

# 潮汐의 영향을 받는 水域에서 鉛直上向浮力젯 —靜止水域—

Vertical Buoyant Jet in Tidal Water-Stagnant Environment

尹	泰	勳*
Yoon,	Tae	Hoon
車	英	基**
Cha,	Young	Kee
金	昶	完***
Kim,	Chang	Wan

## Abstract

The behavior of a plane buoyant jet discharged vertically upward into a stagnant uniform environment is analyzed by continuity, momentum transport equation by numerical scheme. The governing equations are solved by finite difference method employing stream function and vorticity transport and Prandtl's turbulent model. Results for centerline velocities and temperatures, temperature distribution and flow pattern in receiving environment due to buoyant jet in the range of discharge densimetric Froude number of 4 to 32 show good agreement with published data. Spreading rate and dispersion ratio, which are required in integral type analysis of whole range of buoyant jet and have not been obtained yet, are derived in terms of discharge densimetric Froude number and vertical distance from source.

## 要 旨

靜止水域에서 鉛直上向으로 放流되는 平面浮力젯의 거동을 連續方程式, 運動量輸送式 및 追跡物輸送式에 의하여 數值的으로 해석한다. 이 해석은 流函數와 渦輸送式을 도입하고 Prandtl 亂流模型을 이용하였다. 放流密度 Froude 數가 4~32 인 浮力젯의 발달된 흐름領域에서 구한 噴流 중심선의 速度와 溫度變化, 噴流 周邊水域의 溫度分布와 흐름양상은 기존자료와 잘 맞음을 확인할 수 있다. 積分型解析에 필요한 퍼짐율과 擴散比가 放流密度 Froude 數와 放流口로부터의 거리의 함수로 유도된다.

## 1. 序 論

화력 및 원자력 발전소의 냉각수, 工場廢水, 가정하수와 같이 주의 수용수보다 온도가 높거나

밀도가 다른 각종 廢水가 다량으로 自然水域으로 放流될 경우 이들로 인한 環境汚染의 程度와 範圍, 그리고 이들을 최소화할 方案이 模索된다. 따라서 放流로 인한 영향을 최소로 하기 위해서는 放流의 水理學의 특성과 周邊水域의

\* 正會員 · 漢陽大學校 工科大學 教授 土木工學科

\*\* 正會員 · 檀國大學校 理工大學 副教授 土木工學科

\*\*\* 正會員 · 漢陽大學校 大學院

온도 또는 밀도의 변화와 흐름 변화 등을 예측하는 것이 필요하게 된다.

일반적으로 浮力層은 周邊流體와 相異한 溫度 또는 密度를 갖는 液 흐름으로 정의되며 이는 近域과 遠域의 두 영역으로 분류된다. 近域(near field)은 放流口로부터 遠域이 시작되는 점까지의 영역으로 이는 다시 발달된 흐름과 發達過程 흐름으로 구분된다.

近域은 運動量과 浮力이 흐름에 미치는 영향 정도에 따라 運動量支配領域, 遷移領域, 浮力支配領域으로 구분되며 그림 1에 도시되어 있다. 運動量支配領域(momentum dominated region)의 흐름은 運動量의 영향을 크게 받으며 단순運動量層처럼 거동한다. 遷移領域(transition region)에서는 運動量이 점점 감소하는 반면에 浮力이 점차로 증가되어 흐름은 運動量과 浮力의 영향을 다같이 받는다. 浮力支配領域(buoyancy dominated region)의 흐름은 주로 浮力의 영향을 크게 받아 plume처럼 거동하게 된다.

浮力層의 解析은 實驗, 數值解, 相似와 積分型解析으로 행해지나 주로 후자에 의존된다. 이 積分型解析은 퍼짐율과 擴散比의 값을 필요로하나 浮力層의 양단경계인 단순운동량層( $F_0 = \infty$ )과 Plume( $F_0 = 3.45$ )의 경우에만 실험에 의하여 주어졌다. 따라서 浮力層의 해석을 가능하게 하기 위해서는 임의의 Froude 數  $F_0$ 에 대한 퍼짐율과 擴散比에 대한 값이 필요하다. 본 연구에서는 流函數와 渦度輸送式, Prandtl 亂流模型을 이용한 數值解析으로 浮力層의 거동과 퍼짐율과 擴散比의 豫測式 유도가 시도된다. 본 논문은 潮汐의 영향을 받는 水域에서 鉛直上向浮力層에 관한 계속적 연구의 일단계적 작업으로서 靜止 水域에 한한다.

## 2. 基本方程式과 亂流模型

周邊流體의 온도  $T_a$  또는 밀도  $\rho_a$ 가 일정한 흐름영역에서 周邊流體와 相異한 온도  $T_0$  또는 밀도  $\rho_0$ 를 갖는 液體가 鉛直上向으로  $w_0$ 의 속도로 放流되는 平面浮力層에 관한 해석이 기술되며 다음과 같은 가정을 전제로 한다.

흐름은 非壓縮性, 定流이고 完全亂流이다. 또

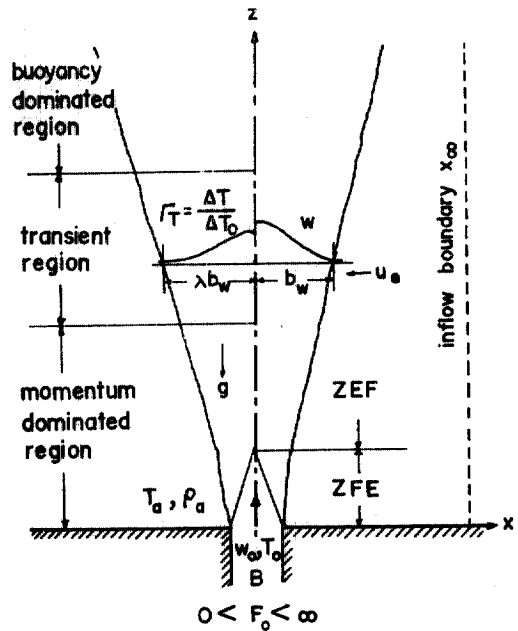


그림 1. 鉛直平面浮力層 圖示

한 周邊水域은 靜止狀態이고 分子擴散輸送은 무시된다. 중력항을 포함하지 않은 작은 작은 密度 差異에는 Boussinesq의 假定이 적용된다. (5,12,22) ( $\Delta\rho/\rho_0 \ll 1$ )

### 基本方程式

위의 같은 조건에서 基本方程式은 다음과 같다.

### 連續方程式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots(1)$$

### 運動量輸送式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P^0}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad \dots\dots(2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P^0}{\partial z} + g \frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad \dots\dots(3)$$

### 追跡物輸送式

$$u \frac{\partial \Gamma}{\partial x} + w \frac{\partial \Gamma}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) \quad \dots\dots(4)$$

여기서  $u$  와  $w$  는 각각 시간평균한 水平 및鉛直方向의 속도성분이고  $P^0$  는 靜水壓조건으로부터 偏倚되는 平均動水壓  $P^0 = \frac{p}{\rho_0} - g \int_x^0 \frac{\rho_a}{\rho_0} dz$  을 나타낸다.  $\rho_a$  는 周邊流體의 밀도,  $\rho_0$  는 放流流體의 밀도를 나타내며, 기준밀도로  $\rho_0$  를 취한다.  $\varepsilon_x$  와  $\varepsilon_z$  가 각각 水平 및鉛直方向의 亂流擴散을 나타내는 渦粘性係數이다. 식(4)에서 追跡物의 생성 및 소멸에 대한 項은 나타나 있지 않으며 온도 및 浮力에 대한 追跡物相對濃度  $\Gamma$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{온도 } \Gamma_T = \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \frac{T - T_a}{T_0 - T_a}$$

$$\text{浮力 } \Gamma_B = \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} = \frac{\rho_a - \rho}{\rho_a - \rho_0}$$

輸送式의 數를 줄이고 壓力項과 관련된 계산상의 어려움을 개선하기 위하여 식(1)~(3)을 流函數式과 渦度輸送(vorticity transport)式으로 변환하였다. (4, 18, 22) 먼저 渦度  $\omega$  와 流函數  $\psi$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad \dots\dots(5)$$

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \dots\dots(6)$$

$$w = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots\dots(7)$$

식(6)과 식(7)을 식(5)에 대입하면 다음과 같은 流函數式을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\omega \quad \dots\dots(8)$$

$\varepsilon_x$  와  $\varepsilon_z$  를 常數로 가정하고 식(2)와 (3)을 交叉微分한 후 전자에서 후자를 뺀으로써 保存的形態의 渦度輸送式을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial(u\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(w\omega)}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( g \frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} \right) + \varepsilon_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \quad \dots\dots(9)$$

無次元化過程

다음의 無次元變數, 無次元媒介變數 및 座標系變換을 도입하여 基本式들을 無次元化한다.

無次元變數

$$X = \frac{x}{x_0}, \quad \eta = \frac{z}{x_0}, \quad Z = \frac{z}{B}, \quad U = \frac{u}{w_0},$$

$$W = \frac{w}{w_0}, \quad \Psi = \frac{\psi}{x_0 w_0}, \quad \Omega = \frac{\omega x_0}{w_0}$$

여기서  $B$  는 放流口의 폭이며,  $x_0$  는  $\frac{B}{2}$  이다.

無次元媒介變數

$$RE_x = \frac{x_0 w_0}{\varepsilon_x}, \quad RE_z = \frac{x_0 w_0}{\varepsilon_z}, \quad PR_x = \frac{\varepsilon_x}{k_x},$$

$$PR_z = \frac{\varepsilon_z}{k_z}, \quad F_0^2 = \frac{w_0^2}{\frac{\rho_a - \rho_0}{\rho_0} g 2 x_0}$$

여기서  $RE_x$  와  $RE_z$  는 亂流 Reynold 數,  $k_x$  와  $k_z$  는 追跡物의 亂流擴散係數,  $F_0$  는 放流密度 Froude 數이다.

중심선으로부터 水平方向으로 멀어져 갈수록 흐름의 변화가 완만해지므로 수치계산시간을 줄이기 위하여 수평방향 격자간격을 점차 크게 하여도 정확한 수치해가 얻어질 것으로 기대된다. 이와 같이 하기 위하여 다음과 같은 hyperbolic sine 함수를 도입한다.

$$X = \sinh \xi$$

變換된 座標系에서 無次元式은 다음과 같다.

流函數式

$$\text{sech}^2 \xi \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \tanh \xi \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} = -\Omega \quad \dots\dots(10)$$

渦度輸送式

$$\text{sech} \xi \frac{\partial(U\Omega)}{\partial \xi} + \frac{\partial(W\Omega)}{\partial \eta} = -\frac{\text{sech} \xi}{2F_0} \frac{\partial \Gamma_B}{\partial \xi} + \frac{\text{sech}^2 \xi}{RE_x} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} - \tanh \xi \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{RE_z} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \quad \dots\dots(11)$$

追跡物輸送式

$$\frac{\partial(U\Gamma)}{\partial \xi} + \frac{\partial(W\Gamma)}{\partial \eta} = \frac{1}{PR_x RE_x} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \xi^2} + \frac{1}{PR_z RE_z} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \eta^2} \quad \dots\dots(12)$$

또 水平方向과 鉛直方向의 無次元 速度는 다음과 같다.

$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \quad \dots\dots(13)$$

$$W = \text{sech} \xi \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \quad \dots\dots(14)$$

亂流模型

運動量의 亂流輸送의 척도인 渦粘性係數  $\varepsilon_x$  와  $\varepsilon_z$  는 흐름영역의 函數이므로 흐름의 시간적 평균특성과 관련되어 있음을 알 수 있다. 켈흐름

에 Prandtl의 混合距離 이론을 적용하여 水平方向 渦粘性係數  $\epsilon_x$ 를 얻을 수 있다<sup>(17,20)</sup>.

$$\epsilon_x = Clw_c \quad \dots\dots(15)$$

여기서  $l$ 은 混合距離,  $w_c$ 는 중심선속도이며  $C$ 는 常數로써 0.037의 값을 갖는다<sup>(17,20)</sup>. 無次元媒介變數를 도입하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\epsilon_x}{w_0 x_0} = \frac{1}{RE_x} = 0.037 b_{\frac{1}{2}} W_c \dots\dots(16)$$

식(16)에서 混合距離  $l$ 을 연직방향 속도가 중심속도의  $\frac{1}{2}$ 되는 점까지 중심선으로 부터의 水平距離인  $b_{\frac{1}{2}}$ 을 취한다. 또한 水平方向 渦粘性係數는  $b_{\frac{1}{2}} W_c$ 의 함수로 이를  $FX$ 로 표시하면 亂流 Reynolds數는 식(18)과 같다.

$$FX = b_{\frac{1}{2}} W_c \quad \dots\dots(17)$$

$$RE_x = \frac{1}{0.037} \frac{1}{FX} \quad \dots\dots(18)$$

熱에 대한 亂流輸送係數와 渦粘性係數의 比로 정의되는 亂流 Prandtl數는 이론적으로 1에 가까우나 실제로는 0.614~0.75 정도의 값을 갖는 것으로 알려져 있다.<sup>(4,8)</sup> 본 연구에서는 亂流 Prandtl數  $PR_x$ 와  $PR_z$ 의 값으로 0.614와 0.75를 산술평균하여 0.682를 취하였다. 또한 鉛直方向 渦粘性係數와 亂流 Prandtl數도 水平方向과 유사하게 정의된다.

$$\epsilon_z = Cl(u_{max} - u_{min}) \quad \dots\dots(19)$$

### 3. 數值解

식(10)~(14)를 差分式으로 표현함에 있어서 편미분항에 中央差分을 이용하였고<sup>(4,13,21)</sup> 移送(convective)항에는 donor-cell 方法<sup>(7,22)</sup>을 적용하였다. donor-cell 方法은 속도 평균에서 발생하는 非一貫性(inconsistency)을 제거할 수 있고 格子上에서 어느 방향의 移送도 쉽게 처리할 수 있다. 水平方向速度  $U$ 와 鉛直方向速度  $W$ 는 각각 식(13)과 식(14)를 差分式으로 표현함으로써 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$U_{j,k} = \frac{-1}{\Delta\eta} (\Psi_{j,k} - \Psi_{j,k-1}) \quad \dots\dots(20)$$

$$W_{j,k} = \frac{\text{sech } \xi_b}{\Delta\xi} (\Omega_{j+1,k} - \Psi_{j,k}) \quad \dots\dots(21)$$

그림 2는 格子網으로 輸送變數  $\Omega$ 와  $\Gamma$ 는 격

자중심에서,  $\Psi$ 는 격자점에서 정의한다. 이와 같은 格子는 흐름 내부 격점과 흐름영역 경계에서 輸送變數의 保存을 적절히 나타낼 수 있다.

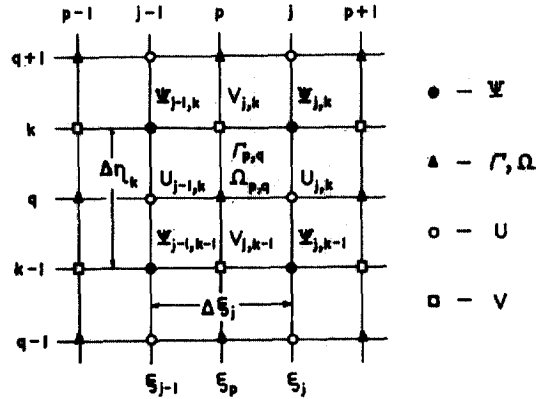


그림 2.  $\Psi, \Omega, \Gamma, U$  및  $W$ 의 添字를 나타내는 格子網

鉛直浮力項의 境界조건을 다음과 같다.

중심선에서

$$\Psi = \text{constant}, \quad \Omega = 0, \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} = 0$$

방류구에서

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = \text{const.}, \quad \Omega = \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{\partial W}{\partial \xi}, \quad \Gamma = \Gamma_0$$

流入흐름(inflow) 境界에서

$$\Psi = f(F_L), \quad \Omega = 0, \quad \Gamma = \Gamma_0$$

고체면 바닥에서

$$\Psi = \text{const.}, \quad \Omega = \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{\partial W}{\partial \xi},$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial N} = 0 \quad (\text{단열성})$$

여기서  $N$ 은 격자면의 법선방향을 나타낸다.

본 연구의 계산구역은 자유수면을 포함하지 않으며 연직방향으로 방류구폭의 72배 되는 지점까지 수평방향으로 20배 되는 지점까지의 영역이 취해진다.

計算過程은 successive under-relaxation을 적용한 Gauss-Seidel 方法으로  $\Gamma, \Omega$  및  $\Psi$ 를 구하는 부분과 이들로부터  $U, W, RE_x$  및  $RE_z$ 를 계산하는 부분으로 구성된다. 수치계산의 시간을 줄이기 위하여 초기값을 기준실험자료와 積分相似式을 이용하여<sup>(1,3,6,16,19)</sup> 가정하며, 이렇게 함

으로써  $RE_x$ 와  $RE_z$ 의 잘못된 계산으로부터 발생하는 發散性이 제거될 수 있다. 收斂性을 해치는 또 다른 인자는 relaxation 係數로서 몇 경우의 수치계산으로부터 1보다 큰 경우에 계산이 발산하는 것이 알려지며 1보다 작은 경우에 좋은 결과가 얻어진다. 수치계산의 안정성도  $RE_x$ 와  $RE_z$ 의 계산과 밀접한 관계를 가지며 적절히 가정된 초기값이 사용되므로써 안정된 계산이 수행된다.

#### 4. 數值解析 結果

數值實驗은 浮力젯을 나타내는 放流密度 Frode 數  $F_0=4\sim 32$  범위의 다음 6 가지 경우에 대하여 수행되었다.

표 1.

$F_0$	4	6	8	10	20	32
$Z_c$	3.54	3.89	4.16	4.33	4.43	4.50

#### 중심선속도와 온도

본 연구에서  $F_0$ ,  $Z$ ,  $Z_c$ 의 함수로 표시되는 平面浮力젯의 중심선 속도와 온도 감쇠는 Abraham<sup>(1)</sup>과 Trent<sup>(22)</sup>에 의한 결과와 기존 실험자료와 비교하여 식(22), (23)과 같이 제안하며 數值計算의 초기값으로 사용된다.

$$W_c = \left\{ \left( \frac{265}{Z_c} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{8.5818}{F_0^2} (Z^{\frac{3}{2}} - Z_c^{\frac{3}{2}}) \right\}^{\frac{1}{2}} Z^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(22)$$

$$\Gamma_{T_c} = 4.4834 \left\{ \left( \frac{265}{Z_c} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{8.5818}{F_0^2} (Z^{\frac{3}{2}} - Z_c^{\frac{3}{2}}) \right\}^{-\frac{1}{2}} Z^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(23)$$

여기서  $Z=z/B$ 로 放流口로부터 無次元距離,  $Z_c=z_c/B$ 로  $z_c$ 는 發達過程 흐름領域의 길이로써 중심선온도가 감소하기 시작하는 점까지의 거리로 정의된다.  $F_0$ 에 대한  $Z_c$ 는 실험자료와 積分相似式으로부터 구해지며 표 1에 나타나 있다. 그림 3은 젯의 경로에 따라 젯의 중심선 속도와 온도의 변화를 나타낸 것으로 주변유체와 온도차이가 클수록 온도감소율이 크게 되는 것을 알 수 있으며, 식(22)와 식(23)과 매우 근사하다.

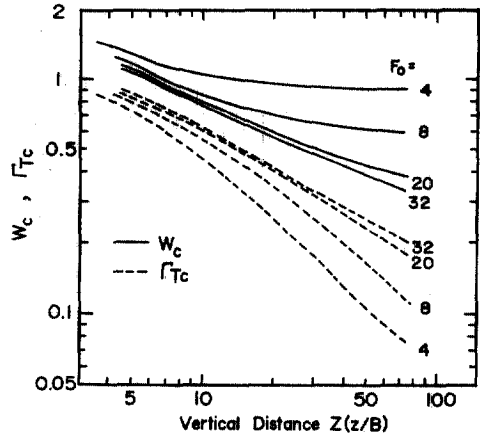


그림 3. 중심선속도와 온도 감쇠곡선

#### 퍼짐율과 擴散比

단순運動量젯이나 Plume의 속도와 온도분포는 相似인 Gauss 分布로 나타낼 수 있음이 밝혀졌으므로 浮力젯에도 Gauss 分布를 적용하면 속도 및 온도분포는 다음과 같다. (1,2,10,12,24)

$$\frac{w}{w_c} = e^{-\left(\frac{x}{b_w}\right)^2} \quad \dots\dots(24)$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_c} = e^{-\left(\frac{x}{b_T}\right)^2} = e^{-\left(\frac{x}{\lambda b_w}\right)^2} \quad \dots\dots(25)$$

여기서  $b_w$ 는  $\frac{w}{w_c}$ 의 값이,  $b_T$ 는  $\frac{\Delta T}{\Delta T_c}$ 의 값이 각각 중심선으로부터  $\frac{1}{e}=0.368$ 이 되는 점까지의 폭으로 정의되고,  $\lambda$ 는 온도차이분포곡선의 폭과 속도분포곡선의 폭의 比로 정의되는 擴散比(dispersion ratio)로 이는 浮力젯에서 運動量에 대하여 密度를 擴散시키는 척도이다. 또한 젯흐름방향에 따라 亂流混合과 주위수용수의 誘入으로 젯이 퍼지는 정도를 나타내는 퍼짐율(spreading rate)은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{db_w}{dz} = k \quad \dots\dots(26)$$

주변유체의 誘入速度  $u_c$ 와 중심선속도  $w_c$ 로부터 誘入係數(entainment coefficient)  $\alpha$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$-u_c = \alpha w_c \quad \dots\dots(27)$$

여기서  $u_c$ 는 浮力젯의 경계  $b_w$ 에서 水平方向速度이다. 浮力젯의 양단 경계상태인 단순젯과 plume에 대한  $\alpha, k, \lambda$ 가 표 2에 주어지며, Ab-

표 2. 平面제과 plume 의 係數

계 안 자	흐름구분	$k=db_w/dx$	$db_T/dx$	$\alpha$	$\lambda$	비 고
Jirka <sup>(9,10)</sup>	제	0.154		0.069	1.41	$F_L = \infty$
	plume	0.147		0.130	1.24	$F_L = 3.45$
Hosaine & Rodi <sup>(8,9)</sup>	제	0.116	0.154			
	plume	0.115	0.119			
Chen & Rodi <sup>(13,14)</sup>	제	0.11	0.14			실험 자료
	plume	0.135	0.13			
Lits <sup>(14)</sup>	제			0.052	1.35	
	plume			0.102		
Wright <sup>(23)</sup>	제			0.06	1.4	
	plume			0.14	1.2	

raham<sup>(1)</sup>과 Phillips<sup>(15)</sup> 등은 이들 係數가 局部密度 Froude 數의 함수형태로 표현될 수 있음을 示唆한 바 있다. 局部密度 Froude 數는 다음과 같이 주어진다.

$$F_L^2 = \frac{w^2}{\frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} g 2 b_w} \dots\dots(28)$$

그림 4는 放流密度 Froude 數  $F_0$ 가 주어질 때 연적거리  $Z$ 에 대한  $F_L$ 의 변화를 나타낸 것으로 이는  $F_L$ 이  $F_0$ 와  $Z$ 의 함수임을 示唆하고 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_L = \frac{4 F_0 \exp((F_0 Z)^{0.45}/11)}{Z^{1.5}} + 3.45 \dots\dots(29)$$

또한 Jirka<sup>(10,11)</sup> 등이 相似를 적용하여 얻은 Plume 의 境界局部密度 Froude 數 3.45에 접

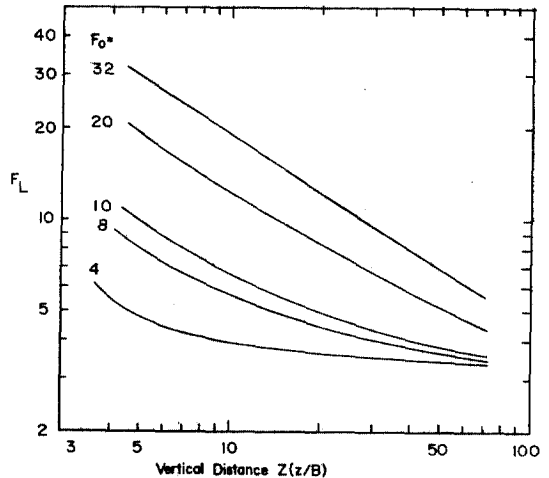


그림 4. 連적거리에 따른  $F_L$ 의 변화

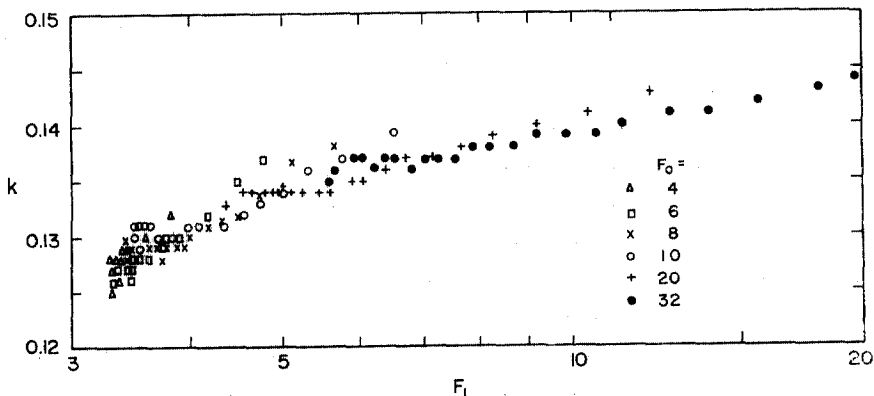


그림 5. 퍼점율과 局部密度 Froude 數의 관계

근하는 것으로 판단된다. 본 연구에서는 浮力靚의 양단경계상태인 靚과 plume에서 표 2에 주어진 값을 만족하도록 誘入係數  $\alpha$ 를 다음과 같이 구하였다.

$$\alpha = 0.069e^{(2.1942/F_L)} \dots\dots\dots(30)$$

List<sup>(14)</sup>는 식(30)과 유사하게  $\alpha$ 를 지수함수로 표현한 바 있다.

식(30)으로 추정된  $\alpha$ 를 사용하여 계산을 수행하였으며 계산의 편의를 위하여 퍼짐을  $k$ 를  $\frac{db_w}{dz}$  대신  $\frac{b_w}{z}$ 를 취하였다.  $k$ 와  $F_L$ 의 관계가 그림 5에 나타나 있으며 Jirka가 제안한  $k$ 값보다 다소 적은 범위에 분포함을 알 수 있다. 또한 浮力支配領域에서  $k=0.128$ , 運動量支配領域에서  $k=0.145$ 의 일정한 퍼짐을 가지며 遷移領域에서는  $F_L$ 의 함수가 됨을 나타낸다. 즉 식(29)와 (31)로 표시할 수 있다.

$\lambda$ 와  $F_L$ 의 관계가 그림 6에 나타나 있으며 浮力支配領域에서  $\lambda=1.24$ , 運動量支配領域에서  $\lambda=1.46$ 을 가짐을 알 수 있다. 이는 Jirka 등이 제안한 浮力靚의 양단 경계상태에서 擴散比, 즉 plume에서  $\lambda=1.24$ , 단순靚에서  $\lambda=1.41$ 과 잘 일치함을 알 수 있다. 이로부터  $F_0$ 와  $Z$ 의 함수로 표시되는  $\lambda$ 의 豫測式은 식(32)와 같다.

$$\lambda = 0.25(1 - \exp(-0.0025 F_0^2)) \frac{\exp(A)}{1 + \exp(A)} + 1.24 \dots\dots\dots(32)$$

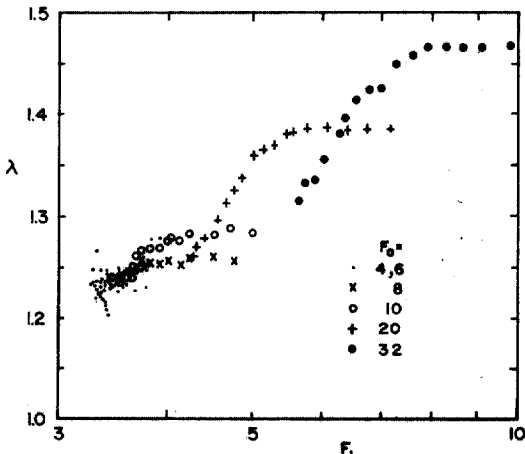


그림 6. 擴散比와 局部密度 Froude 數의 관계

$$A = \frac{32}{F_0} [-3.45(1.1^{0.2F_0}) + F_L] \dots\dots(33)$$

誘入흐름 및 流線·渦度 樣相과 溫度分布

誘入흐름(entrained flow, E)은 流入흐름(in-flow) 境界  $x_\infty$ 에서 鉛直方向의 流函數分布를 통해서 얻어질 수 있으며 單位鉛直길이當 誘入흐름은 다음과 같이 주어진다.

$$E = -\frac{d\psi_\infty}{dz} \dots\dots\dots(34)$$

여기서  $\psi_\infty$ 는  $x_\infty$ 에서 流函數 값이다.

식(30)의 가정된  $\alpha$ 를 이용하여 유함수  $\psi_\infty$ 가 계산되었으며, 이로부터  $\psi_\infty$ 를  $Z$ 의 線形函數로 표현할 수 있음이 밝혀졌다.

$F_0=32$ 인 경우와  $F_0=8$ 에 대한 流線樣相이 각각 그림 7과 그림 8에 나타난 바와 같이 放流口에 가까운 발달된 흐름영역에서 약한 渦流가 발생함을 알 수 있으며 流入흐름 경계에서 식(30)으로 구한 流函數값이 그림 7, 8의 계산결과와 거의 일치함을 알 수 있다. 또한  $F_0$ 가

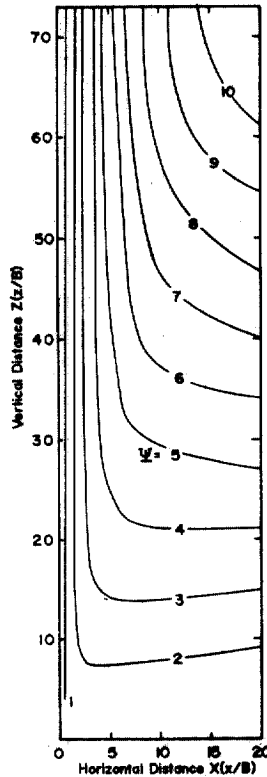


그림 7.  $F_0=8$ 에 대한 流線 樣相

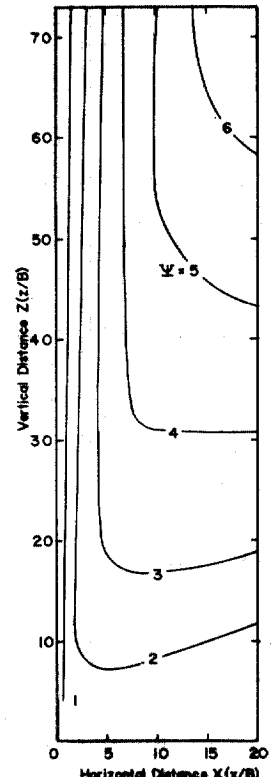


그림 8.  $F_0=32$ 에 대한 流線 樣相

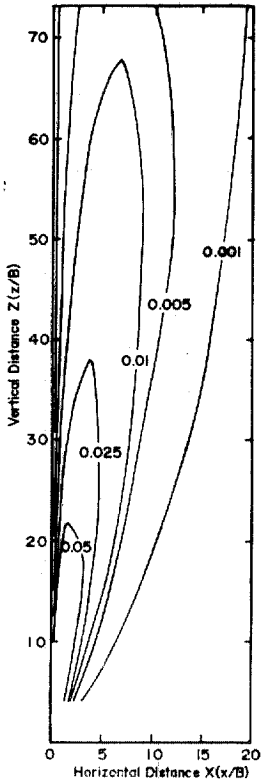


그림 9.  $F_0=32$  에 대한  
 渦度 樣相

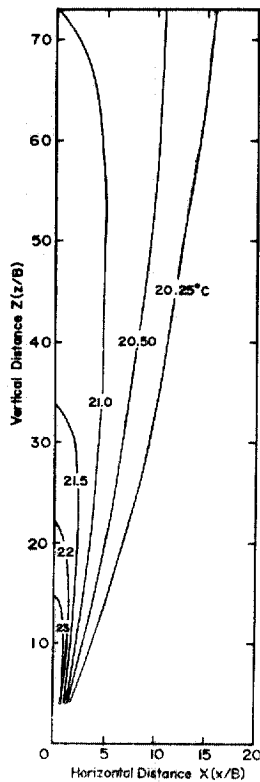


그림 10.  $F_0=32$  에 대한  
 等溫線 樣相

작을수록 周邊流體가 더 많이 誘入된다.

식(5)로 정의된 渦度 樣相이 그림 9에 나타나 있다. 그림 10에는  $20^{\circ}\text{C}$ 의 周邊流體에  $25^{\circ}\text{C}$ 의 流體가 放流된 경우의 온도분포가 나타나 있으며 이로부터 周邊水域의 溫度上昇과 온도상승의 水域範圍를 알 수 있다. 표 1의 각 경우에 대한 等溫線 樣相도 그림 10과 비슷한 형태로 표시되고 溫度分布가 식(25)로 주어진 Gauss 分布와 잘 일치함을 알 수 있다.

## 5. 結 論

靜止水域에서 鉛直上向으로 放流된 平面浮力 噴의 발달된 흐름領域에 관한 거동이 數值的으로 解析된다. 그 成果는 다음과 같다.

噴 중심선의 速度와 溫度變化는 放流密度 Froude 數  $F_0$ 와 放流口로부터의 거리의 함수로 나타나며 局部密度 Froude 數는 주어진  $F_0$ 에 대하

여 放流口로부터 멀어짐에 따라 감소하여 浮力支配領域의 경계치 3.45에 접근하게 됨을 알 수 있다. 퍼짐율과 擴散比를 放流密度 Froude 數와 放流口로부터 거리의 項으로 나타냄으로써 浮力 噴의 積分型解析을 가능하게 한다. 또한 浮力 噴 周邊水域의 溫度分布와 흐름양상이 구해질 수 있다.

## 謝 辭

“본 연구내용은 韓國科學財團 支援으로 수행되는 研究의 一次年度 結果로 본 研究支援에 謝意를 表합니다”.

## 參 考 文 獻

1. Abraham, G., Jet Diffusion in Stagnant Ambient Fluid, Delft Hydraulics Lab., Publ. No. 29, 1963.
2. Abraham, G., Jets and Plumes Issuing into Stratified Fluid, Delft Hydraulics Lab., Publ. No. 141, 1974.
3. Albertson, M.L., Dai, Y.B., Jensen, R.A. and Rouse, H., Diffusion of Submerged Jets, *Transc. ASCE*, Vol. 115, pp. 639~664, 1963.
4. Anderson, D.A., Tannehill, J.C. and Pletcher, R.H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Co., 1984.
5. Chen, C.J. and Nikitopoulos, C.P., On the Near Field Characteristics of Axisymmetric Turbulent Buoyant Jets in a Uniform Environment, *J. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, pp. 215~254, Pergamon Press, 1979.
6. Chen, C.J. and Rodi, W., *Vertical Turbulent Buoyant Jets—a review of experimental data*, Pergamon Press, 1980.
7. Chow, C.Y., *An Introduction to Computational fluid mechanics*, John Wiley & Sons, Inc., 1979.
8. Hossain, M.S. and Rodi, W., *Equation for Turbulent Buoyant Flows and Their Modelling*, Rept. SFB 80/T/46, University of Karlsruhe, 1974.
9. Hossain, M.S. and Rodi, W., *Turbulent Buoyant Jets and Plumes*, ed. by Rodi, W., Pergamon Press, pp. 121~178, 1982.



- 10 Jirka, G.H., Abraham, G. and Harleman, D.R. F., *An Assessment of Techniques for Hydrothermal Prediction*, M.I.T. Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics, Rep. 203, 1975.
11. Jirka, G.H. and Harleman, D.R.F., Stability and Mixing of a Vertical Plane Buoyant Jet in Confined Depth, *J. Fluid Mech.*, Vol. 94, Part 2, pp.275~304, 1979.
12. Kotsovinos, N.E. and List, E.J., Plane Turbulent Buoyant Jets, Part I. Integral properties, *J. Fluids Mech.*, Vol. 81, Part 1, pp.25~44, 1977.
13. Lapidus, L. and Pinder, G.F., *Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering*, John Wiley & Sons, 1982.
14. List, E.J. and Imberger, J., Turbulent Entrainment in Buoyant Jets, *J. Hydraulics Division*, Proc. ASCE, Vol. 99, No. HY9, pp.1461~1474, 1973.
15. Phyllips, W.F., The Effect of Froude Number on Entrainment in Two-Dimensional Line Plumes, *J. Fluids Engineering*, Transc. ASME, Vol. 103, pp.471~477, 1981.
16. Rajaratnam, N., *Turbulent Jets*, Elsevier Scientific Publishing Co., 1976.
17. Raudkivi, A.J. and Callander, R.A., *Advanced Fluid Mechanics*-an introduction, Edward Arnold, 1975.
18. Roache, P.J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, 1976.
19. Rouse, H., Yih, C.S. and Humphreys, H.W., Gravitational Convection from a Boundary Source, *Tellus*, Vol. 4, pp.201~210, 1952.
20. Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, Mc Graw-Hill, 1979.
21. Smith, G.D., *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Oxford University Press, 1969.
22. Trent, D.S. and Welty, J.R., Numerical Computation of Momentum Jets and Forced Plumes, *Computer & Fluids* Vol. 1, pp.331~357, Pergamon Press, 1973.
23. Wright, S.J. and Wallace, R.B., Two-dimensional Buoyant Jets in Stratified Fluid, *J. Hydraulics Division*, Proc. ASCE, Vol. 105, No. HY11, pp.1393~1406.
24. 尹泰勳, 變動水深 水域에서 水中浮力체의 舉動 — 發達過程 흐름 領域一, *大韓土木學會論文集*, 第5卷, 第1號, 1985.

(接受 : 1986. 3. 29)