韓國數學教育學會誌〈數學教育〉
1986. 12, Vol. XXV, No. 1

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Dec. 1986, Vol. XXV, No. 1

Markov 連鎖를 適用한 確率指導硏究

李 泰 珪
부천공업전문대 수학과 조교수

I. 序 論

마르코프 連鎖란 確率過程의 特別한 경우라고 할 수 있다. 즉 非連續的인 時間에 대한 推移確率의 不變인 Markov 過程을 의미한다. 推移確率을 나타내는 方法이 두 가지가 있다. 첫째는 直四角形의 배열에 의한 方法이다. 어떤 상태 a_1, a_2, a_3를 가진 Markov 連鎖에 대하여 이 배열은

$$P=\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$$ 로 나타낼 수 있다.

이 配列은 行列에 의한 특수한 경우이다. 따라서 行列은 Markov 連鎖硏究에 基本的인 重要性을 가지고 있을 뿐만 아니라, 數學의 다른 分野硏究에도 매우 重要하다. 둘째는 推移圖形에 의한 方法이다. 이 圖形은 뒤에 나오는 그림 Ⅲ-1에서 특수한 경우에 例를 들어 놓았다. 각 狀態에서의 화살표들은 그 상태에서 그 過程이 옮겨갈 수 있는 가능한 상태를 나타내고 있다. 行列 P에서 各 行(row)의 元素의 合은 1이다. 이것은 推移確率의 어떤 行列에서도 成立해야 한다. 왜냐하면 i行의 元素는 그 과정이 상태 a_i에 있을 때에 그 다음에 생길 모든 가능성에 대한 確率을 나타내고 있기 때문이다.

Markov 連鎖硏究에 있어서 가장 관심이 많은 종류의 문제는 다음과 같은 것이다. 이 과정이 상태 i를 出發한다고 하자. n단계 후에 狀態 j에 왔을 때 그 確率은 얼마인가를 알아본다면 이 확률을 $P_{ij}^{(n)}$로 나타내고(이것은 P_{ij} 의 n제곱이란 뜻은 아니란 점을 주의하자) 모든 가능한 出發狀態 i와 모든 가능한 도달상태 j에 관한 推移確率에 대하여 생각해 보면 이들 확률은 다시 便利한 行列로 나타낼 수 있다. 즉 상태 3의 Markov 연쇄에서 n단계에 대한 確率은

$$P^{(n)}=\begin{pmatrix} P_{11}^{(n)} & P_{12}^{(n)} & P_{13}^{(n)} \\ P_{21}^{(n)} & P_{22}^{(n)}, & P_{23}^{(n)} \\ P_{31}^{(n)} & P_{32}^{(n)}, & P_{33}^{(n)} \end{pmatrix}$$ 으로 나타난다.

따라서 Markov 연쇄의 推移確率을 나타내는 連鎖硏究에 基本的인 것 뿐만 아니라 物理學에서 기체확산의 간단한 Model로 使用하며 오늘날 人口증가에 따른 인구의 변화를 이상화한 문제를 적용하게도 된다.

II. 正義 및 定理[1]

〔定義 1〕; 正方行列 P의 각 元素 $P_{ij} \geq 0$, $(i=1,2,3,\cdots n, j=1,2,\cdots n)$이며 行의 元素의 合이

1) 黃貞龍, Markov 연쇄를 적용한 인구분포, 仁荷工專 論文集 Vol. 3, pp. 235~236.

1인 $\left(\sum_{j=1}^{n} P_{jk}=1\right)$ 行列 P를 推移確率이라 한다.

〔定義 2〕; 狀態 S_1부터 狀態 S_2로 移動되는 確率은 $\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} S_1 & S_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \end{array} & \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \end{array}$ 으로 表示하며 P_{11}, P_{12}, P_{21}, P_{22}를 推移確率이라고 한다.

〔定義 3〕; 推移確率 行列 P가 時間的으로 不變일 때 Vector π가 P에 관하여 推移하는 過程을 Markov 連鎖라고 한다. 즉 Markov 연쇄란 확률과정의 Markov 하나의 特殊한 경우다.

〔定義 4〕; 推移確率 行列의 n乘(P^n)이 正의 元素만을 가질 때 이 Markov 連鎖를 正則 Markov 연쇄라고 한다.

〔定義 5〕; 極限行列 A의 行 Vector를 α라 할 때 任意의 初期分布 π에 대하여 $\pi P^{(n)}\to\pi A\to\alpha$ 이다.

즉 正則 Markov 연쇄에서는 初期分布에 관계없이 充分히 長期間後에 각 狀態에 들어가는 確率의 分布는 一定한 分布 α에 가까워진다. 이 α를 正則 Markov 연쇄의 不變分布라고 한다.

〔定理 1〕[2]; 有限 Markov 連鎖 P가 正則이면 n가 無限大일 때 $P^n\to A$인 極限行列 A가 存在한다. 여기서 行列 A의 各行은 同一한 確率 Vector로 이루어진다. π를 2次元行 Vector $P=\begin{pmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{pmatrix}$인 推移確率이라면 $\lim_{\pi\to\infty}\pi P^n=\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta} \quad \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)$이다.

〔證明〕

$\pi=(U(x),\ V(x))$라 하고 $\pi\cdot P$를 구해보면 $(U(x)\quad V(x))\cdot\begin{pmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{pmatrix}=(U(x+1)$ $V(x+1))$이다. 따라서 $\begin{cases} U(x+1)=(1-\alpha)U(x)+\beta V(x) \\ V(x+1)=\alpha U(x)+(1-\beta)V(x) \end{cases}$ ……(1)

$U(x)=C\phi^x,\ V(x)=C'\phi^x,\ (\phi\neq0)$라고 假定하면

(1)의 式은 $(\phi-1+\alpha)C-\beta C'=0$ ………… (2a)

$-\alpha C+(\phi-1+\beta)C'=0$ ……… (2b)

(2a, 2b)에서 $C,\ C'$가 0이 아닌 解를 가지기 위한 條件은

$$\begin{vmatrix} \phi-1+\alpha & -\beta \\ -\alpha & \phi-1+\beta \end{vmatrix}=0 \cdots\cdots(3)$$

(3)式은 (1)式의 特性方程式이다. 여기서 $(\phi-1)\ (\phi-1+\alpha+\beta)=0$

$\therefore\ \phi_1=1,\ \phi_2=1-\alpha-\beta$, 가 되고 ϕ_1과 ϕ_2의 값을 (2a)式에 代入하면

$$\frac{C_1'}{C_1}=\frac{\phi_1-1+\alpha}{\beta}=\frac{\alpha}{\beta},\qquad \frac{C_2'}{C_2}=\frac{\phi_2-1+\alpha}{\beta}=\frac{-\beta}{\beta}=-1$$

(1)式의 一般解 $U(x)=C_1\phi_1^x+C_2\phi_2^x=C_1+C_2(1-\alpha-\beta)^x$ ………… (4a)

$$V(x)=C_1'\phi_1^x+G'\phi_2^x=\frac{\alpha}{\beta}C_1-C_2(1-\alpha-\beta)^x \cdots\cdots (4b)$$

2) 朴乙龍, 金致榮, 朴漢植, 數學大辭典, 실용기술공학사, 서울, 1979, pp. 288~297.

따라서 $U(x+1)=C_1+C_2(1-\alpha-\beta)^{x+1}$, $V(x+1)=\frac{\alpha}{\beta}C_1-C_2(1-\alpha-\beta)^{x+1}$

(4a, 4b)式에서 $U(0)=C_1+C_2$, $V(0)=\frac{\alpha}{\beta}C_1-C_2$이므로

$$C_1=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\{U(0)+V(0)\}, \qquad C_2=\frac{1}{\alpha+\beta}\{\alpha U(0)-\beta V(0)\},$$

그러므로 $U(x+1)=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\{U(0)+V(0)\}+\frac{1}{\alpha+\beta}\{\alpha U(0)-\beta V(0)\}(1-\alpha-\beta)^{x+1}$

$$V(x+1)=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\{U(0)+V(0)\}+\frac{1}{\alpha+\beta}\{\alpha U(0)-\beta V(0)\}(1-\alpha-\beta)^{x+1}$$

여기서 P는 推移確率行列이므로

$0<\alpha<1$, $0<\beta<1$, $0<\alpha+\beta<2$이다. 따라서 $-1<1-\alpha-\beta<1$임을 알 수 있으며,

$\lim_{x\to\infty}(1-\alpha-\beta)^{x+1}=0$

$$U(\infty)=C_1=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\{U(0)+V(0)\},\quad V(\infty)=C_1=\frac{\alpha}{\beta}C_1=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\{U(0)+V(0)\}$$

※ πP^n의 값은, $(U(x),\ V(x))\begin{pmatrix}1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta\end{pmatrix}^n=(U(x+n)\quad V(x+n))$

※ n가 無限大일 때 πP^n의 값은, $(U(x)\quad V(x))\begin{pmatrix}1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta\end{pmatrix}^\infty=(U(\infty),\ V(\infty))$

$$(U(\infty),\ V(\infty))=\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\{U(0)+V(0)\}\quad \frac{\beta}{\alpha+\beta}\{U(0)+V(0)\}\right)$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\pi P^n=\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\quad\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)$$

Ⅲ. Markov 連鎖의 Model

larkov 連鎖의 다음과 같은 例로서 推移確率을 나타내는 연쇄 연구에 기본적인 것 뿐만 아니라 學에서 氣體확산의 간단한 모델로 사용하며 오늘날 인구증가에 따른 인구의 변화를 이상화한 에도 적용되는 것을 알 수 있게 될 것이다.

例 1) 두 개의 바구니가 있고 각각 안에 n개씩 공이 들어 있다. 공의 n개는 검고, n개는 흰색이다. 각 실험은 공 한개씩을 각 바구니에서 꺼내서 다른 쪽의 바구니에 넣는다. 첫번째 바구니 안에 있는 검은 공의 數를 狀態로 보자. 임의 순간에 數를 안다면 각 바구니 안에 있는 공의 구성을 알 수 있다. 만일 첫째 바구니 안에 i개의 흰공이 들어 있다면 둘째 바구니에는 $n-i$개의 흰공이 있고 첫째 바구니 안에 $n-i$개의 흰공이 있다면 둘째 바구니에는 i개의 흰공이 있다. 지금 이 과정이 상태 i에 있을 때 첫째 바구니에서 검은 공이 둘째 바구니에서 흰공이 나왔다면 이것을 서로 交換해서 狀態 $i-1$이 된다. 그 대신 각 바구니에서 흰공이 둘째 바구니에서 같은 색의 공이 나왔다면 狀態 i가 다시 된다. 그러나 첫째 바구니에서 흰공이 둘째 바구니에서 검은 공이 나왔다면 狀態 $i+1$이 된다. 따라서

推移確率은 $P_{i,\,i-1}=\left(\frac{i}{n}\right)^2\ (i<0)$, $P_{i,\,i}=\frac{2i\,(n-i)}{n^2}$, $P_{i,\,i+1}=\left(\frac{n-i}{n}\right)^2\ (i<n)$

$\therefore\ P_{i,\,k}=0$ 이고 기타의 경우가 된다.

實驗者가 흥미를 가지는 것은 여러번 이런 交換을 행한 후에 바구니 안에 있을 공의 色 配置를 예언하는 문제가 된다. 물론 이 過程에서 초기의 단계에 관한 예언은 모두 바구니 안에 최초의 配

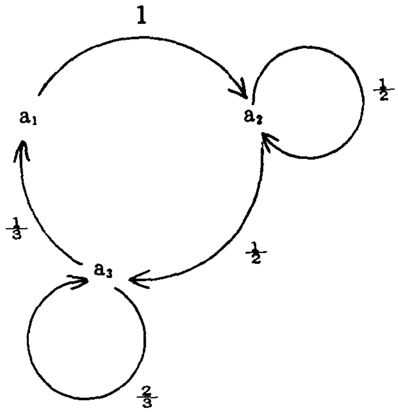

그림 Ⅲ－1

置가 어떻게 되었느냐에 관계된다. 예를 들면 처음 바구니 안에 검은 공만 들어있던 상태에서 發했다면 몇 단계를 지나는 동안은 줄곧 첫째 바구니에 검은 공이 더 많이 들어 있으리라고 기 할 수 있을 것이다. 그러나 초기에 배열효과는 매우 여러번 교환을 행하는 동안에는 사라져 갈 이다.

〔例 2〕[3] 推移確率을 가진 Markov 연쇄에 대한 다음 그림과 같은 특수한 경우를 알아보자.

각 狀態에서의 화살표(→)들은 그 狀態에서 그 過程이 옮겨갈 수 있는 가능한 상태를 나타나 있다. 이 圖形에 대응하는 推移確率의 行列은

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\
P=\begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}
\end{array}
$$

가 된다.

(여기에 0은 推移가 不可能함을 나타낸 것임)

3) 權宅淵외 11名, 人文社會 敎養數學, 서울, 東明社, 1969, p. 175.

또한 a_1에서 出發하여 3단계를 거친 후에 생긴 여러 가지 可能한 狀態의 確率을 생각하면 다음 그림 Ⅲ－2와 같이 수형측도를 나타낼 수가 있다.

즉 確率 $P^{(3)}_{13}$에서 예를 들어 생각한다면 이것은 a_3로 끝나는 모든 길의 수형측도에 의하여 주어진 무게의 合이다.

$$P^{(3)}_{13}=1\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+1\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{7}{12},\quad P^{(3)}_{12}=1\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4},\quad P^{(3)}_{11}=1\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6},$$

마찬가지로 a_2에서 出發할 경우에 수형측도를 만들어 $P^{(3)}_{21}$, $P^{(3)}_{22}$, $P^{(3)}_{23}$을 구하게 되고, 또 다시 $P^{(3)}_{31}$, $P^{(3)}_{32}$, $P^{(3)}_{33}$을 구한다.

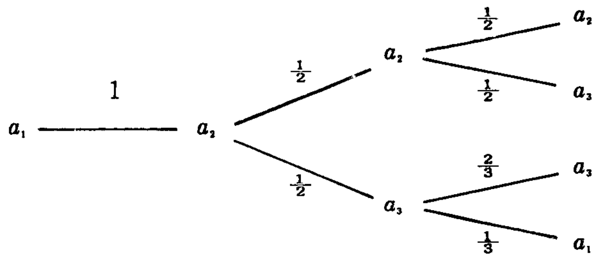

그림 Ⅲ－2

이렇게 해서 行列의 形式으로 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$P^{(3)}=\begin{array}{c}\begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \end{array}\\ \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} & \frac{7}{12} \\ \frac{7}{36} & \frac{7}{24} & \frac{37}{72} \\ \frac{4}{27} & \frac{7}{18} & \frac{25}{54} \end{pmatrix}\end{array}\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array}$$

여기서도 行의 元素의 合은 1이다.

그 까닭은 만일 우리가 한 狀態에서 出發해서 3단계를 지난 후에 어느 상태인가에 가 있어야 하겠기 때문이다. 여기서 이 行列의 모든 元素는 陽數라는 점을 알아야 하고 3단계 후에는 임의의 상태에서 다른 임의의 상태에 옮겨갈 가능성이 있다는 뜻이 된다.

〔例 3〕[4] 어떤 都市 C에서는 해마다 人口의 4%가 郊外 S로 이주하고 郊外 S의 人口의 1%가 都市로 이주한다고 하자. C와 S의 人口의 총합은 一定하다고 가정하면 C와 S와의 人口의 최종적인 分布는 어떤가를 알아 보는 경우에서

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} C & S \end{array} \\ \begin{array}{c} C \\ S \end{array} & \begin{pmatrix} 0.96, & 0.04 \\ 0.01, & 0.99 \end{pmatrix} \end{array}$$

이 도표와 같이 조사를 시작할 때의 都市人口의 全人口에 대한 比를 $x_1^{(0)}$, 郊外 人口의 全人口에 대한 比를 $x_2^{(0)}$로 할 때 $x^{(0)}$를 Vector$(t_1^{(0)},\ t_2^{(0)})$라고 하고, n年 후에 대응하는 比를 주는 Vector를 $x^{(n)}=(x_1^{(n)},\ x_2^{(n)})$으로 표시하자. 그러면 Markov 연쇄에서의 確率들에 대하여 주어진 것과 똑같은

4) 金致榮외 11名, 敎養數學, 서울, 東明社, 1969, pp. 137～174.

理論에 의하여, $x^{(n)}=x^{(0)}\cdot P^n$임을 알 수 있다.

역시 여기서 行列 P는 한 Markov 연쇄에 대한 正則推移 行列이라 解析할 수 있고, 또 Vector $x^{(0)}$는 確率 Vector이므로 Markov 연쇄의 理論에서 나온 定理를 適用할 수 있으며 따라서 $x^{(n)}$은 P의 有一한 確率 Vector, $t=(t_1, t_2)$에 접근함을 알 수 있다. 이 Vector는 $t=(0.2,\ 0.8)$이다.

結論的으로 都市와 郊外의 최초의 人口比에는 相關없이 오랜 세월이 지나면 人口의 $(0.2)\cdot(0.04)=0.008$, 즉 1000분의 8은 郊外에서 都市로 또 人口의 $(0.8)\cdot(0.01)=0.008$, 즉8/1000은 郊外에서 都市로 이주한다. 다시 말해서 오랜 세월이 지난 후에는 균형상태에 있다는 뜻이 되겠다.

Ⅳ. 行列 理論의 適用

〔응 1〕 確率 Vector $t=tP$일 때 t는 변환 P의 고정점이다.

(例 1)[5] 확률 Vector $P=\begin{pmatrix}\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$을 생각해 보자.

$$t=(0.6\quad 0.4)\text{이면}\quad tp=(0.6\quad 0.4)\begin{pmatrix}\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}=(0.6\quad 0.4)=t$$

이므로 t는 변환 P의 고정점이다.

초기확률 Vector $P^{(0)}$를 Vector t로 택하는 경우가 생긴다면 그 때는 $P^{(n)}=P^{(0)}P^{(n)}=tP^{(0)}$. 이런 경우에는 어떤 특별한 상태에 있을 확률의 과정은 모든 단계에서 같다. 이런 과정을 靜狀 Markov 過程이라 부른다.

〔응 2〕「行列 P의 제곱에 관한 과정」

(例 2) 앞에 例 1에서 $P^2=\begin{pmatrix}0.611 & 0.389\\ 0.583 & 0.417\end{pmatrix}$ $P^3=\begin{pmatrix}0.602 & 0.398\\ 0.597 & 0.403\end{pmatrix}$등이 된다.

行列 P^n은 결국 $T=\begin{pmatrix}0.6 & 0.4\\ 0.6 & 0.4\end{pmatrix}$에 접근하게 되는 것 같이 되며 앞절 (정리 1)에서 증명한 바 있다.

따라서 確率行列의 어떤 제곱이 陽의 元만을 가지면 그 行列은 正則行列이라 부른다.

몇 가지 正則行列의 정리를 召介하면,

〔정리〕 P가 정칙(正則) 확률 행열이면 ① 제곱 P^n은 行列 T에 접근한다. ② T의 各行은 똑같은 확률벡터 t이다. ③ t의 成分은 모두 陽이다〔증명 생략〕.

〔정리〕 P가 正則 確率 行列이고 T와 t는 앞 정리에 의하여 주어졌을 때 ① P가 임의의 확률 벡터이면 pP^n은 t에 접근한다. ② Vector t는 P의 일의적인 고정점 確率 Vector이다.

(證明 1) 우선 Vector pT를 생각하자. T의 제1열의 元들은 모두 t_1이다. 따라서 pT의 첫째 成分은 P의 成分들의 合에 t_1을 곱한 것이며, 곧 이것은 t_1이다. 다른 成分에 대해서도 똑

5) 金致榮외 11名, 敎養數學, 서울, 東明社, 1969, p. 219.

같이 하면 pT는 t가 됨을 알 수 있다. 한편 pP^n은 pT에 접근하므로 곧 pP^n은 t에 접근한다.

證明 2) P의 제곱은 T에 접근하므로 $P^{n+1}=P^nP$는 T에 접근하며 또한 TP에도 접근하므로 $TP=T$이다.

ㅣ 行列方程式의 임의의 한 行은 $tp=t$임을 뜻한다. 따라서 t는 한 고정점(확률벡터)이다. 이제 일의성만을 증명하면 된다. 「u를 p의 임의의 확률 Vector 고정점이라 하자. ① 에 의하여 up^n t의 접근함을 알 수 있다. 한편 u는 고정점이므로 $up^n=u$이다. 따라서 u는 고정된 채로 t에 접ㅏ다.

ㅣ것은 $u=t$일 때만 가능하다. 따라서 t는 일의적인 확률 Vector 고정점이다.

응 3] 「만일 기초확률 Vector $P^{(0)}$을 P라 하면 벡터 $pP^n=P^n$은 n단계 후에 확률들이 되며 이ㅓ는 t에 접근한다. 그러므로 초기 확률에 관계없이 p가 正則이면 여러 단계 후에 過程이 狀態ㅣ 있을 확률은 t_i에 접근한다.

例 3) $P^{(0)}=(0.1,\ 0.9)$라 하고 $P^{(0)}$의 계속적인 변환이 어떻게 변화하는가를 알아보자.

ㅏ에(예 1, 예 2)에서 $P^{(1)}=(0.5167,\ 0.4833)$, $P^{(2)}=(0.586,\ 0.4139)$, $P^{(3)}=(0.5977,\ 0.4023)$이ㅏ.

$=(0.6,\ 0.4)$이므로 이들 Vector는 t에 접근하고 이들은 그림 Ⅳ-1에서 표시되어 있다.

ㅏ으로 양의 成分을 가진 2×2型 確率行列의 고정점에 대한 공식을 유도하여 보면 2×2型 확률ㅕ은 $S=\begin{pmatrix}1-a & a\\ b & 1-b\end{pmatrix}$ 이고 여기서 $0<a<1$, $0<b<1$, 型이다.

;는 正則이므로 일의적인 확률 Vector 고정점 $t=(t_1, t_2)$를 가진다.

ㅗ의 成分 t_1t_2는 方程式 $\begin{pmatrix}t_1(1-a)+t_2b=t_1\\ t_1a+t_2(1-b)=t_2\end{pmatrix}$ 을 만족해야 한다.

ㅣ 方程式을 고쳐쓰면 $t_1a=t_2b$가 되며 이는 무한히 많은 解를 가진다. 그렇지만 t는 確率 Vector ㅗ로 $t_1+t_2=1$이어야 하고 따라서 이 方程式은 S의 一義的인 고정점 확률 Vector로서 점 $\left(\frac{b}{a+b},\ \frac{a}{a+b}\right)$를 표시하게 된다.

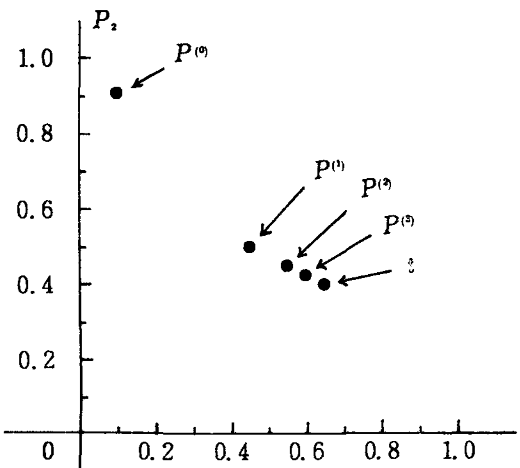

그림 Ⅳ-1

V. 結 論

마르코프連鎖 P가 正則이면 $n\to\infty$일 때 $P^n\to l$인 極限行列이 存在한다. 여기서 P가 二次行列 $P=\begin{pmatrix}\frac{1-\alpha}{\beta} & \frac{\alpha}{1-\beta}\end{pmatrix}$인 有限 Markov 連鎖이면 $\pi P^n=\begin{pmatrix}\frac{\beta}{\alpha+\beta} & \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\end{pmatrix}$임을 알아 보았다. 따라서 狀態가 2인 有限 Markov 連鎖의 不變分布의 값은 복잡한 行列計算을 반복없이 推移確率 行列 P로부터 간단히 求할 수 있고 狀態 3인 Markov 連鎖에서 n단계에 대한 確率을 나타내어 보았으며 定義와 定理를 利用한 간단한 3狀態의 Markov 連鎖의 例를 들어 보면서 이에 대한 推移確率의 行列이 存在함을 살펴보았다. 한편 推移確率은 連鎖硏究에 基本的인 것 뿐만 아니라 應用物理學에서 기초확산(基礎擴散)의 간단한 Model로 사용하며 오늘날 예상(豫想)되는 統計的 事實과 經濟變化 및 人口增加에 따른 변화를 이상화한 문제에도 적용되는 것을 알게 될 것이다.

參 考 文 獻

1) 朴乙龍외 2名, 「數學大辭典」, (實用技術工學社, 1979)
2) 金致榮외 11名, 「教養數學」, (東明社, 1969)
3) 金致榮, 「數學世界」, (成志社, 1978)
4) 佐武一郎, 「Matrix」, (裳華房, 1971)
5) 奇宇恒외 2名, 「大學數學」, (學文社, 1981)
6) Cramer Harold, *The Elements of probability theory* New York, 1955.
7) 黃貞龍, Markov 連鎖를 應用한 人口分布 , 「仁荷工專 論文集 3」, (1978)

ABSTRACT

A study of guiding probability applied markov-chain

by Tae-Gyu Lee
Bu-Cheon Technology College

It is a common saying that markov-chain is a special case of probability course.
That is to say, It means an unchangeable markov-chain process of the transition-probability of discontinuous time.
There are two kinds of ways to show transition probability parade matrix theory.
The first is the way by arrangement of a rightangled tetragon.
The second part is a vertical measurement and direction sing by transition-circle.
In this essay, I try to find out existence of procession for transition-probability applied markov-chain.
And it is possible for me to know not only, what it is basic on a study of chain but also being applied to abnormal problems following a flow change and statistic facts expecting to use as a model of air expansion in physics.