

同心圓環形 曲管 사이의 二次流動에 대한 研究

盧哲勝·李鍾鵬·金仁喆

釜山水產大學院 慶南大學校 釜山水產大學

(접수 1986년 11월 15일)

A Study on the Secondary Flow between two Concentric Torus-Shaped Curved Pipe

Chul Sung NOH

Graduate School of National Fisheries University of Pusan

Jong Bung LEE · In Chull KIM

Kyung Nam University, National Fisheries University of Pusan

(Received November 15, 1986)

This paper is concerned with the numerical analysis on the secondary flow between two concentric torus-shaped curved pipe with the change in ω which is the ratio between the radii of the inner and outer periphery circles.

The primary and the secondary flows are solved by a method of series expansion, based on the momentum equation for the flow fields.

The first term of the series expansion is determined and the analytical and graphical expression is presented for the secondary flow.

It is known that the boundary layer exists, at which the directions of the secondary flow stream lines are reversed, but this study confirmed that the secondary flows are reduced with the increase of the ratio, ω .

序 論

이차유동은 주유동에 부가되어 이중나선운동을 일으키고 그 운동에너지는 유체입자사이의 점성작용에 의하여 열로 소실되므로 관마찰 손실과 함께 또 하나의 중요한 유동손실이 된다. 열교환기 및 배관의 만곡부 유동에서 경계층내에 있는 유체는 관벽의 영향으로 속도 감소와 더불어 원심력의 강하로 관벽에서의 압력을 낮게 한다. 따라서 바깥벽에서 압력기울기의 약화는 관의 중심에서 벽으로 향하는 유동을 일으키며 이것에 의하여 쌍와동을 발생시키는 현상을 이차유동이라 한다.

油管에 대한 流動場의 연구는 처음으로 Dean¹⁾이 충분히 발달한 층류에 대하여 행하였으며, 이 경우 그는 2차유동이 형성되고 유동의동적인 유사성이 Dean수 ($Re \sqrt{A/L}$)와 관계됨을 지적하였다.

Adler²⁾는 실험에 의하여 속도분포를 면밀히 조사하고 층류의 속도분포가 포물선 분포와는 큰 차이가 있음을 밝혔다.

Mori와 Nakayama³⁾는 Dean수가 충분히 큰 경우의 곡관에 대하여 2차유동을 구하였고, 최근 Pouagare와 Lak'shminarayana⁴⁾는 점성계수와 회전효과들을 고려하여 구부러진덕트에서 2차 유동과 와도의 관계를 나타내었다.

Topakoglu⁵⁾는 곡관에서 비 압축성 점성유체의 정상 층류 유동에 대한 2차유동을 해석하였다.

본 논문에서는 비 압축성 점성유체의 정상 층류 유동에 있어서 두 개의 同心圓環形 曲管사이의 2차유동이 반경비의 변화에 따라 어떠한 양상으로 변화하는가를 조사하였다.

첫 부분에서는 유동장에 대한 운동량 방정식을 기초로 하여 主流動의 속도성분과 2차유동의 流函數에

대한 이론 방정식을 세우고 다음 부분에서는 2차유동에 대한 수치계산과 반경비 변화에 따른 2차유동의 유선을 도식화하였다.

理論 解析

1. 適合方程式

좌표계에 대한 표현은 Fig. 1과 같다.

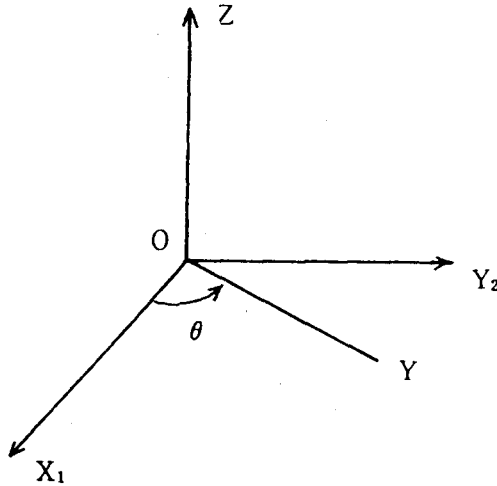


Fig. 1. Co-ordinate system.

流動이 축대칭이라는 가정에서 θ , Y 및 Z 방향의 속도성분을 각각 UV 및 W 라 하면, 이차유동의 속도 성분 V 및 W 는 Stokes의 流函數의 정의에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$V = -\frac{1}{Y}\psi_z, \quad W = \frac{1}{Y}\psi_Y \quad (1)$$

비압축성, 점성유체의 정상유동에 대한 運動量 方程은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y^2 H_z &= \psi_z D^2 \psi + \frac{1}{2}(Y^2 U^2)_z + \nu Y(D^2 \psi)_Y \\ Y^2 H_Y &= \psi_Y D^2 \psi + \frac{1}{2}(Y^2 U^2)_Y - \nu Y(D^2 \psi)_z \end{aligned} \quad (2)$$

$$Y^2 H_\theta = \frac{\partial(\psi, YU)}{\partial(Z, Y)} + \nu Y D^2(YU)$$

(1)식 및 (2)식의 添字는 偏미분 표현이다.

여기서,

$$\begin{aligned} D^2 &\equiv \nabla^2 - \frac{1}{Y} \frac{\partial}{\partial Y} \\ &= H \frac{\partial}{\rho} + \frac{1}{2} S^2 \\ \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \end{aligned}$$

정상축대칭 유동에 대해서 속도가 변하지 않는 방향으로 압력기울기는 일정하므로

$$H^\theta = K(\text{constant}), \quad \text{또 } H_{ZY} = H_{YZ} \quad (3)$$

$$\text{여기서, } K = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (4)$$

(4)식을 θ 에 대하여 적분하면 어느 점에 있어서 압력을 나타낸다.

$$p = p_0 + K\rho\theta \quad (5)$$

단, p_0 는 $\theta=0$ 인 기준면에서 압력기울기이며 $0 \leq \theta < 2\pi$ 이다.

(2)식으로부터 H_z , H_Y 및 H_θ 를 (3)식에 대입하면, 적합방정식은 수직속도 성분 U 의 향으로 표시된다.

$$\nu D^2(YU) = -\frac{1}{Y} \frac{\partial(\psi, YU)}{\partial(Z, Y)} + K \quad (6)$$

$$\nu D^4 \psi = -Y \frac{\partial(\psi, Y^2 D^2 \psi)}{\partial(Z, Y)} + \frac{1}{Y^2}(Y^2 U^2)_z$$

단, $D^4 = D^2(D^2)$

다음 적합방정식(6)을 무차원화 하기 위하여, 유체가 흐르고 있는 영역의 단면 특성길이를 A 라 하면 모든 변수는 다음과 같이 무차원화 된다.

$$Z = Az, \quad Y = Ay, \quad \psi = A\nu\psi,$$

$$U = \frac{\nu}{A} u, \quad K = \frac{\nu^2}{A^2} k \quad (7)$$

(7)식을 (6)식에 대입하여 무차원화한 방정식은 다음과 같다.

$$D^2(\eta u) = -\frac{1}{\eta} \frac{\partial(\psi, \eta u)}{\partial(z, \eta)} + k$$

$$D^4 \psi = -\eta \frac{\partial(\psi, \eta^2 \psi)}{\partial(z, \eta)} + \frac{1}{\eta^2}(\eta^2 u^2)_z \quad (8)$$

여기서,

$$D^2 \equiv \nabla^2 - \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \quad (9)$$

z 와 η 방향의 무차원 속도성분을 w 및 v 라 하면

$$w = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}, \quad v = -\frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (10)$$

무차원 속도벡터 $\&$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$S = \frac{\nu}{A} \& \quad (11)$$

단면의 어느 점을 통과하는 속도벡터를 단면에 투영시킨 벡터를 q 라 하면 (10)식의 두 속도성분은 하나의 벡터로서 조합된다.

$$q = \frac{1}{\eta} e_\theta \times \nabla \psi \quad (12)$$

단, e_θ 는 단면에 수직이며 θ 의 +방향이다.

여기서, 二次流動의 유선은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\psi = \text{Constant} \quad (13)$$

무차원 적합방정식 (8)식을각 방정식의 한변에 대하여 가장 높은 차수를 가진 항만을 모으면 비제차 배조화함수로 표시할 수 있다.

따라서, (8)식의 연산자 D^4 은 (9)식으로부터 다음과 같다.

$$D^4 = \nabla^4 - \frac{2}{\eta} \nabla^2 \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{3}{\eta^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - \frac{3}{\eta^3} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (14)$$

곡관의 대칭축에서 環形 영역에 있는 점들의 최대 거리와 최소거리의, 평균을 그 영역의 평균곡률반경 L 이라 하고, L 에 대한 무차원 길이를 l 이라 하면 $l = -$ 이고, 상수 k 는 평균곡률반경을 반경으로 하는 원을 따라 (-) 무차원 압력기울기로 놓으면

$$k = -lk_0 \quad (15)$$

이다.

여기서 k_0 는 (4)식과 (7)식을 (15)식에 대입하면 다음과 같다.

$$k_0 = -\frac{A^3}{\nu^2} \frac{1}{\rho} \frac{1}{L} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (16)$$

二次流動은 아주 큰 값의 l 에 대하여 쪼개 가가워 지므로 새로운 流函數 φ 를 導入하면,

$$\varphi = \frac{1}{l} \psi \quad (17)$$

또한, 좌표계의 중심을 0으로부터 평균곡률반경을 반경으로 하는 원상에 이동하면,

$$y = \eta - l \quad (18)$$

식 (9), (14), (15), (17) 및 (18)식을 (8)식에 대입하면 적합방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 u &= \frac{1}{\eta^2} u(1-l\varphi z) + \frac{1}{\eta} \left[l \frac{\partial(\varphi, u)}{\partial(y, z)} - u_Y - lk_0 \right] \\ \nabla^4 \varphi &= \frac{1}{l} (u^2)_z + \frac{1}{\eta} \left[2\nabla^2 \varphi_Y + l \frac{\partial(\varphi, \nabla^2 \varphi)}{\partial(y, z)} \right] \\ &\quad - \frac{1}{\eta^2} \left[3\varphi_{YY} + l \frac{\partial(\varphi, \varphi_Y)}{\partial(y, z)} - 2l\varphi z \nabla^2 \varphi \right] \\ &\quad + 3 \frac{1}{\eta^3} \varphi_Y (1-l\varphi z) \end{aligned} \quad (19)$$

수직속도 (u) 와 流函數 φ 를 곡률의 항으로 전개하기 위하여 곡관의 곡률을 다음과 같이 정의한다.

$$\lambda = \frac{1}{l} \quad (20)$$

(19)식의 비선형 미분방정식 형태를 선형화 하기 위하여 미지의 함수 u 와 φ 를 λ 의 멱급수로 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + \lambda u_1 + \lambda^2 u_2 + \dots \\ \varphi &= \lambda \varphi_1 + \lambda^2 \varphi_2 + \dots \end{aligned} \quad (21)$$

벽면의 경계조건은 $S=0$ 이고, (22)식은 (12)식과 (17)식을 고려하면 다음과 같다.

$$u=0, \varphi = \text{Constant} \text{ 및 } \frac{d\varphi}{dr} = 0 \quad (23)$$

여기서 $\frac{d}{dr}$ 는 단면에서 경계곡선에 대한 수직방향으로의 미분을 나타낸다. 특성길이 A 를 oy 축에 평

행한 단면의 최대길이의 절반으로 취하면 (20)식으로 정의된 곡률 λ 는 항상 1 보다 작으므로 임의의 y 좌표는

$$|y| < l \quad (24)$$

따라서, (19)식에 있는 $\frac{1}{\eta}$ 을 λ 의 항으로 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\frac{1}{\eta} = \lambda [1 - \lambda y + \lambda^2 y^2 - \dots] \quad (25)$$

2. 圓形斷面을 가진 曲管에 대한 解析

원형단면의 경우에 대해서 경계조건 (23)식은 극좌표 (r, α)를 취하므로써 만족되며, 극좌표 표현은 다음과 같다.

$$y = r \cos \alpha, z = r \sin \alpha \quad (26)$$

식(19)에 있는 y 및 z 에 대하여 r 및 α 로 변수변환하면,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} &= \cos \alpha \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} \sin \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \\ &= \sin \alpha \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \cos \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (27)$$

r 및 α 방향의 무차원 속도성분 v_r 및 v_α 는 다음과 같다.

$$v_r = -\frac{l}{\eta} \frac{1}{r} \varphi_\alpha, \quad v_\alpha = \frac{l}{\eta} \varphi_r \quad (28)$$

원형 파이프의 경계면에서도 함수 u 와 φ 는 경계조건 (23)식을 만족하므로 다음 식이 성립한다.

$$u_i = 0, \varphi = 0 \text{ 및 } \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} = 0 \quad (29)$$

속도성분 v_r, v_α 및 u 는 (28)식으로부터 단면 어디든지 유한한 값을 가진다.

直管에서의 유동은,

$$(21)식에서 \quad u = u_0,$$

$$(25)식에서 \quad \frac{1}{\eta} = \lambda$$

만을 취하여 (19)식의 첫 식에 대입하고 λ 가 없는 항들만 정리하면 다음과 같다.

$$\nabla^2 u_0 = -k_0 \quad (30)$$

여기서, 두 개의 同心圓環形直管의 경우를 생각하면, 바깥원과 안쪽 원의 반경이 각각 A 와 WA 인 두개의 정지된 동심원환형파이프 사이의 유동에 대한 (30)식의 解는 다음과 같다.

$$u_0 = Re(1 - r^2 - ml_n r) \quad (31)$$

경계조건은 $r = \omega$ 와 $r = 1$ 에서

$$u_0 = 0 \quad (32)$$

여기서, $Re = \frac{1}{4} k_0, m = \frac{1 - \omega^2}{l_n \omega}$ (33)

상수 Re 는 (16)식으로 표현되는 곡관에 따른 압력 기울기와 관계된다. 파이프가 하나인 경우 ($\omega=0$), 직관의 解 (31)식은

$$U_0 = Re(1-r^2) \quad (34)$$

u_0 의 평균값은

$$u_0 m = \frac{1}{2} Re \quad (35)$$

반경 A 인 원형단면을 가진 직관에서의 평균유속 U_m 은 식(11)과 (35)로부터

$$U_m = \frac{1}{2} \frac{\nu}{A} Re, \quad Re = \frac{U_m 2A}{\nu} \quad (36)$$

(36)식은 (33)식으로 정의된 상수 Re 가 원형단면을 가진 직관에서의 유동에 대한 레이놀즈 수임을 나타내고 있다. 그러므로 곡관에서의 압력기울기가 중심원을 따라 측정된 경우 곡관과 같은 단면과 압력기울기를 가진 직관의 레이놀즈 수로써 곡관에서의 유동에 대한 레이놀즈 수로 정의할 수 있다.

3. 二次流動에 對한 一次近似解

동심원환형 곡관사이의 이차유동을 구하기 위하여

$$(21)식과 \quad \varphi = \lambda \varphi_1$$

$$(25)식으로부터 \quad \frac{1}{\eta} = \lambda$$

만을 취하고, (19)식의 둘째 식에 대입하여 λ 계수만을 가진 항만을 정리하면,

$$\nabla^4 \varphi_1 = (u_0^2)z \quad (38)$$

(38)식의 解는 곡관과 같은 단면을 가진 직관에 대한 해를 안다면, 곡관에서의 유동에 대한 무차원 유함수의 첫 항을 나타내므로, 두개의 同心圓環形 曲管사이의 流動은 (27)식을 사용하여, (38)식의 오른쪽 변을 계산하면 다음과 같다.

$$\nabla^4 \varphi_1 = (u_0^2)' \sin \alpha \quad (39)$$

단, $(u_0^2)'$ 는 r 에 대한 미분이다. (39)식의 해는 경계조건 (29)식으로부터 다음의 형태를 취할 것이다.

$$\varphi_1 = g_1 \sin \alpha \quad (40)$$

단, g_1 은 r 의 함수이며 경계조건 (29)식과 u_i , $\frac{1}{r}(\varphi_i)_{\alpha}$, $(\varphi_i)_{,r}$ 은 유한하다는 조건을 만족해야 한다.

즉 圓周에서 $g_1=0$, $g_1'=0$

$$\frac{1}{r} g_1, \quad g_1' \text{는 단면 어디에서나 유한하다.}$$

(40)식의 $\nabla^2(\nabla^2 \varphi_1)$ 과 (39)식을 비교하면,

$$\left[\frac{1}{r} (rb)' \right]' = (u_0^2)' \quad (41)$$

$$\text{여기서, } b = \left[\frac{1}{r} (r g_1)' \right]', \quad \nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \quad (42)$$

(31)식의 u_0 를 (41)식에 대입하여 b 를 구하고 (42)식의 첫 식을 풀어 네개의 상수 M, N, M_1 , 및 N_1 을 포함한 g_1 을 얻는다.

$$g_1 = \frac{1}{288} Re^2 [r^8 + 2(3m l_n r - 2m - 3)r^6 + 9(2m l_n r - 5m - 4)m r^4 l_n r + N r^4 + (M + M_1 l_n r)r^2 + N_1] - \frac{1}{r} \quad (43)$$

네개의 상수는 경계조건으로부터 구해진다.

$$\text{즉, } r=1 \text{에서 } g_1=0, \quad g_1'=0 \quad (44)$$

$$r=\omega \text{에서 } g_1=0, \quad g_1'=0$$

$$M = -\frac{1}{2} \frac{1}{\omega^2 + m + 1} [4(m-9)\omega^6 + (19m^2 - 106m - 36)\omega^4 + (22.5m^3 + m^2 + 20m + 8)\omega^2 + 22.5m^3 + 64m^2 + 42m + 8],$$

$$N = -\frac{3}{\omega^2 + m + 1} [3\omega^6 + (11m + 3)\omega^4 + (3m^2 - 4m - 3)\omega^2 - (3.75m^3 + 12m^2 + 10m + 3)],$$

$$N_1 = \frac{1}{\omega^2 + m + 1} [(2m - 9)\omega^4 + (9.5m^2 - 20m - 9)\omega^2 + (11.25m^2 + 9.5m + 2)m]\omega^2$$

$$= 0 \text{일 때, } g_1 = -\frac{1}{288} u_0^2 (4-r^2)r \quad (46)$$

主流動의 2번째 항은 (21)식, (25)식 및 (26)식에서

$$u = u_0 + \lambda u_1, \quad \varphi = \lambda \varphi_1$$

$$\text{및 } \frac{1}{\eta} = \lambda(1 - \lambda y) = \lambda(1 - \lambda r \cos \alpha) \quad (47)$$

(47)식을 (19)의 식 첫째 식에 대입하여 λ 계수를 갖는 항만을 정리하면,

$$\nabla^2 u_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial(\varphi_1, u_0)}{\partial(r, \alpha)} - u_0 y + k_0 r \cos \alpha \quad (48)$$

식(27)과 (40)을 이용하면 (48)식은

$$\nabla^2 u_1 = F_1 \cos \alpha \quad (49)$$

$$\text{여기서, } F_1 = k_0 r - \left(1 + \frac{1}{r} g_1\right) u_0' \quad (50)$$

경계조건 (29)식을 만족하는 (50)식의 해는 다음의 형태를 취할 것이다.

$$u_1 = f_1 \cos \alpha \quad (51)$$

(50)식에서 주유통은 g_1 을 포함하므로 주유통의 2번째 항이 이차유동에 영향을 받고 있다는 것을 보여주고 있다.

二次流動의 數值計算

두개의 동심 원환형 곡관사이의 유동에 대한 이차 유동의 유선은 (40)식으로 얻어진다.

식을 수치계산하기 위해서는 (43)식의 상수 M, N, M_1 및 N_1 을 결정해야 한다. 이들 상수는 (45)식으로 표시되며 ω 값(안쪽 단면원의 반경에 대한 바깥

쪽 단면원의 반경비)에 의하여 결정된다.

다음 Table 1은 $\omega=0.1$ 부터 0.7까지에 대한 m 값과 상수값을 나타내고 있다.

Table 1. Tabular form of constants for the ratio.

ω	m	N	M_1	M	N_1
.1	-.4	3.25	.044	.031	.000253
.2	-.60	3.36	-.134	-.746	.00321
.3	-.76	5.05	-1.15	-3.07	.00314
.4	-.917	8.48	-3.34	-7.13	-.0154
.5	-1.08	13.89	-7.03	-13.15	-.0748
.6	-1.25	21.58	-12.56	21.39	-.2027
.7	-1.43	31.83	-20.29	-32.12	-.4289

따라서 각 ω 값에 대한 (43)식의 g_1 의 값들은 r 만의 함수로 표시되므로 식(13)과 (40)으로부터 2차유동의 유선은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$288,000 \frac{1}{Re^2} g_1 \sin \alpha = \text{constant} \quad (52)$$

Table 2에는 $\omega=0.1$ 일 때 r 의 미세한 변화에 대한 $288,000 \frac{1}{Re^2} g_1$ 값을 나타내며,

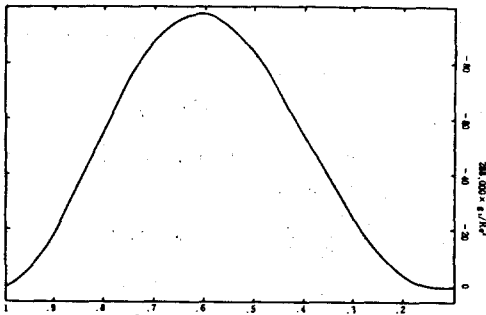


Fig. 2. Function g_1 for the ratio, $\omega=.1$

이 Table로부터 횡축에 r 을 종축에 $288,000 \frac{1}{Re^2} g_1$ 으로 취하여 그래프를 그리면 Fig. 2와 같다.

Fig. 2 그래프를 토대로 (52)식의 Constant 값, -20, -60 및 -85에 대한 이차유동의 유선을 곡관의 단면에 그리면 Fig. 3과 같다.

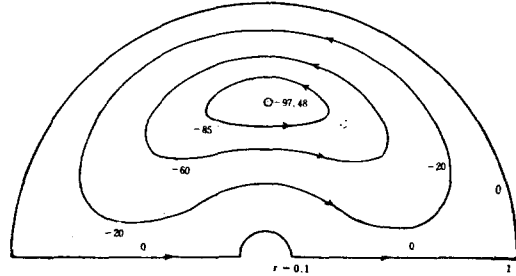


Fig. 3. Secondary flow stream lines for the ratio, $\omega=.1$

또한 $\omega=0.2$ 부터 $\omega=0.7$ 까지의 g_1 곡선과 이차유동의 유선은 Fig. 4부터 Fig. 14까지 나타내었다.

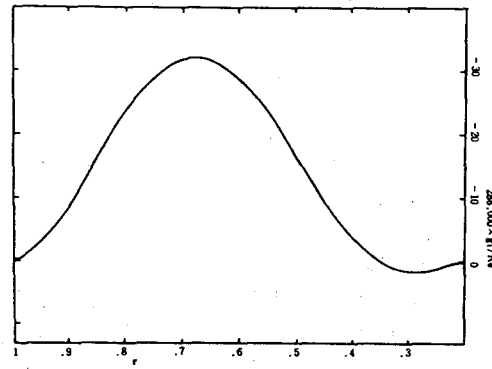


Fig. 4. Function g_1 for the ratio, $\omega=.2$

Table 2. Tabular form of the function, g_1 for the ratio, $\omega=1$.

r	$288,000 \times g_1 / Re^2$	r	$288,000 \times g_1 / Re^2$	r	$288,000 \times g_1 / Re^2$
.1	0	.4	-4.0624	.7	-87.5069
.12	-.016116	.42	-60.5738	.72	-82.7081
.14	-.238.78	.44	-66.899	.74	-77.1033
.16	-.867216	.46	-72.9144	.76	-70.7013
.18	-2.04017	.48	-78.5	.78	-63.8909
.2	-3.84735	.5	-83.5429	.8	-56.5398
.22	-6.33861	.52	-87.9385	.82	-48.8941
.24	-9.52941	.54	-91.5825	.84	-41.1275
.26	-13.4056	.56	-94.423	.86	-33.4307
.28	-17.9275	.58	-96.3615	.88	-26.0066
.3	-23.0333	.6	-97.3554	.9	-19.0731
.32	-28.6432	.62	-97.3675	.92	-12.8597
.34	-34.6622	.64	-96.3799	.94	-7.60162
.38	-40.9832	.66	-94.3913	.96	-3.54156
.38	-47.7906	.68	-91.4207	.98	-.92708
				1.	0.0

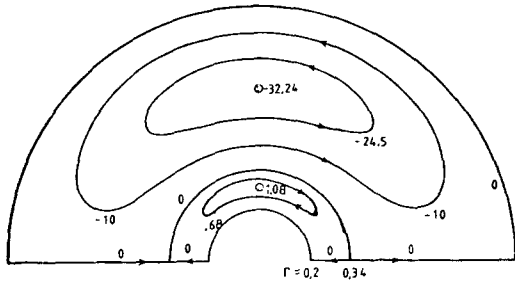


Fig. 5. Secondary flow stream lines for the ratio, $\omega = .2$

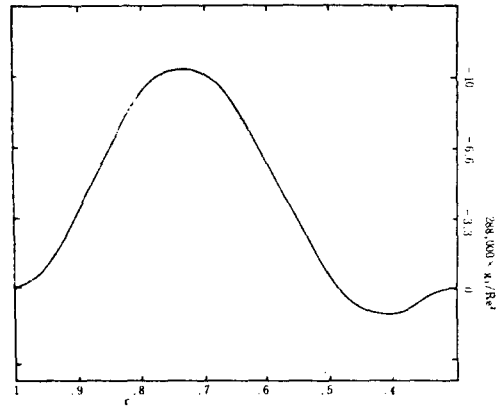


Fig. 6. Function g_1 for the ratio, $\omega = .3$

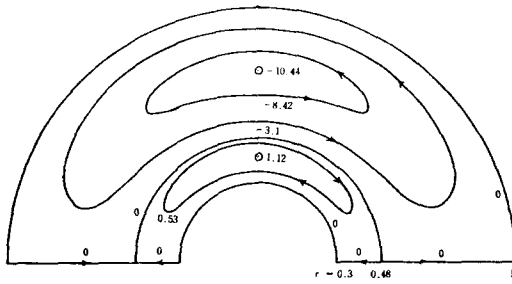


Fig. 7. Secondary flow stream lines for the ratio, $\omega = .3$

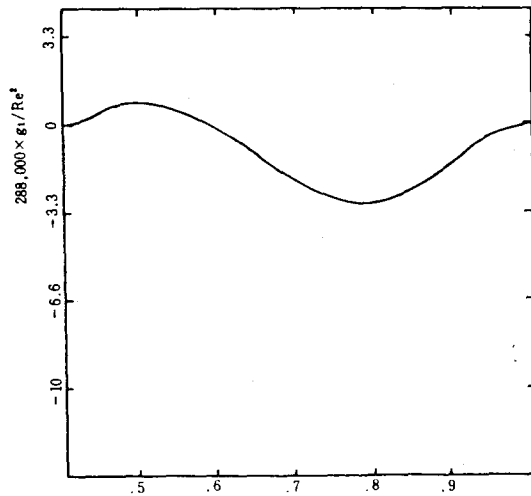


Fig. 8. Function g_1 for the ratio, $\omega = .4$

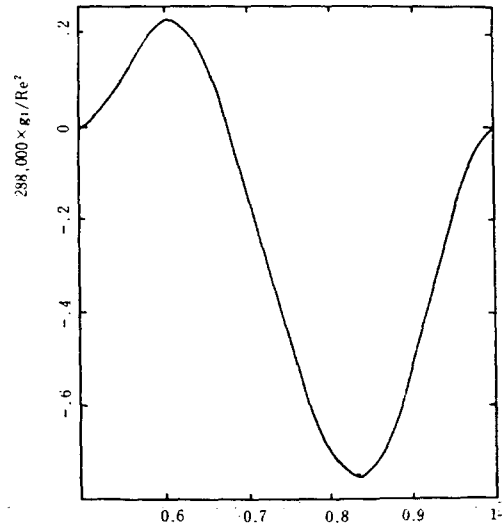


Fig. 10. Function g_1 for the ratio, $\omega = .5$

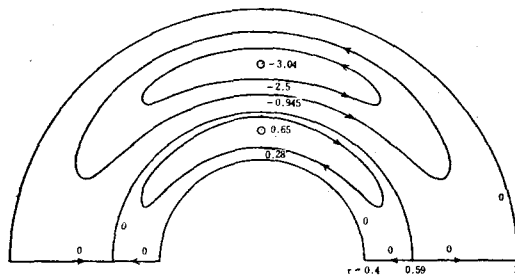


Fig. 9. Secondary flow stream lines for the ratio, $\omega = .4$

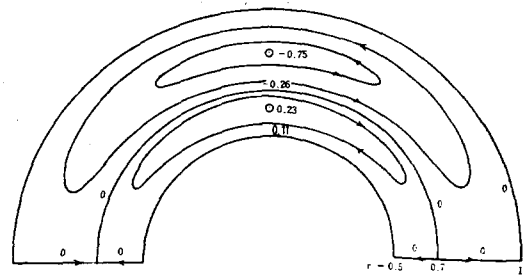


Fig. 11. Secondary flow stream lines for the ratio, $\omega = .5$

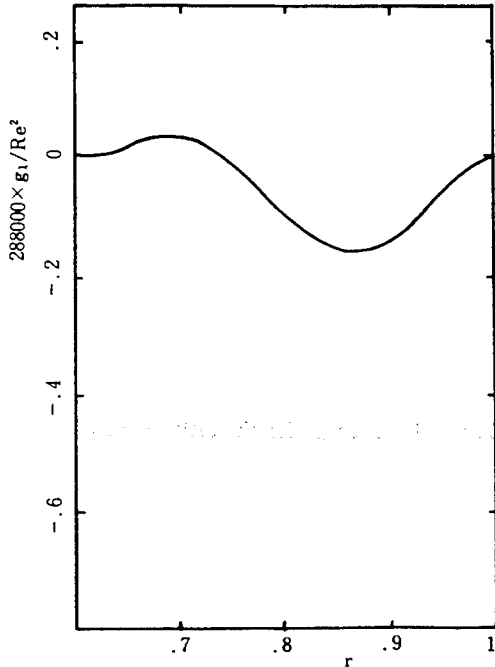


Fig. 12. Function g_1 for the ratio, $\omega = .6$

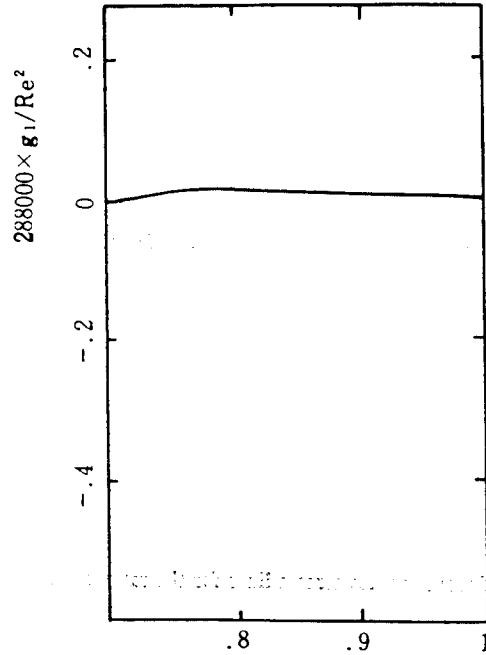


Fig. 14. Function g_1 for the ratio, $\omega = .7$

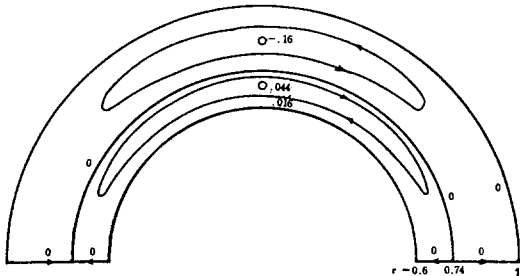


Fig. 13. Secondary flow stream lines for the ratio, $\omega = .6$

檢討 및 考察

두개의 동심원형 곡관에 대하여 반경비의 변화에 따른 이차유동의 변화를 수치 계산하고 도식화한 결과를 검토하면, $\omega = 0.1$ 에서 g_1 곡선은 음의 값만 나타내고 있으며 $r = 0.61$ 에서 -97.48 의 값으로 최소값을 갖는다.

$\omega = 0.1$ 에서는 Constant값으로 -97.48 에 대하여 유선은 $r = 0.61$ 에서 움추려 들고 있다. 따라서 이 점에서는 주유동만이 존재함을 나타낸다.

이차유동의 방향은 곡관의 대칭축이 단면의 왼쪽에 있다는 가정하에서 화살표 방향으로 표시된다.

즉, 미소 유체입자를 고려하면 중심부의 유체입자 사이의 점성마찰은 관벽면의 근처에 있는 유체입자의 점성마찰보다 작으므로 원심력에 의하여 화살표 방향으로 유동함을 나타낸다.

한편 $\omega = 0.2$ 에서 g_1 곡선은 $r = 0.2$ 부터 $r = 0.34$ 앞까지의 범위에서는 양의 값을 가지며 $r = 0.34$ 에서는 **꺾기** 되고 그 이후로부터는 음의 값을 나타내고 있다. 그리고 g_1 곡선은 $r = 0.29$ 에서 1.08 의 최대값을 가지며 $r = 0.68$ 에서 -32.24 의 최소값을 갖는다. 따라서 $\omega = 0.2$ 에서, 단면의 중심과 같은 중심으로, $r = 0.34$ 의 원에 의하여 이차유동의 유선의 방향이 바뀌는 경계층이 형성되며, $r = 0.34$ 의 원은 Constant값으로 0 의 값을 갖는다. 그리고 Constant 값 1.08 과 -32.24 에 대하여 이차유동의 유선은 각각 $r = 0.29$ 와 $r = 0.68$ 에서 움추려 들고 있다. 여기서는 주유동이 2개가 된다.

$\omega = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ 은 $\omega = 0.2$ 와 같은 모양을 나타내며, 반경비 ω 값의 증대에 따라서 g_1 곡선의 최소치가 현저하게 증대하고 있다. 이것은 반경비의 증대에 따라 음의 값을 가지는 이차유동이 점차 약화되고 양의 값을 가지는 이차유동은 점차적으로 우세하게 나타냄을 보여준다.

그러나 그 전체값은 점점 작아지므로 주류에 미치는 이차유동의 영향이 점차적으로 약화되는 것을 알 수 있다.

특히 $\omega=0.7$ 에서는 g_1 곡선의 값이 전부 양으로 표시되며 거의 꺾에 가까운 값을 가지고 있다. 따라서 $\omega=0.8$ 이상에서는 이차유동의 영향이 없을 것으로 추정할 수 있다. 이러한 현상은 두개의 동심원 환형 곡관에서의 유동이라 해도 반경비가 아주 크므로 곡관의 곡률에 의한 영향보다도 유동을 오히려 수평평판 사이의 흐름과 같은 형태로 간주할 수 있다.

$\omega=0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ 은 $\omega=0.2$ 와 같이 이차유동의 유선이 반대방향으로 되는 경계층을 사이에 가진다. 0 Constant 를 가진 이차유동의 유선은 바깥과 안쪽 원주 및 두 원주사이에 놓여있는 y 축의 일부분과 일치하고 있다.

또한 단면의 중심을 지나고 곡관의 대칭축에 평행한 축(z)에 대하여 유선은 대칭이며, 유선의 Constant 값의 부호가 반대가 되는 것으로 y 축에 대해서도 대칭인 흐름이 존재한다. 이차유동의 유선에 대한 접선이 단면의 중심을 지나는 점에서 $g'_1=0$ 이고, 이 점들의 궤적은 원이 되고 그 중심은 단면의 중심과 같다.

상기의 궤적원과 z 축이 서로 교차하는 점에서 궤 곡선인 유선은 움추려 들어 주유동만이 존재한다. 즉, 이 점들에서 유선은 곡관의 대칭축 주위로 원형 유동한다.

要 約

이상으로 두개의 同心圓環形 曲管사이의 반경비 변화에 따른 二次流動을 해석하여 얻은 결론은 다음

과 같다.

(1) 반경비 $\omega=0.1$ 이하인 곡관의 원형단면에서 이차유동은 한 방향으로만 형성된다.

(2) 반경비 $\omega=0.2$ 이상인 원환형 곡관에서 이차유동의 유선의 방향이 바뀌는 경계층이 생긴다.

(3) 반경비의 증대에 따라 음의 값을 가지는 이차유동이 점차 약화되고, 양의 값을 가지는 이차유동이 점차적으로 우세하게 나타난다.

(4) 반경비 $\omega=0.7$ 이상에서는 g_1 곡선의 값이 거의 꺾에 수렴하며 따라서 主流動에 미치는 이차유동의 영향을 무시할 수 있다.

참 고 문 헌

1. W. R. Dean(1927) : Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe, Philosophical Magazine and Journal of Science, N208-223.
2. M. Adler(1934) : Flow in Curved Pipes, J. Math. Mech. Vol. 14. 257-275.
3. Y. Mori and W. Nakayama(1965) : Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 8. 67-82.
4. M. Pouagare and B. Lakshminarayana(1982) : Development of Secondary Flow and Vorticity in Curved Ducts, Cascades, and Rotors, Including Effects of Viscosity and Rotation, J. Fluids Engineering, Vol. 104/505.
5. H. C. Topakoglu(1967) : Steady Laminar Flows of an Incompressible Viscous Fluid in Curved Pipes, J. of Mathematics and Mechanics, Vlo. 16. No. 12.