

2次 모멘트法에 의한 安全性指標 解析

李 奉 鶴*

Safety Index Analysis with Second-Moment Method

Bong-Hak Lee*

Abstract

This paper examines the effects on safety index analysis with Level II Second-Moment Method. The general two variable problem is examined by means of Cornell safety index β_c Rosenblueth-Esteva safety index β_{RE} , Rackwitz-Fiessler safety index by iterative method and Practical FOSM safety index β_p , which based partly on the concepts given by Paloheimo and Hannus, proposed the algorithm in this paper.

The calculated examples have shown that safety index by Practical FOSM Method proposed in this paper would be similar to those in the method by Rosenblueth-Esteva or Rackwitz-Fiessler and be simpler in calculation than the Rackwitz's Advanced FOSM Method, in which the iterative procedure has to be used.

1. 序 論

構造物の 安全性를 評價한다든가 또는 確率論的 理論에 입각한 示方書 制定을 위하여는 항상 어느 水準에 달하는 安全性의 尺度가 必要하여진다. 보통 安全性 解析 또는 信賴性 解析 이라고 일컫는 確率論的 接近 方法을 設計에 사용 하므로서 몇가지 유리한 점이 있다. 우선 設計者에게 構造設計의 安全性과 使用性的의 면에서 보다 많은 인식을 갖게 하여준다. 또한 서로 다른 構造部材에 一定한 水準의 安全率을 나타내도록 할 수 있는 長點이 있다.⁷⁾

信賴性 理論에 關한 初期研究는 Freudenthal¹⁰⁾ 11) 12)에 의하여 이루어 졌는데 그는 破壞 確率을

構造安全의 基準으로 삼는 古典的 方法 (Level III 方法)^{18) 20)}을 考案, 研究하기 시작하여 Arg, Amin¹²⁾ Moses²¹⁾등에 의하여 擴張 되었다. 그 이후 Cornell,³⁾ Lind-Hasofer,^{16) 17) 19)} Ellingwood⁵⁾등에 의하여 考案 發展된 平均 1階 2次 모멘트법 (First-Mean Second-Moment Method, MFOSM)이 생겨나서 成文化된 設計示方書를 낳는 結果를 가져오게 되었는데 그 결과 Ravindra,²³⁾ Galambos,^{13) 14) 15)} Ellingwood^{5) 6) 7) 8) 9)}등에 의하여 荷重 抵抗計數 設計法 (Load and Resistance Factor Design, LRFD)을 開發하기에 이르렀다.

* 江原大學校 工科大学 土木工學科 助教授

* Assistant Professor, Dep't of Civil Engineering, Kangweon National University

1階 2次 모멘트법에 의한 設計는 많은 實驗 統計 資料에 의한 精確한 平均値와 分散値가 필요한데 최근 이에 관한 文獻들이 많이 나와있다. (8)9)15)21) 이와 같은 資料를 利用하여 現存하는 規準(Code)에 Calibration 함으로써 目標로 하는 安全의 尺度를 알아낼 수 있고 그와 아울러 荷重計數, 抵抗計數를 算定하여 合理的인 設計 規準을 만들 수 있게 된다.

安全性 指標 (Safety Index) 혹은 信賴性指數 (Reliability Index)의 歷史는 상당히 오래된다. 荷重과 抵抗의 平均値와 標準偏差를 使用하여 安全率을 評價 한다는 것인데 요즘과 같이 安全性 指標가 構造物의 安全性을 評價하는 尺度로서 使用하게 된것은 1969年 Cornell에 의한 2次 모멘트법 (Second-Moment Method)을 提案 하고 부터이다.³⁾ 이것은 安全性에 影響을 주는 確率 變數의 統計의 데이터의 不足 또는 確率 統計의 處理의 困難함 및 設計基準에의 導入과 計算의 便利性등을 고려해서 確率變數 또는 破壞 基準函數의 分布의 形에 關係하지 않는 平均値 (1次 모멘트)와 分散 (2次 모멘트)의 정도를 이용하여 다음과 같이 定義한다. 即, “破壞 基準函數의 變動計數의 逆數를 安全性의 尺度로서 安全性指標 β 라 한다.”

安定性 指標 β 를 求하는 것은 基準函數의 定義와 分布의 形을 고려하는 여러가지 確率모델에 따라 다양한 方法이 거론되고 있다. 即, 위에서 같은 Cornell의 MFOSM의 安全性 指標 β_c , Rosenbluth-Esteva 安全性 指標 β_{RE} , Hasofer-Lind¹⁴⁾와 Rackwitz-Fiessler가 提案한 AFOSM法, Ditlevsen⁴⁾이 提唱한 一般 安全性 指標 β_G , 그리고 Paloheimo-Hannus Method^{18) 22)}에 의한 β_{PH} 等 多樣하다.

本 研究는 Level II 2次 모멘트법에 의한 安全性 指標 또는 信賴性 指標 β 를 구하여 각가지 方法등에 대한 意味를 考察 分析하고 便利한 實用的 FOSM法の 알고리즘을 提案하여 比較 說明 하고자 한다.

2. 2次모멘트법에 의한 安全性 指標

2. 1. 概 要

2次 모멘트 信賴性 方法은 確率分布函數에서 兩極端의 꼬리部分의 敏感度를 피하기 위하여 도입 되었다.²⁾ 現在 이 方法은 規準 Calibration 은 물론 信賴性 計算에 널리 利用되고 있다. 2次 모멘트 信賴性 理論의 着想은 構造信賴性에 關係되는 要素의 不確實量을 단지 期待値 (1次 모멘트)와 分散 (2次 모멘트)으로 表現한다는 점이다.³⁾ 基本 變數 Z_i 는 荷重, 強度, 幾何 條件, 統計條件 그리고 모델 不確實量 등이다. 이들은 安全 S와 破壞 F로 分離되어 安全面과 破壞面에 의해 나뉘어 진다.

2. 2. Cornell의 安全性 指標

信賴性 解析에서의 典型的인 問題는 抵抗 R, 荷重 S로 주어지는 限界狀態函數 $Z = R - S$ 의 2개의 線形變數 問題이다. R과 S가 正規分布 라고할 때 破壞 確率 P_f 는 다음과 같다.

$$P_f = P [R - S < 0] = 1 - \Phi \left(\frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right) = 1 - \Phi (\beta) \dots \dots \dots (1)$$

여기서 σ_R, σ_S 는 각각 R과 S의 分散이며 Φ 는 標準化 變數의 累積分布 函數이다. 여기서 β 를 安全性 指標 또는 信賴性指數라고 불리우며 다음과 같이 定義된다.

$$\beta = \frac{\bar{g}(z)}{\sigma_g} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \dots \dots \dots (2)$$

$\xi = (r - \bar{r}) / \sigma_R, \eta = (s - \bar{s}) / \sigma_S$ 로 定義되는 限界狀態方程式으로 나타내면

$$Z = \xi \sigma_R - \eta \sigma_S + \bar{r} - \bar{s} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

로 되는데 이 η, ξ 座 標界에서 β 가 뜻하는 바는 原點으로 부터 限界狀態直線까지의 垂直거리를 나타내게 된다. 中央 安全率 (Central Safety Factor) $n = \bar{r} / \bar{s}$ 이라고 정의할 때 (2)식은 다음과 같이 된다.

$$\beta = \Phi^{-1}(P_f) = \frac{n - 1}{n^2 \sqrt{V_R + V_S^2}} \dots \dots \dots (4)$$

여기서 V_R 과 V_S 는 각각 R과 S의 變動係數 (Coefficient of Variation) $\sigma_R / \bar{r}; \sigma_S / \bar{s}$ 를 의미한다. 위의 (4)식을 Cornell의 安

全性 指標 β_c 라고 稱하기로 한다. 그러나 이 β_c 는 基本變數가 모두 正規分布라고 한 경우에만 해당되는 것인데 實際 工學上 問題에서 잘 맞지 않는 傾向이 많다. 그러나 一般的으로 하나의 破壞基準 函數에 關한 安全性의 評價를 한 경우에는 그 函數의 確率分布의 形은 一意的으로 決定되는 것이기 때문에 β_c 值의 大小와 眞의 破壞確率의 大小와는 완전히 對應하는 것으로 된다. 따라서 이 β_c 는 確率分布의 形에 關係가 없으며 安全性의 相對的인 尺度로서의 의미가 있다고 본다.

2. 3. Rosenblueth-Esteva 安全性 指標 (1階 2次 모멘트 法, FOSM)

R과 S가 對數正規(Lognormal) 分布인 경우 限界狀態方程式은 $Z = \ln(R/S)$ 인 것으로 平均과 分散은 다음과 같다.

$$\bar{z} = \ln \left\{ \frac{\bar{r}}{\bar{s}} \sqrt{\frac{V_R^2 + 1}{V_S^2 + 1}} \right\}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\ln(V_R^2 + 1) + \ln(V_S^2 + 1)} \dots\dots\dots (5)$$

이때 安全性 指標 β 는 다음과 같이 된다.

$$\beta = \frac{\ln \left\{ \frac{\bar{R}}{\bar{S}} \sqrt{\frac{1+V_S^2}{1+V_R^2}} \right\}}{\sqrt{\ln(V_R^2 + 1) + \ln(V_S^2 + 1)}} \dots\dots\dots (6)$$

이 (6) 식은 Rosenblueth 와 Esteva에 의하여 提案된 식이므로 Rosenblueth - Esteva 安全性 指標 β_{RE} 로 表現한다.

一般的으로 1階 2次 모멘트법에서 安全性 餘裕 (Safety Margin) R/S 는 R과 S의 非線形 函數인데 그러므로 平均値와 標準偏差는 (R, S)의 2次 모멘트 表現 만으로는 計算할 수 없다. 이를 극복 하는 것은 安全性 餘裕를 線型化 하는 것이다. Taylor Series에 의한 線型化를 試圖 하게 되면 安全性 餘裕 M_{FO} 는 다음 式과 같다.

$$M_{FO} = g(z) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial z_i}(z) (Z_i - z_i) \dots\dots\dots (7)$$

따라서 이 경우의 安全性 指標는 다음과 같이 된다.

$$\beta_{FO} = \frac{g(z) + \sum \frac{\partial g}{\partial z_i}(z) (E[Z_i] - z_i)}{\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial z_i}(z) \frac{\partial g}{\partial z_j}(z) \text{Cov}[Z_i, Z_j] \right]^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (8)$$

이를 平均 1階 2次 安全性 指標라 稱한다.

2. 4. Hasofer-Lind 安全性 指標 (高級 2次 모멘트 法, AFOSM)

1階 2次 모멘트法의 短點을 克服하기 위하여 不變 2次 모멘트 (Invariant Second Moment) 또는 高級 2次 모멘트 (Advanced Second Moment, ASM or AFOSM) 法 이라고 불리우는 方案이 Hasofer 와 Lind에 의하여 提案 되었는데 이를 最小 距離法 (Minimum Distance Method) 이라고 하기도 한다.¹⁷⁾

極限 狀態函數 $g(\)$ 의 Taylor Series 展開는 破壞點에서 線型化 된 것인데 이 線型化 點을 設計點 (Design Point) 이라고 부른다. 構造物의 限界狀態 方程式을

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_m) \dots\dots\dots (9)$$

로 나타낼 때 極限 狀態에서 變數 X_i 는 다음과 같은 座標로 變換 된다.

$$Y_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_{X_i}} \dots\dots\dots (10)$$

信賴性 指標 β 는 이 方法에 의하여 換算 Y 座標系의 原點으로부터 破壞面까지의 最短 距離로 定義된다. 設計點 ($X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$) 과 Hasofer-Lind 安全性 指標 β_{HL} 는 다음 式들을 反復法에 의하여 구할 수 있게 된다.

$$\alpha_i = \frac{(-\frac{\partial g}{\partial X_i}) \sigma_{X_i}}{\left[\sum_{i=1}^m (\frac{\partial g}{\partial X_i})^2 \sigma_{X_i}^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (11)$$

$$X_i^* = X_i - \alpha_i \beta \sigma_{X_i} \dots\dots\dots (12)$$

$$g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*) = 0 \dots\dots\dots (13)$$

여기서 偏微分 $\frac{\partial g}{\partial X_i}$ 는 ($X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$)

에서 算定해야 하며 α_i 는 變數 X_i 의 方向 Vector 이다. 위 式들은 反復法에 의하여 遂行되어 지는데 Rackwitz 와 Fiessler 는 非 正規 分布 函數를 等價의 正規 分布 函數로 轉換하는 方法을 考案 하였는데 이를 Rackwitz-Fiessler 의 反復法 이라고 부르고 이에 의한 安全性 指標를 β_{RF} 로 稱하기로 한다. 卽, 等價의 正規 分布 \bar{X}_i^N 과 $\sigma_{X_i}^N$ 要素를 算定 하였는데 다음 式과 같다.

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi(\Phi^{-1}[F_i(X_i^*)])}{f_i(X_i^*)} \dots\dots\dots (14)$$

$$\bar{X}_i^N = X_i^* - \Phi^{-1}[F_i(X_i^*)] \sigma_{X_i}^N \dots\dots\dots (15)$$

여기서 F_i 와 f_i 는 각각 X_i 의 非 正規 分布 函數와 密度 函數이고 $\Phi(\)$ 와 $\phi(\)$ 는 각각 標準 正規 變數에 대한 累積 分布 函數와 密度 函數이다. \bar{X}_i^N 와 $\sigma_{X_i}^N$ 을 決定하여 (11)-(13) 式으로 β_{HL} 값을 구할 수 있다.

實用的인 目的으로서 Ellingwood 등은 R 은 標準對數 正規 變換시키고 荷重 S 는 標準 正規 變換시킨 部分對數 正規 標準化 方法을 쓰고 있다.⁶⁾⁷⁾ 卽, 限界狀態 函數 $Z = R - S_D - S_L$ 에서 다음과 같은 式들에 의하여 安全性 指標, 荷重係數 그리고 抵抗計數를 구할 수 있다.

$$\phi(1 + \rho)n = \gamma_D + \gamma_L \dots\dots\dots (16)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \exp(-\alpha_R \beta V_R) \\ \gamma_D &= 1 + \alpha_{SD} \beta V_{SD} \\ \gamma_L &= 1 + \alpha_{SL} \beta V_{SL} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

또 $\rho = \bar{L} / \bar{D}$, $n = \bar{R} / \bar{S}$ 이며 α_i 는 (11) 式에 의하여

$$\left. \begin{aligned} \alpha_R &= \frac{\phi V_R (1 + \rho)n}{\sqrt{\phi^2 V_R^2 (1 + \rho)^2 n^2 + V_{SD}^2 + V_{SL}^2 \rho^2}} \\ \alpha_{SD} &= \frac{V_{SD}}{\sqrt{\phi^2 V_R^2 (1 + \rho)^2 n^2 + V_{SD}^2 + V_{SL}^2 \rho^2}} \\ \alpha_{SL} &= \frac{V_{SL} \cdot \rho}{\sqrt{\phi^2 V_R^2 (1 + \rho)^2 n^2 + V_{SD}^2 + V_{SL}^2 \rho^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

이때 安全性 指標 β 는 (16) - (18) 式을 反復法에 의하여 計算할 수 있다. 한편 荷重, 抵抗을 모두 對數 正規 標準化 變換시키면 $r = (\ln R - \ln \bar{R}) / V_R$, $s_i = (\ln S_i - \ln \bar{S}_i) / V_{S_i}$ 로 標準化 하면 原點에서 破壞點까지의 最小距離 座

標點은

$$\left. \begin{aligned} r^* &= -\alpha_R \beta \\ S_D &= \alpha_{SD} \beta \\ S_L &= \alpha_{SL} \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

이므로 限界狀態 方程式은

$$Z = R \exp(r^* V_R) - \bar{S}_D \exp(S_D^* V_{SD}) - \bar{S}_L \exp(S_L^* V_{SL}) = 0 \dots\dots\dots (20)$$

로 되어 위의 두 式은 結局 (16) 式과 같아지게 된다. 여기서

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \exp(-\alpha_R \beta V_R) \\ \gamma_D &= \exp(\alpha_{SD} \beta V_{SD}) \\ \gamma_L &= \exp(\alpha_{SL} \beta V_{SL}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

이며, 이때 α_i 는

$$\left. \begin{aligned} \alpha_R &= \frac{\phi V_R (1 + \rho)n}{\sqrt{\sum a_i^2}} \\ \alpha_{SD} &= \frac{\gamma_D \cdot V_{SD}}{\sqrt{\sum a_i^2}} \\ \alpha_{SL} &= \frac{\gamma_L \cdot V_{SL} \cdot \rho}{\sqrt{\sum a_i^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$\text{단, } \sqrt{\sum a_i^2} = \sqrt{\phi V_R^2 (1 + \rho)^2 n^2 + \gamma_D^2 V_{SD}^2 + \gamma_L^2 V_{SL}^2 \rho^2} \text{ 이다.}$$

이들 역시 反復法에 의하여 구할 수 있게 된다.

一般的으로 構造設計問題의 現狀에는 個個의 確率變數의 確率 分布에 關한 情報은 不充分한 狀態에 信賴性 理論을 直接 도입한것은 困難하다고 본다. 그러므로 確率論을 고려한 實用化 目標로서 確率 分布에 關係없이 破壞 確率을 表面에 나오지 않으며 算出 方法이 간단한, 安全性 評價를 위한 尺度로서 이와 같은 2차 모멘트 法이 좋을 것으로 提案되었다.

2. 5 實用的 FOSM 方法 (Practical First-Order Second-Moment Method)

Rackwitz-Fiessler 方法은 까다로운 反復法의 節次를 걸쳐야 하는 難點이 있는 바, 여기서는 Paloheimo 와 Hannus^{18) 22)}에 의한 概念을 토대로 實用的인 간편한 알고리즘을 提示하고자 한다. 基本 概念은 極限狀態 函數內의 非 正規 基本 random 變數 X_i 를 다음 條件에 따라 等

價의 正規變數 X_i 로 變換하는 것이다.

$\frac{\partial g}{\partial x_i} > 0$ 인 경우;

$$F_i(X_i^f) = F_i(u_i' - \beta_i^- \sigma_i') = F_i'(X_i^f) \\ = F_i'(u_i' - \beta_i^- \sigma_i') = P_f \dots\dots\dots (23)$$

$\frac{\partial g}{\partial x_i} < 0$ 인 경우;

$$F_i(X_i^f) = F_i(u_i + \beta_i^+ \sigma_i) = F_i'(X_i^f) \\ = F_i'(u_i + \beta_i^+ \sigma_i) = 1 - P_f \dots\dots\dots (24)$$

여기서 $g(\) = g(X_1, X_2, \dots, X_m)$ 은 極限狀態 函數이며, $\partial g / \partial x_i$ 는 設計點(Design Point) X_i^* 에서 算定되어 진다. $F_i(\)$ 와 $F_i'(\)$ 는 각각 X_i 와 X_i' 에 對한 累積 確率 分布函數이며 u_i 와 σ_i 는 X_i 에 對한 平均과 標準偏差이다. X_i 가 非 正規分布 變數라고 할때 β_i 는 다음과 같이 計算된다.

$$\beta_i^- = \frac{u_i - F_i^{-1}(P_f)}{\sigma_i} \dots\dots\dots (25. a)$$

$$\beta_i^+ = \frac{u_i - F_i^{-1}(1 - P_f)}{\sigma_i} \dots\dots\dots (25. b)$$

만일 X_i 가 對數 正規 分布 變數라고 할때는 다음과 같다.

$$\beta_i^- = \frac{1 - \exp(-\beta \sqrt{k} - 0.5k)}{\delta_i} \dots\dots\dots (26. a)$$

$$\beta_i^+ = \frac{\exp(\beta \sqrt{k} - 0.5k) - 1}{\delta_i} \dots\dots\dots (26. b)$$

여기서, $k = \ln(1 + \delta_i^2)$ 이며 δ_i 는 X_i 의 變動係數이다. 또 X_i 가 Type I extreme-value 分布(Gumbel 分布) 變數라고 할때는 다음식과 같이 된다.

$$\beta_i^- = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \{ \ln(-\ln P_f) + 0.5772 \} \dots\dots\dots (27. a)$$

$$\beta_i^+ = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \{ \ln[-\ln(1 - P_f)] + 0.5772 \} \dots\dots\dots (27. b)$$

等價의 正規變數 X_i' 對한 平均 u_i' 와 標準偏差 σ_i' 는 원래의 非 正規變數 X_i 로 부터 計算되어 진다. 卽,

$$u_i' = u_i \dots\dots\dots (28)$$

$$\sigma_i' = \frac{\beta_i^+}{\beta} \sigma_i \dots\dots\dots (29)$$

이들을 計算하는 反復法 節次는 다음과 같다.

1) 安全性 指標 β 를 假定하여 $P_f = \Phi(-\beta)$ 또는 $1 - P_f = \Phi(\beta)$ 를 計算

2) 最初의 設計點 $X_i^* = u_i$ 를 設定 한다. 그러나 線形極限 狀態 方程式인 경우에는 필요치 않다.

3) 偏微分 $\partial g / \partial x_i$ 을 計算하고 β_i^* 를 計算 (式(25) - (27))

4) 式(28) - (29)로 u_i' 와 σ_i' 를 구함

5) 方向 Vector 計算 卽,
$$\cos \theta_i' = - \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_i' \right) / \left[\bar{z} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_i' \right)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots (30)$$

6) 새로운 값 X_i^* 計算 즉,
$$X_i^* = u_i' + \beta \cos \theta_i' \sigma_i' \dots\dots\dots (31)$$

7) $g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*) = 0$ 에 對한 安全性 指標 β 計算

8) 다시 β 를 새로 假定하여 같을때 까지 反復 計算

그런데 目標 安全性 指標 β 가 주어진 狀況에서 極限 狀態方程式의 抵抗 R 의 平均值 u_R 를 구하는 것은 反復法의 節次가 필요없이 直接的으로 구할 수 있는 點이 있다. 이점은 Code Calibration 等の 實用目的에도 상당히 편리한 技法이라고 고려되어 진다.

3. 數值例 및 考察

設計要素에 對한 安全性 指標 β 의 影響을 檢討하기 위하여 正規分布에 對한 Cornell 安全性 指標 β_c , 對數正規 分布에 對한 Rosenblueth - Esteva 安全性 指標 β_{RE} 그리고 Paloheimo - Hannus 에 基礎하여 本論文에서 그 알고리즘을 提案한 方式의 實用的 FO SM 方法에 의한 安全性 指標 β_P 를 구하여 比較하여 보았다.

Table 1은 이들 計算結果를 보인 것이다. 正規 R-正規 S에 對한 Cornell의 安全性 指標 β_c 는 抵抗變動係數 V_R 값에 敏感하게 影響을 받음을 알 수 있다.

對數正規 變數에 對한 Rosenblueth - Esteva 安全性 指標 β_{RE} 는 抵抗 및 荷重 變動係數 V_R

과 V_S 값 모두에 크게 影響을 받고 있음을 알 수 있다.

Table 1. Numerical Results of Safety Index by Cornell, Rosenblueth-Esteva and Practical FOSM

Parameters			Safety Index β		
V_S	V_R	n	Normal (R,S) Cornell β_c	Lognormal (R,S) Rosenblueth-Esteva β_{RE}	Lognormal (R,S) Practical FOSM β_P
0.1	0.5	2	1.00	1.21	1.22
		6	1.67	3.49	3.52
		10	1.80	4.55	4.60
	0.9	2	0.55	0.52	0.51
		6	0.93	1.93	1.94
		10	1.00	2.59	2.60
0.9	0.5	2	0.74	0.97	0.94
		6	1.60	2.19	2.16
		10	1.77	2.75	2.70
	0.9	2	0.50	0.64	0.51
		6	0.91	1.64	1.63
		10	1.00	2.11	2.12

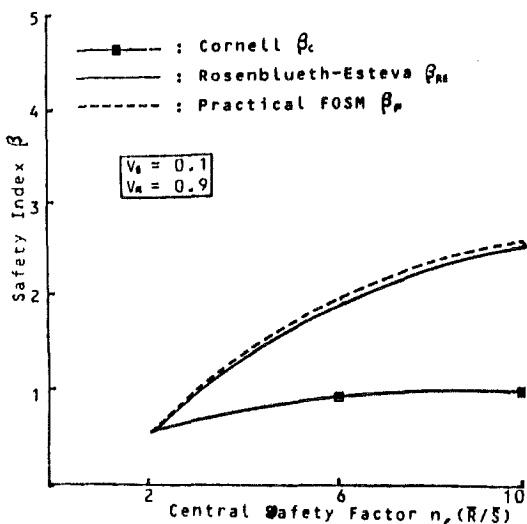


Fig. 2. Comparison of Safety Indices for $V_S = 0.1$ and $V_R = 0.9$

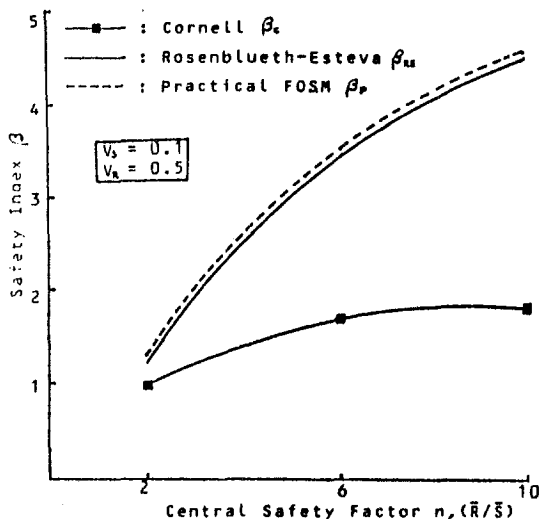


Fig. 1. Comparison of Safety Indices for $V_S = 0.1$ and $V_R = 0.5$

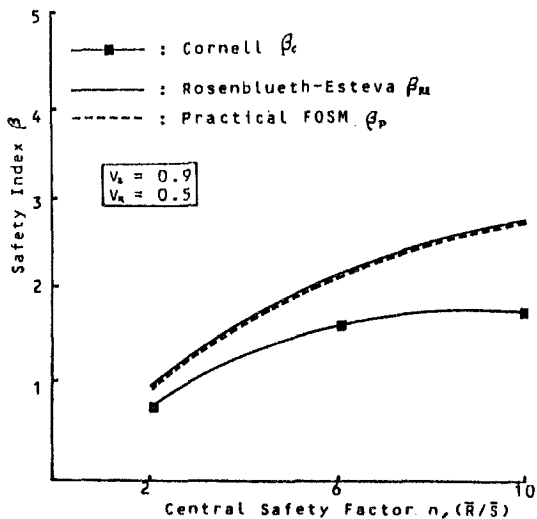


Fig. 3. Comparison of Safety Indices for $V_S = 0.9$ and $V_R = 0.5$

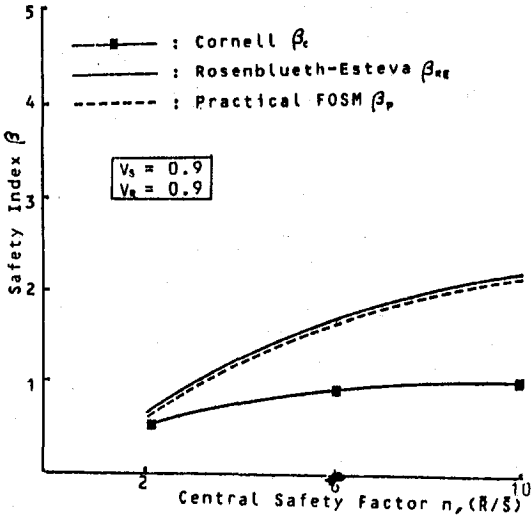


Fig. 4. Comparison of Safety Indices for $V_S = 0.9$ and $V_R = 0.9$

그러나 Cornell이 제안한 안전성 지표 β_c 는破壊基準函數가 特定한 形을 하고 있을 때 정확한 破壞 確率과 對應이 되어 지지만, 一般적으로 그와 같은 對應性은 없다. 그러나 β_c 값의 大小와 眞의 破壞 確率의 大小와는 完全한 對應이 되어지기 때문에 安全性的 相對的인 尺度로서 의미가 있다고 하겠다. 確率 變數를 正規分布라 간주한 경우의 安全性 指標에는 卽, Cornell의 安全性 指標 β_c 같은 경우는 中央 安全率 ($n = \bar{R} / \bar{S}$)을 상당히 높혀도 불구하고 安全性 指標 β_c 値는 그렇게 敏感하지 않음을 볼 수 있다. 따라서 一定 以上の 安全性은 확보 할 수 없다고 하는 不合理한 點이 생김을 주의 해야 한다.

Fig. 1 - Fig. 4는 이들 安全性 指標를 比較한 것이다. 變動計數가 큰 경우(分散이 큰 경우) 安全性 指標값의 變化가 甚함을 알 수 있다. 그리고 實用的 FOSM方法으로 本 研究에서 提案한 β_p 는 代數 正規 變數에 對한 Rosenblueth - Esteva의 安全性 指標 β_{RE} 와 매우 近似함을 알 수 있다.

한편 Table 2.는 分布函數의 種類에 따라 計算한 Rackwitz-Fiessler의 反復法에 따른 AFOSM方法의 安全性 指標 β_{RF} 와 本 研究에서

提示한 알고리즘으로 구한 β_p 를 比較한 것이다. 그리고 Fig. 5, Fig. 6은 이들 關係를 比較한 것이다.

Table 2. Numerical Results of Safety Index by Rackwitz-Fiessler and Practical FOSM

Distributions	Parameters			Safety Index β		
	V_S	V_R	n	Rackwitz-Fiessler AFOSM	Practical FOSM	
R Normal	0.3	0.1	2	2.30	2.30	
S Type I		0.9	2	0.58	0.55	
		0.9	0.1	2	1.13	1.21
		0.1	0.5	6	1.67	1.67
			10	1.80	1.80	
R Lognormal	0.3	0.1	2	2.23	2.33	
		0.9	2	0.54	0.51	
		0.9	0.1	2	1.12	1.21
		0.1	0.5	6	3.51	3.48
		10	4.56	4.54		

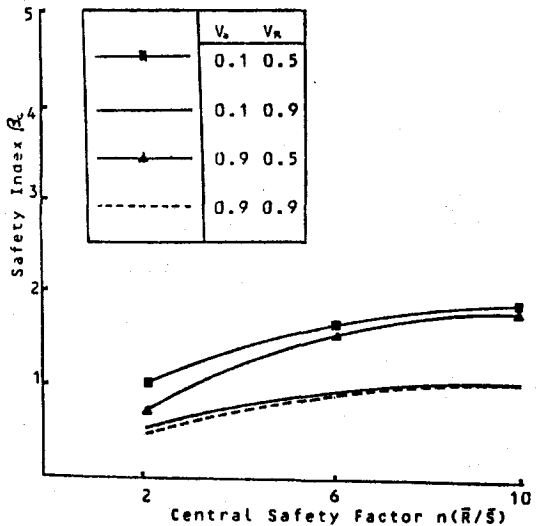


Fig. 5. Cornell Safety Index of Normal Distribution

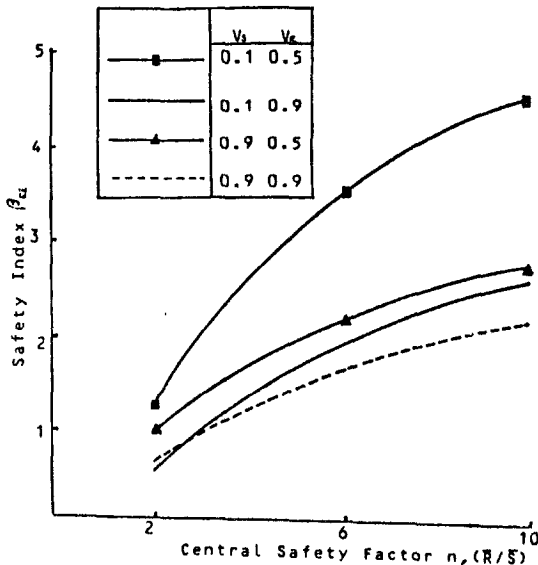


Fig. 6. Rosenblueth-Esteva Safety Index for Lognormal Distribution.

이들 두가지의 값들은 매우 近似함을 알 수 있는데 抵抗 變動係數 V_R 이 큰 값을 가질 때는 Rackwitz-Fiessler 反復法으로 구한 安全性 指標값 보다 實用的 FOSM에 의한 安全性 指標값이 약간 작아짐을 나타내 준다. 그러나, Rackwitz-Fiessler의 反復法보다 무척 간편한 計算이기 때문에 상당히 實用的인 方法이라고 간주된다.

4. 結 論

本 研究에서는 2次 모멘트法에 의한 安全性 指標 (Safety Index) 또는 信賴性 指標 (Reliability Index) β 에 대한 解法에 대하여 考察하였다. 安全性 指標는 構造物의 安全度 評價에 關한 相對的인 尺度로서 價値가 있으며 荷重-抵抗計數法과 같은 示方書 規準에서 荷重係數, 抵抗係數 등을 定하는 데 있어서 目標 安全性 指標 (Target Safety Index)로서 使用하게 된다.

本 論文에서는 安全性 指標 β 를 比較 分析하기 위하여 Level II 2次 모멘트 方法을 使用하여 抵抗 R과 荷重 S가 모두 正規分布라고 假

定한 경우의 Cornell에 의한 安全性 指標 β_c 와 R과 S를 對數正規 分布로 보고 구한 Rosenblueth-Esteva의 安全性 指標 β_{RE} , 그리고 Paloheimo-Hannus에 의하여 理論的 背景을 둔 方法을 本 研究에서 그 알고리즘을 實用的으로 提示한 1階 2次 모멘트法 (Practical First-Order Second-Moment)에 의한 安全性 指標 β_p 를 數值例를 通하여 比較 考察하였다. 또한 荷重 S는 Type I Extreme Value 分布에 따르고 抵抗 R은 正規 (Normal) 또는 對數正規 (Log Normal) 分布를 따르는 경우에 대한 高級 1階 2次 모멘트 (Advanced First-Order Second-Moment, AFOSM)으로 일컬어지는 Rackwitz-Fiessler의 反復法에 의한 安全性 指標와 本 研究에서 實用的 FOSM으로 提案하는 安全性 指標 β_p 와 比較 分析도 하였다.

數值例를 통하여 比較 考察한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 抵抗 R, 荷重 S 모두 正規 分布로 간주한 Cornell의 安全性 指標 β_c 는 抵抗 變動係數 V_R 에 敏感하게 作用하였으며 R, S 모두 對數 正規 分布로 假定한 Rosenblueth-Esteva의 安全性 指標 β_{RE} 의 경우는 抵抗 R과 荷重 S의 變動係數 V_R 과 V_S 모두에 크게 影響을 받았다.

2) 分散이 큰 경우 安全性 指標 β 값들은 變化가 甚함을 알 수 있다.

3) Cornell의 安全性 指標 β_c 는 中央 安全率 ($n = \bar{R}/\bar{S}$)을 상당히 크게 하여도 安全性 指標 β_c 値는 敏感하지 않았다. 따라서 一定 以上の 安全性은 確保할 수 없다고 하는 不合理한 點이 生김을 注意 하여야 한다.

4) 本 研究에서 提示한 實用的 FOSM 方法 (Paloheimo-Hannus 理論에 根據)에 의한 安全性 指標 β_p 는 對數正規 分布의 경우 Rosenblueth-Esteva의 安全性 指標 β_{RE} 값과 아주 近似하였으며 荷重을 Type I Extreme Value 分布로 고려한 경우 Rackwitz-Fiessler에 의한 AFOSM 方法에 의한 安全性 指標 β_{RF} 値와 近似하였다.

5) Rackwitz-Fiessler 方法에 比하여 번거로운 反復法 節次가 簡素化하기 때문에 本 實用的 FOSM 方法이 合理的이라고 思料된다.

参 考 文 献

1. Ang, A. H-S., and Amin, M., "Reliability of Structures and Structural Systems," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 94, No. EM2, Apr., 1968, pp. 671 ~ 691
2. Ang, A. H-S., "Structural Risk Analysis and Reliability-Based Design," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST9, Sep., 1973, pp. 1891 ~ 1910.
3. Cornell, C.A., "A Probability-Based Structural Code", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 66, No. 12, Dec., 1969, pp. 974 ~ 985.
4. Ditlevsen, O., "Generalized Second-Moment Reliability Index", Journal of Structural Mechanics, Vol. 7, 1979, pp. 435 ~ 451.
5. Ellingwood, B., and Ang, A. H-S., "Risk-Based Evaluation of Design Criteria", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST9, Sep., 1974, pp. 1771 ~ 1787.
6. Ellingwood, B., "Reliability Based Criteria for Reinforced Concrete Design", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, No. ST4, Apr., 1979, pp. 713 ~ 727.
7. Ellingwood, B., "Reliability of Current Reinforced Concrete Designs", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, No. ST4, Apr., 1979, pp. 69 ~ 712.
8. Ellingwood, B., MacGregor, J. G., Galambos, T. V., and Cornell, C. A., "Probability Based Load Criteria : Load Factors and Load Combinations", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST5, May, 1982, pp. 978 ~ 997.
9. Ellingwood, B., "Safety Checking Formats for Limit States Design", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST7, July, 1982, pp. 1481 ~ 1493.
10. Freudenthal, A. M., "Safety, Reliability and Structural Design", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 87, No. ST3, Mar., 1961, pp. 1 ~ 16.
11. Freudenthal, A. M., "Safety, Reliability and Structural Design", Transactions of ASCE, Vol. 127, 1962, Part II, pp. 304 ~ 323.
12. Freudenthal, A. M., Garrelts, J. M., and Shinozuka, M., "The Analysis of Structural Safety", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92, No. ST1, Feb., 1966, pp. 267 ~ 325.
13. Galambos, T. V., and Ravindra, M. K., "Tentative Load and Resistance Factor Design Criteria for Steel Plate Girders", Research Report No. 29, Washington University, Feb., 1976.
14. Galambos, T. V., and Ravindra, M. K., "Properties of Steel for Use in LRFD", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST9, Sep., 1978, pp. 1459 ~ 1468.
15. Galambos, T. V., Ellingwood, B., MacGregor, J. G., and Cornell, C. A., "Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST5, May, 1982, pp. 959 ~ 977.
16. Hasofer, A. M., "Reliability Index and Failure Probability", Journal of Structural Mechanics, Vol. 3, No. 1, 1974, pp. 25 ~ 27.
17. Hasofer, A. M., and Lind, N. C., "Exact and Invariant Second - Moment

- Code Format”, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 100, No. EM1, Feb., 1974, pp. 111 ~ 121.
18. Leporati, E., “The Assessment of Structural Safety”, Research Studies Press, 1979.
 19. Lind, N. C., “Formulation of Probabilistic Design”, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, EM2, Feb., 1977, pp. 273 ~ 284.
 20. Madsen, H. O., Krenk, S. and Lind, N. C., “Methods of Structural Safety”, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1986.
 21. Moses, F., and Kinser, D.E., “Analysis of Structural Reliability”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 93, No. ST5, Oct., 1966, pp. 147 ~ 164.
 22. Paloheimo, E. and Hannus, M., “Structural Design Based on Weighted Fractiles”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, June, 1974, pp. 1367.
 23. Ravindra, M. K., and Galambos, T. V., “Load and Resistance Factor Design for Steel”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST9, Sep., 1978, pp. 1337 ~ 1353.
 24. 長尙, “安全性指標に關する若干の考察” 日本土木學會論文報告集, 第324號, 1982. 8. pp. 41 ~ 50.