

이동평균법과 선형예측법을 이용한 수치지형의 보간에 관한 연구

A Study on the Interpolation of DTM Applying
Moving Average and Linear Prediction Method

李 石 贊* 曹 圭 田**
Lee Suck-Chan Cho Kyu-Jon
崔 炳 吉***
Choi Byoung-Gil

要 旨

수치지형모형(DTM)은 지형정보의 추출과 보간의 두 분야로 이루어진다. 본 연구는 이중, 보간에 관심을 두고 이동평균법과 선형예측법의 두 보간방법을 수치시험에 그의 정확도 및 효율성을 비교 조사하는데 목적이 있다. 기본입력자료로는 사진측량에 의하여 얻어진 정규격자망 형태의 표고값을 이용하였으며, 격자의 간격, 지형의 종류, 보간에 이용되는 기준점의 형태에 따른 정확도 및 효율성이 연구 조사되었다.

ABSTRACT

A Digital Terrain Model(DTM) consists of two components; one is sampling of the terrain information, and the other is interpolation. The present study aims at the investigation of the accuracy and efficiency of Moving Average and Linear Prediction interpolation methods by numerical experiment.

Basic input data are the elevations in square grid which procured by photogrammetry, and the accuracy of each interpolation is investigated on different grid size, terrain type and pattern of reference points.

1. 序 論

수치지형모형 (Digital Terrain Model : DTM)

* 漢陽大學校 工科大學 教授
** 京畿大學校 工科大學 助教授
*** 漢陽大學校 工科大學院

은 1955년 Miller, C. L 교수(미국 M. I. T공대)
에 의해 처음 연구가 시작된 이래^{1) 2)} 주로 도로
설계와 같은 일반 토목분야에 응용되어 왔으나,
오늘날 고성능 컴퓨터가 발달함에 따라 지도제
작분야 및 기타 산업분야로 확대 발전되었다. 이
러한 DTM은 크게 두 가지 기본과정으로 나누어
진다. 첫째가 지형정보의 추출이며 둘째가 이

추출된 작료를 기본으로 하여 새로운 점의 정보를 구하고 지형을 기하학적으로 재현 묘사하는 보간작업이다.^{3) 4) 5) 6)}

본 연구는 이중, 보간에 관심을 두고 이동평균법과 선형예측법의 두 보간방법을 수치시험하여 그의 정확도 및 효율성을 비교조사함으로써 궁극적으로 DTM의 활용도를 높이는데 목적을 두었다.

기본 지형정보자료로는 항공사진측량에 의하여 얻어진 정규격자망 형태의 표고값을 이용하였으며, 보간의 정확도에 영향을 주는 기본요소인 지형의 종류, 표본추출된 지형정보의 밀도, 보간에 이용되는 기준점의 형태를 다르게 하여 그 효과를 수치시험하였다.^{2) 6)}

지형은 정성적인 방법에 의하여 평탄지형, 등경사지형, 복잡지형 A, 복잡지형 B의 4가지로 분류하였으며 지형정보의 밀도는 입력된 지형정보중 필요로 하는 격자간격에 해당하는 값만을 추출함으로써 그 크기를 다르게 하였다. 또 보간의 기준점(reference points)으로는 보간점 주위의 가장 가까운 4점, 16점, 36점이 이용되었다.

각 보간방법의 정확도 분석을 위하여 보간에 의하여 구해진 값과 사진측량에 의하여 구해진

값과의 차이(discrepancy)의 평균제곱근 및 최대값을 구하였으며, 효율성 분석을 위하여 컴퓨터의 CPU 시간이 계산되었다.

2. 기본 이론

보간이란 “기준공간(reference space)”이라 불리는 n 차원 공간(n -dimensional space)상의 점 p_i 에서 차원 m 의 벡터(이를 기준벡터라 함)가 정의되어질때 기지의 점 p_i 에서의 벡터를 이용하여 미지의 점 p_k 에서의 벡터를 구하는 것”이라 정의할 수 있다.^{2) 5)}

DTM에 있어서 기준공간의 차원(n)은 2 차 즉 X, Y 좌표계이며 기준벡터의 차원(m)은 1차 즉 표고 Z가 될 것이다. 보간은 하나의 독립적인 연산이 아니라 DTM의 전반적인 구조와 상호 연관성을 갖는다. 따라서 보간문제를 생각할 때에는 주어진 DTM의 제조건에 대하여 가장 적합한 보간처리 방법은 어떤 것인가, 그들의 정확성은 어떠한가, 그들의 효율성은 어떠한가가 연구 조사되어야 할 것이다.

2.1 보간 방법

하나의 보간이 완성되기 위하여는 수학모형

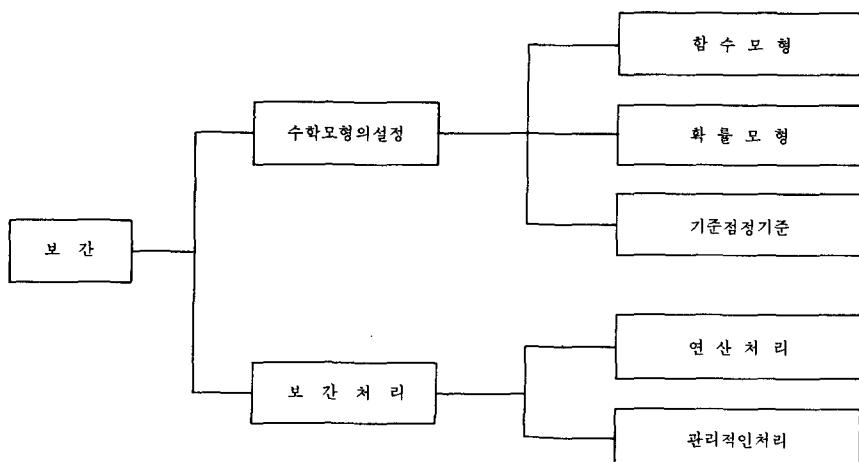


그림 2-1. 보간의 계통도

(mathematical model)의 설정과 이의 보간 처리 과정을 거쳐야 한다. 우리가 흔히 보간방법 (interpolation method)이라고 말하는 것은 수학모형의 형태를 말하는 것으로써 이는 함수모형 (functional model)과 확률모형 (probability model or stochastic model) 및 기준점 선정을 위한 기준 (criteria for reference point selection)의 3분야로 다시 세분된다.

컴퓨터에 의하여 수행되는 보간처리는 선정된 수학모형을 가장 효율적인 방법으로 실현시키기 위한 과정으로 연산처리 (arithmetic procedure)와 관리적인 처리 (administrative procedure)로 이루어 진다. 보간법의 구조를 도식적으로 나타내면 그림 2-1과 같다.

보통 보간에 사용하는 함수는 계수함수 (parametric function)와 비계수함수 (non-parametric function)로 나누어진다. 계수함수란 계수와 변수의 관계가 명확하게 설정된 함수 (고차함수, 삼각함수, 로그함수 등)를 말한다. 즉 독립변수와 계수의 값이 정해지면 종속변수가 유일한 값을 가지며 또한 계수가 유한개의 독립변수와 종속변수의 값에 의하여 결정되는 함수이다.

비계수함수란 독립변수, 계수 그리고 종속변수만으로 공식화되지 않는 함수를 말한다. 보간에 있어서 이런 함수는 랜덤함수 (random function)의 이론으로부터 유도되었기 때문에 추계학적 함수 (stochastic function)라고도 말해지며 선형최소자승보간법 (linear least squares interpolation)은 이 함수를 이용한 보간법이다.

DTM에서 표본추출된 기본자료 (reference date)는 통계학적 특성을 가지는 관측치 (확률변수)이기 때문에 잉여자료 (redundant data)를 사용하였을 경우 모든 함수모형에 대한 확률모형을 필요로 한다. 확률변수의 통계학적 특성은 확률분포함수에 의하여 충분히 알 수 있지만 DTM의 경우 일반적으로 확률분포함수가 알려져 있지 않다. 그러나 통계학적 특성은 어떤 단순한 성질을 바탕으로 하여 예측되어 질 수 있다. 즉 계수함수모형에 있어서 기준점의 분산은 일반적으로 동일하다고 가정되어지며 기준점사이의 상관관계 (correlation)는 사전가중함수 (ap-

riori weight function)에 의하여 결정된다. 비계수 함수모형의 경우 공분산함수 (covariance function)의 개념이 이용된다.^{2) 5) 7)}

표본추출점으로부터 기준점을 선정하는 것은 함수모형과 확률모형에 이용될 적절한 자료를 제공해주기 위해서다. 기준점선정 기준은 입력자료의 형태라든가 출력자료의 성질에 따라 달라지며 패치선정방식, 거리에 의한 선정방식, 추적선에 의한 방법, 최단횡선에 의한 방법 등이 있다.

보간처리에서 연산처리는 보간 알고리즘에 따른 계산, 자료변환 등과 같은 작업을 말하며 관리적인 처리는 자료의 저장, 재생 등과 같은 작업을 말한다.

2.2 이동 평균법

이동평균법의 개념은 랜덤함수의 이론으로부터 나왔으며 스무싱 (smoothing)과 보간처리를 하는데 이용된다. 이 방법은 보간점을 중심으로 하여 주위의 점을 선정한 다음에 선형함수

$$Z = a_1 I_1 + a_2 I_2 + \dots + a_n I_n \quad (2-2-1)$$

에 의하여 보간점의 높이를 결정하는 방법이다. 윗식에서 a_i 는 아직 미지의 계수이며 I_i 는 보간점의 위치의 함수이다. 위 선형함수는 매 보간점마다 기본점이 새로이 선정되어지기 때문에 이동평균 (moving average or weighted average) 또는 이동표면 (moving surface) 보간방법이라 말해진다. 윗식 2-2-1을 행렬식으로 나타내면

$$L_a = Z \quad (2-2-2)$$

가 되며 가중치를 고려하여 정규화 시키면

$$L^t W L_a = L^t W Z \quad (2-2-3)$$

가 된다. 여기서 a 는 미지의 계수벡터이고 L 은 I_i 의 행열이며 Z 는 높이의 벡터이다. 또 W 는 각 기본점에 할당된 가중치의 행렬로써 대각행열이다. 실제로 많이 사용되는 선형함수는 n 차 다항식

$$Z = \sum_{i=0}^n a_i X^{n-i} Y \quad (2-2-4)$$

이다.

2.3 선형예측법

선형예측법 (Linear Prediction; LP) 은 랜덤 함수의 이론으로부터 나온 보간방법이다. 지표면은 정상적인 (stationary) 랜덤함수로 재현할 수 있으며 이를 위하여는 지형의 확률분포함수를 알아야 할 것이다. 이러한 함수는 많은 수의 기준점이 주어질 경우 실험적으로 구해질 수 있으나 현실적으로 기준점의 수는 적기 때문에 본 연구에서는 상관함수의 형태로 사전에 가정되어 진다. 또 같은 이유로 상관함수의 계수도 가정되어 진다. 따라서 정확한 통계학적 의미로써 이러한 방법을 선형예측법이라 말할 수는 없다. 그러나 본 연구에서는 선형예측법의 공식을 적용하였으며 각 상관함수의 계수에 대한 영향을 시험적으로 조사하였기 때문에 이러한 용어를 사용하였다. 선형예측법의 이론을 전개하는 데는 지형의 동질성 (homogeneity) 즉 $E(Z) = 0$ 의 조건과 등방성 (isotropy)의 가정이 이루어져야 할 것이다. 여기서 $E(Z)$ 는 높이 Z 의 기대값이다. 동질성은 전체경향지표면을 각각의 기준점의 높이에서 제거함으로써 해결 할 수 있다. (그림 2-2)

이때 남아있는 잔차는 다음과 같이 해석할 수 있다.⁸⁾

$$\Delta Z = S + V \text{ 또는 } 1 = \frac{S}{\Delta Z} + \frac{V}{\Delta Z} \quad (2-3-1)$$

여기서 S 는 국부적인 구조적 성분을 나타내는

것으로 중요한 의미를 가지며 본 방법에서 그 값이 계산되어진다. 그러나 V 는 측정오차와 지형의 랜덤변동의 합으로써 그리 중요하지 않다.

점 P_k 에서의 S_k 의 추정값 (linear estimate)은

$$\hat{S}_k = a_1 \Delta Z_1 + a_2 \Delta Z_2 + \dots + a_n \Delta Z_n \quad (2-3-2)$$

로 나타낼 수 있으며 이를 행열방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{S}_k = a \Delta Z \quad (2-3-3)$$

여기서 a 는 미지수 a_i 의 행벡터이며 ΔZ 는 이미 알려진 전체경향지표면과 기준점 P_i 에서의 높이의 차 ΔZ_i 의 열벡터이다.

공분산 이론 (covariance theory)에 의하면

\hat{S}_k 의 값은 다음과 같이 얻어진다.^{8) 9) 10) 11)}

$$\hat{S}_k = c C^{-1} \Delta Z$$

여기서 C 는 차원 ($n \times n$)의 공분산행렬 (covariance matrix)로써 사전상관함수 $W(d)$ 를 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & W(d_{12}) & W(d_{13}) & \dots & W(d_{1n}) \\ & 1 & W(d_{23}) & \dots & W(d_{2n}) \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (2-3-4)$$

여기서 d_{ij} 는 기준점 P_i 와 P_j 의 거리이다.

또 C 는 차원 ($1 \times n$)의 공분산벡터로서

$$C = [W(d_1) \ W(d_2) \ W(d_3) \ \dots \ W(d_n)] \quad (2-3-5)$$

가 된다. 여기서 d_i 는 보간점 P_k 와 기준점 P_i 간의 거리이다.

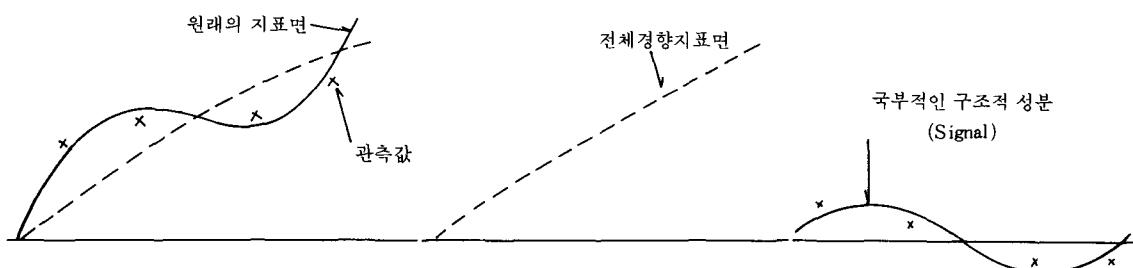


그림 2-2. 전체 경향 지표면의 제거

따라서 선형예측법의 함수모형은

$$Z_k = t(X_k, Y_k) + cC_i^{-1} \Delta Z \quad (2-3-6)$$

으로 공식화 할 수 있다. 여기서 $t(X_k, Y_k)$ 는 전체 경향지표면이다.

3. 수치 시험

3.1 기본입력자료

기본입력자료로는 항공사진측량에 의하여 획득한 정규격자망의 지형표고값을 이용하였으며 사용된 항공사진은 경북 영일군 오천읍 광명동 일대의 항공사진으로써 다음과 같이 촬영된 것이다.

축척; 1 : 10,000

사진기; Wild RC-8 광각사진기 (화면거리 152.30mm)

항공기; 세스나 402 항공기

비행고도; 평균지반고로부터 1,500m

입력자료의 관측좌표는 Wild A-10 정밀도화기에 연결된 Wild EK-22 자동좌표기로 행하였다.

또 지형의 종류에 따른 보간의 정확도를 조사하기 위하여 이 지역중 다음과 같은 특성을 갖는 지대를 선정한 다음 수치시험을 실시하였다.

I) 평탄지형 (I 지형)

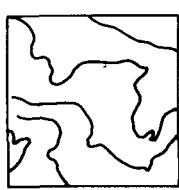
고저차가 적고 평탄한 지형이다.

II) 등경사지형 (II 지형)

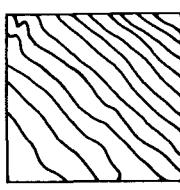
고저차는 크나 일정하게 경사가 져 있는 지형이다.

III) 복잡지형A (III 지형)

경사는 비교적 등경사이나 능선과 계곡을 포함하는 지형이다.



(a) I 지형



(b) II 지형

IV) 복잡지형B (IV 지형)

고저차가 크며 경사가 비규칙적인 지형이다.

이와같은 지형의 형태를 나타내주는 등고선도가 그림 3-1에 나타나 있다.

3.2 이동평균법의 수학모형

이동평균법의 수학모형으로는 식 2-2-4에 따라 다음과 같은식이 채택되었다.

I) 수평면 (horizontal plan) (MA 1)

$$a = z \quad (3-2-1)$$

이방법을 흔히 가중산술평균법 (Weighted Arithmetic Mean Method)이라 부른다.

II) 2 차다항식 (MA 6)

$$a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 = z \quad (3-2-2)$$

III) 3 차다항식 (MA 10)

$$a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9x^3 + a_{10}y^3 \quad (3-2-3)$$

여기서 기호 MAK의 MA는 Moving Average의 약자이고 K 는 계수 a_i 의 갯수이다.

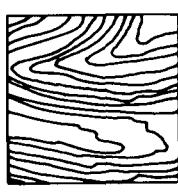
이동평균법의 확률모형으로는

$$W(d) = 1/d^k, K=0, 2, 4 \dots 16 \quad (3-2-4)$$

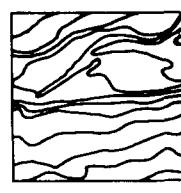
의 가중합수가 수치시험되었다. 여기서 K 가 0인 경우는 가중치를 고려하지 않은 경우이며 K 값이 커질수록 가중합수의 기울기는 급하게 된다.

3.3 선형예측법의 수학모형

선형예측법의 전체경향지표면으로는 이동평균법의 MA 1과 MA 6을 사용하였으며 이때 가중치로는 가장 정확도가 좋은 값을 사용하였다. 이



(c) III 지형



(d) IV 지형

그림 3-1. 지형의 종류

들은 각각 LP_1 과 LP_6 으로 표시된다.

c 와 C 를 계산하기 위하여 상관함수로 써

$$W(d) = S \cdot EXP[-(d/I)^2]; 0 < S \leq 1,$$

$$I = K \cdot d_{av} \quad (3-3-1)$$

가 사용되었다. 여기서 S 는 식 2-3-1에서 추정 오차 V 의 성분을 제거하는 즉 필터링의 정도를 나타내는 계수이며 S 가 1인 경우 필터링이 고려되지 않음을 의미한다. d_{av} 는 점들 사이의 평균거리이며 K 는 곡선의 기울기를 나타내는 계수로써 두점 사이의 상관관계의 정도를 나타낸다.

3.4 격자의 간격과 기준점 및 보간점의 선정

본 수치시험에서는 3-1에서 설명한 지형의 높이를 5m마다 사전측량하여 (121×121) 점으로 구성된 정규격자망 형태의 기본수치지형을 얻었으며 이로부터 다음과 같은 방법에 의하여 보간을 수행하였다.

격자의 간격에 따른 보간의 정확도를 조사하기 위하여 기준점의 격자간격이 10m, 20m, 30m, 40m, 50m가 될 수 있도록 하였다. 즉 기본입력 자료중 필요로 하는 격자간격에 해당되는 기준점만이 추출되도록 프로그램을 작성하였다.

보간점은 격자점의 중심으로 하였으며 보간에 이용되는 기준점은 보간점 주위의 가장 가까운 4 점, 16점, 36점을 이용하였다.(그림 3-2)

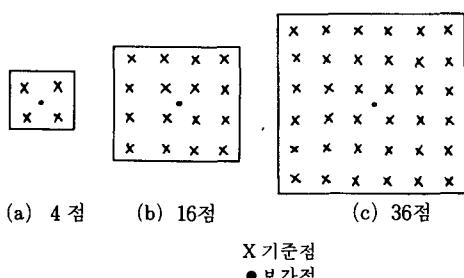


그림 3-2. 기준점 및 보간점의 선정

3.5 컴퓨터 프로그램

본 연구의 수치시험을 위하여 작성된 프로그램은 주프로그램과 5개의 보간부프로그램 및 1개의 분석부프로그램으로 구성되었다. 주프로그

램은 격자점의 간격, 보간에 이용되는 기준점의 수를 결정하도록 구성되었으며 보간부프로그램은 MA_1 , MA_6 , MA_{10} , LP_1 , LP_6 의 보간을 수행하고 각 보간시간을 계산할 수 있도록 구성되었다. 또 분석부프로그램은 각 보간방법의 정확도를 구하여 상호 비교할 수 있도록 구성되었다. 프로그램에 사용된 컴퓨터 언어는 ANS-FORTRAN 77이며 사용된 컴퓨터는 VA X/11이다. 그림 3-3은 이러한 컴퓨터프로그램의 흐름도이다.

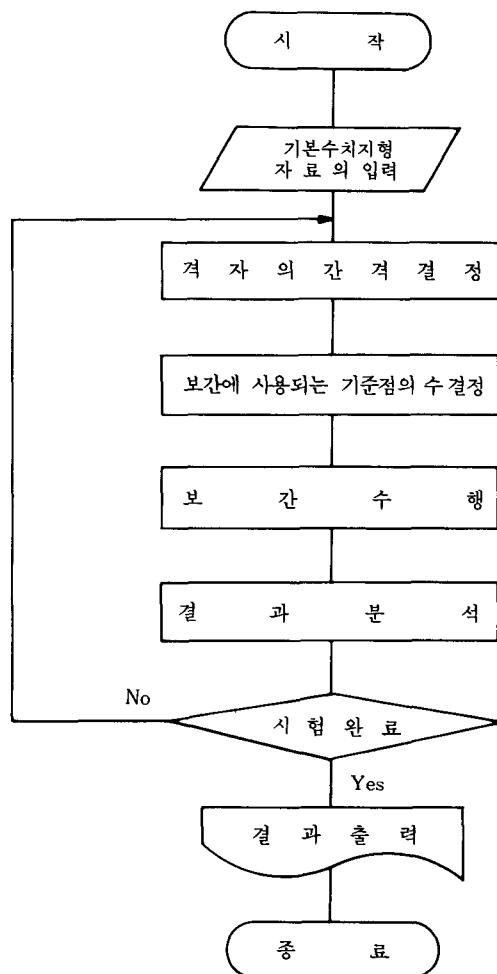


그림 3-3. 컴퓨터 프로그램의 흐름도

4. 결과분석 및 고찰

각 보간방법의 정확성을 비교 조사하기 위하여 보간에 의하여 구해진 표고값과 사진측량에 의하여 구해진 표고값(이를 진값이라 봄)의 차이(discrepancy) V 의 평방제곱근(RMS)¹²⁾

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v_i v_i}{n}}$$

와 V 의 양(positive)의 최대값(maximum) 및 음(negative)의 최대값

$V_{max.p}$, $V_{max.n}$

를 구하였다. 돌출오차(gross error)의 제거를 위하여 $\pm 2.58\sigma$ 의 이상의 값은 계산에서 제외시켰다. 일반적으로 계획 및 설계를 목적으로 할 경우에는 V_{max} 가 중요시 되지만 토공량의 산정, 보간에 사용된 가중치의 영향 등을 분석하는 데는 σ 가 주요값으로 고려된다.

또 효율성의 검토를 위하여는 보간에 소요되는 VAX/11 컴퓨터의 CPU 시간이 계산되었다.

4.1 가중함수 또는 상관함수와 보간의 정확도

본 연구에서는 보간점이 격자의 중심점이므로 보간에 이용되는 기준점의 수가 4 점일 경우 가중함수나 상관함수의 영향을 받지 않는다. 따라

서 보간에 이용되는 기준점의 수가 16점, 36점인 경우에 대하여 가중함수 또는 상관함수가 보간의 정확도에 미치는 영향을 조사하였다.

이동평균법에서 식 3-2-4의 가중함수를 수치시험한 결과 表 4-1, 4-2 및 그림 4-1, 4-2에 나타난 바와 같이 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

σ 의 값은 격자의 간격과 기준점의 수에 관계 없이 K 는 4 정도에서 일정한 값에 수렴하기 시작하여 K 는 12부근에서 최소가 되었으며 K 가 12인 경우 가중치를 주지 않았을 경우($K=0$)보다 격자간격 10m에서는 약 12~65%, 격자간격 50m에서는 약 39~68%의 정확도가 향상되었다

또 MA 1 (57%) 경우보다 MA 6 (38%) 경우가 즉 보간에 사용된 함수모형이 고차일수록 가중치의 영향을 적게 받았다.

그리고 기준점의 수가 16일때(37%)보다는 기준점의 수가 36일때(59%) 즉 기준점의 수가 많을수록, 격자간격이 10m일때(39%)보다는 격자간격이 50m일때(56%) 즉 격자간격이 클수록 가중치의 영향을 크게 받았다. 이는 기준점들이 보간점으로부터 멀리 떨어져 있을수록 가중치의 영향을 많이 받기 때문인 것으로 고려된다.

V 의 최대값은 격자간격이 10m일 경우 K 값이 커질수록 약간 증가함을 보여주나 격자간격이 50m인 경우 K 값이 커지면서 σ 와 마찬가지로 최

表4-1 가중함수와 보간의 정확도

(단위: m)

격자의 간격	기준점 의 수	보간방법	MA 1						MA 6					
			K 분석내용	0	2	4	6	12	16	0	2	4	6	12
10m	16	σ	1.019	0.724	0.588	0.564	0.561	0.561	0.578	0.518	0.515	0.516	0.514	0.514
		$V_{max.p}$	7.775	8.419	8.833	8.946	8.975	8.975	8.619	9.144	9.287	9.337	9.390	9.463
		$V_{max.n}$	-7.375	-7.506	-7.588	-7.596	-7.600	-7.600	-7.675	-7.656	-7.656	-7.658	-7.659	-7.700
	36	σ	1.615	0.911	0.605	0.569	0.564	0.564	0.790	0.577	0.536	0.528	0.519	0.552
		$V_{max.p}$	7.556	8.243	8.807	8.944	8.975	8.975	7.984	8.748	9.087	9.217	9.394	9.494
		$V_{max.n}$	-7.108	-7.400	-7.565	-7.695	-7.600	-7.600	-7.457	-7.614	-7.647	-7.654	-7.645	-7.637
50m	16	σ	6.454	4.599	3.555	3.271	3.203	3.203	3.653	2.710	2.341	2.361	2.207	2.275
		$V_{max.p}$	13.806	9.446	6.883	6.302	6.151	6.150	8.903	5.528	5.015	4.841	4.637	4.500
		$V_{max.n}$	-20.562	-14.018	-10.628	-9.693	-9.452	-9.450	-13.209	-8.266	-7.106	-7.097	-7.091	-7.325
	36	σ	9.251	5.666	3.445	3.014	2.928	2.928	6.865	3.482	2.569	2.310	2.167	2.140
		$V_{max.p}$	14.403	10.494	7.041	6.207	6.051	6.051	15.307	7.804	5.604	5.146	4.664	4.438
		$V_{max.n}$	-27.592	-16.454	-9.736	-8.631	-8.402	-8.402	-17.139	-9.615	-7.216	-6.420	-5.551	-5.500

表4-2 가중함수와 보간의 정확도(지형에 따른 영향)

(단위 : m)

지형의 종류	기준점의 수	보간방법 분석내용 K	MA 1						MA 6					
			0	2	4	6	12	16	0	2	4	6	12	16
II 지형	16	σ	0.203	0.154	0.137	0.140	0.140	0.140	0.146	0.134	0.138	0.138	0.138	0.197
		$V_{max} \cdot p$	0.663	0.482	0.381	0.356	0.350	0.350	0.316	0.294	0.294	0.294	0.297	0.537
		$V_{max} \cdot n$	-0.294	-0.283	-0.316	-0.323	-0.323	-0.323	-0.400	-0.363	-0.352	-0.349	-0.349	-0.225
	36	σ	0.284	0.162	0.124	0.128	0.127	0.127	0.165	0.129	0.124	0.123	0.124	0.246
		$V_{max} \cdot p$	0.672	0.457	0.346	0.328	0.325	0.325	0.411	0.301	0.291	0.291	0.305	0.537
		$V_{max} \cdot n$	-0.161	-0.146	-0.173	-0.196	-0.200	-0.200	-0.295	-0.210	-0.233	-0.242	-0.247	-0.113
IV 지형	16	σ	1.282	1.010	1.009	0.989	0.985	0.985	0.885	0.952	0.946	6.795	0.945	0.948
		$V_{max} \cdot p$	5.456	5.724	6.211	6.342	6.375	6.375	6.044	6.594	6.744	6.796	6.846	6.731
		$V_{max} \cdot n$	-1.706	-1.644	-1.687	-1.717	-1.725	-1.725	-1.825	-1.769	-1.808	-1.821	-1.844	-1.713
	36	σ	2.353	1.317	1.069	1.039	1.033	1.033	1.068	1.065	1.015	1.002	0.991	1.003
		$V_{max} \cdot p$	5.819	5.616	5.618	5.642	5.650	5.650	5.212	5.466	5.620	5.688	5.794	5.863
		$V_{max} \cdot n$	-1.897	-1.653	-1.672	-1.716	-1.725	-1.725	-1.980	-1.738	-1.785	-1.805	-1.836	-1.725

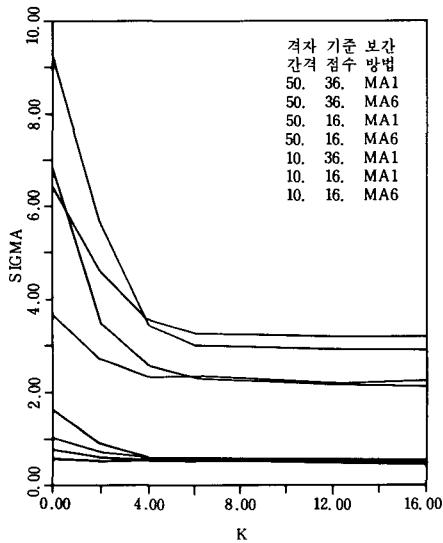


그림 4-1. 가중함수와 보간의 정확도

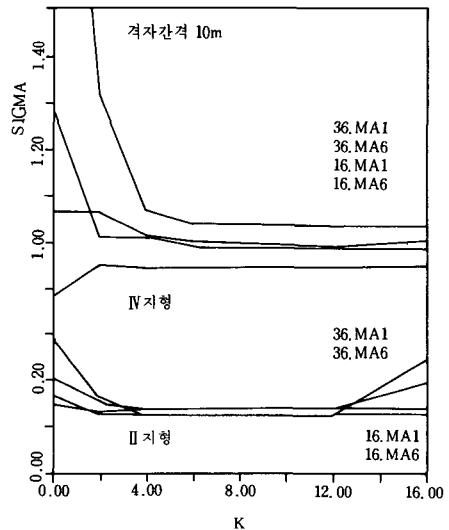


그림 4-2. 가중함수와 보간의 정확도(지형에 따른 영향)

表 4-3. MA 6 과 MA10의 정확도 비교

(단위 : m)

보간방법	분석내용	K	0	2	4	6	12	16
MA 6	σ	0.969	0.857	0.844	0.836	0.830	0.834	
	$V_{max} \cdot p$	4.437	4.116	4.146	4.157	4.163	4.238	
	$V_{max} \cdot n$	-9.022	-9.141	-9.173	-9.184	-9.199	-8.900	
MA10	σ	0.969	0.857	0.844	0.836	0.830	0.841	
	$V_{max} \cdot p$	4.437	4.116	4.146	4.157	4.161	4.188	
	$V_{max} \cdot n$	-9.022	-9.141	-9.173	-9.184	-9.197	-8.858	

소값에 수렴함을 알 수 있었다.

최고의 정확도를 주는 K 값은 단순한 지형(Ⅱ지형)에서는 평균보다 약간 작았으며 복잡한 지형(Ⅳ지형)에서는 평균보다 약간 큼을 알 수 있었다.

表4-3은 MA6과 MA10의 보간의 정확도를 비교한 것으로서 MA10의 경우 MA6과 거의 동일한 정확도를 가짐을 알 수 있었다. 따라서 MA10의 경우는 효율성에서 볼 때 좋은 보간방법이 아니며, 이 이후의 결과분석에서 제외시켰다.

선형예측법에서는 식 3-3-1의 상관함수를 수치시험한 결과 表4-4, 4-5 및 그림 4-3, 4-4에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

상관함수의 기울기를 결정하는 계수 K 가 0.1 ~ 0.5 사이에 있을 때 정확도가 가장 좋았으며 이 경우 $K=1.0$ 일 때보다 격자간격 10m에서 약 59~82%, 격자간격 50m에서 약 67~83% 정도의 정확도 향상을 보였다.

이동평균법과는 달리 상관함수가 보간의 정확

表4-4 상관함수와 보간의 정확도

(단위 : m)

격자의 간격	기준점 의 수	보간방법 $\frac{K}{\text{분석내용}}$	LP 1						LP 6					
			0.1	0.3	0.4	0.5	0.8	1.0	0.1	0.3	0.4	0.5	0.8	1.0
10m	16	σ	0.561	0.560	0.528	0.531	0.810	1.034	0.514	0.521	0.518	0.530	0.812	1.039
		$V_{max \cdot p}$	8.975	8.996	9.232	9.703	11.011	11.648	9.390	9.286	9.361	9.764	11.060	11.711
		$V_{max \cdot n}$	-7.600	-7.603	-7.627	-7.659	7.632	-8.866	-7.659	-7.644	-7.645	-7.667	-7.679	-8.703
	36	σ	0.564	0.529	0.608	0.924	2.280	2.866	0.519	0.525	0.608	0.921	2.269	2.865
		$V_{max \cdot p}$	8.975	9.394	10.140	10.984	13.735	15.316	9.394	9.453	10.171	11.044	13.895	15.487
		$V_{max \cdot n}$	-7.600	-7.630	-7.652	-7.751	-11.912	-15.776	-7.645	-7.637	-7.656	-7.758	-11.872	-15.723
50m	16	σ	3.203	3.158	2.714	2.002	4.371	6.167	2.207	2.474	2.290	1.971	4.435	6.051
		$V_{max \cdot p}$	6.151	6.037	5.151	4.244	13.398	19.053	4.637	4.830	4.646	4.333	13.806	19.572
		$V_{max \cdot n}$	-9.452	-9.272	-7.518	-7.541	-10.032	-15.762	-7.096	-7.251	-7.330	-7.452	-10.951	-16.169
	36	σ	2.928	2.203	2.275	3.428	9.023	12.091	2.168	2.104	2.251	3.401	9.036	12.097
		$V_{max \cdot p}$	6.051	4.860	4.873	7.099	18.958	25.146	4.664	4.634	4.754	7.091	19.873	25.992
		$V_{max \cdot n}$	-8.402	-6.248	-5.108	-7.809	-20.052	-25.049	-5.551	-5.845	-4.896	-8.096	-20.833	-25.358

表4-5 상관함수와 보간의 정확도(지형에 따른 영향)

(단위 : m)

지형의 종류	기준점 의 수	보간방법 $\frac{K}{\text{분석내용}}$	LP 1						LP 6					
			0.1	0.3	0.4	0.5	0.8	1.0	1.0	0.3	0.4	0.5	0.8	1.0
Ⅱ 지 형	16	σ	0.140	0.139	0.137	0.141	0.211	0.261	0.138	0.137	0.137	0.142	0.265	0.263
		$V_{max \cdot p}$	0.350	0.346	0.312	0.299	0.479	0.741	0.297	0.304	0.303	0.295	0.505	0.752
		$V_{max \cdot n}$	-0.325	-0.325	-0.328	-0.315	-0.542	-0.660	-0.349	-0.343	-0.335	-0.322	-0.549	-0.668
	36	σ	0.127	0.117	0.133	0.232	0.670	0.887	0.124	0.125	0.133	0.231	0.671	0.888
		$V_{max \cdot p}$	0.325	0.323	0.411	0.581	1.556	2.116	0.305	0.320	0.409	0.578	1.559	2.117
		$V_{max \cdot n}$	-0.200	-0.231	-0.206	-0.347	-1.043	-1.478	-0.247	-0.238	-0.207	-0.349	-1.056	-1.493
Ⅳ 지 형	16	σ	0.985	0.982	0.960	0.950	1.234	1.530	0.945	0.951	0.950	0.949	1.334	1.529
		$V_{max \cdot p}$	6.375	6.398	6.662	7.173	8.494	9.113	6.846	6.720	6.808	7.242	8.550	9.185
		$V_{max \cdot n}$	-1.725	-1.731	-1.794	-1.922	-2.689	-3.073	-1.844	-1.814	-1.831	-1.940	-2.730	-3.125
	36	σ	1.033	0.995	1.016	1.386	2.840	3.588	0.991	0.991	1.016	1.384	2.845	3.600
		$V_{max \cdot p}$	5.650	5.883	6.574	7.595	10.822	12.066	5.794	5.903	6.585	7.616	10.875	12.138
		$V_{max \cdot n}$	-1.725	-1.845	-2.174	-2.779	-5.821	-8.542	-1.836	-1.861	-2.183	-2.796	-5.922	-8.651

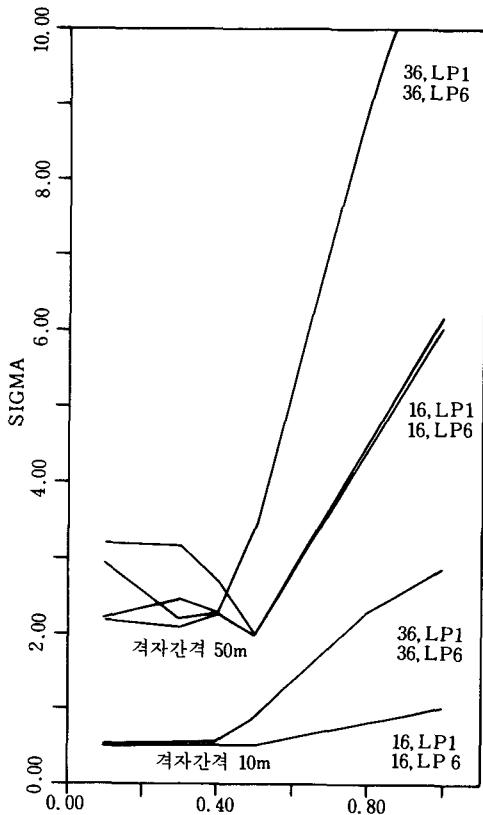


그림 4-3. 상관함수와 보간의 정확도

도에 미치는 영향은 모든 함수모형에서 거의 같았으나 이동평균법과 마찬가지로 격자의 간격이 클수록 (10m일때 약 66%, 50m에서 약 75%의 정확도 증가), 보간에 이용되는 기준점의 수가 많을 수록 (16점일때 약 59%, 36점 일때 약 82) 상관함수의 영향을 많이 받았다.

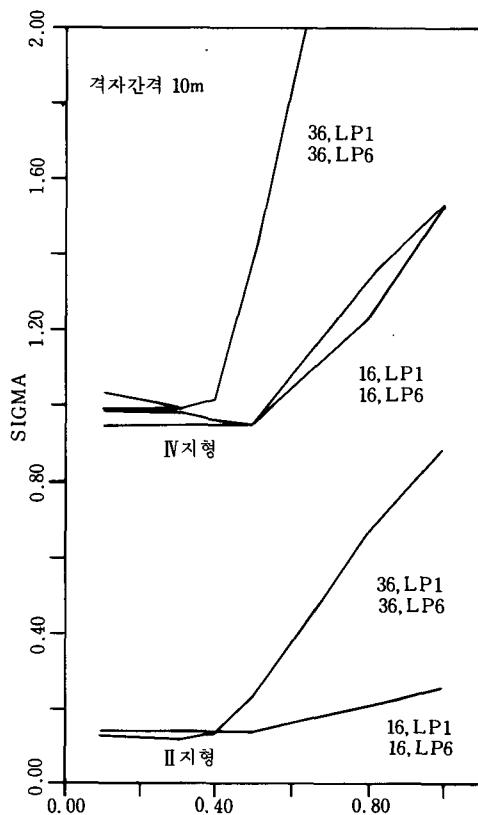


그림 4-4. 상관함수와 보간의 정확도
(지형에 따른 영향)

V 의 최대값은 σ 의 값이 최소일 때 그 최소값을 가졌으며 지형의 종류에 관계없이 위와 동일한 결과를 주었다.

表 4-6은 상관함수의 S 값 즉 필터링의 정도가 보간의 정확도에 미치는 영향을 나타낸 것으로 보간의 정확도는 필터링에 거의 영향을 받지

表4-6 필터링과 보간의 정확도

(단위: m)

기준점수	분석내용	K	0.1			1.0		
			0.1	0.5	1.0	0.1	0.5	1.0
16	σ	0.724	0.724	0.724	1.034	1.034	1.034	
	$V_{max} \cdot p$	8.419	8.419	8.419	11.618	11.618	11.618	
	$V_{max} \cdot p$	-7.506	-7.506	-7.506	-8.601	-8.601	-8.601	
36	σ	0.911	0.911	0.911	2.880	2.866	2.854	
	$V_{max} \cdot p$	8.244	8.244	8.244	15.504	15.304	15.305	
	$V_{max} \cdot n$	-7.400	-7.400	-7.400	-15.877	-15.791	-15.686	

않음을 알 수 있다.

表4-7 보간의 정확도(정확도가 가장 좋은 σ 값)

(단위: m)

기준점의 수	16					36				
	보간방법		MA 1	MA 1	MA 6	LP1	LP6	MA 1	MA 6	LP1
10m	0.563	0.561	0.514	0.528	0.514	0.564	0.519	0.529	0.519	
20m	0.964	0.970	0.830	0.856	0.830	0.980	0.834	0.887	0.834	
30m	1.574	1.573	1.284	1.357	1.284	1.621	1.273	1.334	1.273	
40m	2.134	2.118	1.652	1.620	1.619	2.024	1.633	1.659	1.572	
50m	3.252	3.203	2.207	2.002	1.971	2.928	2.167	2.203	2.104	

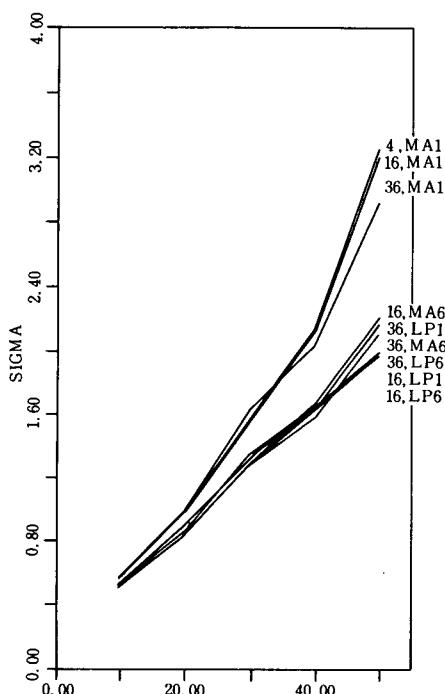


그림 4-5. 보간의 정확도

表 4-7과 그림 4-5는 각각의 보간방법에 대하여 최고의 정확도를 주는 가중함수와 상관함수에서의 σ 값을 나타낸 것이다.

4.2 격자의 간격과 보간의 정확도

表 4-8은 격자간격이 10m일 때를 기준으로 하여 각 격자간격에서의 σ 값의 비를 나타낸 것이다. 이때의 σ 는 각 함수모형에서 정확도가 가장 좋은 값이다. 표로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

MA1의 경우 다른 보간방법(MA6, LP1, LP6의 경우)보다 격자간격이 증가함에 따라 정확도가 크게 감소되었다. 이는 보간방법을 복잡하게 할 수록 격자간격의 영향을 적게 받음을 나타내 준다.

그리고 격자간격이 10m에서 20m로 2배 증가할 때 약 66%의 정확도가 감소됨을 알 수 있었으며 그림 4-5로 부터 수치시험된 격자간격 내에서 격자간격과 σ 의 값은 거의 선형의 관계가 이루어짐을 알 수 있었다.

表4-8 격자의 간격과 보간의 정확도

기준점의 수	4		16			36					
	보간방법		MA 1	MA 1	MA 6	LP1	LP6	MA 1	MA 6	LP1	LP6
10m	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
20m	1.712	1.729	1.615	1.621	1.615	1.738	1.607	1.677	1.607		
30m	2.795	2.804	2.498	2.570	2.498	2.874	2.453	2.522	2.453		
40m	3.790	3.775	3.214	3.068	3.150	3.589	3.204	3.136	3.029		
50m	5.776	5.709	4.294	3.792	3.835	5.191	4.175	4.164	4.054		

이용할 필요가 없음을 알 수 있었다.

4.3 기준점의 수와 보간의 정확도

表 4-9는 보간에 이용되는 기준점의 수가 16인 경우에 대한 4점 및 36점일 때의 비율로써 表 3-7로부터 구하여진 값이다. 즉 각 보간방법에 대하여 최고의 정확도를 갖는 σ 값이 비교 분석된 값이다. 반면에 表 4-10은 이동평균법의 경우 가중치를 고려하지 않았으며 선형예측법의 경우 식 3-3-1에서 K 의 값을 1.0으로 한 값으로 이들로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

기준점의 수가 16일 때 가장 좋은 정확도를 보여 주었으며 이 경우 기준점의 수가 4일 때보다 격자간격 50m인 LP1에서 약 38%의 정확도가 향상되었다. 그러나 격자간격이 10m일 때 그 증가율이 미소하고 오히려 정확도가 4점의 경우보다 떨어지는 경우가 있으며 특히 최적의 보간이 이루어지지 않았을 경우 MA1에서는 48%의 정확도 감소율을 보였다. 따라서 기준점으로써 16점을 이용하는 것은 주위를 요한다 하겠다.

기준점의 수가 36인 경우에는 16점인 경우보다 정확도가 향상되지 않음으로 입력자료가 정규격자망인 경우 16점 이상의 기준점을 보간에

4.4 지형의 종류와 보간의 정확도

3-1절에서 설명한 바와 같이 4개의 지형을 수치시험하여 비교 조사하였다. 表 4-11은 이들 수치시험한 지형의 σ 중 가장 정확도가 좋은 것을 수록한 것이다. 표로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

4 가지 지형 중 II지형, I지형, III지형, IV지형의 순으로 정확도가 좋았다. 가장 정확도가 나쁜 IV지형의 경우 정확도가 좋은 II지형보다 정확도가 7.3배나 나빴다.

고저차가 큰 II지형이 고저차가 적은 I지형보다 정확도가 좋고 능선과 계곡을 포함하는 III지형이 그렇지 않은 IV지형보다 정확도가 좋은 것은 II지형과 III지형의 경사가 균일하기 때문인 것으로 고려 되어진다. 즉 보간의 정확도는 지형경사의 균일성에 크게 영향을 받는 것으로 고려된다.

경사가 비교적 균일하지만 능선과 계곡을 포함한 III지형의 경우 그렇지 않은 II지형보다 정확도가 3.88배나 나빴다. 이는 능선이나 계곡과

表4-9 기준점의 수와 보간의 정확도(정확도가 가장 좋은 σ 값)

보간방법	MA 1		MA 6	LP 1		LP 6
	기준점의 수	4	36	4	36	
10m	0.553	1.585	1.367	0.544	2.772	2.757
20m	0.428	1.678	1.595	0.519	2.862	2.862
30m	0.420	1.564	1.896	0.509	2.289	2.225
40m	0.426	1.466	1.948	0.489	2.078	2.054
50m	0.504	1.433	1.879	0.527	1.961	1.999

表4-10 기준점의 수와 보간의 정확도($K=1.0$ 에서의 σ 값)

보간방법	MA 1		MA 6	LP 1		LP 6
	기준점의 수	4	36	4	36	
10m	1.004	1.005	1.016	1.066	1.002	1.010
20m	0.994	1.010	1.065	1.126	1.036	1.005
30m	1.001	1.031	0.991	1.160	0.983	0.991
40m	1.008	0.956	0.988	1.317	1.024	0.971
50m	1.015	0.914	0.982	1.624	1.100	1.067

같은 불연속점은 보간의 정확도를 매우 악화시킴을 나타내 준다.

4.5 보간방법 상호간의 정확도 분석

표 4-12는 기준점의 수가 4인 MA1의 σ 에 대한 다른 보간방법의 σ 의 비이다. 여기서 σ 는 각 함수모형에서 가장 정확도가 좋은 것이다. 표로 부터 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

기준점의 수가 16이고 함수모형이 $LP6$ 의 경우 가장 정확도가 좋았으며 이 경우 격자간격 50m에서 기준점의 수가 4이고 함수모형이 $MA1$ 경우보다 39%까지 정확도가 향상되었다.

격자점의 간격이 커질수록 기준점의 수를 4 점에서 16점으로 늘리거나 함수모형을 복잡하게 세울 경우 정확도의 증가율이 높았으며 $LP6 > MA6 > LP1 > MA1$ 의 순서로 보간의 정확도가 좋았다.

表4-11 지형의 종류와 보간의 정확도

기준점의수	4	16				36			
보간방법 지형의종류	MA 1	MA 1	MA 6	LP 1	LP 6	MA 1	MA 6	LP 1	LP 6
I 지형	0.216	0.204	0.191	0.198	0.191	0.208	0.198	0.200	0.199
II 지형	0.145	0.137	0.134	0.137	0.137	0.124	0.123	0.117	0.124
III 지형	0.537	0.592	0.427	0.452	0.437	0.656	0.466	0.531	0.470
IV 지형	0.878	0.985	0.885	0.950	0.940	1.033	0.991	0.985	0.991

表4-12 보간방법 상호간의 정확도 비교

기준점의수	4	16				36			
보간방법 격자간격	MA 1	MA 1	MA 6	LP 1	LP 6	MA 1	MA 6	LP 1	LP 6
10m	1.00	0.996	0.913	0.938	0.913	1.002	0.922	0.940	0.922
20m	1.00	1.006	0.861	0.888	0.861	1.017	0.865	0.920	0.865
30m	1.00	0.999	0.816	0.862	0.816	1.030	0.809	0.848	0.809
40m	1.00	0.993	0.774	0.760	0.759	0.948	0.765	0.777	0.737
50m	1.00	0.985	0.679	0.616	0.606	0.900	0.666	0.677	0.647

表4-13 보간의 컴퓨터 CPU 시간

기준점의수	4	16				36			
보간방법 격자간격	LP 1	MA 1	MA 6	LP 1	LP 6	MA 1	MA 6	LP 1	LP 6
10m	1.94	1.74	11.00	3.89	20.42	3.01	23.00	7.53	38.21
20m	1.43	2.0	14.14	3.57	24.79	4.00	29.29	18.57	56.86

것이다.

5. 결 론

수치시험 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 보간의 정확도는 가중함수 또는 상관함수의 영향(12~83%)을 크게 받았으며, 기준점의 수가 16인 LP6에서 가장 양호하였다.

2. MA10의 경우는 MA 6의 경우와 거의 동일한 정확도를 보여 주어 비효율적인 보간방법임을 알 수 있었으며 선형예측법에서 필터링은 정확도에 거의 영향을 미치지 않았다.

3. 보간의 정확도는 격자의 간격이 증가함에 따라 매우 악화(10m에서 20m로 2배 증가할 때 약 68%의 정확도 감소) 되었으며 기준점의 수가 16일 때 가장 좋았다. 또 4가지 지형중 경사가 일정한 Ⅱ지형에서 정확도가 가장 좋은 것은 보간의 정확도가 경사의 균일성에 크게 영향을 받음을 나타내 준다.

4. 기준점의 수가 16인 LP 6의 경우(최고의 정확도를 주는 경우) 기준점의 수가 4인 MA1의 경우(보간시간이 최소인 경우) 보다 약 23배의 보간처리시간을 요하였다. 즉 보간방법이 복잡해질수록 그 효율성이 상당히 감소됨을 알수 있다. 따라서 각 응용분야에 가장 효과적인 보간방법이 채택되어져야 할 것이다.

参考文献

- Miller, C. L., "The Digital Terrain Models-Theory and Applications" Phot. Eng., June 1958, p433
- Bräker, "Generation of Regular Point Grids from Contour Lines for Digital Terrain Models" ITC-M. S. Thesis, March 1975
- Makarovic, B., "A Digital Terrain Model System," ITC-Journal, 1976-1, p57.
- Stefanovic, P. et al., "Digital Terrain Models; Data Acquisition, Processing and Applications," ITC-Journal, 1977-1, p61
- Leberl, F., "Interpolation in Square Grid DTM," ITC-Journal, 1973-5, p756
- 이석찬, 조규전, "수치지형 모형에 관한 연구," 대한토목학회논문집, 1982년 3월, p93.
- Jiwalai, W., "Digital Terrain Models-Numerical Investigation on Regular Point Grids," ITC M. S. Thesis, July 1972
- Moritz, H. et al., "Approximation Method in Geodesy," Lectures delivered at the 2 Internat. Summer School in the Mountains Math. Methods in Physic Geodesy, 1978.
- Meyer, "Introductory Probability and Statistical Application," Addison-Wesley, 1970 (2nd ed.)
- Ross, S. M., "Stochastic Processes," John Wiley & Sons, 1980.
- Hassan, M. M., "Application of Linear Prediction Methods in Digital Terrain Models," Technical Papers of ACSM-ASPRS Annual Convention, 1984, p67
- Huegli, P. et al., "A Program Package for Interpolation and Plotting of Digital Height Model," Technical Papers of ACSM-ASPRS Annual Convention, 1984, p663