

단위 모델을 이용한 항공 사진의 3차원 위치 해석

Analysis of Three Dimensional Position Using Unit Models in Aerial Photogrammetry

康 仁 準* 柳 福 模**
Kang In-Joon Yeu Bock-Mo

要 旨

블록 조정은 조정의 최소 단위가 무엇인가에 따라 번들, 모델, 스트립 법으로 나눌 수 있다. 본 연구는 항공 사진 측량의 단위 모델을 이용한 3차원 위치 해석에 관한 것으로, 기준점 배치에 따른 오차 분포를 비교 고찰하였다.

ABSTRACT

Block adjustment procedures are usually classified into three groups according to the smallest units; the bundle, the model, or the strip.

In this paper, three dimensional analysis using a unit model in aerial photogrammetry is studied, and error distributions are analyzed concerning the control patterns.

1. 序 論

국토의 효율적 관리를 위해 사진측량 기법을 사용해야 함은 주지의 사실로서, 일반적인 사진 측량의 이용분야는 지형도 작성¹⁾이지만 구조물의 변형²⁾, 흙의 침식³⁾, 홍수 유출 해석⁴⁾에 이르기까지 광범위하게 넓어지고 있다.

국내에서는 1970년대 항공사진의 연구논문⁵⁾⁽⁶⁾이 처음 발표된 후 비측정용 카메라를 이용한 공간

좌표 해석,⁷⁾ 문화재의 정밀 측량기법⁸⁾이 소개되기 이르렀으며, 1980년대에는 해석적 표정의 오판전파,⁹⁾ 지상 사진에 대한 관측 대상물의 경사 각과 주향결정¹⁰⁾, 경사 사진의 경중율 도입에 관한 연구 논문이 발표된 바 있다.¹¹⁾ 또한 다중 사진에 의한 해석¹²⁾ 및 비측정용 카메라의 효용성에 관한 연구¹³⁾가 계속 발표되고 있다.

본 연구에서는 관측 대상 지역의 단위 모델을 만들어 이를 블록의 최소 단위로 하는 조정 이론을 택하였으며, 연구 대상의 모델에 관해서는 기준점 배치를 변경하면서 각각 오차 분포 및 오차 방향을 비교·분석하였다.

* 釜山大學校 工科大學 專任講師
** 延世大學校 工科大學 教授

2. 3 차원 모델 좌표의 결정

2.1 사진 좌표계

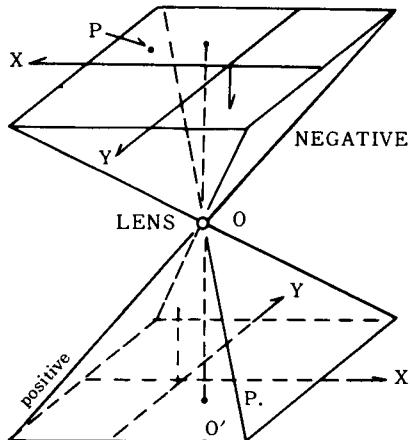


그림 1. Phalographic coordinate system

사진 좌표계는 직교이며, 그림 1에서 주점 O 의 좌표는 $(x_0, y_0, 0)$ 이고, 투영점 o 의 좌표는 촛점거리를 f 라 할 때 (x_0, y_0, f) 이다.

또한 사진상의 모든 상점 p 의 좌표는 $(x_p, y_p, 0)$ 이므로 투영 중심점에 대한 점 p 의 위치는 아래와 같이 벡터로 정의할 수 있다.¹⁴⁾

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_p - x_0 \\ y_p - y_0 \\ 0 - f \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

주점이 보정되면 식 (2-2) 이 된다.

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

2.2 모델 좌표계

1960년 국제 사진 측량 협회에서 채택된 모델 좌표계는 다음과 같다.

원점은 왼쪽 투영의 중심이며, X 축을 카메라의 기선으로 하고, 비행 방향이 된다.

Z 축은 카메라 축의 O 점에서 수직 방향이고, 회전에 대해서는 X, Y, Z 축에 각각 Ω, ϕ, K 로 나

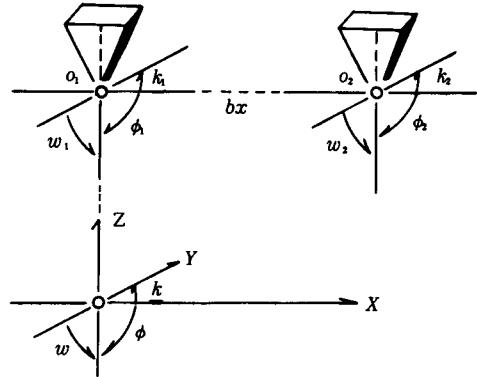


그림 2. International model coordinate system

타낸다.

스트립 좌표를 사용하는 경우, 첫 모델 좌표를 좌표 원점으로 하고, 모델 좌표는 사진 좌표를 구한 다음 한 쌍의 사진으로 모델을 형성하여 좌표를 얻거나 도화기에서 모델을 만들어 좌표를 구할 수 있다.¹⁵⁾

2.3 공간 좌표계

공간 좌표계에는 경도, 위도, 높이로 나타내는 좌표계가 있으나, 비선형이므로 사진 측량에서는 이용하지 않는다.

지심공간 직각 좌표계는 원점이 지구 중심이고, 축은 서로 직교하며, X, Y 평면은 적도를 포함하는 평면이다.

X 축은 영 자오선으로 그리니치를 지나고, Z 축은 북극을 지나며, Y 축은 동경 90° 와 만난다.

지방공간 좌표계는 해당지역에 원점을 가지므로 계산이 편리하며, Z 축은 지방 연직선과 나란하다.

3. 단위 모델에 의한 블록 조정

사진 블록 조정을 하기 위한 매개 변수는 모두 7개로서, 이들은 축적에서 1개, 회전에서 3개, 원점이동에서 3개이다.

평면 매개 변수는 λ, K, X_0, Y_0 의 4개이고, 높이 매개 변수는 ω, ϕ, Z_0 의 3개이다.

조정순서는 평면 매개 변수를 해석한 다음, 이를 이용하여 높이 매개 변수로 높이 좌표를 얻는다.

3.1 평면 조정

평면 조정에 관한 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \cos K & -\sin K & 0 \\ \sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_o \\ Y_o \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

식 (3-1)에 $\lambda \cos \Delta K$ 를 a , $\lambda \sin \Delta K$ 를 b 라 하여 대입하면

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_o \\ Y_o \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

이 된다.

식 (3-2)에서 미지수를 포함하지 않는 제 3 행을 제외하면 식 (3-3)이 되며

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_o \\ Y_o \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ X_o \\ Y_o \end{pmatrix} \quad (3-3)$$

평면기준점과 접합점으로 관측 방정식을 만들면

$$\begin{pmatrix} x_c & -y_c & 1 & 0 \\ y_c & x_c & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ X_o \\ Y_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

$$\begin{pmatrix} x_t & -y_t & 1 & 0 \\ y_t & x_t & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ X_o \\ Y_o \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3-5)$$

이 된다.

기준점과 접합점이 함께 있는 경우로 관측 방정식을 만들면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x_c & -y_c & 1 & 0 \\ y_c & x_c & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ X_o \\ Y_o \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

제 1모델의 미지 변수를

$$\dot{P}_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ X_o \\ Y_o \end{pmatrix} \quad \dot{C}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ X_t \\ Y_t \end{pmatrix}$$

라 하면

제 1모델의 관측 방정식은 다음과 같다.

$$A_1 \dot{P}_1 + B_1 \dot{C}_1 = \dot{E}_1 \quad (3-6)$$

사진 블록이 n 개의 단위 모델로 구성되어 있다고 하면

$$\begin{pmatrix} A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{P}_1 \\ \dot{P}_2 \\ \vdots \\ \dot{P}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & & & \\ & B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{C}_1 \\ \dot{C}_2 \\ \vdots \\ \dot{C}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \vdots \\ \dot{E}_n \end{pmatrix}$$

$$\dot{A}\dot{P} + \dot{B}\dot{C} = \dot{E}$$

과 같은 사진 블록 조정의 일반적인 관측 방정식이 되며,

정규 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} \dot{N} & \bar{N} \\ \bar{N}^T & \dot{N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{F}_1 \\ \dot{F}_2 \end{pmatrix} \quad (3-8)$$

여기서 $\dot{N} = \dot{A}^T \dot{A}$, $\bar{N} = \dot{A}^T \dot{B}$

$$\bar{N}^T = \dot{B}^T \dot{A}, \quad \ddot{N} = \dot{B}^T \dot{B} \quad (3-9)$$

$$\dot{F}_1 = \dot{A}^T \dot{E}, \quad \dot{F}_2 = \dot{B}^T \dot{E}$$

C 를 소거하여 P 로 정리하면

$$(\dot{N} - \bar{N}\ddot{N}^{-1}\bar{N}^T) \dot{P} = \dot{F}_1 - \bar{N}\ddot{N}^{-1}\dot{F}_2 \quad (3-10)$$

이고 식 (3-10)을 간단히 나타내면 식 (3-11)이 된다.

$$\tilde{N}\dot{P} = \dot{T}$$

$$\text{여기서 } \tilde{N} = \dot{N} - \bar{N}^T\ddot{N}^{-1}\bar{N}$$

$$\dot{T} = \dot{F}_1 - \bar{N}\ddot{N}^{-1}\dot{F}_2$$

식 (3-11)의 축약 정규 방정식은 주대각 부행렬, 외대각 부행렬, 상수항 부행렬로 이루어진다.

3.2 높이 조정

높이 조정은 평면 조정을 한 후에 실시하며, ω, ϕ 요소만 관련된 비선형 방정식을 회전이 작은 $\Delta\omega, \Delta\phi$ 로 가정하여 선형화하면

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta\phi \\ 0 & 1 & -\Delta\omega \\ -\Delta\phi & \Delta\omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_o \end{bmatrix}$$

를 얻을 수 있다.

$\Delta\omega$ 를 c , $\Delta\phi$ 를 d 라 놓으면 접합점에서는, 다음과 같이 표시되며

$$[y_t \ -x_t \ 1] \begin{bmatrix} c \\ d \\ Z_o \end{bmatrix} - [Z_t] = [-z_t] \quad (3-12)$$

또한 기준점과 투영 중심점에서의 관측 방정식은

$$[y_c \ -x_c \ 1] \begin{bmatrix} c \\ d \\ Z_o \end{bmatrix} = [Z_c - z_c] \quad (3-13)$$

$$\begin{bmatrix} z_p & 0 & 0 \\ 0 & -z_p & 0 \\ y_p & -x_p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ d \\ Z_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_p \\ -y_p \\ -z_p \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

이 된다. 모델에 접합점, 기준점, 투영 중심점이 함께 있는 경우로 관측 방정식을 만들면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} y_o & -x_o & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y_t & -x_t & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ z_p & 0 & 0 \\ 0 & -z_p & 0 \\ y_p & -x_p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ d \\ Z_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \\ & & & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ Z_t \\ \vdots \\ X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_c - z_c \\ \vdots \\ -z_t \\ \vdots \\ -x_p \\ -y_p \\ -z_p \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

식 (3-15)에서 미지 변수를 아래와 같이 놓으면 제 1모델에서의 관측 방정식은 식 (3-16)가 된다.

$$\ddot{A}_1 \ddot{P}_1 + \ddot{B}_1 \ddot{C}_1 = \ddot{E}_1 \quad (3-16)$$

$$\text{여기서 } \ddot{P} = \begin{bmatrix} c \\ d \\ Z_o \end{bmatrix} \quad \ddot{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ Z_t \\ X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix}$$

3 개의 모델인 경우는

$$\begin{bmatrix} \ddot{A}_1 & & & \\ & \ddot{A}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddot{A}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{P}_1 \\ \ddot{P}_2 \\ \vdots \\ \ddot{P}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{B}_1 & & & \\ & \ddot{B}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddot{B}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{C}_1 \\ \ddot{C}_2 \\ \vdots \\ \ddot{C}_n \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

$$\ddot{A} \ddot{P} + \ddot{B} \ddot{C} = \ddot{E} \quad (3-18)$$

평면 조정식의 유도와 같은 방법으로 \ddot{C} 를 소거하여 매개 변수 \ddot{P} 로만 구성된 높이 조정식의 축약 정규 방정식을 만들 수 있다.

3.3 블록 조정식의 해석

방정식의 해를 구할 때는 행렬의 특성 즉, real, symmetric, positive definite, band 행렬을 이용하면 효과적이다. 본 연구의 사진블록 조정은 symmetric banded 행렬의 특성을 사용한다. 특히 방정식의 계수 행렬을 구할 때 콜레스키법을 쓰면 편리하다.¹⁶⁾¹⁷⁾¹⁸⁾¹⁹⁾

사진블록 조정에서 행렬의 크기는 strip의 번호를 택하는데 따라 크게 달라지게 된다.²⁰⁾

그림 3에서 Down strip (Bd)와 Cross strip (Bc)의 경우에서 band width는 다음과 같다.

$$B_d = 4(M+2) \quad B_c = 4(S+2) \quad (3-19)$$

여기서 M : 한 strip의 모델 수

S : strip 수

그림 3의 사진블록을 실제 행렬로 나타내면 그림 4가 되며, Cross strip의 band width가 적음을 알 수 있다.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

(dnon-strip)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

(cross-strip)

그림 3. Numbering of model

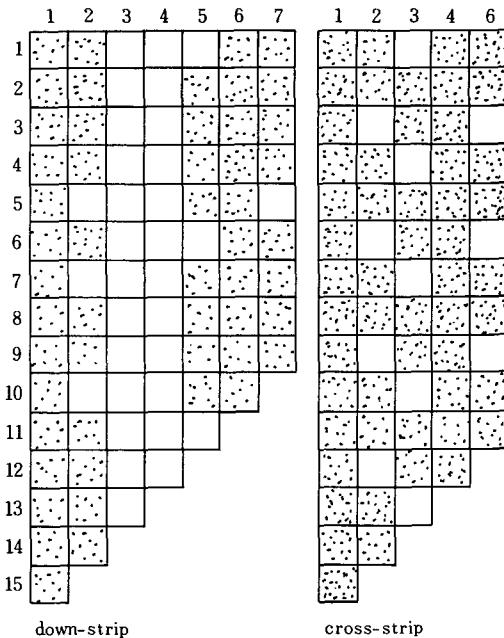
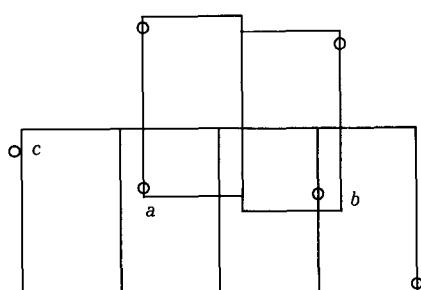


그림 4. Symmetric banded organization in photo-block

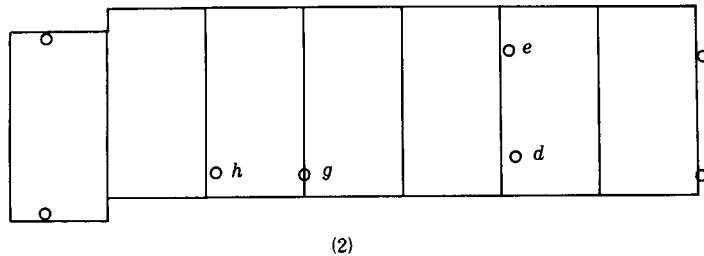
4. 관측값 처리 및 비교고찰

4.1 관측모델지역의 선정

현재 우리나라에서 광범위하게 촬영하는 축적은 $\frac{1}{6,000}$ 이며 이를 이용하여 $\frac{1}{1,200}$ 지형도를 작성할 수 있으며, 사진축척 $\frac{1}{20,000}$ 으로는 $\frac{1}{5,000}$ 국가 기본도를 제작하고 있다. 본 연구의 관측



(1)



(2)

그림 5. IBST AREA in aerial triangulation

모델 지역은 사진축척 $\frac{1}{6,000}$ 로 촬영된 곳을 선택하였으며, 관측 모델지역 (I)은 6 모델의 2 strip인 지역이며, 관측모델지역 (II)는 7 모델의 1 strip지역을 임의로 선정하였다.

4.2 관측값 처리

평면 조정식과 높이 조정식에서 회전 인자에 대해 선형화 해야 하므로 관측값 처리는 반복해야 요구되며, 따라서 결과값의 수렴조건을 정하여야 한다. 이때 수렴조건으로는 결과값의 오차 범위를 제한하는 방법과 반복계산의 횟수를 지정하는 두 가지 해석방법 등이 있으나, 본 연구에서는 반복 횟수를 정하는 방법을 채택하였다.

항공사진 촬영 동안의 X, Y, Z 축의 3 방향에 대한 회전 인자는 미소량의 회전값을 가지므로 축척계수의 수렴성은 그림 6과 같다.

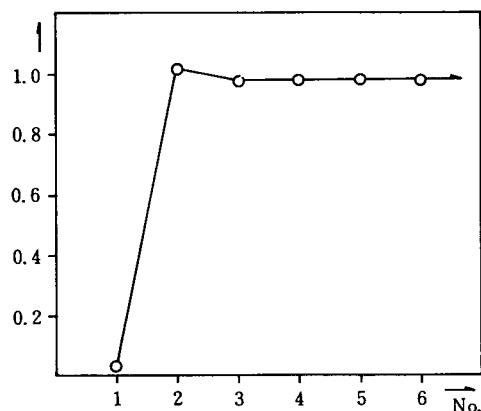


그림 6. Determination of no of iterations

그림 6과 같이 반복계산 횟수의 결정은 3회에서 완전 수렴함을 알 수 있다.
또한 전산처리의 흐름도는 그림 7과 같다.

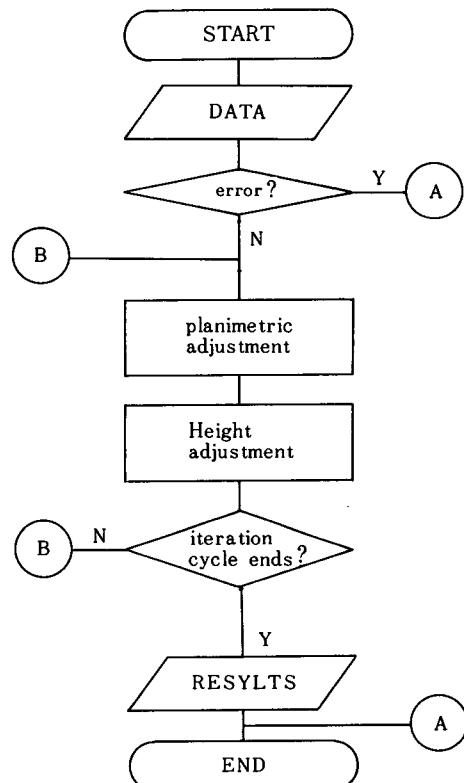


그림 7. <Flowchart of program>

4.2.1 관측지역 (I)

관측지역 (I)은 6 모델의 2 strip으로 구성되어 있으며 기준점은 전형적으로 외곽에 배치한 모양이다.

기준점 수는 7점이며, 이를 한 점씩 제거하여 결과값을 비교고찰하였다.

우선 기준점 a 를 제거하여 조정한 결과는 그림 8-1과 같았다. 이때 기준점 a 에 대해 X 좌표는 $-6.7 \mu m$ Y 좌표는 $3.3 \mu m$ 의 오차가 나타났다.

오차의 분포 방향은 기준점이 없는 아래방향으로 향함을 알 수 있으며 제거된 기준점 a 부근에서 큰 오차가 나타났다.

또한 기준점 a, b 를 제거하고 해석한 결과는 그림 8-2와 같았으며 사용하지 않은 기준점 부근에서 아래 방향으로 오차가 크게 분포됨을 알 수 있었다.

마지막으로 기준점 c 까지 제거하여 기준점으로 4 점만을 사용한 결과는 그림 8-3과 같이 오차가 더욱 크게 아래로 향하는 분포를 보여주었으며, 이 경우 기준점 c 의 오차는 X 좌표에서 $-13.3 \mu m$, Y 좌표에서는 $-3.3 \mu m$ 의 값으로 나타났다.

이로써 관측지역 (I)에서 기준점의 균등한 분포에 의한 배치는 중요함을 알 수 있으며, 특히 모델이 서로 중복되는 경우는 기준점의 성과 뿐 아니라 선점에 주의함을 알 수 있었다.

그림 8 그림 9에서 오차의 크기는 1^{mm} 는 1^{cm} 에 해당한다.

4.2.2 관측지역 (II)

관측지역 (II)는 1 strip인 7 모델로 형성된 지역으로 기준점은 좌우 모델에 2 점씩 배치되어 총 8 점이다.

먼저 기준점 h 를 사용하지 않고 해석한 결과는 그림 9-1과 같았으며, 기준점 h 에서 X 좌표 $20 \mu m$, Y 좌표 $16.7 \mu m$ 의 오차가 발생하였고, 오차 방향은 기준점 배치 분포가 약한 제3, 4 모델의 윗 부분으로 향함을 알 수 있었다.

두 번째로 기준점 h, d 를 소거하여 해석한 결과는 그림 9-2와 같으며, 제거된 기준점 부근에서 크게 오차가 나타나고 있다.

기준점 h, d, e 를 사용하지 않은 세 번째 경우는 bridging distance가 3~4 모델인 하나의 예라고 볼 수 있으며, 그 결과는 그림 9-3과 같이 기준점 d, e 에서 큰 오차들이 분포하고 있음을 알 수 있었다.

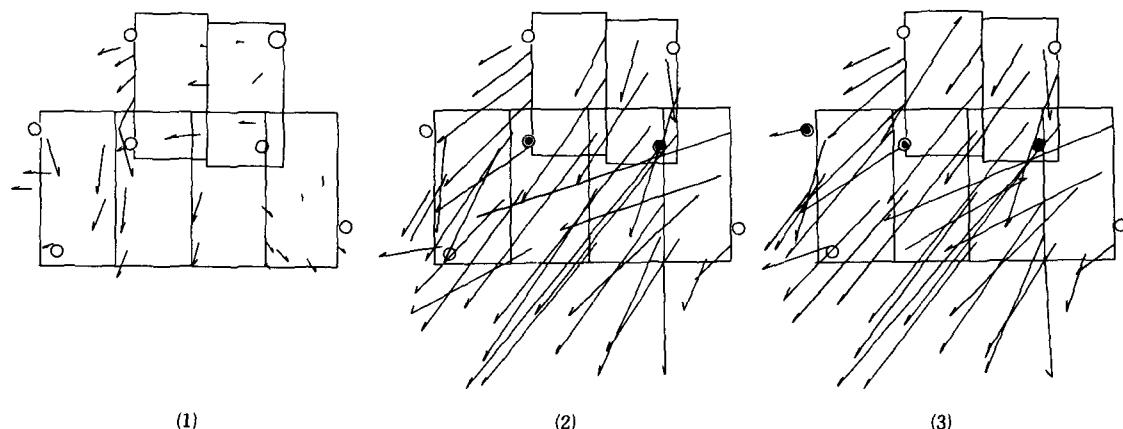


그림 8 Results of test area (I)

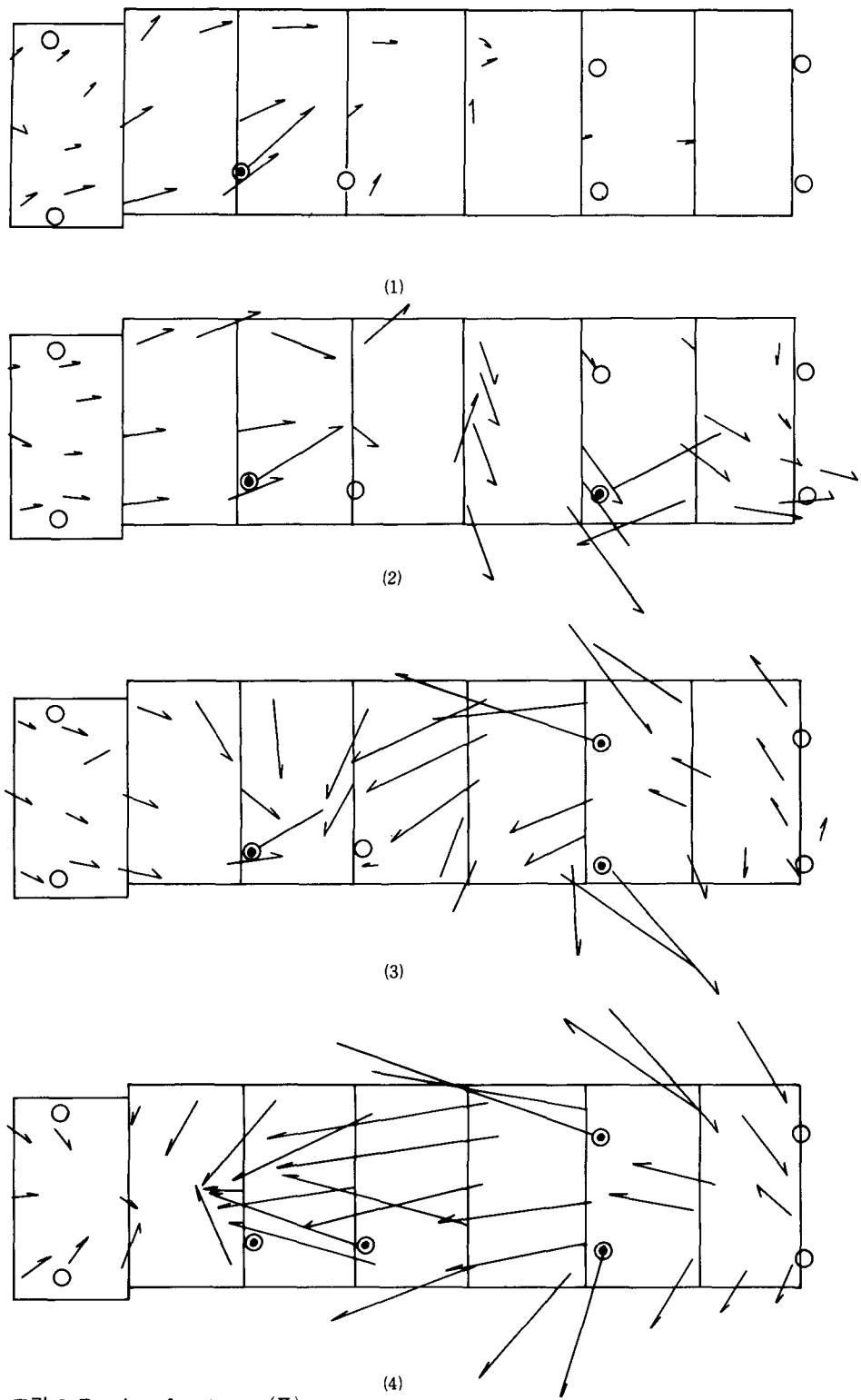


그림 9. Results of test area (II)

5. 結論

블록조정에 있어서 기준점 배치를 변경하면서 오차 분포를 비교, 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 사진블록 조정에서 모델간의 정확도의 균일을 위하여서는 기준점 분포를 대칭적으로 분포함이 이상적이다.

둘째, 모델의 중복도가 높을수록 해당되는 모델의 기준점 조정에 영향을 많이 주게 되므로 가능한 한 4모델이 중복되는 외곽의 점을 기준점으로 선정하여야 정확도 향상을 기할 수 있다.

셋째, 비행 방향의 좌우 가장자리에 있는 모델의 기준점은 인접모델과 중복되는 쪽으로 정한다.

参考文献

1. Herman Arp, Joseph P. Burns, "Mapping in Tropical Forests", P. E. R. S., Vol. 48, No. 1, 1982, pp. 91 - 100.
2. A. J. Brandenberger, S. K. Ghosh, Mohamed Bouguouss, "Deformation Measurements of Power Dame with Aerial Photogrammetry", P. E. R. S., Vol. 49, No. 11, 1983, pp. 1561 - 1567.
3. Ken M. Morgen, Donald R. Morris-Jones, Gerhard B. Lee, Ralph W. Kiffer, "Ariphoto Analysis of Erosion Control Practices", P. E. R. S., Vol. 46, No. 5, 1980, pp. 637 - 640.
4. Warren R. Philipson, William R. Hafker, "Manual versus Digital Landsat Analysis for Delineating River Flooding", P. E. R. S., Vol. 47, No. 9, 1981, pp. 1351 - 1356
5. 유복모, "공중삼각측량에 있어서 독립모델의 연구", 대한토목학회창립 20주년 기념논문집, 1972, pp. 222 - 229.
6. 유복모, "공중삼각측량에 있어서 전자계산기에 의한 오차조정", 대한토목학회논문집, 제20권, 제1호, 1972, pp. 47 - 57.
7. 유복모, 강인준, 이광호, "일반카메라를 이용한 지상사진 측정의 공간좌표 해석에 관한 연구", 연세대학교 산업기술연구소논문집, 제13집제 1권(14), 1981, pp. 43 - 49.
8. 유복모, 강인준, 송인성, 정창식, "사진측정에 의한 백제석탑의 조형미에 관한 연구", 대한토목학회 논문집, 제 5 권제 1호, 1985, pp. 141 - 148.
9. 이계학, "항공사진에 있어서 해석적 표정의 오차전파에 관한연구", 박사학위논문 전남대학교 대학원, 1982.
10. 박운룡, "사진측정에 의한 사면해석에 관한 연구", 박사학위논문, 동아대학교 대학원, 1984.
11. 양인태, "경사사진에 의한 해석적 위치결정에 관한 연구", 박사학위논문, 연세대학교 대학원, 1984.
12. 강준목, "다중근거리 사진측정에 의한 해석적 위치결정에 관한 연구", 박사학위논문, 연세대학교 대학원, 1985.
13. 이재기, "비측정용 사진에 의한 좌표해석", 박사학위논문, 연세대학교 대학원, 1986.
14. Sanjio K. Ghosh, Analytical Photogrammetry, Pergamon Press, 1979, pp. 39 - 45.
15. Yeo, Bok-Mo, "Study on Analytical Orientation in Space by means of Orthogonal Formation", 일본측지학회지, Vol. 14, No. 2, 1975, pp. 13 - 20
16. Fred, W. Beaufait, William H. Rowan Jr., Peter G. Eoadley, Robert M. Hackett, Computer Methods of Structural Analysis, Prentice-Hall, 1970, pp. 36 - 43.
17. Richard L. Burden, J. Douglas Fairs, Albert C. Reynolds, Numerical Analysis, Prindle, Weber & Shmidt, 1981, pp. 304 - 305.
18. C. A. Brebbia, A. J. Ferrente, Computational Methods for the Solution of Engineering Problems, Pentech Press, 1979, pp. 57 - 58.
19. M. L. James, G. M. Smith, J. C. Wolford, Applied Numerical Methods for Digital Computation, Harper & Row, 1985, pp. 178 - 185.
20. 강인준, 손홍규, "사진측량에 있어서 블록 조정의 알고리즘에 관하여", 대학토목학회 학술개요집, 1985, pp. 450 - 456.