{-1} \quad (8)$$

$$[P_k^1] = \begin{pmatrix} l^2 & l^3 \\ \frac{2EI}{EI} & \frac{6EI}{2EI} \end{pmatrix}_1 + \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} l^2 & l^3 \\ \frac{2EI}{EI} & \frac{6EI}{2EI} \end{pmatrix}_0 \begin{pmatrix} 1 & l \\ \frac{m\omega^2 l^2}{2EI} & 1 + \frac{m\omega^2 l^3}{6EI} \end{pmatrix}_0^{-1} \quad (9)$$

식 (5), (6), (7) 의 관계를 점  $n$  까지 계속하면

$$\{S^n\} = \begin{Bmatrix} S_u^n \\ \vdots \\ S_k^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_u^{n-1} \\ \vdots \\ P_k^{n-1} \end{Bmatrix} \{S_u^{n-1}\} \quad (10)$$

따라서 右端인 점  $n$  에서의 狀態벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{S^n\} = \begin{Bmatrix} M \\ V \\ \vdots \\ -w \\ \theta \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} P_{u11} & P_{u12} \\ P_{u21} & P_{u22} \\ \vdots & \vdots \\ P_{k11} & P_{k12} \\ P_{k21} & P_{k22} \end{Bmatrix}_{n-1} \begin{Bmatrix} M \\ V \end{Bmatrix}_{n-1} \quad (11)$$

右端의 境界條件이 固定이므로

$$\begin{Bmatrix} -w \\ \theta \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} P_{k11} & P_{k12} \\ P_{k21} & P_{k22} \end{Bmatrix}_{n-1} \begin{Bmatrix} M \\ V \end{Bmatrix}_{n-1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

즉 行列式

$$\begin{vmatrix} P_{k11} & P_{k12} \\ P_{k21} & P_{k22} \end{vmatrix}_{n-1} = 0$$

을 만족시키는  $\omega$  의 값이 兩端固定보의 固有振動數이다.

### 2. 비틀림계

비틀림계에 있어서도 理論 전개는 보의 경우와 같다.

대부분의 비틀림계에 있어서 兩端의 境界條件은 自由이며 여기에서도 兩端이 自由인 경우를 생각하자. 左端에 있어서는 토크가 既知로서 0 이며 狀態벡터  $\{S^0\}$  는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{S^0\} = \begin{Bmatrix} S_u^0 \\ \vdots \\ S_k^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi \\ \vdots \\ T \end{Bmatrix}_0 = \begin{Bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \{\phi_0\} \quad (13)$$

점 0 과 1 사이에서 다음 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \{S^1\} &= \begin{Bmatrix} S_u^1 \\ \vdots \\ S_k^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi \\ \vdots \\ T \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} 1 & \vdots & \frac{1}{k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -J\omega^2 & \vdots & 1 - \frac{J\omega^2}{k} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \vdots \\ T \end{Bmatrix}_0 \\ &= \begin{Bmatrix} 1 \\ \vdots \\ -J\omega^2 \end{Bmatrix} \{\phi_0\} = \begin{Bmatrix} P_u^0 \\ \vdots \\ P_k^0 \end{Bmatrix} \{S_u^0\} \end{aligned} \quad (14)$$

그러므로

$$P_u^0 = 1 \quad (15)$$

$$P_k^0 = -J_0\omega^2 \quad (16)$$

비틀림계에 있어서  $P_u^0, P_k^0$ 는 매트릭스형태가 아닌 하나의 산술식으로 된다.

식 (5), (6), (7)의 관계를 점  $n$  까지 계속하면 右端에서의 狀態벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{S^n\} = \begin{Bmatrix} \phi \\ \vdots \\ T \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} P_u \\ \vdots \\ P_k \end{Bmatrix}_{n-1} \{\phi\}_{n-1} \quad (17)$$

右端의 境界條件이 自由이므로

$$T_n = (P_k)_{n-1} \cdot \phi_{n-1} = 0 \quad (18)$$

즉  $(P_k)_{n-1} = 0$  을 만족시키는  $\omega$  의 값이 兩端의 境界條件이 自由인 비틀림계에 있어서의 固有振動數이다.

### 數 值 計 算

數值計算에 이용한 兩端固定보는 길이 1 m, 線密度 10 kg/m, 굽힘剛性(EI) 10 N·m<sup>2</sup> 으로 하였고 전체길이를 50 等分하여 分割된 점에 質量을 集中시켰다. 비틀림계에 있어서는 釜山水產大學 實習船 새바다호 크랭크軸系에 대한 等價軸系(Fig. 1)를 이용하였다. 等價質量 및 비틀림 스프링상수는 Table 1과 같다.

보에 있어서는 frontal 전달매트릭스법과 전달매트릭스법에 의하여 20節까지의 固有振動數를 구하

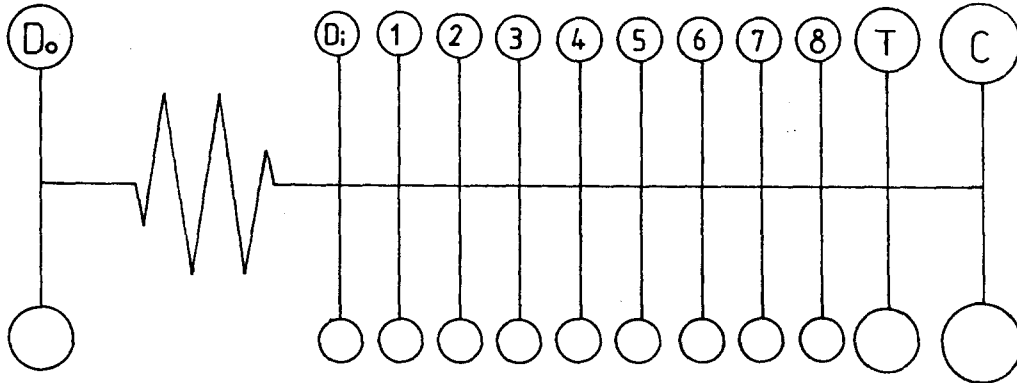


Fig. 1. Equivalent model to the crankshaft for the crankshaft of the M. S. Saebada.

Table 1. Equivalent masses and torsional spring constants to the crankshaft of the M. S. Saebada

Symbol	Name	Equivalent mass (kg)	Field	Torsional spring constant (N.m/rad)
D <sub>o</sub>	Damper outerwheel	1403	D <sub>o</sub> -D <sub>i</sub>	15.87 × 10 <sup>5</sup>
D <sub>i</sub>	Damper innerwheel	439	D <sub>i</sub> -1	149.82 × 10 <sup>5</sup>
1	No. 1 cylinder	500	1-2	124.07 × 10 <sup>5</sup>
2	No. 2 cylinder	500	2-3	124.07 × 10 <sup>5</sup>
3	No. 3 cylinder	500	3-4	124.07 × 10 <sup>5</sup>
4	No. 4 cylinder	500	4-5	124.07 × 10 <sup>5</sup>
5	No. 5 cylinder	500	5-6	124.07 × 10 <sup>5</sup>
6	No. 6 cylinder	500	6-7	124.07 × 10 <sup>5</sup>
7	No. 7 cylinder	500	7-8	124.47 × 10 <sup>5</sup>
8	No. 8 cylinder	500	8-T	54.70 × 10 <sup>5</sup>
T	Turming wgeel	1546	T-C	141.64 × 10 <sup>5</sup>
C	Coupling	24630		

었고, 비틀림계에 있어서는 frontal 전달매트릭스법, 전달매트릭스법 및 Holzer의 방법에 의하여 2절까지의 固有振動數를 구하였다.

한편 振動數行列식에 있어서 解가 존재하는 구간을 알 때 그 近似解를 구하는 반복법으로는 선형내삽법이 수렴속도가 빠르며<sup>5)</sup>, 본 연구에서 사용한 모든 電算프로그램도 선형내삽법에 의해 解를 추적하도록 하였다. 또 전달매트릭스법에서는 먼저 左端의 境界條件을 고려하여 計算을 행함으로써 보에 있어서는  $[4 \times 4] \times [4 \times 2]$ , 비틀림계에 있어서는  $[2 \times 2] \times [2 \times 1]$  의 매트릭스演算이 되도록 하였다.

## 結果 및 考察

### 1. 보

兩端固定보에 대한 數值計算의 結果를 古典的인 微分方程式에 의한 嚴密解<sup>6)</sup>와 비교하여 Table 2에 나타내었다.

두 방법에 의한 計算結果가 9절까지는 잘 일치하여 嚴密解와는 약간의 차이를 보이고 있으나 10절 이상에서는 전달매트릭스법에 의한 計算의 誤差가 점차 증가하며 13절이상이 되면 計算이 불안정해진다. 이런 점으로 보아 解의 정확성과 計算의 안정성의 면에서는 frontal 전달매트릭스법이 전달매트릭스법보다 우수한 것으로 생각된다.

그러나, frontal 전달매트릭스법을 적용함에 있어서는 試行값의 선택에 상당한 어려움이 있으며, 적절한 試行값을 선택하지 않을 경우 원하는 解를 구할 수 없다.

Table 3에 試行값과 이에 대한 두 방법에 의한 振動數行列식의 값을 나타내었다. 이 結果로 미루어

Table 3. Trial values and frequency determinants for the beam

Trial value (rad/s)	Transfer matrix	Frontal method
0	.52083333 × 10 <sup>6</sup>	.52083333 × 10 <sup>6</sup>
10	.39860161 × 10 <sup>6</sup>	.25120277 × 10 <sup>6</sup>
20	.81674913 × 10 <sup>5</sup>	-.88890110 × 10 <sup>5</sup>
30	-.29455970 × 10 <sup>6</sup>	-.37745469 × 10 <sup>5</sup>
40	-.54811226 × 10 <sup>6</sup>	-.23953385 × 10 <sup>6</sup>
50	-.50668099 × 10 <sup>6</sup>	-.17538932 × 10 <sup>6</sup>
60	-.69456876 × 10 <sup>5</sup>	-.13831655 × 10 <sup>5</sup>
70	.73949609 × 10 <sup>6</sup>	-.11416288 × 10 <sup>5</sup>
80	.17402128 × 10 <sup>7</sup>	-.97176661 × 10 <sup>5</sup>
90	.25997154 × 10 <sup>7</sup>	-.84579202 × 10 <sup>5</sup>
100	.28757798 × 10 <sup>7</sup>	-.74863733 × 10 <sup>5</sup>
110	.21021169 × 10 <sup>7</sup>	-.67142367 × 10 <sup>5</sup>
120	-.92080195 × 10 <sup>5</sup>	-.60857934 × 10 <sup>5</sup>

전달매트릭스법에서는 振動數行列식의 값의 부호가 바뀌는 구간에서 解가 존재하나 frontal 전달매트릭스법에서는 반드시 그렇지는 않다는 것을 알 수 있다. 즉 初期試行값을 0, 試行 값의 増分을 10으로 했을 때 전달매트릭스법에 의하면 試行값 20~30, 60~70, 110~120 에서 振動數行列식의 값의 부호가 바뀌며, 또 실제로 解가 존재하나 frontal 전달매트릭스법에 의하면 試行값 10~20 에서 振動數行列식의 값의 부호는 바뀌지만 解는 존재하지 않는다.

試行값의 増分을 좀 더 작게 하여 frontal 전달매트릭스법을 적용하면 試行값 22.1~22.2 에서 振動數行列식의 값이 음에서 양으로, 22.2~22.3에서 양에서 음으로 바뀌며 다시 試行 값 61~62 에서 음에서 양으로, 62~63 에서 양에서 음으로 바뀐다. 이 結果로 미루어 frontal 전달매트릭스법에서는 振動數行列식의 값이 음에서 양으로 바뀌는 구간에서 단 解가 존재하며 1절의 경우에는 試行값의 増分을 0.1

Table 2. Comparison of natural frequencies by each method for the beam (rad/s)

Mode number	Theory	Transfer matrix	Frontal method
1	22.37	22.15	22.15
2	61.67	61.05	61.67
9	890.73	881.69	881.69
10	1088.12	1076.93	1077.02
11	1305.26	1291.75	1291.85
12	1542.13	1518.77	1526.14
13	1798.74	—	1779.86
18	3377.87	—	3337.82
19	3752.92	—	3706.55
20	4147.90	—	4093.93

이상으로 또 2節의 경우에는 1 이상으로 선택하면 원하는 解를 구할 수 없다는 것을 알 수 있다.

또 振動數行列式의 값이 양에서 음으로 바뀌는 구간에서 解가 존재하지 않는 이유는 試行값에 대한 振動數行列式의 曲線이 이 구간에서 不連續으로 最大 및 最小 값을 갖기 때문이며 이 같은 경향은 境界條件에 따라 다르다. 즉 兩端固定이나 兩端支持의 경우에는 振動數行列式의 값이 양에서 음으로, 一端固定他端支持나 一端固定他端自由의 경우에는 음에서 양으로 바뀌는 구간에서 不連續이다.

Table 4 에 각 境界條件하에서 解가 존재하는 구간의 두 試行 값 ( $\alpha = \omega^2$ ) 과 이에 대한 振動數行列式의 값을, Table 5 에 그 구간에서 선형내삽법에

의해 近似解를 구하기 위한 반복횟수를 나타내었다. 이 結果에서 近似解로의 수렴에 필요한 반복횟수는 frontal 전달매트릭스법이 전달매트릭스법 보다 훨씬 많다는 것을 알 수 있고, 또 한 試行값에 대한 演算 시간도 frontal 전달매트릭스법이 약 1.1 배로서 더 많이 소요되므로 전체적으로 振動數行列式의 값을 0 으로 하는 解를 구하는데는 frontal 전달매트릭스법이 훨씬 더 많은 시간을 필요로 한다는 것을 알 수 있다.

여기에서 岡田 등이 frontal 전달매트릭스법이 전달매트릭스법에 비해 필요한 메모리나 계산횟수를 절약할 수 있다고 결론지은 부분에 대해서는 상당한 의문을 갖지 않을 수 없으며 電算프로그램의 작성에

Table 4. Trial values ( $\alpha = \omega^2$ ) and frequency determinants under each boundary condition for the beam

Boundary condition	Trial value (rad/s)	Frequency determinant	
		Transfer matrix	Frontal method
Fixed	490	.47947486 × 10 <sup>3</sup>	-.13484435 × 10 <sup>4</sup>
	495	-.38507443 × 10 <sup>4</sup>	.93536030 × 10 <sup>5</sup>
	3700	-.15216547 × 10 <sup>5</sup>	-.26910998 × 10 <sup>3</sup>
	3800	.40822110 × 10 <sup>5</sup>	.14809201 × 10 <sup>4</sup>
Supported	50	.11396676 × 10 <sup>4</sup>	-.18672777 × 10 <sup>3</sup>
	100	-.10879688 × 10 <sup>3</sup>	.94893771 × 10 <sup>1</sup>
	1000	-.65780322 × 10 <sup>4</sup>	-.66690368 × 10 <sup>2</sup>
	2000	.97406827 × 10 <sup>4</sup>	.27505549 × 10 <sup>2</sup>
One end fixed	200	.52448001 × 10 <sup>4</sup>	.63894627 × 10 <sup>3</sup>
	300	-.10027696 × 10 <sup>5</sup>	-.12520317 × 10 <sup>4</sup>
Other end supported	2000	-.41113055 × 10 <sup>5</sup>	.22664499 × 10 <sup>3</sup>
	3000	.65961605 × 10 <sup>5</sup>	-.35306389 × 10 <sup>3</sup>
One end fixed	12	.47316707 × 10 <sup>-1</sup>	.39417438 × 10 <sup>0</sup>
	13	-.29618061 × 10 <sup>-1</sup>	-.60696574 × 10 <sup>0</sup>
Other end free	450	-.26766375 × 10 <sup>1</sup>	.60468779 × 10 <sup>0</sup>
	500	.27850310 × 10 <sup>0</sup>	-.13356984 × 10 <sup>0</sup>

Table 5. Convergence iteration number by the false-position method for the beam

Convergence criterion; |D| ≤ 1 × 10<sup>-1</sup>

Boundary condition	Mode number	Iteration number	
		Transfer matrix	Frontal method
Fixed	1	4	more than 20
	2	7	more than 20
Supported	1	8	more than 20
	2	6	more than 20
One end fixed	1	8	9
Other end supported	2	13	15
One end fixed	1	3	18
Other end free	2	4	9

도 境界條件이나 中間條件에 따라 매트릭스의 요소를 일일이 既知와 未知로 재배치해야 하는 등의 번거로움과 함께 電算프로그램의 行도 많아지게 된다.

## 2. 비틀림계

Table 6 에 전달매트릭스법, frontal 전달매트릭스법 및 Holzer의 방법에 의한 새바다호 크랭크軸系에 대한 等價軸系의 固有振動數를 각각 2節까지 나타내었다. 低周波이므로 세 방법에 의한 計算結果가 모두 일치한다.

**Table 6. Natural frequencies of the equivalent system to the crankshaft of the M. S. Saebada (rad/s)**

Mode number	Transfer matrix	Frontal method	Holzer method
1	181.65	181.65	181.65
2	393.40	393.40	393.40

Table 7 에 frontal 전달매트릭스법에 의한 임의의 試行값 ( $\alpha = \omega^2$ ) 과 이에 대한 振動數行列式의 값을 나타내었는데 보의 경우와는 또 다른 경향을 보이고 있다. 試行값에 대한 振動數行列式의 曲線이 試行값 30000~31000 에서 不連續이며 32000~33000 에서 1節 固有振動數가 존재한다. 또 2節 固有振動數는 154000~155000 에서 존재하며 161000~162000 에서 다시 不連續이다. 즉 1節 固有振動數는 振動數行列式의 값이 양에서 음으로, 2節 固有振動數는 음에서 양으로 바뀌는 구간에서 존재한다.

**Table 7. Trial values ( $\alpha = \omega^2$ ) and frequency determinants by the frontal transfer matrix method for the equivalent system to the crankshaft of the M. S. Saebada**

Trial value (rad/s) <sup>2</sup>	Frequency determinant
0	.00000000
100	-.32058039 × 10 <sup>9</sup>
1000	-.32758513 × 10 <sup>8</sup>
20000	-.71278874 × 10 <sup>8</sup>
30000	-.50569099 × 10 <sup>9</sup>
31000	.35436058 × 19 <sup>9</sup>
32000	.60402182 × 10 <sup>8</sup>
33000	-.10320565 × 10 <sup>6</sup>
154000	-.38065305 × 10 <sup>8</sup>
155000	.13441604 × 10 <sup>8</sup>
161000	.29694023 × 10 <sup>10</sup>
162000	-.19585631 × 10 <sup>11</sup>

또한 Table 7 에서 初期試行값을 0 으로 할 때 試行값의 増分을 3000 이상으로 택하면 1節 固有振動數는 구할 수 없다는 것을 알 수 있는데 이에 비해서 전달매트릭스법이나 Holzer의 방법에서는 100000 을 택하더라도 쉽게 구할 수 있다.

Table 8 에 解의 존재구간을 알 때 선형 내삽법에 의해 그 近似解를 구하기 위해 필요한 반복횟수와 한 試行값에 대한 演算시간의 比를 나타내었다.

보의 경우와 마찬가지로 frontal 전달매트릭스법이 다른 두 방법에 비해 훨씬 많은 반복횟수를 필요로 하며 또한 한 試行값에 대한 演算시간도 더 많이 소요되므로 전체적으로 解를 구하는데 있어서 frontal 전달매트릭스법은 특히 비효율적인 것으로 생각된다.

**Table 8. Convergence iteration number by the false-position method and the ratio of operating time to one trial value for the equivalent system to the crankshaft of the M. S. Saebada**  
Convergence criterion;  $|D| \leq 1 \times 10^{-8}$ ,  $|R| \leq 1 \times 10^{-8}$

Method	Mode number	Iteration number	time ratio
Transfer matrix	1	4	1
	2	4	
Frontal method	1	21	1
	2	40	
Holzer method	1	4	0.61
	2	6	

## 要 約

본 연구에서는 frontal 전달매트릭스법을 보와 비틀림계에 적용하여 電算프로그램을 작성하고 이에 의한 計算結果를 보의 경우는 전달매트릭스법, 비틀림계의 경우는 전달매트릭스법 및 Holzer의 방법에 의한 計算結果와 비교하여 計算의 안정성과 효율성을 확인하였다.

주된 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. 보에 있어서 低周波의 경우는 別차이가 없으나 高周波의 경우는 解의 정확성과 計算의 안정성의 면에서 frontal 전달매트릭스법이 전달매트릭스법에 비해 우수하다.

2. 전달매트릭스법이나 Holzer의 방법이 試行값을 비교적 폭넓게 선택할 수 있는데 비하여 frontal 전달매트릭스법은 그 선택에 큰 제약을 받는다.

3. Frontal 전달매트릭스법에서는 解의 존재구간 판단이나 또한 境界條件 및 中間條件에 따라 매트릭스요소를 既知와 未知로 재배치해야 하는등의 번거로움이 있다.

4. 近似解로의 수렴에 필요한 반복횟수는 frontal 전달매트릭스법이 전달매트릭스법이나 Holzer의 방법에 비해 더 많이 필요하고, 한 試行값에 대한 演算시간도 더 많이 소요되므로 計算機 사용시간의 면에서 frontal 전달매트릭스법은 비효율적이다.

### 參 考 文 獻

1. Pestel, E. C. and F. A. Leckie (1963): Matrix method in elastomechanics. McGraw-Hill Book Company.
2. Thomson, W. J. (1981): Theory of vibration with applications. Prentice Hall, Englewood Cliffs. 313-328.
3. Tse, F. S., Morse, I. E. and R. T. Hinkle (1978): Mechanical vibrations. 2nd ed. Allyn and Bacon, Inc., 202-214.
4. 岡田養二, Walter, D. P. and 王波平 (1985): フロントナル傳達マトリックス法(傳達マトリックスの効率的な解法とリアナリシス). 日本機械學會論文集51(469), 2276-2282.
5. 金永植·文德弘(1984): 보의 振動解析에 관한 研究. 韓國漁業技術學會誌 20(1), 43-48.
6. Timoshenko, S., Young, D. H. and W. Weaver, Jr. (1974): Vibration problems in engineering. 4th ed. John Wiley & Sons, Inc., 420-431.