

## 선형 동적 시스템에서의 고장 진단 알고리즘

## Fault Diagnosis Algorithm for Linear Dynamic System

文 鳳 彩\*, 金 志 泓\*, 金 炳 國\*, 卞 增 男\*

(Bong Chae Moon, Jee Hong Kim, Byung Kook Kim and Zeungnam Bien)

## 要 約

선형 시불변 시스템에서의 고장 발생을 감지해내고, 고장 위치를 결정하는 진단 알고리즘이 연구되었다. 고장 감지 방법은 신호 공간상에서, 위치 결정은 계수 공간상에서 처리하며, 특히 단일 고장의 가정하에 1개의 미지수를 갖는 고장 가능 부위 수만큼의 모델을 구성하는 개념을 새롭게 제시하였다. 따라서 제약 조건을 줄이고 계산량이 적은 간단한 알고리즘의 구성이 가능하며, 시뮬레이션을 통하여 산업 공정 제어기의 고장 진단에 효과적으로 적용됨을 보였다.

## Abstract

A new diagnostic method for detection and location of faults in a linear time-invariant system is proposed. The fault detection algorithm is formulated in a signal space, while the fault location algorithm with estimation is done in a parameter space. In a way different from the conventional approach, the method of fault location with estimation is studied to apply the new concept to establish the models with an unknown parameter under the assumption of 1-fold fault. According to computer simulation, the proposed diagnostic method is effective as an algorithm for fault diagnosis of industrial process controllers.

## I. 서 론

신뢰도 증가를 위한 최근의 연구 방향은 고장이 발생하더라도 올바른 결과를 내출 수 있도록 Redundancy에 의한 fault tolerance 기능을 부여하는 적극적인 개념을 적용시키고 있다. 이 경우 대상 시스템의 규모 및 특성과 고장의 영향, 즉각적인 보수 가능 여부에 따라 적용 기법이 다양해진다. Space shuttle 과 같이 고도의 신뢰도가 요구되고 즉각적인 보수가 불가능한 경우는 fault masking에 중점을 둔 다중의 re-

dundant system을 구성하는 반면, 일반적인 산업 공정 제어 시스템은 경제성이 요구되고 즉각적인 수리가 가능하므로 보수에 소요되는 시간만을 redundant system이 대항하도록 구성하는 경향이 있다. 후자의 경우 고장진단은 고장 부위 및 정도에 대한 정보를 제공함으로써 즉각적인 수리 및 효율적인 대행을 가능케 하며, 효율적인 redundant system의 구성은 고장 진단의 신속성과 정확성에 의해 가능하게 된다. 현재 대부분의 산업 현장에서는 경험적인 분석에 의해 진단을 수행하거나, 고장 부위를 포함한 많은 부분을 일시에 교환함으로써 보수 유지를 행하고 있어 생산성을 저하시키는 요인이 되고 있다. 최근과 같이 시스템이 대규모화 함에 따라 신속 정확한 고장 진단에 관한 연구는 생산성의 향상, 나아가서는 신뢰도 개선을 위한 연구의 일부로 그 중요성을 더해가고 있다.

고장 진단(fault diagnosis)의 목적은 고장 발생시,

\*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., KAIST)

\*\*正會員, 韓國科學技術大學 電子·電算學部  
(Dept. of Elec. Eng., KIT)

接受日字: 1986年 3月 31日

고장 발생을 감지해내고(fault detection), 고장 부위를 찾아내며 (fault location), 고장의 정도를 추정해 내는데(fault evaluation) 있다.<sup>1)</sup> 동적 시스템에서의 고장 진단은 i) 신호 공간(signal space)에서의 방법 ii) 계수 공간(parameter space)에서의 방법으로 나눌 수 있으며<sup>11)</sup> 신호 공간에서의 고장 진단은 출력의 현재치가 직접 측정되는 반면에 정상시에 취해야 할 출력의 정격치(nominal value)가 추정되어야 한다. 계수 공간에서의 고장 진단은 계수의 정격치는 아는 값인 반면 계수의 현재치가 추정되어야 한다. 고장 진단은 앞에서 설명한 두가지 값 - 즉 정격치와 현재치 -의 차이를 이용하여 수행될 수 있다.

본 논문에서는 고장 감지는 신호 공간에서, 고장 부위 및 정도 결정은 계수 공간에서 수행하는 방법을 제안하였다. 특히 단일 고장(1-fold fault)의 가정 하에서 고장 부위 결정 방법으로 기존의 고장 가능 부위의 수만큼의 미지의 계수(unknown parameters)를 가진 1개의 시스템 모델을 구성하는 개념과는 달리<sup>12)</sup> 1개의 미지의 계수를 가진 고장 가능 부위수 만큼의 모델을 이용하는 개념을 새롭게 제시하였다. 기존의 방법은 임출력 데이터를 이용하여 계수 벡터를 추정하고 추정된 계수 벡터를 이용, 고장 위치를 결정하는 방법이 일반적이나 matrix inversion의 계산 및 잡음이 많은 임출력 데이터에서 추정된 계수 벡터에서는 고장 위치의 결정이 어려운 단점<sup>13)</sup>이 있다. 새롭게 제시된 방법은 간단한 알고리즘의 구성이 가능하며 간단한 대수식에 의해 계산량이 적고, 동시에 2개 이상의 소자가 고장날 확률이 적고 잡음이 많은 환경하에서 산업 공정 제어기의 고장 진단에 효과적으로 적용될 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 보였다.

II. 문제 설정

본 논문에서는 선형 이산 시간계에서 문제를 구성하였고, 간단한 전개를 위하여 SISO 시스템을 대상으로 하였으나, MIMO 시스템에도 쉽게 적용됨을 예를 통하여 보였다. 문제 제기 및 수식 전개를 위하여 다음과 같은 용어를 정의하였고, 정리 및 중요 보조 정리의 증명은 부록에 수록하였다.

[정의 1] 부위계수(component parameter)는 고장 단위(fault unit) 각각에 대응되는 계수를 말하고, 고장 가능 단위의 수를 L이라 할 때 L개의 부위 계수  $q_1, q_2, \dots, q_L$ 로 구성된 벡터  $\underline{q} = [q_1, q_2, \dots, q_L]^T$ 를 부위 계수 벡터라 한다. 또한 부위 계수 벡터의 정격치를  $\underline{q}^0 = [q_1^0, q_2^0, \dots, q_L^0]^T$ 로 나타낸다.

[정의 2] 부위 계수 벡터  $\underline{q}$ 를 정격치  $\underline{q}^0$ 로 nor-

malize한 벡터를 진단 계수 벡터(diagnostic parameter vector)라 하고 다음과 나타낸다.

$$\underline{p} = [p_1, p_2, \dots, p_L]^T$$

선형 이산 시간계에서 대상 시스템을 식(1)과 같은 차분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$a_0 y(k) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + \dots + b_m u(k-m) \tag{1}$$

여기서  $\Psi(k) \triangleq [y(k) \dots y(k-n), -u(k) \dots -u(k-m)]^T \in R^M$ ,  $M = n+m+2$ ,  $\theta_0 = [a_0 \dots a_n, b_0 \dots b_m] \in R^M$ 으로 표시하면  $\theta_0$ 는 부위 계수 벡터  $\underline{q}$ 의 함수로 표시할 수 있으므로 시스템을 식(2)로 나타낼 수 있다.

$$\Psi^T(k) \cdot \theta_0(\underline{q}) = 0, \quad k=0, 1, \dots \tag{2}$$

[정의 3]  $\theta_0 : R^L \rightarrow R^M$ 일 경우

$\partial^2 \theta_0(\underline{q}) / \partial q_i^2 \equiv 0$ ,  $i=1, \dots, L$ 이 성립하면,  $\theta_0(\underline{q})$ 를  $\underline{q}$ 에 관한 type1의 조합벡터(combination vector)라 한다.

[보조정리 1] 부위 계수 벡터  $\underline{q}$ 에 관한 type1의 조합 벡터  $\theta_0(\underline{q})$ 는 진단계수 벡터  $\underline{p}$ 에 대하여도 type1의 조합벡터  $\theta(\underline{p})$ 로 나타낼 수 있다.

[정의 4] 1-fold fault라 함은 고장 발생시 부위 계수 벡터의 L개의 원소들 중에서 단 하나의 원소만이 정격치와 다른 값을 갖는 경우를 말한다.

대상 시스템의 동작을 나타내는 식(2)는 임출력 데이터에서 계수를 추정할 때 일반적으로 나타내지는 식이며 이때  $\Psi^T(k) \cdot \theta_0(\underline{q}^0) = 0$ ,  $k=0, 1, \dots, N$  식(3)이 성립하면  $k=N$  step까지는 시스템이 정상 동작중임을 나타낸다. 또한 식(3)이 성립하지 않는 경우, 즉

$$\Psi^T(k) \cdot \theta_0(\underline{q}^0) = 0 \text{ for } k=0, \dots, k_0-1 \tag{4}$$

$$\neq 0 \text{ for } k=k_0$$

인 경우는  $k=k_0$ 에서 고장이 발생됨을 나타낸 것이다. 정상 운전중의 진단 계수 벡터  $\underline{p}$ 를  $\underline{p}^0$ 로 나타내면  $\underline{p}^0 = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^L$ 이 되며  $\theta(\underline{p}^0) = \theta_0(\underline{q}^0)$ 이므로 식(2)~(4)의 시스템 방정식을 진단 계수 벡터  $\underline{p}$ 를 사용하여 나타낼 수도 있다.

여기서 1-fold fault를 가정하면  $\underline{p}$ 의 영역은  $\{ \underline{p} \mid \underline{p} = \underline{p}^{i0} + p_i (\underline{p}^0 - \underline{p}^{i0}), i=1, \dots, L \}$ 로 제한되며, 여기서  $p_i$ 는  $\underline{p}$ 의  $i$ 번째 원소,  $\underline{p}^{i0}$ 는  $p_i$ 의 값이 0이며 나머지는 정격치 1을 갖는 진단 계수 벡터이다. 1-fold fault시의 진단 계수 벡터  $\underline{p} = \underline{p}^0 \triangleq [1 \dots 1, p_j, 1 \dots 1]^T$ ,  $p_j \neq 1$ ,  $j \in \{1, \dots, L\}$ 로 놓으면 식(4)는 다음과 같이 표시된다.

$$\Psi^T(k) \cdot \theta(\underline{p}^0) = 0 \quad k=0 \dots k_0-1$$

$$\Psi^T(k) \cdot \theta(\underline{p}_j) = 0 \quad k=k_0 \tag{15}$$

즉 소자의 고장에 기인하여 부위 계수가 변화하고 시스템의 성능이 달라지는 현상을 식(5)로 나타내며 이

때의 고장 진단 문제는 다음과 같이 표현될 수 있다.

문제)  $0 \leq k_0 \leq N$  일때 미지의  $j \in \{1, \dots, L\}$ 에 대해

$$\begin{aligned} \Psi^T(k_0) \theta(p_j) &= 0 \\ \Psi^T(k_0+1) \theta(p_j) &= 0 \\ &\vdots \\ \Psi^T(N) \theta(p_j) &= 0 \end{aligned}$$

를 만족하는  $\Psi^T(k_0) \dots \Psi^T(N)$ 이 주어질 때  $p_j$ 를 구하고,  $p_j$ 가 결정될 수 있는  $N$ 의 최소치를 구하라. 단

$$\Psi^T(k_0) \theta(p^0) \neq 0$$

상기한 문제는 고장 위치 및 정도(fault location and evaluation)를 추정하는 문제와 고장이 감지된 후 고장 진단을 위한 임출력 데이터 샘플링 step 수의 최소치를 결정하는 문제이다.

### III. 고장 진단 알고리즘

II 장의 문제를 해결하기 위해 매 샘플링시 얻은 임출력 데이터를 이용하여 진단계수 벡터의 추정치  $\hat{p}_i$ 를 각 부위별로 구하고 이들 값의 특성을 이용하여 고장의 위치 및 정도를 구하는 방법을 사용하고 있다. 이를 위해 매 샘플링 시간마다 각 부위별로 위치 인수(Location factor)를 계산한다. 이를 위해 다음과 같은 정의 및 정리를 쓸 수 있다.

[보조정리2]  $q = [q_1 \dots q_n]^T \in R^n$ 에 관한 type 1의 조합 벡터  $\theta_0(q)$ 는 식(6)과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\theta_0(q) = \theta_0(q) \begin{cases} +q_i & | \theta_0(q) \\ q_i = 0 & | q_i = 1 \\ -\theta_0(q) & | \theta_0(q) \\ | q_i = 0 & | q_i = 0 \end{cases} \quad (6)$$

[보조정리 2]의 결과를 활용하면,  $|p| p = p_{i_0} + p_i(p^0 - p_{i_0}), i = 1 \dots L$ 의 영역상의 임의의  $p$ 에 관한 type1의 조합 벡터  $\theta(p)$ 는 식(7)과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\theta(p) = \theta(p_{i_0}) + p_i \{ \theta(p^0) - \theta(p_{i_0}) \} \quad (7)$$

[정의5]  $i = 1, \dots, L$ 에 대하여

$$\hat{p}_i(k) \triangleq \frac{\psi^T(k) \cdot \theta(p_{i_0})}{\psi^T(k) \{ \theta(p_{i_0}) - \theta(p^0) \}} \quad (8)$$

로 나타낼 때,  $\hat{p}_i(k)$ 를  $i$ 번째 부위에 대한 진단계수 추정치라 한다.

식(5)의 시스템 일반식에서  $k = k_0$ 에서 고장이 발생, 검출되었을 경우,  $k \geq k_0$ 에서 측정된 임출력 신호 데이터에 의해 계수를 추정하는 식(8)의 진단 계수 추정치는  $i$ 번째 부위가 어떻게 고장이 발생되어야 임출력이 측정된 데이터와 같아지느냐를 나타낸 값이다.  $k \geq k_0$ 에서  $j$ 번째 부위에서 고장이 발생하면 식(5)와 식(7)에 의해 임출력 데이터  $\psi(k)$ 는 식(9)를 만족한다.

$$\psi^T(k) \theta(p_{i_0}) + p_j \psi^T(k) \{ \theta(p^0) - \theta(p_{i_0}) \} = 0 \quad (9)$$

또한 이때의  $j$ 번째의 진단 계수 추정치는 식(8)과 (9)에 의해 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\hat{p}_j(k) = \frac{\psi^T(k) \theta(p_{i_0})}{\psi^T(k) \{ \theta(p_{i_0}) - \theta(p^0) \}} = p_j, \text{ for } k \geq k_0 \quad (10)$$

즉, 실제로 고장난 부위의 진단 계수 추정치는  $p_j$ 가 일정한 값을 가지고 있는 한  $k$ 에 관계없이 일정함을 알 수 있다.

[정의6]  $i = 1, \dots, L$ 에 대해서

$$Z_i \triangleq \{ k \mid \psi^T(k) \{ \theta(p_{i_0}) - \theta(p^0) \} = 0, k_0 < k \leq N \}$$

로 놓을 때, 주어진  $c > 0$ 에 대하여

$$l_i(k_1; k_0) \triangleq \sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \in Z_i}}^{k_1} \left\{ \left| \hat{p}_i(k) - \hat{p}_i(k_0) \right| + c \left| \frac{1}{\hat{p}_i(k) - 1} - \frac{1}{\hat{p}_i(k_0) - 1} \right| \right\} \quad (11)$$

라 정의할 때,  $l_i(k_1, k_0)$ 를  $k_1$  step에서의  $i$ 번째 부위의 위치 인수(location factor)라 한다. 단,

$$\psi^T(k_0) \theta(p^0) \neq 0$$

위의 정의에서  $Z_i$ 의 설정은 임출력 데이터에 고장시 진단 계수에 대한 정보가 포함되어야 함을 의미하고, 상수  $c$ 는 1 근처의 진단 계수값, 즉 적은 정도를 갖는 고장의 진단을 위한 scalar이다. 또한 식(11)의 위치 인수는 다음과 같은 성질을 만족한다.

$$k_0 < k_1 < k_2 \text{ 이면}$$

$$0 \leq l_i(k_1; k_0) \leq l_i(k_2; k_0)$$

$j$ 번째 부위에서 실제로 고장이 일어났을 경우 식(10)과 (11)에 의해서

$$l_i(k; k_0) \equiv 0 \quad \forall k \in \{ k_0 + 1, \dots, N \}$$

이 성립한다.

[정리]  $0 \leq k_0 \leq N$ 일 때

미지의  $j \in \{1, \dots, L\}$ 에 대하여

$$\psi^T(k_0) \cdot \theta(p_j) = 0$$

⋮

$\psi^T(N) \cdot \theta(p_j) = 0$ 를 만족하는  $\psi(k_0), \dots, \psi(N)$ 이 주어졌다고 한다. (단,  $\psi^T(k_0) \theta(p^0) \neq 0$ 이다.)

$$l_i(k_1; k_0) \neq 0 \text{ for all } i \in \{1, \dots, L\}, i \neq j$$

인  $k_1 \in \{ k_0 + 1 \dots N \}$ 이 존재할 때,

1-fold fault를 가정하면

$$\psi^T(k) \cdot \theta(p) = 0$$

⋮

$\psi^T(N) \cdot \theta(p) = 0$ 를 만족시키는  $p$ 는  $p = [1 \ 1 \dots \hat{p}_j(k_0) \ 1 \ 1 \dots 1]^T$ 로 유일하고,  $\hat{p}_j(k_0) = p_j$ 가 된다(정리끝).

위의 정리는 앞장에서 제시된 (문제)의 해를 이론적으로 제시한다.  $k_0$  step에서 고장이 감지되었을 경우 측정된 데이터들로 이루어진  $\psi^T(k_0) \dots \psi^T(N)$ 를 이용하여 각 부위에 대하여  $l_i(k_1; k_0), k_1 = k_0 + 1, \dots, N$ 이 구해진다. 고장 부위에 관계된 위치 인수는 항상 영이므로,  $L$ 개의 고장 가능 부위에 대한  $l_i(k_1; k_0) i = 1 \dots L$  중에서 단 하나의 위치 인수 만이 영이 되는  $k_1$ 이 존

제하면,  $k_i$  step에서 고장 부위가 결정되고, 진단 계수는  $\hat{p}_i(k_0) = \dots = \hat{p}_i(k_i) = p_i$ 로 된다. 따라서 위치 결정이 가능한  $N$ 의 최소치는 고장 현상이나 시스템의 특성에 따라 고장 발생 직후 2step만에 진단이 가능한 경우도 있다.

본 논문에서 제시된 방법을 컴퓨터에 구현 시뮬레이션을 위해 다음과 같은 procedure를 사용하였다.

우선 고장 감지 방법은 식(5)와 같이 시스템 일반식이 정격치의 진단 계수일 때 성립 여부에 의해 판가름된다. 실제로는 모델링 오차, 계산상의 오차등으로 인하여  $\psi^T(k)\theta(p^0)$ 의 값이 정해진 허용 한계치 이내에 있으면 정상 운전으로 판단한다.

고장이 감지된 후, 고장위치 및 정도의 결정은앞에 제시된 정리에 근거하여 다음과 같은 procedure에 의해 수행된다.

step 0.  $S_r = \{1, 2, \dots, L\}, k = k_0$

측정된  $\psi(k_0)$ 에 의해  $\hat{p}_i(k_0), i = 1 \dots L$ 을 계산

step 1.  $k = k + 1$ , 측정된  $\psi(k)$ 에 의해 모든  $i \in S_r$ 에 대해  $\hat{p}_i(k), l_i(k; k_0)$ 를 계산

step 2.  $S_n = \{i \mid l_i(k, k_0) \neq 0, i \in S_r\}$ 을 결정하여  $S_r \leftarrow S_r - S_n$

step 3.  $S_r$ 의 원소의 수를  $N_0(S_r)$ 라 할 때  $N_0(S_r) > 2$  이면 step 1으로

step 4.  $S_r$ 의 유일한 원소를  $j$ 라 할 때, 고장 위치는  $j$ 번째 부위, 고장 정도는  $\hat{p}_j(k_0)$ 임.

위에 제시된 알고리즘에서  $N_0(S_r) > 2$ 인 경우는 현재의 고장 현상에 대한 입출력 정보로는 고장 위치를 판별할 수 없는 경우이다. 즉 서로 다른 부위의 고장이 동일한 입출력을 만들어 냄에 따라 어느 부위의 고장인지를 구별할 수 없으며, 서로 다른 고장 현상을 나타내는 정보가 더 요구된다. 이 경우가 계속될 경우는 고장 진단이 불가능하며, 이 때에는 고장 진단 계수 벡터를 새로이 정의하여야 한다.

또한, 고장후  $N$  step 동안의 고장 현상에 대한 입출력 정보가 주어질 경우는 최종 순간까지의 위치 인수가 영이 되는 부위가 고장 부위가 되나, 실제 계산상의 오차등으로 인하여 고장 인수가 최소가 되는 부위를 고장으로 결정하였다. 본 논문에서 제시된 알고리즘이 선형 동적 시스템에서 유용하게 사용됨을 다음장의 실례를 통해 보였다.

#### IV. 알고리즘 적용 예

앞장에서 제시된 알고리즘을 (그림 1)과 같은 PID 제어기에 적용시켰다. 이를 이산 영역으로 변환시킨 후

다음과 같이 고장 가능 부위 계수를 설정하여 진단 계수를 정하였다.

- i) Adder에서  $u_c$ 의 scaling Failure :  $p_1$
- ii) Adder에서  $u_r$ 의 scaling Failure :  $p_2$
- iii)  $K_p$ 값의 변화 :  $p_3 K_p$
- iv)  $T_i$ 값의 변화 :  $p_4 T_i$
- v)  $K_f$ 값의 변화 :  $p_5 K_f$
- vi)  $T_D$ 값의 변화 :  $p_6 T_D$

위에서 설정된 6 개의 부위는 실제 아날로그 회로로 구성된 제어기의 소자에 대응되는 계수들로서 고장 진단의 목적이 효과적으로 나타나는 예이다.

부위 계수들을 i) ~ vi)에서와 같이 놓을 때, 부위 계수 벡터  $q$ 는

$q = [p_1, p_2, p_3 K_f, p_4 T_i, p_5 K_D, p_6 T_D]^T$ 로 되며,  $p$ 는 진단 계수 벡터이다(그림 1).의 PID제어기를 Tustin's 방법에 의해 이산 영역상의 시스템 방정식으로 나타내면(식12)와 같이 되며, 여기서  $T_0$ 는 샘플링 주기를 나타낸다. 이때의 플랜트로부터의 출력은(식13)으로 주어지고  $T_0$ 를 0.5초로 할 때, 시스템 방정식을 식(2)와 같은 형태로 나타내면 식(14)와 같이 된다. 이때 사용한 부위 계수의 정격치  $q^0 = [1, 1, 1, 4, 2, 2, 1]^T$ 이다.

$$\begin{aligned}
 & p_4 T_i \left( \frac{T_0}{2} + p_6 T_D \right) y(k) - 2p_4 p_6 T_i T_D y(k-1) \\
 & - p_4 T_i \left( \frac{T_0}{2} - p_6 T_D \right) y(k-2) \\
 & = \{ p_3 K_f \left( \frac{T_0}{2} + p_4 T_i \right) \left( \frac{T_0}{2} + p_6 T_D \right) + p_4 p_5 p_6 K_D T_i T_D \} \\
 & \{ p_1 u_c(k) - p_2 u_r(k) + \{ p_3 K_f \left( \frac{T_0}{2} - 2p_4 p_6 T_i T_D \right) - \\
 & - 2p_4 p_5 p_6 K_D T_i T_D \} \{ p_1 u_c(k-1) - p_2 u_r(k-1) \} \\
 & + \{ p_3 K_f \left( \frac{T_0}{2} - p_4 T_i \right) \left( \frac{T_0}{2} - p_6 T_D \right) + p_4 p_5 p_6 K_D T_i T_D \} \\
 & \{ p_1 u_c(k-2) - p_2 u_r(k-2) \} \} \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$u_r(k) = \frac{60}{61} u_r(k-1) + \frac{0.9}{61} y(k) \quad (13)$$

$$\psi^T(k) = [y(k) \ y(k-1) \ y(k-2) \ u_c(k) \ u_c(k-1) \ u_c(k-2) \ u_r(k) \ u_r(k-1) \ u_r(k-2)]^T$$

$$\theta(p) = \begin{bmatrix} 2p_4(0.25 + p_6) \\ -4p_4 p_6 \\ -2p_4(0.25 - p_6) \\ p_1 \{ 1.4p_3(0.25 + 2p_4)(0.25 + p_6) + 4.4p_4 p_5 p_6 \} \\ p_1 \{ 1.4p_3(0.125 - 4p_4 p_6) - 8.8p_4 p_5 p_6 \} \\ p_1 \{ 1.4p_3(0.25 - 2p_4)(0.25 - p_6) + 4.4p_4 p_5 p_6 \} \\ -p_2 \{ 1.4p_3(0.25 + 2p_4)(0.25 + p_6) + 4.4p_4 p_5 p_6 \} \\ -p_2 \{ 1.4p_3(0.125 - 4p_4 p_6) - 8.8p_4 p_5 p_6 \} \\ -p_2 \{ 1.4p_3(0.25 - 2p_4)(0.25 - p_6) + 4.4p_4 p_5 p_6 \} \end{bmatrix} \quad (14)$$

알고리즘을 적용시킬때 필요한  $\theta(p^0)$ 와  $\theta_{i0}, i=1, \dots, 6$ 의 값은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \theta(p^0) &= [2.5 \ -4 \ 1.5 \ 8.3375 \ -14.225 \ 6.2375 \ -8.3375 \ 14.225 \ -6.2375]^T \\ \theta(p_{10}) &= [2.5 \ -4 \ 1.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ -8.3375 \ 14.225 \ -6.2375]^T \\ \theta(p_{20}) &= [2.5 \ -4 \ 1.5 \ 8.3375 \ -14.225 \ 6.2375 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \theta(p_{30}) &= [2.5 \ -4 \ 1.5 \ 4.4 \ -8.8 \ 4.4 \ 8.8 \ 8.8 \ -4.4]^T \\ \theta(p_{40}) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0.4375 \ 0.175 \ -0.2625 \ -0.4375 \ -0.175 \ 0.2625]^T \\ \theta(p_{50}) &= [2.5 \ -4 \ 1.5 \ 3.9375 \ -5.425 \ 3.0625 \ -3.9375 \ 5.425 \ -3.0625]^T \\ \theta(p_{60}) &= [0.5 \ 0 \ -0.5 \ 0.7875 \ 0.175 \ -0.6125 \ -0.7875 \ -0.175 \ 0.6125]^T \end{aligned}$$

경우 1)  $u_c = 900u(t)$ 로 주어지고 2.5초(5steps) 후에  $q_4$ , 즉  $T_1$ 의 값이 2배가 되는 고장을 발생시켰을 때 (그림2)는 고장 발생후 출력의 이론치  $y^0$ 와 실제치  $y$ 의 차이를 보여준다. 이 차이로 고장이 감지되며 (그림2b)는 진단 계수 벡터의 추정치를 각 step마다 구하여 나타낸 것이다. 여기서  $T_1$ 에 대응되는 진단 계수  $\hat{p}_1$ 가 일정함을 알 수 있고 이를 정량화 시킨 위치 인수의 값을 그림 2c에서 알 수 있다. 고장 부위 위치 인수를 최소로 하는 부위는 4번째 부위로 고장 발생 2step만에 고장위치 결정이 가능함을 보여 준다. 나머지 부위의 고장에 대하여도 정확한 위치 결정이 이루어 짐을 표 1에서 보았다.

V. 결 론

고장 진단의 방법으로 고장 감지는 신호 공간에서, 위치 결정은 계수 공간에서 수행하였다. 특히 고장위치 결정 분석은 고장가능 부위 수만큼의 미지계수를 갖는 1개의 모델을 세운 후 계수 추정을 시도하는 기존의 방법과는 달리 1개의 미지의 계수를 갖는 고장가능 부위 수만큼의 모델을 설정함으로써 간단한 알고리즘의 구성이 가능함을 보였다. 이를 위해 2개 이상의 부위가 동시에 고장날 확률이 1개만 고장날 확률에 비해 무시될 수 있으므로 1-fold fault를 가정하였고, 측정된 입력력 신호와 시스템에 따라 주어지는 계수들의 정격치를 이용하여 간단한 대수식에 의해 고장 진단 계수를 추정하는 알고리즘을 구성하였다. 또한 위치 인수를 정의하고 이를 최소로 하는 부위가 고장 부위임을 정리와 시뮬레이션을 통해 보였다. 본 연구 결과는 산업용 공정 제어기의 고장 진단에 효과적으로 적용될 수 있으나, 2개 부위 이상의 동시 고장이나 type 1의 조합이 아닌 시스템에 적용될 수 있도록 개선된 알고리즘의 연구가 필요하다.

부 록

본문의 정리를 증명하기 위해

$$d_1(k; k_0) \triangleq \psi^T(k) [\theta(p_{i0})\theta^T(p^0) - \theta(p^0)\theta^T(p_{i0})] \psi(k_0)$$

를 정의하고 다음의 보조 정리가 사용되었다.

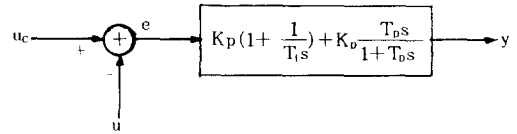
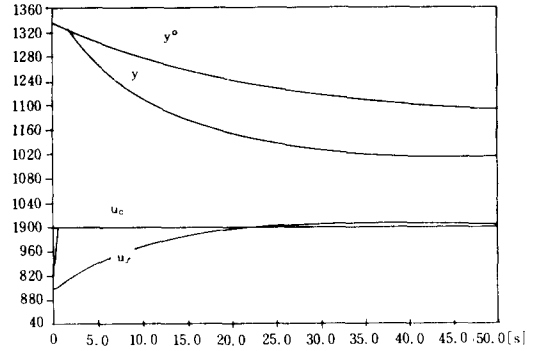
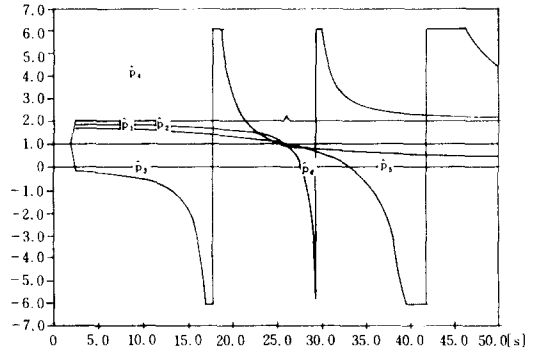


그림 1. PID제어기의 block diagram  
Fig. 1. Block diagram of a PID controller.



(a)



(b)

Real diagnostic parameters : [1.0 1.0 1.0 2.0 1.0 1.0]

	After 2 step	After 3 step	After 4 step
LF(1):	1.63347E-02	4.96247E-02	1.00895E-01
LF(2):	1.65051E-02	5.01356E-02	1.01941E-01
LF(3):	1.29856E-02	4.01211E-02	8.21294E-02
LF(4):	4.03400E-04	6.28975E-04	9.89214E-04
LF(5):	6.33937E-03	1.89746E-02	3.81136E-02
LF(6):	2.75023E-03	7.99264E-03	2 1.58522E-02
fault unit :	4	4	4
estimation :	z 2.00038E+00	2.00038E+00	2.00038E+00

(c)

그림 2. 경우 1에서의 파라미터 추정

Fig. 2. Estimated parameters of case 1.

표 1. 각 부위 고장 발생시 고장진  
Table 1. The results of fault diagnosis.

Real diagnostic parameters : [ 2.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 ]			
	After 2 step	After 3 step	After 4 step
LF1):	1. 15583E-05	2. 31171E-05	4. 62341E-05
LF2):	4. 83268E-03	1. 40076E-02	2. 70656E-02
(a) LF4):	1. 33387E-01	3. 78363E-01	7. 17876E-01
LF3):	5. 40253E-02	1. 66598E-01	3. 42742E-01
LF5):	3. 69203E-02	1. 13414E-01	2. 32288E-01
LF6):	4. 89843E-02	1. 50716E-01	3. 09337E-01
fault unit :	1	1	1
estimation :	1. 99996E+00	1. 99996E+00	1. 99996E+00
Real diagnostic parameters : [ 1.0 2.0 1.0 1.0 1.0 1.0 ]			
	After 2 step	After 3 step	After 4 step
LF1):	2. 35008E-01	3. 78938E+00	4. 37449E+00
LF2):	6. 58846E-04	7. 88733E-03	8. 08575E-03
(b) LF3):	1. 70528E-01	2. 22439E+00	2. 66060E+00
LF4):	2. 04303E-01	1. 22576E+00	1. 77019E+00
LF5):	1. 45849E-01	1. 81070E+00	2. 21889E+00
LF6):	4. 05431E+00	9. 28409E+00	1. 49088E+01
fault unit :	2	2	2
estimation :	1. 99980E+00	1. 99980E+00	1. 99980E+00
Real diagnostic parameters : [ 1.0 1.0 2.0 1.0 1.0 1.0 ]			
	After 2 step	After 3 step	After 4 step
LF1):	4. 55383E-02	1. 46224E-01	3. 15513E-01
LF2):	4. 78224E-02	1. 53353E-01	3. 30609E-01
LF3):	8. 86148E-05	3. 22674E-04	7. 55155E-04
(c) LF4):	1. 58504E-02	4. 89150E-02	1. 01011E-01
LF5):	6. 32021E-02	1. 86367E-01	3. 67413E-01
LF6):	1. 99810E-02	6. 12140E-02	1. 25513E-01
fault unit :	3	3	3
estimation :	2. 00023E-00	2. 00023E+00	2. 00023E+00
Real diagnostic parameters : [ 1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 1.0 ]			
	After 2 step	After 2 step	After 3 step
LF1):	1. L 28318E-02	3. 89401E-02	7. 85975E-02
LF2):	1. L 27140E-02	3. 85933E-02	7. 79214E-02
LF3):	6. L 70847E-04	2. 86028E-03	5. 41424E-03
(d) LF4):	2. L 20690E-03	7. 58085E-03	1. 35959E-02
LF5):	1. L 13659E-04	2. 23463E-04	3. 00522E-04
LF6):	2. L 20180E-04	1. 48573E-03	3. 17825E-03
fault unit :	5	5	5
estimation :	2. 00014E+00	2. 00014E+00	2. 00014E+00
Real diagnostic parameters : [ 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 ]			
	After 2 step	After 3 step	After 4 step
LF1):	1. 46639E-02	4. 46062E-02	9. 05412E-02
LF2):	1. 47330E-02	4. 48283E-02	9. 09996E-02
LF3):	1. 16431E-02	3. 63938E-02	7. 47351E-02
(e) LF4):	2. 72493E-03	9. 67100E-03	2. 08160E-02
LF5):	4. 20292E-03	1. 24146E-02	2. 46900E-02
LF6):	2. 72589E-04	4. 68121E-04	5. 52883E-04
fault unit :	6	6	6
estimation :	2. 00010E+00	2. 00010E+00	2. 00010E+00

[보조정리3]

$$\psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)] \neq 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, L\}$$

을 가정하고,  $d_i(k; k_0) \neq 0$  이면

$$\psi^T(k) [\theta(\underline{p}_{i0}) + \hat{p}_i(k_0) \theta(\underline{p}^*) - \theta(\underline{p}_{i0})] \neq 0$$

이다.

[보조정리4]

위치 인수  $l_i(k; k_0), k = k_0 + 1, \dots, k_1$  과 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$l_i(k; k_0) = \sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \neq z}}^{k_1} |d_i(k; k_0)| \left\{ \frac{c}{|\psi^T(k) \theta(\underline{p}^*) \psi^T(k_0) \theta(\underline{p}^*)|} \right. \\ \left. + \frac{1}{|\psi^T(k) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)] \psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)]|} \right\}$$

단  $\psi^T(k) \theta(\underline{p}^*) \neq 0, k = k_0 \dots N$  이다.

[정리]

$$\hat{p}_i(k) = 1, i = 1, \dots, L, k \in \{k_0 \dots k_1\}, k \in Z$$

일 경우

$$\frac{\psi^T(k) \theta(\underline{p}_{i0})}{\psi^T(k) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)]} = 1$$

의 관계가 성립하므로,  $\psi^T(k) \theta(\underline{p}^*) = 0$  이 되어 가정에 위배된다. 따라서  $\hat{p}_i(k) = 1, i = 1, \dots, L$  임을 알 수 있다.

$i \neq j$  일 경우, [보조정리 4] 를 이용하면

$$l_i(k; k_0) = \sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \neq z}}^{k_1} |d_i(k; k_0)| \left\{ \frac{c}{|\psi^T(k) \theta(\underline{p}^*) \psi^T(k_0) \theta(\underline{p}^*)|} \right. \\ \left. + \frac{1}{|\psi^T(k) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)] \psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)]|} \right\}$$

또한  $k \in \{k_0 \dots k_1\}, k \in Z$  에 대하여

$$\psi^T(k) \theta(\underline{p}^*) \neq 0, \psi^T(k) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)] \neq 0$$

$c > 0$  이므로

$l_i(k; k_0) \neq 0$  의 관계는  $d_i(k; k_0) \neq 0$  for some  $k \in \{k_0 + 1, \dots, k_1\}, k \in Z$  를 의미한다. 이때의  $k$  를  $k'$  으로 놓을 때, [보조정리 3] 에 의하여

$$\psi^T(k') [\theta(\underline{p}_{i0}) + \hat{p}_i(k_0) \theta(\underline{p}^*) - \theta(\underline{p}_{i0})] \neq 0 \quad (A)$$

임을 알 수 있다.

또한  $\hat{p}_i(k_0)$  를 정의한 식(8)과  $\psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)] \neq 0,$

$i = 1, \dots, L$  의 관계로부터

$$\psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_{i0}) + \hat{p}_i(k_0) \theta(\underline{p}^*) - \theta(\underline{p}_{i0})] = 0 \quad (B)$$

이 성립하여  $\hat{p}_i(k_0)$  가 고정되는 1 이 아닌 상수  $\bar{p}_i$  를 갖게 되므로.

$$\psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_{i0}) + \bar{p}_i \theta(\underline{p}^*) - \theta(\underline{p}_{i0})] = 0 \quad (C)$$

가 성립하며 (B), (C) 식으로부터

$$|\bar{p}_i - \hat{p}_i(k_0)| \psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}^*) - \theta(\underline{p}_{i0})] = 0 \text{ 이다.}$$

$\psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_{i0}) - \theta(\underline{p}^*)] \neq 0$  이므로

$$\bar{p}_i = \hat{p}_i(k_0) \text{ 이 된다.}$$

이 경우  $p = [1 \ 1 \dots \bar{p}_i(k_0) \dots 1 \ 1]^T$  로 유일하게 되며, 이는 주어진 조건을 만족하는  $p = \underline{p}_j$  가 아니므로 조건에 위배된다.

$i = j$  인 경우  $\hat{p}_j(k) = \bar{p}_j, k = k_0 \dots N$  이 되며  $p = [1 \ 1 \dots$

$\bar{p}, 1 \ 1 \cdots 1]^T$ 로 놓으면  $\psi^T(k_0) [\theta(\underline{p}_0) - \theta(\underline{p}^*)] \neq 0$  이므로 주어진 조건의 관계식을 만족하게 된다. 따라서  $\underline{p} = \underline{p}_i = [1 \ 1 \cdots \bar{p}_i \ 1 \ 1 \cdots 1]$ 로 유일하게 나타난다. Q. E. D. 보조정리 1, 3, 4는 식의 변환식으로 증명은 생략하고, 구체적 증명은 [5]를 참고바람.

[보조정리2]의 증명

$\theta_0(\underline{q})$ 는  $\underline{q}$ 에 관한 type 1의 조합 벡터이므로,

$$\frac{\partial^2 \theta_0(\underline{q})}{\partial q_i^2} \equiv 0, i = 1, 2, \dots, L$$

따라서  $\theta_0(\underline{q})$ 는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\theta_0(\underline{q}) = q_i \underline{a} + \underline{b}, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, L\}$$

양변에  $q_i = 0$ 를 대입하면

$$\underline{b} = [\theta_0(\underline{q})]_{q_i=0}$$

또한 양변에  $q_i = 1$ 을 대입하면

$$\underline{a} = [\theta_0(\underline{q})]_{q_i=1} - [\theta_0(\underline{q})]_{q_i=0}$$

따라서

$$\theta_0(\underline{q}_i) = \theta_0(\underline{q}) |_{q_i=0} + q_i [\theta_0(\underline{q}) |_{q_i=1} - \theta_0(\underline{q}) |_{q_i=0}]$$

#### 참 考 文 献

- [1] L.A. Mironovskii, "Functional diagnosis of dynamic systems (SURVEY)," *Automation & Remote Control*, no. 8, 1980.
- [2] R. Isermann, "Fault detection method for the supervision of technical processors," *Process Automation*, vol. 1, 1981.
- [3] A.S. Willsky, *A survey of Design Method for Failure detection in dynamic system*. Automatica, 12, 1976.
- [4] R. Isermann, *Process Fault Detection Based on Modelling and Estimation Method - A Survey*. Automatica 20, 1984.
- [5] 문봉채, "선형 동적 시스템에서의 고장 진단 알고리즘" KAIST, 1986.